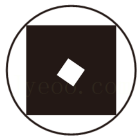
2024年湖南省长沙市中考数学试卷

一、选择题（在下列各题的四个选项中，只有一项是符合题意的。请在答题卡中填涂符合题意的选项。本大题共10个小题，每小题3分，共30分）

1.（3分）下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（　　）

A. 　B. 　C. 　D. 

2.（3分）我国近年来大力推进国家教育数字化战略行动，截至2024年6月上旬，上线慕课数量超过7.8万门，学习人次达1290000000，建设和应用规模居世界第一．用科学记数法将数据1290000000表示为（　　）

A．1.29×10^{8}　　B．12.9×10^{8}　　C．1.29×10^{9}　　D．129×10^{7}

3.（3分）“玉兔号”是我国首辆月球车，它和着陆器共同组成“嫦娥三号”探测器．“玉兔号”月球车能够耐受月球表面的最低温度是﹣180℃、最高温度是150℃，则它能够耐受的温差是（　　）

A．﹣180℃　　B．150℃　　C．30℃　　D．330℃

4.（3分）下列计算正确的是（　　）

A．$x^{6}\div x^{4}=x^{2}$　　B．$\sqrt{5}+\sqrt{6}=\sqrt{11}$

C．$(x^{3})^{2}=x^{5}$　　D．$(x+y)^{2}=x^{2}+y^{2}$

5.（3分）为庆祝五四青年节，某学校举办班级合唱比赛，甲班演唱后七位评委给出的分数为：9.5，9.2，9.6，9.4，9.5，8.8，9.4，则这组数据的中位数是（　　）

A．9.2　　B．9.4　　C．9.5　　D．9.6

6.（3分）在平面直角坐标系中，将点P（3，5）向上平移2个单位长度后得到点P'的坐标为（　　）

A.（1，5）　　B.（5，5）　　C.（3，3）　　D.（3，7）

7.（3分）对于一次函数$y=2x-1$，下列结论正确的是（　　）

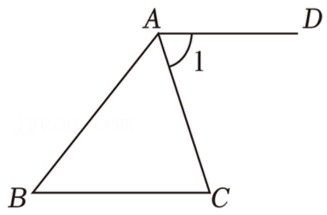
A．它的图象与y轴交于点（0，﹣1）

B．y随x的增大而减小

C．当$x>\frac{1}{2}$时，$y<0$

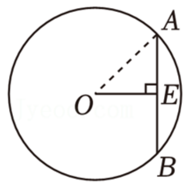
D．它的图象经过第一、二、三象限

8.（3分）如图，在△ABC中，$\angle BAC=60°$，$\angle B=50°$，$AD\parallel BC$，则∠1的度数为（　　）



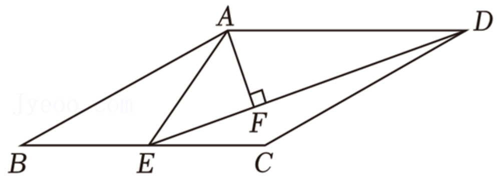
A．50°　　　　B．60°　　　　C．70°　　　　D．80°

9．（3 分）如图，在⊙O 中，弦 AB 的长为 8，圆心 O 到 AB 的距离 OE＝4，则⊙O 的半径长为（　　）



A．4　　　　B．$4\sqrt{2}$　　　　C．5　　　　D．$5\sqrt{2}$

10．（3 分）如图，在菱形 $ABCD$ 中，AB＝6，∠B＝30°，点 E 是 BC 边上的动点，连接 AE，DE，过点 A 作 $AF \perp DE$ 于点 F．设 DE＝x，AF＝y，则 y 与 x 之间的函数解析式为（不考虑自变量 x 的取值范围）（　　）



A．$y=\frac{9}{x}$　　　　B．$y=\frac{12}{x}$　　　　C．$y=\frac{18}{x}$　　　　D．$y=\frac{36}{x}$

二、填空题（本大题共 6 个小题，每小题 3 分，共 18 分）

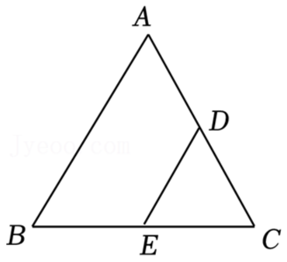
11．（3 分）为了比较甲、乙、丙三种水稻秧苗的长势，每种秧苗各随机抽取 40 株，分别量出每株高度，计算发现三组秧苗的平均高度一样，并且得到甲、乙、丙三组秧苗高度的方差分别是 3.6，10.8，15.8，由此可知 ______种秧苗长势更整齐（填“甲”、“乙”或“丙”）．

12．（3 分）某乡镇组织“新农村，新气象”春节联欢晚会，进入抽奖环节．抽奖方案如下：不透明的箱子里装有红、黄、蓝三种颜色的球（除颜色外其余都相同），其中红球有 2 个，黄球有 3 个，蓝球有 5 个，每次摇匀后从中随机摸一个球，摸到红球获一等奖，摸到黄球获二等奖，摸到蓝球获三等奖，每个家庭有且只有一次抽奖机会．小明家参与抽奖，获得一等奖的概率为 ________________．

13．（3 分）要使分式$\frac{6}{x-19}$有意义，则 x 需满足的条件是 ________．

14．（3 分）半径为 4，圆心角为 90°的扇形的面积为 ________（结果保留 π）．

15．（3 分）如图，在△ABC 中，点 D，E 分别是 AC，BC 的中点，连接 DE．若 DE＝12，则 AB 的长为 ________．



16．（3 分）为庆祝中国改革开放 46 周年，某中学举办了一场精彩纷呈的庆祝活动，现场参与者均为在校中学生，其中有一个活动项目是“选数字猜出生年份”，该活动项目主持人要求参与者从 1，2，3，4，5，6，7，8，9 这九个数字中任取一个数字，先乘以 10，再加上 4.6，将此时的运算结果再乘以 10，然后加上 1978，最后减去参与者的出生年份（注：出生年份是一个四位数，比如 2010 年对应的四位数是 2010），得到最终的运算结果．只要参与者报出最终的运算结果，主持人立马就知道参与者的出生年份．若某位参与者报出的最终的运算结果是 915，则这位参与者的出生年份是 ___________.

三、解答题（本大题共 9 个小题，第 17、18、19 题每小题 6 分，第 20、21 题每小题 6 分，第 22、23 题每小题 6 分，第 24、25 题每小题 6 分，共 72 分，解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤）

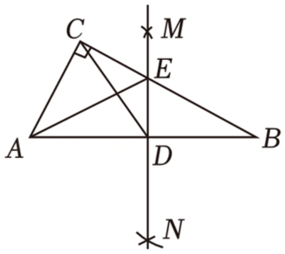
17．（6 分）计算：$(\frac{1}{4})^{-1}+|-\sqrt{3}|-2\cos30°-(\pi-6.8)^{0}$.

