**2022年长沙市初中学业水平考试试卷**

**数学**

**注意事项：**

**1.答题前，请考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚，并认真核对条形码上的姓名、准考证号、考室和座位号；**

**2.必须在答题卡上答题，在草稿纸、试题卷上答题无效；**

**3.答题时，请考生注意各大题题号后面的答题提示；**

**4.请勿折叠答题卡，保持字体工整、笔迹清晰、卡面清洁；**

**5.答题卡上不得使用涂改液、涂改胶和贴纸；**

**6.本学科试卷共25个小题，考试时量120分钟，满分120分．**

**一、选择题（在下列各题的四个选项中，只有一项是符合题意的．请在答题卡中填涂符合题意的选项．本大题共10个小题，每小题3分，共30分）**

1. 的相反数是（ ）

A.  B.  C.  D. 6

【答案】D

【解析】

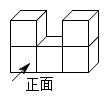
【分析】根据只有符号不同的两个数互为相反数进行解答即可得．

【详解】解：的相反数是6．

故选D．

【点睛】本题考查了相反数的定义，熟练掌握相反数的定义是解题的关键．

2. 如图是由5个大小相同的正方体组成的几何体，该几何体的主视图是（ ）



A.  B. 

C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】根据从正面看的图形是主视图即可求解．

【详解】解：该几何体的主视图是



故选B．

【点睛】考查几何体的三视图的知识，从正面看的图形是主视图，从左面看到的图形是左视图，从上面看到的图象是俯视图．掌握以上知识是解题的关键．

3. 下列说法中，正确的是（ ）

A. 调查某班45名学生的身高情况宜采用全面调查

B. “太阳东升西落”是不可能事件

C. 为了直观地介绍空气各成分的百分比，最适合使用的统计图是条形统计图

D. 任意投掷一枚质地均匀的硬币26次，出现正面朝上的次数一定是13次

【答案】A

【解析】

【分析】根据全面调查与普查，随机事件，必然事件，统计图的选择，逐项分析判断即可求解．

【详解】解：A. 调查某班45名学生的身高情况宜采用全面调查，故该选项正确，符合题意；

B. “太阳东升西落”是必然事件，故该选项不正确，不符合题意；

C. 为了直观地介绍空气各成分的百分比，最适合使用的统计图是扇形统计图，故该选项不正确，不符合题意；

D. 任意投掷一枚质地均匀的硬币26次，出现正面朝上的次数可能是13次,故该选项不正确，不符合题意；

故选A

【点睛】本题考查了全面调查与普查，随机事件，必然事件，统计图的选择，掌握以上知识是解题的关键．根据确定事件和随机事件的定义来区分判断即可，必然事件和不可能事件统称确定性事件；必然事件：在一定条件下，一定会发生的事件称为必然事件；不可能事件：在一定条件下，一定不会发生的事件称为不可能事件；随机事件：在一定条件下，可能发生也可能不发生的事件称为随机事件．条形统计图能很容易看出数量的多少；折线统计图不仅容易看出数量的多少，而且能反映数量的增减变化情况；扇形统计图能反映部分与整体的关系；由普查得到的调查结果比较准确，但所费人力、物力和时间较多，而抽样调查得到的调查结果比较近似，由此根据情况选择即可．

4. 下列计算正确的是（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】根据同底数幂的除法，合并同类项，单项式的乘法，完全平方公式逐项分析判断即可求解．

【详解】解：A. ，故该选项正确，符合题意；

B. ，故该选项不正确，不符合题意；

C. ，故该选项不正确，不符合题意；

D. ，故该选项不正确，不符合题意；

故选A

【点睛】本题考查了同底数幂除法，合并同类项，单项式的乘法，完全平方公式，掌握运算法则以及乘法公式是解题的关键．

5. 在平面直角坐标系中，点关于原点对称的点的坐标是（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】根据关于原点对称的两个点，横坐标、纵坐标分别互为相反数，即可求解．