18．（6 分）先化简，再求值：$2m-m(m-2)+(m+3)(m-3)$，其中 $m=\frac{5}{2}$.

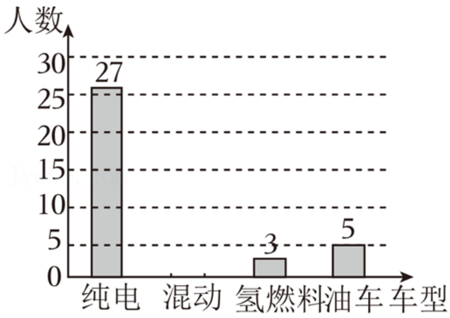
19．（6 分）如图，在 Rt△ABC 中，$\angle ACB=90°$，$AB=2\sqrt{5}$，$AC=2$，分别以点 A，B 为圆心，大于$\frac{1}{2}AB$ 的长为半径画弧，两弧分别交于点 M 和 N，作直线 MN 分别交 AB，BC 于点 D，E，连接 CD，AE.

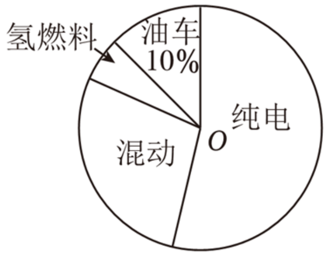
（1）求 CD 的长；

（2）求△ACE 的周长.



20．（8 分）中国新能源产业异军突起．中国车企在政策引导和支持下，瞄准纯电、混动和氢燃料等多元技术路线，加大研发投入形成了领先的技术优势.2023 年，中国新能源汽车产销量均突破 900 万辆，连续 9 年位居全球第一．在某次汽车展览会上，工作人员随机抽取了部分参展人员进行了“我最喜欢的汽车类型”的调查活动（每人限选其中一种类型），并将数据整理后，绘制成下面有待完成的统计表、条形统计图和扇形统计图.





类型	人数	百分比
纯电	m	54%
混动	n	a%
氢燃料	3	b%
油车	5	c%

请根据以上信息，解答下列问题：

（1）本次调查活动随机抽取了 _________人；表中 $a=$ _________，$b=$ _______；

（2）请补全条形统计图；

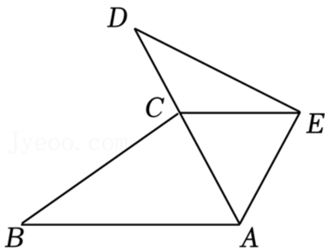
（3）请计算扇形统计图中“混动”类所在扇形的圆心角的度数；

（4）若此次汽车展览会的参展人员共有 4000 人，请你估计喜欢新能源（纯电、混动、氢燃料）汽车的有多少人？

21．（8 分）如图，点 C 在线段 AD 上，$AB=AD$，$\angle B=\angle D$，$BC=DE$．

（1）求证：$\triangle ABC\cong\triangle ADE$；

（2）若 $\angle BAC=60^\circ$，求 $\angle ACE$ 的度数．



22．（9 分）刺绣是我国民间传统手工艺，湘绣作为中国四大刺绣之一，闻名中外，在巴黎奥运会倒计时 50 天之际，某国际旅游公司计划购买 A、B 两种奥运主题的湘绣作品作为纪念品．已知购买 1 件 A 种湘绣作品与 2 件 B 种湘绣作品共需要 700 元，购买 2 件 A 种湘绣作品与 3 件 B 种湘绣作品共需要 1200 元．

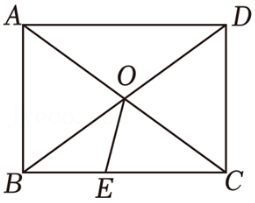
（1）求 A 种湘绣作品和 B 种湘绣作品的单价分别为多少元？

（2）该国际旅游公司计划购买 A 种湘绣作品和 B 种湘绣作品共 200 件，总费用不超过 50000 元，那么最多能购买 A 种湘绣作品多少件？

23．（9分）如图，在▱$ABCD$中，对角线AC，BD相交于点O，$\angle ABC=90°$．

（1）求证：$AC=BD$；

（2）点E在BC边上，满足$\angle CEO=\angle COE$．若$AB=6$，$BC=8$，求CE的长及$\tan\angle CEO$的值．



24．（10分）对于凸四边形，根据它有无外接圆（四个顶点都在同一个圆上）与内切圆（四条边都与同一个圆相切），可分为四种类型，我们不妨约定：

既无外接圆，又无内切圆的四边形称为“平凡型无圆”四边形；

只有外接圆，而无内切圆的四边形称为“外接型单圆”四边形；

只有内切圆，而无外接圆的四边形称为“内切型单圆”四边形；

既有外接圆，又有内切圆的四边形称为“完美型双圆”四边形．

请你根据该约定，解答下列问题：

（1）请你判断下列说法是否正确（在题后相应的括号中，正确的打“√”，错误的打“×”）．

①平行四边形一定不是“平凡型无圆”四边形；_______

②内角不等于90°的菱形一定是“内切型单圆”四边形；_______

③若“完美型双圆”四边形的外接圆圆心与内切圆圆心重合，外接圆半径为R，内切圆半径为r，则有$R=\sqrt{2}r$．_______

（2）如图1，已知四边形$ABCD$内接于⊙O，四条边长满足：$AB+CD\neq BC+AD$．

①该四边形$ABCD$是“____________”四边形（从约定的四种类型中选一种填入）；

②若$\angle BAD$的平分线AE交⊙O于点E，$\angle BCD$的平分线CF交⊙O于点F，连接EF．求证：EF是⊙O的直径．

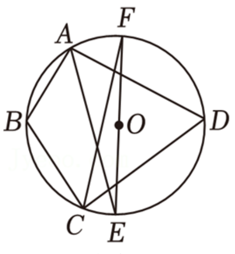


图1

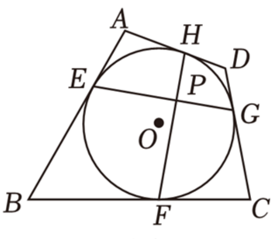


图2

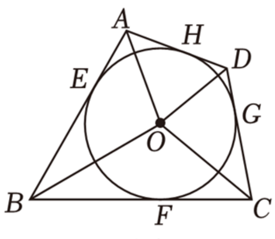


图3

（3）已知四边形$ABCD$是“完美型双圆”四边形，它的内切圆⊙O与AB，BC，CD，AD分别相切于点E，F，G，H．

①如图2，连接EG，FH交于点P．求证：$EG\perp FH$；

②如图3，连接OA，OB，OC，OD，若$OA=2$，$OB=6$，$OC=3$，求内切圆⊙O的半径r及OD的长．

25．（10分）已知四个不同的点A（x_1，y_1），B（x_2，y_2），C（x_3，y_3），D（x_4，y_4）都在关于x的函数$y=ax^2+bx+c$（a，b，c是常数，$a\neq0$）的图象上．

（1）当A，B两点的坐标分别为（﹣1，﹣4），（3，4）时，求代数式$2024a+1012b+\frac{3}{7}$的值；

（2）当A，B两点的坐标满足$a^2+2(y_1+y_2)a+4y_1y_2=0$时，请你判断此函数图象与$x$轴的公共点的个数，并说明理由；

（3）当$a>0$时，该函数图象与x轴交于E，F两点，且A，B，C，D四点的坐标满足：$2a^2+2(y_1+y_2)a+y_1^2+y_2^2=0$，$2a^2-2(y_3+y_4)a+y_3^2+y_4^2=0$．请问是否存在实数（$m>1$），使得$AB$，$CD$，$m$•$EF$这三条线段组成一个三角形，且该三角形的三个内角的大小之比为1：2：3？若存在，求出m的值和此时函数的最小值；若不存在，请说明理由（注：m•EF表示一条长度等于EF的m倍的线段）．

2024年湖南省长沙市中考数学试卷

参考答案与试题解析

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	B	C	D	A	B	D	A	C	B	C

一、选择题（在下列各题的四个选项中，只有一项是符合题意的。请在答题卡中填涂符合题意的选项。本大题共10个小题，每小题3分，共30分）

1.（3分）下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（　　）

A. 　B. 　C. 　D. 

【解答】解：A．该图形是轴对称图形，不是中心对称图形，不符合题意；

B．该图形既是轴对称图形，又是中心对称图形，符合题意；

C．该图形是轴对称图形，不是中心对称图形，不符合题意；

D．该图形是中心对称图形，不是轴对称图形，不符合题意；.

故选：B．

2.（3分）我国近年来大力推进国家教育数字化战略行动，截至2024年6月上旬，上线慕课数量超过7.8万门，学习人次达1290000000，建设和应用规模居世界第一．用科学记数法将数据1290000000表示为（　　）

A．1.29×10^{8}　B．12.9×10^{8}　C．1.29×10^{9}　D．129×10^{7}

【解答】解：$1290000000=1.29\times10^{9}$，

故选：C．

3.（3分）“玉兔号”是我国首辆月球车，它和着陆器共同组成“嫦娥三号”探测器．“玉兔号”月球车能够耐受月球表面的最低温度是﹣180℃、最高温度是150℃，则它能够耐受的温差是（　　）

A．﹣180℃　B．150℃　C．30℃　D．330℃

【解答】解：由题意得，150﹣（﹣180）＝150+180＝330（℃），

故选：D．

4.（3分）下列计算正确的是（　　）

A．$x^{6}\div x^{4}=x^{2}$　B．$\sqrt{5}+\sqrt{6}=\sqrt{11}$

C．$(x^{3})^{2}=x^{5}$　D．$(x+y)^{2}=x^{2}+y^{2}$

【解答】解：A、$x^6 \div x^4 = x^2$，故此选项符合题意；

B、$\sqrt{5}$与$\sqrt{6}$不能合并，故此选项不符合题意；

C、$(x^3)^2 = x^6$，故此选项不符合题意；

D、$(x+y)^2 = x^2+2xy+y^2$，故此选项不符合题意；

故选：A.

5.（3 分）为庆祝五四青年节，某学校举办班级合唱比赛，甲班演唱后七位评委给出的分数为：9.5，9.2，9.6，9.4，9.5，8.8，9.4，则这组数据的中位数是（　　）

A．9.2　　B．9.4　　C．9.5　　D．9.6

【解答】解：一共 7 个数据，这组数据从小到大排列为 8.8、9.2、9.4、9.4、9.5、9.5、9.6，中位数为 9.4，

故答案为：B.

6.（3 分）在平面直角坐标系中，将点 P（3，5）向上平移 2 个单位长度后得到点 P' 的坐标为（　　）

A．（1，5）　　B．（5，5）　　C．（3，3）　　D．（3，7）

【解答】解：将点 P 向上平移 2 个单位长度，则其横坐标不变，纵坐标增加 2，

所以点 P' 的坐标为（3，7）.

故选：D.

7.（3 分）对于一次函数 $y=2x-1$，下列结论正确的是（　　）

A．它的图象与 y 轴交于点（0，-1）

B．y 随 x 的增大而减小

C．当 $x>\frac{1}{2}$时，$y<0$

D．它的图象经过第一、二、三象限

【解答】解：A．当 $x=0$ 时，$y=-1$，则它的图象与 y 轴交于点（0，-1），故本选项符合题意；

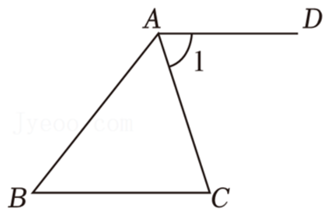
B．y 随 x 的增大而增大，故本选项不符合题意；

C．当 $x>\frac{1}{2}$时，$y>0$，故本选项不符合题意；

D．它的图象经过第一、三、四象限，故本选项不符合题意；

故选：A.

8.（3 分）如图，在△ABC 中，$\angle BAC=60°$，$\angle B=50°$，$AD \parallel BC$，则∠1 的度数为（　　）



A．50° B．60° C．70° D．80°

【解答】解：∵∠*BAC*＝60°，∠*B*＝50°，

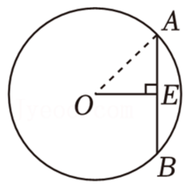
∴∠*C*＝180°－∠*BAC*－∠*B*＝180°－60°－50°＝70°，