【详解】解：点关于原点对称的点的坐标是．

故选D．

【点睛】本题考查了关于原点对称的点的坐标特征，掌握关于原点对称的两个点，横坐标、纵坐标分别互为相反数是解题的关键．

6. 《义务教育课程标准（2022年版）》首次把学生学会炒菜纳入劳动教育课程，并做出明确规定．某班有7名学生已经学会炒的菜品的种数依次为：3，5，4，6，3，3，4，则这组数据的众数和中位数分别是（ ）

A. 3，4 B. 4，3 C. 3，3 D. 4，4

【答案】A

【解析】

【分析】根据众数及中位数的概念进行判断即可．

【详解】3出现次数最多，

众数是3；

把这组数据从小到大排序为：3，3，3，4，4，5，6，

4位于第四位，

中位数为4；

故选：A．

【点睛】本题考查了众数及中位数的概念，一组数据中，出现次数最多的数为众数；按从小到大（或从大到小）顺序排列，处于中间位置的一个数（或两个数的平均数）为这组数据的中位数，熟练掌握这两个知识点是解题的关键．

7. 为落实“双减”政策，某校利用课后服务开展了主题为“书香满校园”的读书活动．现需购买甲，乙两种读本共100本供学生阅读，其中甲种读本的单价为10元/本，乙种读本的单价为8元/本，设购买甲种读本*x*本，则购买乙种读本的费用为（ ）

A. 元 B. 元 C. 元 D. 元

【答案】C

【解析】

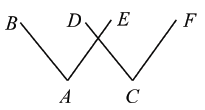
【分析】根据题意列求得购买乙种读本本，根据单价乘以数量即可求解．

【详解】解：设购买甲种读本*x*本，则购买乙种读本本，乙种读本的单价为8元/本，则则购买乙种读本的费用为元

故选C

【点睛】本题考查了列代数式，理解题意是解题的关键．

8. 如图，，则的度数为（ ）



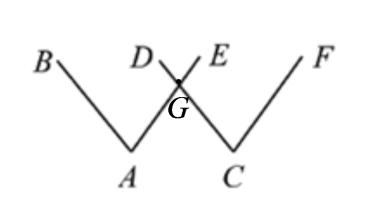
A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】根据平行线的性质即可求解．

【详解】如图，设交于点，



，，



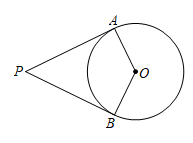




故选：C．

【点睛】本题考查了平行线性质，掌握平行线的性质是解题的关键．

9. 如图，*PA*，*PB*是的切线，*A*、*B*为切点，若，则的度数为（ ）



A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】根据切线的性质以及四边形的内角和即可求解．

【详解】解：∵*PA*，*PB*是的切线，

∴，

，

，

则，

故选B．

【点睛】本题考查了切线的性质以及四边形的内角和，掌握切线的性质是解题的关键．

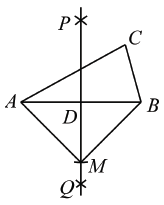
10. 如图，在中，按以下步骤作图：

①分别过点*A*、*B*为圆心，大于的长为半径画弧，两弧交于*P*、*Q*两点；

②作直线*PQ*交*AB*于点*D*；

③以点*D*为圆心，*AD*长为半径画弧交*PQ*于点*M*、连接*AM*、*BM*．

若，则*AM*的长为（ ）



A. 4 B. 2 C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】根据作图可知垂直平分，，是等腰直角三角形，据此即可求解．

【详解】解：由作图可得垂直平分，

则是等腰直角三角形

∴由勾股定理得：

故选：B．

【点睛】本题考查了作垂线，等腰直角三角形的性质，勾股定理，掌握基本作图理解题意是解题的关键．

**二、填空题（本大题共6个小题，每小题3分，共18分）**

11. 若式子在实数范围内有意义，则实数的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】根据二次根式有意义的条件可得，求解即可．

【详解】式子在实数范围内有意义，

，

解得，

故答案为：．

【点睛】本题考查了二次根式有意义的条件，即被开方数大于等于0，熟练掌握知识点是解题的关键．

12. 分式方程的解是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ .

【答案】*x*=2

【解析】

【详解】解：两边同乘*x*（*x*+3），得2（*x*+3）=5*x*，

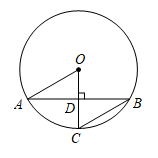
解得*x*=2，

经检验*x*=2是原方程的根；

故答案为：*x*=2．

【点睛】考点：解分式方程．

13. 如图，*A*、*B*、*C*是上的点，，垂足为点*D*，且*D*为*OC*的中点，若，则*BC*的长为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

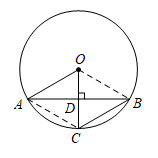


【答案】7

【解析】

【分析】根据垂径定理可得垂直平分，根据题意可得平方，可得四边形是菱形，进而根据菱形的性质即可求解．

【详解】解：如图，连接，



 *A*、*B*、*C*是上的点，，

，

 *D*为*OC*的中点，

，

四边形是菱形，，

．

故答案：7．

【点睛】本题考查了垂径定理，菱形的性质与判定，掌握垂径定理是解题的关键．

14. 关于的一元二次方程有两个不相等的实数根，则实数*t*的值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】根据关于的一元二次方程有两个不相等的实数根，可得，求解即可．

【详解】关于的一元二次方程有两个不相等的实数根，

，

，

故答案为：．

【点睛】本题考查了一元二次方程根的判别式，即一元二次方程的根与有如下关系：当时，方程有两个不相等的实数根；当时，方程有两个相等的实数根；当时，方程没有实数根，熟练掌握知识点是解题的关键．

15. 为了解某校学生对湖南省“强省会战略”的知晓情况，从该校全体1000名学生中，随机抽取了100名学生进行调查．结果显示有95名学生知晓．由此，估计该校全体学生中知晓湖南省“强省会战略”的学生有\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_名．

【答案】

【解析】

【分析】用即可求解．

【详解】解：估计该校全体学生中知晓湖南省“强省会战略”的学生有（名）

故答案为：

【点睛】本题考查了用样本估计总体，掌握用样本估计总体是解题的关键．

16. 当今大数据时代，“二维码”具有存储量大．保密性强、追踪性高等特点，它己被广泛应用于我们的日常生活中，尤其在全球“新冠”疫情防控期间，区区“二维码”己经展现出无穷威力．看似“码码相同”，实则“码码不同”．通常，一个“二维码”由1000个大大小小的黑白小方格组成，其中小方格专门用做纠错码和其他用途的编码，这相当于1000个方格只有200个方格作为数据码．根据相关数学知识，这200个方格可以生成个不同的数据二维码，现有四名网友对的理解如下：

*YYDS*（永远神）：就是200个2相乘，它是一个非常非常大的数；

*DDDD*（懂的都懂）：等于；

*JXND*（觉醒年代）：的个位数字是6；

*QGYW*（强国有我）：我知道，所以我估计比大．

其中对的理解错误的网友是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_（填写网名字母代号）．

【答案】*DDDD*

【解析】

【分析】根据乘方含义即可判断*YYDS*（永远的神）的理解是正确的；根据积的乘方的逆用，将化为，再与比较，即可判断*DDDD*（懂的都懂）的理解是错误的；根据2的乘方的个位数字的规律即可判断*JXND*（觉醒年代）的理解是正确的；根据积的乘方的逆用可得，即可判断*QGYW*（强国有我）的理解是正确的．

【详解】是200个2相乘，*YYDS*（永远的神）的理解是正确的；

，*DDDD*（懂的都懂）的理解是错误的；

，

2的乘方的个位数字4个一循环，

，

的个位数字是6，*JXND*（觉醒年代）的理解是正确的；

，，且

，故*QGYW*（强国有我）的理解是正确的；

故答案为：*DDDD*．

【点睛】本题考查了乘方的含义，幂的乘方的逆用等，熟练掌握乘方的含义以及乘方的运算法则是解题的关键．

**三、解答题（本大题共9个小题，第17、18、19题每小题6分，第20、21题每小题8分，第22、23题每小题9分，第24、25题每小题10分，共72分．解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤）**