∵*AD*∥*BC*，

∴∠1＝∠*C*＝70°，

故选：*C*．

9．（3 分）如图，在⊙*O* 中，弦 *AB* 的长为 8，圆心 *O* 到 *AB* 的距离 *OE*＝4，则⊙*O* 的半径长为（　　）



A．4 B．$4\sqrt{2}$ C．5 D．$5\sqrt{2}$

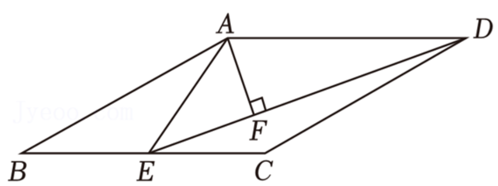
【解答】解：∵*OE*⊥*AB*，

∴*AE*＝*EB*＝4，

∴$OA=\sqrt{AE^2+OE^2}=\sqrt{4^2+4^2}=4\sqrt{2}$．

故选：*B*．

10．（3 分）如图，在菱形 *ABCD* 中，*AB*＝6，∠*B*＝30°，点 *E* 是 *BC* 边上的动点，连接 *AE*，*DE*，过点 *A* 作 *AF*⊥*DE* 于点 *F*．设 *DE*＝*x*，*AF*＝*y*，则 *y* 与 *x* 之间的函数解析式为（不考虑自变量 *x* 的取值范围）（　　）



A．$y=\frac{9}{x}$ B．$y=\frac{12}{x}$ C．$y=\frac{18}{x}$ D．$y=\frac{36}{x}$

【解答】解：过 *D* 作 *DH*⊥*BC* 交 *BC* 的延长线于 *H*，

在菱形 *ABCD* 中，*AB*＝6，*AB*∥*CD*，*AB*＝*CD*＝*AD*＝6，*AD*∥*BC*，

∴∠*DCH*＝∠*B*＝30°，∠*ADF*＝∠*DEH*，

∴$DH=\frac{1}{2}CD=3$，

∵$AF\perp DE$，

∴$\angle AFD=\angle EHD=90^\circ$，

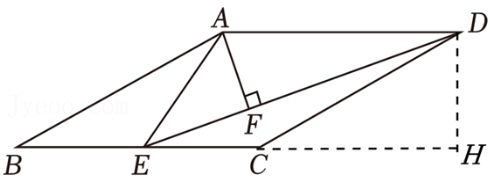
∴$\triangle ADF\backsim\triangle DEH$，

∴$\frac{AD}{DE}=\frac{AF}{DH}$，

∴$\frac{6}{x}=\frac{y}{3}$，

∴$y=\frac{18}{x}$，

故选：C．



二、填空题（本大题共 6 个小题，每小题 3 分，共 18 分）

11．（3 分）为了比较甲、乙、丙三种水稻秧苗的长势，每种秧苗各随机抽取 40 株，分别量出每株高度，计算发现三组秧苗的平均高度一样，并且得到甲、乙、丙三组秧苗高度的方差分别是 3.6，10.8，15.8，由此可知 __甲__ 种秧苗长势更整齐（填“甲”、“乙”或“丙”）．

【解答】解：∵甲、乙、丙三组秧苗高度的方差分别是 3.6，10.8，15.8，

∴甲组秧苗高度的方差最小，

∴甲种秧苗长势更整齐，

故答案为：甲．

12．（3 分）某乡镇组织“新农村，新气象”春节联欢晚会，进入抽奖环节．抽奖方案如下：不透明的箱子里装有红、黄、蓝三种颜色的球（除颜色外其余都相同），其中红球有 2 个，黄球有 3 个，蓝球有 5 个，每次摇匀后从中随机摸一个球，摸到红球获一等奖，摸到黄球获二等奖，摸到蓝球获三等奖，每个家庭有且只有一次抽奖机会．小明家参与抽奖，获得一等奖的概率为 __$\frac{1}{5}$__．

【解答】解：∵球的个数有 2+3+5＝10（个），而红球有 2 个，

∴小明家抽到一等奖的概率是$\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$．

故答案为：$\frac{1}{5}$．

13．（3 分）要使分式$\frac{6}{x-19}$有意义，则 x 需满足的条件是 __$x\neq19$__．

【解答】解：由题可知，

$x-19\neq 0$ 时，分式有意义，

解得 $x\neq 19$.

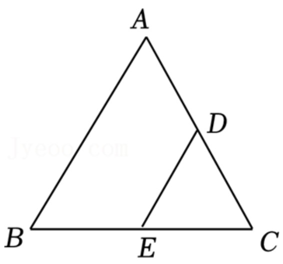
故答案为：$x\neq 19$.

14.（3 分）半径为 4，圆心角为 90° 的扇形的面积为 <u>4π</u>（结果保留 π）.

【解答】解：扇形的面积$=\frac{90\pi\times 4^2}{360}=4\pi$.

故答案为：4π.

15.（3 分）如图，在△ABC 中，点 D，E 分别是 AC，BC 的中点，连接 DE．若 $DE=12$，则 AB 的长为 <u>24</u>．



【解答】解：∵点 D，E 分别是 AC，BC 的中点，

∴DE 是△ABC 的中位线，

∴$AB=2DE=24$，

故答案为：24.

16.（3 分）为庆祝中国改革开放 46 周年，某中学举办了一场精彩纷呈的庆祝活动，现场参与者均为在校中学生，其中有一个活动项目是“选数字猜出生年份”，该活动项目主持人要求参与者从 1，2，3，4，5，6，7，8，9 这九个数字中任取一个数字，先乘以 10，再加上 4.6，将此时的运算结果再乘以 10，然后加上 1978，最后减去参与者的出生年份（注：出生年份是一个四位数，比如 2010 年对应的四位数是 2010），得到最终的运算结果．只要参与者报出最终的运算结果，主持人立马就知道参与者的出生年份．若某位参与者报出的最终的运算结果是 915，则这位参与者的出生年份是 <u>2009</u>．

【解答】解：设这位参与者的出生年份 x，选取的数字为 m，

$(10m+4.6)\times 10+1978-x=915$

∴$100m+46+1978-x=915$，

∴$x=1109+100m$，

∵此时中学生的出生时间应该在 2000 年后，

∴$m=9$，

$\therefore x=2009$.

故答案为：2009.

三、解答题（本大题共 9 个小题，第 17、18、19 题每小题 6 分，第 20、21 题每小题 6 分，第 22、23 题每小题 6 分，第 24、25 题每小题 6 分，共 72 分，解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤）

17.（6 分）计算：$(\frac{1}{4})^{-1}+|-\sqrt{3}|-2\cos30°-(\pi-6.8)^{0}$.

【解答】解：$(\frac{1}{4})^{-1}+|-\sqrt{3}|-2\cos30°-(\pi-6.8)^{0}$

$=4+\sqrt{3}-2\times\frac{\sqrt{3}}{2}-1$

$=4+\sqrt{3}-\sqrt{3}-1$

$=3$.

18.（6 分）先化简，再求值：$2m-m(m-2)+(m+3)(m-3)$，其中 $m=\frac{5}{2}$.