17. 计算：．

【答案】6

【解析】

【分析】原式分别根据绝对值的代数意义、负整数指数幂、二次根式的乘方以及零指数幂运算法则化简各项后，再算加减即可．

【详解】解：

=

=6

【点睛】本题考查了实数的运算，掌握各部分的运算法则是解答本题的关键．

18. 解不等式组：

【答案】

【解析】

【分析】分别解两个一元一次不等式，再写出不等式组的解集即可．

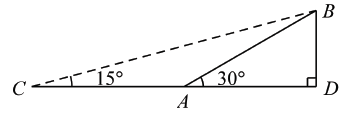
【详解】解不等式①，得，

解不等式②，得，

所以，不等式组的解集为．

【点睛】本题考查了解一元一次不等式组，熟练掌握解一元一次不等式的步骤是解题的关键．

19. 为了进一步改善人居环境，提高居民生活的幸福指数．某小区物业公司决定对小区环境进行优化改造．如图，*AB*表示该小区一段长为的斜坡，坡角于点*D*．为方便通行，在不改变斜坡高度的情况下，把坡角降为．



（1）求该斜坡的高度*BD*；

（2）求斜坡新起点*C*与原起点*A*之间的距离．（假设图中*C*，*A*，*D*三点共线）

【答案】（1）10m （2）20m

【解析】

【分析】（1）根据含30度角的直角三角形的性质即可求解．

（2）根据，可得，根据等腰三角形的性质即可求解．

【小问1详解】

，



【小问2详解】

*C*，*A*，*D*三点共线，

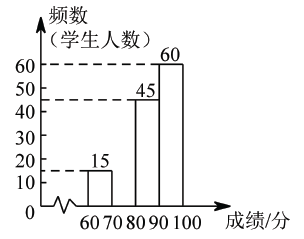




【点睛】本题考查了含30度角的直角三角形的性质，三角形的外角的性质，等角对等边，掌握以上知识是解题的关键．

20. 2022年3月22日至28日是第三十五届“中国水周”，在此期间，某校举行了主题“为推进地下水超采综合治理，复苏河湖生态环境”的水资源保护知识竞赛．为了了解本次知识竞赛成绩的分布情况，从参赛学生中随机抽取了150名学生的初赛成绩进行统计，得到如下两幅不完整的统计图表．

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 成绩*x*/分 | 频数 | 频率 |
|  | 15 | 0.1 |
|  | *a* | 0.2 |
|  | 45 | *b* |
|  | 60 | *c* |



（1）表中\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_，\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_，\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；

（2）请补全频数分布直方图：

（3）若某班恰有3名女生和1名男生的初赛成绩均为99分，从这4名学生中随机选取2名学生参加复赛，请用列表法或画树状图法求选出的2名学生恰好为一名男生、一名女生的概率．

【答案】（1）30，0.3，0.4

（2）见解析 （3）选出的2名学生恰好为一名男生、一名女生的概率为

【解析】

【分析】（1）由总人数减去已知的频数即可求出*a*的值，再根据频率等于频数除以总数可得*b*、*c*的值；

（2）根据*a*的值补全直方图即可；

（3）根据题意，列表，再根据概率公式求解即可．

【小问1详解】

，

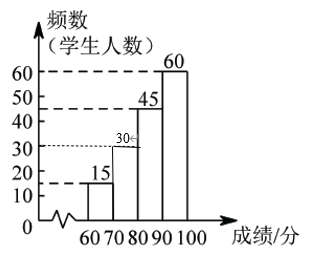
，

，

故答案为：30，0.3，0.4；

【小问2详解】

频数分布直方图如图所示：

【小问3详解】

用分别表示3名女生，用*d*表示1名男生，列表如下：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | *A* | *B* | *C* | *d* |
| *A* |  | *BA* | *CA* | *dA* |
| *B* | *AB* |  | *CB* | *dB* |
| *C* | *AC* | *BC* |  | *dC* |
| *d* | *Ad* | *Bd* | *Cd* |  |