【解答】解：$2m-m(m-2)+(m+3)(m-3)$

$=2m-m^2+2m+m^2-9$

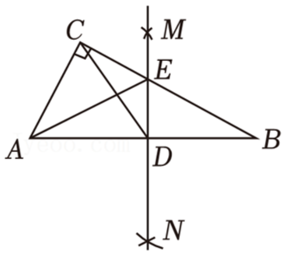
$=4m-9$，

当 $m=\frac{5}{2}$时，原式$=4\times\frac{5}{2}-9=10-9=1$.

19.（6 分）如图，在 Rt△ABC 中，$\angle ACB=90°$，$AB=2\sqrt{5}$，$AC=2$，分别以点 A，B 为圆心，大于$\frac{1}{2}AB$的长为半径画弧，两弧分别交于点 M 和 N，作直线 MN 分别交 AB，BC 于点 D，E，连接 CD，AE.

（1）求 CD 的长；

（2）求△ACE 的周长.



【解答】解：（1）由作图过程可知，直线 MN 为线段 AB 的垂直平分线，

$\therefore$点 D 为 AB 的中点，

$\therefore CD=\frac{1}{2}AB=\sqrt{5}$.

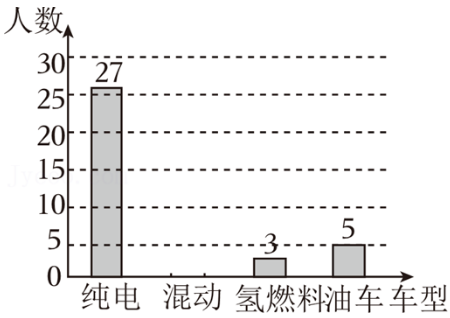
（2）在 Rt△ABC 中，由勾股定理得，$BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=\sqrt{(2\sqrt{5})^2-2^2}=4$.

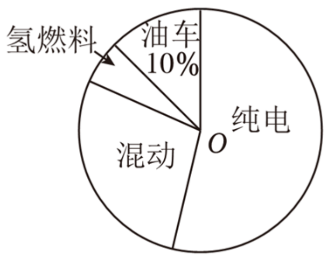
$\because$直线 MN 为线段 AB 的垂直平分线，

∴$EA=EB$.

∴△ACE 的周长为 $AC+CE+EA=AC+CE+EB=AC+BC=2+4=6$.

20.（8 分）中国新能源产业异军突起．中国车企在政策引导和支持下，瞄准纯电、混动和氢燃料等多元技术路线，加大研发投入形成了领先的技术优势.2023 年，中国新能源汽车产销量均突破 900 万辆，连续 9 年位居全球第一．在某次汽车展览会上，工作人员随机抽取了部分参展人员进行了“我最喜欢的汽车类型”的调查活动（每人限选其中一种类型），并将数据整理后，绘制成下面有待完成的统计表、条形统计图和扇形统计图.





类型	人数	百分比
纯电	m	54%
混动	n	a%
氢燃料	3	b%
油车	5	c%

请根据以上信息，解答下列问题：

（1）本次调查活动随机抽取了 __50__ 人；表中 $a=$ __30__，$b=$ __6__；

（2）请补全条形统计图；

（3）请计算扇形统计图中“混动”类所在扇形的圆心角的度数；

（4）若此次汽车展览会的参展人员共有 4000 人，请你估计喜欢新能源（纯电、混动、氢燃料）汽车的有多少人？

【解答】解：（1）本次调查活动随机抽取了 27÷54%=50（人），

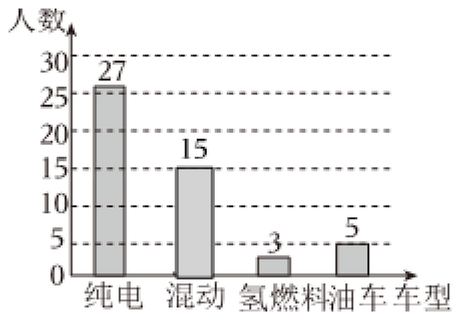
∴$n=50-27-3-5=15$，

∴$a\%=\frac{15}{50}\times100\%=30\%$，$b\%=\frac{3}{50}\times100\%=6\%$，

∴$a=30$，$b=6$；

故答案为：50，30，6；

（2）补全条形统计图如图所示：



（3）$360° \times 30\% = 108°$，

答：扇形统计图中“混动”类所在扇形的圆心角的度数为 108°；

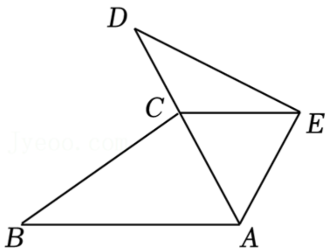
（4）$4000\times(54\%+30\%+6\%)=3600$（人），

答：估计喜欢新能源（纯电、混动、氢燃料）汽车的有 3600 人．

21．（8 分）如图，点 C 在线段 AD 上，$AB=AD$，$\angle B=\angle D$，$BC=DE$．

（1）求证：$\triangle ABC\cong\triangle ADE$；

（2）若 $\angle BAC=60°$，求 $\angle ACE$ 的度数．



【解答】（1）证明：在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 中，

$$\begin{cases} BC=DE \\ \angle B=\angle D, \\ AB=AD \end{cases}$$

∴ $\triangle ABC\cong\triangle ADE$（$SAS$）．

（2）解：由（1）得 $\triangle ABC\cong\triangle ADE$，

∴ $AC=AE$，$\angle BAC=\angle DAE=60°$，

∴ $\angle AEC=\angle ACE$，

∵ $\angle AEC+\angle ACE=2\angle ACE=180°-\angle DAE=120°$，

∴ $\angle ACE=60°$，

∴ $\angle ACE$ 的度数是 60°．

22．（9 分）刺绣是我国民间传统手工艺，湘绣作为中国四大刺绣之一，闻名中外，在巴黎奥运会倒计时 50 天之际，某国际旅游公司计划购买 A、B 两种奥运主题的湘绣作品作为纪念品．已知购买 1 件 A 种湘

绣作品与2件 B 种湘绣作品共需要700元，购买2件 A 种湘绣作品与3件 B 种湘绣作品共需要1200元．

（1）求 A 种湘绣作品和 B 种湘绣作品的单价分别为多少元？

（2）该国际旅游公司计划购买 A 种湘绣作品和 B 种湘绣作品共200件，总费用不超过50000元，那么最多能购买 A 种湘绣作品多少件？

【解答】解：（1）设 A 种湘绣作品的单价为 x 元，B 种湘绣作品的单价为 y 元，

根据题意得：$\begin{cases}x+2y=700\\2x+3y=1200\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}x=300\\y=200\end{cases}$．

答：A 种湘绣作品的单价为300元，B 种湘绣作品的单价为200元；

（2）设购买 A 种湘绣作品 m 件，则购买 B 种湘绣作品（$200-m$）件，

根据题意得：$300m+200(200-m)\leqslant 50000$，

解得：$m\leqslant 100$，

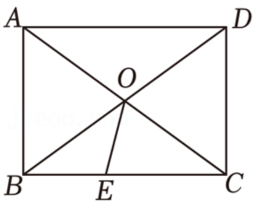
$\therefore m$ 的最大值为100．

答：最多能购买100件 A 种湘绣作品．

23．（9分）如图，在▱$ABCD$ 中，对角线 AC，BD 相交于点 O，$\angle ABC=90°$．

（1）求证：$AC=BD$；

（2）点 E 在 BC 边上，满足 $\angle CEO=\angle COE$．若 $AB=6$，$BC=8$，求 CE 的长及 $\tan\angle CEO$ 的值．



【解答】（1）证明：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，$\angle ABC=90°$，

∴四边形 $ABCD$ 是矩形，

$\therefore AC=BD$．

（2）作 $OH\perp BC$ 于点 H，则 $\angle OHE=\angle OHC=90°$，

$\because \angle ABC=90°$，$AB=6$，$BC=8$，

$\therefore AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{6^2+8^2}=10$，

$\therefore OC=OA=\frac{1}{2}AC=5$，

$\because \angle CEO=\angle COE$，

$\therefore CE=OC=5$，

$\because OC=OA=\frac{1}{2}AC$，$OB=OD=\frac{1}{2}BD$，且 $AC=BD$，

$\therefore OC=OB$，

$\therefore HC=HB=\frac{1}{2}BC=4$，

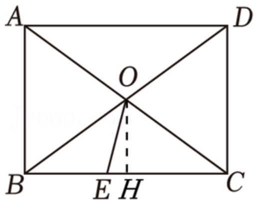
$\therefore EH=CE-HC=5-4=1$，

$\because \frac{OH}{HC}=\frac{AB}{BC}=\tan\angle ACB$，

$\therefore OH=\frac{AB}{BC}\cdot HC=\frac{6}{8}\times 4=3$，

$\therefore \tan\angle CEO=\frac{OH}{EH}=\frac{3}{1}=3$，

$\therefore CE$ 的长为 5，$\tan\angle CEO$ 的值为 3．



24．（10 分）对于凸四边形，根据它有无外接圆（四个顶点都在同一个圆上）与内切圆（四条边都与同一个圆相切），可分为四种类型，我们不妨约定：

既无外接圆，又无内切圆的四边形称为“平凡型无圆”四边形；

只有外接圆，而无内切圆的四边形称为“外接型单圆”四边形；

只有内切圆，而无外接圆的四边形称为“内切型单圆”四边形；

既有外接圆，又有内切圆的四边形称为“完美型双圆”四边形．

请你根据该约定，解答下列问题：

（1）请你判断下列说法是否正确（在题后相应的括号中，正确的打“√”，错误的打“×”）．

①平行四边形一定不是“平凡型无圆”四边形；<u>　×　</u>

②内角不等于 90° 的菱形一定是“内切型单圆”四边形；<u>　√　</u>

③若“完美型双圆”四边形的外接圆圆心与内切圆圆心重合，外接圆半径为 R，内切圆半径为 r，则有 $R=\sqrt{2}r$．<u>　√　</u>

（2）如图 1，已知四边形 $ABCD$ 内接于⊙O，四条边长满足：$AB+CD\neq BC+AD$．

①该四边形 $ABCD$ 是“<u>　外接型单圆　</u>”四边形（从约定的四种类型中选一种填入）；

②若∠BAD 的平分线 AE 交⊙O 于点 E，∠BCD 的平分线 CF 交⊙O 于点 F，连接 EF．求证：EF 是⊙O 的直径．

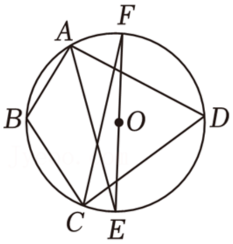


图1

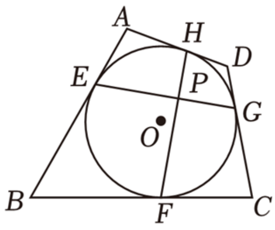


图2

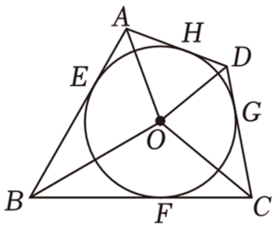


图3

（3）已知四边形 $ABCD$ 是“完美型双圆”四边形，它的内切圆⊙O 与 AB，BC，CD，AD 分别相切于点 E，F，G，H．

①如图 2，连接 EG，FH 交于点 P．求证：$EG \perp FH$；

②如图 3，连接 OA，OB，OC，OD，若 $OA=2$，$OB=6$，$OC=3$，求内切圆⊙O 的半径 r 及 OD 的长．

【解答】解：（1）①当平行四边形的对角不互补时，对边和不相等时，

即内角不等于 90° 且邻边不相等的平行四边形是“平凡型无圆”四边形，

故①错误；

②∵内角不等于 90° 的菱形对角不互补，但是对边之和相等，

∴菱形是“内切型单圆”四边形，

故②正确；

③由题可知外接圆圆心与内切圆圆心重合的“完美型双圆”四边形是正方形，

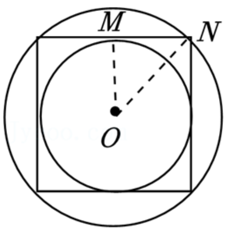
如图，此时 $OM=r$，$ON=R$，

∵△OMN 是等腰直角三角形，

∴$ON=\sqrt{2}OM$，

∴$R=\sqrt{2}r$，

故③正确．



故答案为：①（×）；②（√），③（√）．

（2）①该四边形 $ABCD$ 是“外接型单圆”四边形；

理由：∵$AB+CD \neq BC+AD$，

∴四边形 $ABCD$ 无内切圆．

∴四边形 $ABCD$ 是“外接型单圆”四边形；

②证法 1：如图 1，∵AE 平分$\angle BAD$，CF 平分$\angle BCD$，

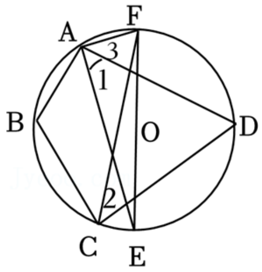


图1

∴$\overset{\frown}{BE}=\overset{\frown}{DE}$，$\overset{\frown}{BF}=\overset{\frown}{DF}$，

∴$\overset{\frown}{BE}+\overset{\frown}{BF}=\overset{\frown}{DE}+\overset{\frown}{DF}$，即$\overset{\frown}{EBF}=\overset{\frown}{EDF}$，

∴$\overset{\frown}{EBF}$与$\overset{\frown}{EDF}$均为半圆，

∴EF 是⊙O 的直径.