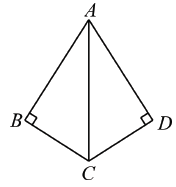
共有12种等可能结果，其中选出的2名学生恰好为一名男生、一名女生的结果有6种，

（选出的2名学生恰好为一名男生、一名女生），

∴选出的2名学生恰好为一名男生、一名女生的概率为．

【点睛】本题考查了统计表和频数分布直方图，涉及求频率，画频数分布直方图，用列表法或画树状图求概率，准确理解题意，熟练掌握知识点是解题的关键．

21. 如图，*AC*平分，垂足分别为*B*，*D*．



（1）求证：；

（2）若，求四边形*ABCD*的面积．

【答案】（1）见解析 （2）12

【解析】

【分析】（1）由角平分线的定义和垂直的定义求出，结合已知条件，利用“AAS”即可求证；

（2）由全等三角形的性质得，根据三角形的面积公式求出，再根据四边形*ABCD*的面积求解即可．

【小问1详解】

 *AC*平分，

，

，

；

【小问2详解】

，，

，

，

，

四边形*ABCD*的面积．

【点睛】本题考查全等三角形的判定和性质，角平分线的定义，熟练掌握它们是解题的关键．

22. 电影《刘三姐》中，有这样一个场景，罗秀才摇头晃脑地吟唱道：“三百条狗交给你，一少三多四下分，不要双数要单数，看你怎样分得匀？”该歌词表达的是一道数学题．其大意是：把300条狗分成4群，每个群里，狗的数量都是奇数，其中一个群，狗的数量少：另外三个群，狗的数量多且数量相同．问：应该如何分？请你根据题意解答下列问题：

（1）刘三姐的姐妹们以对歌的形式给出答案：“九十九条打猎去，九十九条看羊来，九十九条守门口，剩下三条给财主．”请你根据以上信息，判断以下三种说法是否正确，在题后相应的括号内，正确的打“√”，错误的打“×”．