证法 2：如图 1，连接 AF.

∵四边形 $ABCD$ 内接于⊙O，

∴$\angle BAD+\angle BCD=180°$，

∵AE 平分$\angle BAD$，CF 平分$\angle BCD$，

∴ $\angle 1=\frac{1}{2}\angle BAD$，$\angle 2=\frac{1}{2}\angle BCD$，

∴$\angle 1+\angle 2=90°$，

由同弧所对的圆周角相等可得$\angle 2=\angle 3$，

∴$\angle 1+\angle 3=90°$，即$\angle EAF=90°$.

∴EF 是⊙O 的直径

证法 3：如图 2，连接 FD，ED.

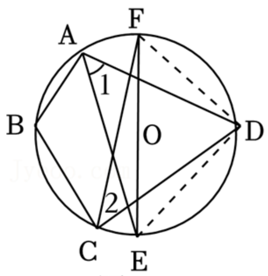


图2

∵四边形 $ABCD$ 内接于⊙O，

∴$\angle BAD+\angle BCD=180°$，

由题意，得 $\angle 1=\frac{1}{2}\angle BAD$，$\angle 2=\frac{1}{2}\angle BCD$，

∵由同弧所对的圆周角相等可得：$\angle EFD=\angle 1$，$\angle FED=\angle 2$，

∴$\angle EFD+\angle FED=\frac{1}{2}(\angle BAD+\angle BCD)=90°$，

∴$\angle FDE=90°$．

∴EF 是⊙O 的直径．

（3）①证明：如图 3，连接 OE，OF，OG，OH，HG．

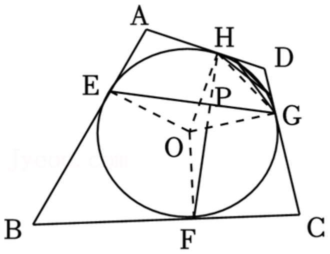


图3

∵⊙O 是四边形 $ABCD$ 的内切圆，

∴$OE\perp AB$，$OF\perp BC$，$OG\perp CD$，$OH\perp AD$．

∴$\angle OEA=\angle OHA=90°$．

∴在四边形 $EAHO$ 中，$\angle A+\angle EOH=360°-90°-90°=180°$．

同理可证 $\angle FOG+\angle C=180°$，

∵四边形 $ABCD$ 是“完美型双圆”四边形，

∴四边形 $ABCD$ 有外接圆，

∴$\angle A+\angle C=180°$，

∴$\angle EOH=\angle C$．

∴$\angle FOG+\angle EOH=180°$

又∵$\angle FHG=\frac{1}{2}\angle FOG$，$\angle EGH=\frac{1}{2}\angle EOH$，

∴$\angle FHG+\angle EGH=90°$．

∴$\angle HPG=90°$，即 $EG\perp FH$．

②方法 1：如图 4，连接 OE，OF，OG，OH．

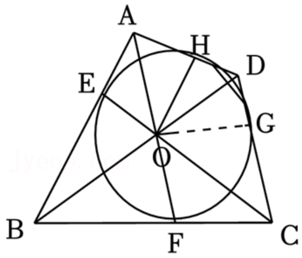


图4

∵四边形 $ABCD$ 是“完美型双圆”四边形，

∴$\angle OAH+\angle OAE+\angle OCG+\angle OCF=180°$．

∵⊙O 与 AB，BC，CD，AD 分别相切于点 E，F，G，H，

∴$\angle OAH=\angle OAE$，$\angle OCG=\angle OCF$.

∴$\angle OAH+\angle OCG=90°$．

∵$\angle COG+\angle OCG=90°$，

∴$\angle OAH=\angle COG$.

∵$\angle AHO=\angle OGC=90°$，

∴$\triangle AOH\backsim\triangle OCG$.

∴$\frac{AO}{OC}=\frac{OH}{CG}$，即$\frac{2}{3}=\frac{r}{CG}$，

解得$CG=\frac{3}{2}r$，

在 $Rt\triangle OGC$ 中，有 $OG^2+CG^2=OC^2$，即$r^2+(\frac{3}{2}r)^2=3^2$，

解得$r=\frac{6}{13}\sqrt{13}$，

在 $Rt\triangle OBE$ 中，$BE=\sqrt{OB^2-r^2}=\sqrt{6^2-\frac{36}{13}}=\frac{12}{13}\sqrt{39}$

同理可证$\triangle BEO\backsim\triangle OHD$，

所以$\frac{BE}{OH}=\frac{OB}{OD}$，即$\frac{12\sqrt{39}}{\frac{6}{13}\sqrt{13}}=\frac{6}{OD}$，

解得$OD=\sqrt{3}$.

方法 2：如图 4，

由$\triangle AOH\backsim\triangle OCG$，得$\frac{AO}{OC}=\frac{OH}{CG}$，即$\frac{2}{3}=\frac{r}{\sqrt{3^2-r^2}}$，

解得$r=\frac{6\sqrt{13}}{13}$，

由$\triangle BEO\backsim\triangle OHD$，

得$\frac{BE}{OH}=\frac{OB}{OD}$，即$\frac{\sqrt{36-\frac{36}{13}}}{\frac{6\sqrt{13}}{13}}=\frac{6}{OD}$，

解得$OD=\sqrt{3}$.

25.（10分）已知四个不同的点A（x_1，y_1），B（x_2，y_2），C（x_3，y_3），D（x_4，y_4）都在关于x的函数$y=ax^2+bx+c$（a，b，c是常数，$a\neq0$）的图象上.

（1）当A，B两点的坐标分别为（﹣1，﹣4），（3，4）时，求代数式$2024a+1012b+\frac{3}{7}$的值；

（2）当A，B两点的坐标满足$a^2+2(y_1+y_2)a+4y_1y_2=0$时，请你判断此函数图象与$x$轴的公共点的个数，并说明理由；

（3）当$a>0$时，该函数图象与x轴交于E，F两点，且A，B，C，D四点的坐标满足：$2a^2+2(y_1+y_2)a+y_1^2+y_2^2=0$，$2a^2-2(y_3+y_4)a+y_3^2+y_4^2=0$．请问是否存在实数（$m>1$），使得$AB$，$CD$，$m\bullet EF$这三条线段组成一个三角形，且该三角形的三个内角的大小之比为1：2：3？若存在，求出m的值和此时函数的最小值；若不存在，请说明理由（注：$m\bullet EF$表示一条长度等于EF的m倍的线段）.

【解答】解：（1）将A（﹣1，﹣4），B（3，4）代入$y=ax^2+bx+c$得$\begin{cases}a-b+c=-4，①\\9a+3b+c=4．②\end{cases}$，

②﹣①得$8a+4b=8$，即$2a+b=2$.

$\therefore 2024a+1012b+\frac{3}{7}=1012(2a+b)+\frac{3}{7}=2024\frac{3}{7}$.

（2）此函数图象与x轴的公共点个数为两个.

方法1：由$a^2+2(y_1+y_2)a+4y_1y_2=0$，

得$(a+2y_1)(a+2y_2)=0$，

$\therefore y_1=-\frac{a}{2}$，$y_2=-\frac{a}{2}$，

①当$a>0$时，$-\frac{a}{2}<0$，此抛物线开口向上，而A，B两点之中至少有一个点在x轴的下方，

∴此时该函数图象与x轴有两个公共点；

②当$a<0$时，$-\frac{a}{2}>0$，此抛物线开口向下，而A，B两点之中至少有一个点在x轴的上方，

∴此时该函数图象与x轴也有两个公共点.

综上所述，此函数图象与x轴必有两个公共点.

方法2：由$a^2+2(y_1+y_2)a+4y_1y_2=0$，

得$(a+2y_1)(a+2y_2)=0$，

$\therefore y_1=-\frac{a}{2}$，$y_2=-\frac{a}{2}$，

∴抛物线上存在纵坐标为 $-\frac{a}{2}$的点，即一元二次方程 $ax^2+bx+c=-\frac{a}{2}$有解．

∴该方程根的判别式 $\triangle=b^2-4a(c+\frac{a}{2})\geqslant0$，即 $b^2-4ac\geqslant2a^2$．

∵$a\neq0$，所以 $b^2-4ac>0$．

∴原函数图象与 x 轴必有两个公共点．

方法 3：由 $a^2+2(y_1+y_2)a+4y_1y_2=0$，

可得 $y_1=-\frac{a}{2}$或 $y_2=-\frac{a}{2}$．

①当 $y_1=-\frac{a}{2}$时，有 $ax_1^2+bx_1+c=-\frac{a}{2}$，即 $ax_1^2+bx_1+\frac{a}{2}=-c$，

$\therefore \triangle=b^2-4ac=b^2+4a(ax_1^2+bx_1+\frac{a}{2})=2a^2+(2ax_1+b)^2>0$．

此时该函数图象与 x 轴有两个公共点．

②当 $y_2=-\frac{a}{2}$时，同理可得△＞0，此时该函数图象与 x 轴也有两个公共点．

综上所述，该函数图象与 x 轴必有两个公共点．

（3）因为 $a>0$，所以该函数图象开口向上．

$\because 2a^2+2(y_1+y_2)a+y_1^2+y_2^2=0$，

$\therefore (a+y_1)^2+(a+y_2)^2=0$，

∴$y_1=y_2=-a$．

$\because 2a^2-2(y_3+y_4)a+y_3^2+y_4^2=0$，

$\therefore (a-y_3)^2+(a-y_4)^2=0$，

∴$y_3=y_4=a$，

∴直线 AB，CD 均与 x 轴平行．

由（2）可知该函数图象与 x 轴必有两个公共点，

设 E（x_5，0），F（x_6，0）．

由图象可知 $-a>\frac{4ac-b^2}{4a}$，即 $b^2-4ac>4a^2$，

∴$ax^2+bx+c=-a$ 的两根为 x_1、x_2，

$\therefore AB=|x_1-x_2|=\frac{\sqrt{b^2-4a(c+a)}}{|a|}$，

同理 $ax^2+bx+c=a$ 的两根为 x_3、x_4，可得 $CD=|x_3-x_4|=\frac{\sqrt{b^2-4a(c-a)}}{|a|}$，

同理 $ax^2+bx+c=0$ 的两根为 x_5、x_6，可得 $m\cdot EF=m\cdot|x_5-x_6|=m\cdot\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{|a|}$，

由于 $m>1$，结合图象与计算可得 $AB<EF<m\cdot EF$，$AB<CD$.

若存在实数 m（$m>1$），使得 AB，CD，$m\cdot EF$ 这三条线段组成一个三角形，且该三角形的三个内角的大小之比为 1：2：3，则此三角形必定为两锐角分别为 30°、60° 的直角三角形，

∴线段 AB 不可能是该直角三角形的斜边.

①当以线段 CD 为斜边，且两锐角分别为 30°，60° 时，

∵$m\cdot EF>AB$，

∴必须同时满足：$AB^2+(m\cdot EF)^2=CD^2$，$m\cdot EF=\sqrt{3}AB$.

将上述各式代入化简可得 $m^2=\frac{8a^2}{b^2-4ac}<\frac{8a^2}{4a^2}=2$，且 $m^2=\frac{3(b^2-4ac-4a^2)}{b^2-4ac}$，

联立解之得 $b^2-4ac=\frac{20a^2}{3}$，$m^2=\frac{8a^2}{b^2-4ac}=\frac{6}{5}<2$，

解得 $m=\frac{\sqrt{30}}{5}>1$，符合要求.

∴ $m=\frac{\sqrt{30}}{5}$，此时该函数的最小值为 $\frac{4ac-b^2}{4a}=\frac{-\frac{20a^2}{3}}{4a}=-\frac{5a}{3}$.

②当以线段 $m\cdot EF$ 为斜边时，必有 $AB^2+CD^2=(m\cdot EF)^2$，

同理代入化简可得 $2(b^2-4ac)=m^2(b^2-4ac)$，

解得 $m=\sqrt{2}$，

∵以线段 $\sqrt{2}EF$ 为斜边，且有一个内角为 60°，而 $CD>AB$，

∴$CD=AB\cdot\tan60°$，即 $\sqrt{b^2-4a(c-a)}=\sqrt{3}\cdot\sqrt{b^2-4a(c+a)}$，

化简得 $b^2-4ac=8a^2>4a^2$ 符合要求.

∴ $m=\sqrt{2}$，此时该函数的最小值为 $\frac{4ac-b^2}{4a}=\frac{-8a^2}{4a}=-2a$.

综上所述，存在两个 m 的值符合题意；当 $m=\frac{\sqrt{30}}{5}$ 时，此时该函数的最小值为 $-\frac{5a}{3}$，当 $m=\sqrt{2}$ 时，此时该函数的最小值为 $-2a$.