①刘三姐的姐妹们给出的答案是正确的，但不是唯一正确的答案．（ ）

②刘三姐的姐妹们给出的答案是唯一正确的答案．（ ）

③该歌词表达的数学题的正确答案有无数多种．（ ）

（2）若罗秀才再增加一个条件：“数量多且数量相同的三个群里，每个群里狗的数量比数量较少的那个群里狗的数量多40条”，求每个群里狗的数量．

【答案】（1）√，×，×

（2）数量少的群里狗的数量为45只，狗的数量多且数量相同的群里狗的数量为85只

【解析】

【分析】（1）根据题意，姐妹们给出的答案是符合要求的；除此之外，还可分成97,97,97,9等，这里的每群狗的数量还需要是正整数，所以答案不是无数种，即可判断；

（2）设数量少的狗群的数量为只，则狗的数量多且数量相同的群里狗的数量为只，根据狗的总数为300只，可列一元一次方程，求解即可．

【小问1详解】

根据题意，姐妹们给出的答案是符合要求的；除此之外，还可分成97,97,97,9等，

刘三姐的姐妹们给出的答案是正确的，但不是唯一正确的答案，

∵这里的每群狗的数量还需要是正整数，

∴答案不是无数种，

∴①√，②×，③×，

故答案为：√，×，×；

【小问2详解】

设数量少的狗群的数量为只，则狗的数量多且数量相同的群里狗的数量为只，由题意得：

，

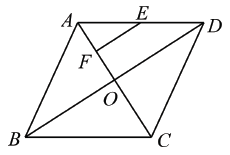
解得，

（只），

所以，数量少的群里狗的数量为45只，狗的数量多且数量相同的群里狗的数量为85只．

【点睛】本题考查了一元一次方程的实际应用，整式加减的运用，准确理解题意并熟练掌握知识点是解题的关键．

23. 如图，在中，对角线*AC*，*BD*相交于点*O*，．



（1）求证：；

（2）若点*E*，*F*分别为*AD*，*AO*的中点，连接*EF*，，求*BD*的长及四边形*ABCD*的周长．

【答案】（1）见解析 （2），四边形*ABCD*的周长为

【解析】

【分析】（1）根据对角线互相垂直的平行四边形是菱形即可得证；

（2）根据三角形中位线的性质可得，进而可得的长，中，勾股定理求得，根据菱形的性质即可求解．

【小问1详解】

证明：四边形是平行四边，，

四边形是菱形，

；

【小问2详解】

解：点*E*，*F*分别为*AD*，*AO*的中点，

是的中位线，

，

，

，

四边形是菱形，

，

，

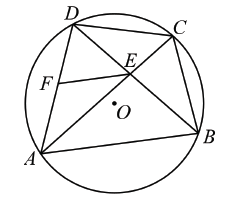
在中，，，

，

菱形形的周长为．

【点睛】本题考查了菱形的性质与判定，三角形中位线的性质，勾股定理，掌握菱形的性质与判定是解题的关键．

24. 如图，四边形*ABCD*内接于，对角线*AC*，*BD*相交于点*E*，点*F*在边*AD*上，连接*EF*．



（1）求证：；

（2）当时，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．（直接将结果填写在相应的横线上）

（3）①记四边形*ABCD*，的面积依次为，若满足，试判断，的形状，并说明理由．

②当，时，试用含*m*，*n*，*p*的式子表示．

【答案】（1）见解析 （2）0，1，0

（3）①等腰三角形，理由见解析，②

【解析】

【分析】（1）根据同弧所对的圆周角相等，对顶角相等，即可得证；

（2）由（1）的结论，根据相似三角形的性质可得，即可得出0，根据已知条件可得，，即可得出根据相似三角形的性质可得，根据恒等式变形，进而即可求解．

（3）①记的面积为，则，，根据已知条件可得，进而可得，得出，结合同弧所对的圆周角相等即可证明是等腰三角形；

②证明，，根据相似三角形的性质，得出，则，，计算即可求解．

【小问1详解】

证明：，

，

即，

又，

；

【小问2详解】

，

，

，

，

，

，

，

，

，





，

，

，

，

，

，

，

，

，

故答案为：0，1，0

【小问3详解】

①记的面积为，

则，

，

①

，

即，

②

由①②可得，

即，

，

，

即，

，

，

，

，

都为等腰三角形；

②，

，

，

，

，

，

，

，

，

又，

，

，

，

，

则，

，

．

【点睛】本题考查了圆周角定理，相似三角形的性质与判定，对于相似恒等式的推导是解题的关键．

25. 若关于*x*的函数*y*，当时，函数*y*的最大值为*M*，最小值为*N*，令函数，我们不妨把函数*h*称之为函数*y*的“共同体函数”．

（1）①若函数，当时，求函数*y*的“共同体函数”*h*的值；

②若函数（，*k*，*b*为常数），求函数*y*的“共同体函数”*h*的解析式；

（2）若函数，求函数*y*的“共同体函数”*h*的最大值；

（3）若函数，是否存在实数*k*，使得函数*y*的最大值等于函数*y*的“共同体函数”*h*的最小值．若存在，求出*k*的值；若不存在，请说明理由．

【答案】（1）①；②时，，时，

（2）

（3）时，存在

【解析】

【分析】（1）①根据新定义结合正比例函数的性质即可求解；

②根据新定义结合一次函数的性质即可求解；

（2）根据新定义结合反比例函数的性质列出，根据二次函数的性质即可求解；

（3）根据新定义结合二次函数的性质即可求解．

【小问1详解】

解：①当时，则，即，

，，随的增大而增大，

，

②若函数，当时，，

，

，

当时，则，

，

综上所述，时，，时，，

【小问2详解】

解：对于函数，

，，函数在第一象限内，随的增大而减小，

，

解得，

当时，

，

，

∵当时，随的增大而增大，

当时，取得最小值，此时取得最大值，

最大值为；

【小问3详解】

对于函数，

，抛物线开口向下，

时，随的增大而增大，

时，随的增大而减小，

当时，函数*y*的最大值等于，

在时，

①当时，即时，，，

，

的最小值为（当时），

若，

解得，

但，故不合题意，故舍去；

②当时，即时，，，

，

的最小值为（当时），

若，

解得，

但，故不合题意，故舍去

③当时，即时，，

*i*)当时，即时





对称轴为，，抛物线开口向上，在上，

当2时，有最小值，



解得

*i i*)当 时，即时，，

，

，

对称轴为，，抛物线开口向上，在上，

当2时，有最小值，



解得

综上所述，时，存在．

【点睛】本题考查了函数新定义，要掌握一次函数，反比例数，二次函数的性质，难点在于分类讨论时，的取值范围的取舍．