

# Apply Math Q

## Q4

*The lifetimes of batteries are independent with an exponential distribution with a mean of 84 days. Consider a random selection of 350 batteries. What is the probability that at least 55 of the batteries have lifetimes between 60 and 100 days?*

1. First we calculate the probability for  $A$  (1 battery to have a lifetimes between 60 and 100)
  - Lifetimes *exponential distribution* (Lecture 13)
    - $F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$
  - mean 84 days  $\rightarrow E = 84$ 
    - $\lambda = \frac{1}{E} = \frac{1}{84}$
  - the probability to have a lifetimes between 60 and 100 ( using exponential distribution)
    - $P(A) = P(60 \leq X \leq 100) = F(100) - F(60) \approx 0.1874$
2. A have only 2 outcome  $\rightarrow$  *binomial distribution* (lecture 12)  $\rightarrow$  could be expected by *normal distribution* (lecture 14)
  - Mean( $\mu$ ) of 350 batteries
    - $\mu = 350 * P(A) = 65.59$
  - Variance( $\sigma^2$ ) :  $350 * P(A) * (1 - P(A)) = 53.298$
3. calculate the requested prob

$$\begin{aligned} P(X \leq 54.5) &= 1 - P(X \leq 54.5) \\ &= 1 - \phi\left(\frac{54.5 - \mu}{\sigma}\right) \\ &= 1 - \phi(-1.52) \text{ (đối chiếu với bảng z-value)} \\ &= 1 - 0.0643 = \dots \end{aligned}$$

:))) xong rồi á,

ở trên anh dùng 54.5 thay vì 55 thì nó có 1 cái gọi là continuity correction\*

á

có gì em đọc thêm ở đây [link]

[<https://openstax.org/books/statistics/pages/7-3-using-the-central-limit-theorem#:~:text=We%20add%200.5%20if%20we,p%20q%20n%20p%20q%20.>] đoạn historical note á

## Q5

*A multiple-choice test consists of 20 questions, each with four possible answers of which only one is correct. A student passes the test if 15 or more correct answers are obtained.*

*(d): How many questions are needed in order to be 99% confident that a student who guesses blindly at each question scores no more than 35% on the test?*

- Bài này cũng na ná bài trên :V, nhưng mà a mới kiểm tra thì hình như 2 bài cuối em chưa học :))))))))) , k làm được cũng hợp lý
- mình cũng tương tự dùng binomial distribution + normal distribution là ra
- coi n là số câu hỏi
- $P(X < n) = \phi\left(\frac{x - \mu - 0.05}{\sigma}\right)$ 
  - x:  $0.35 * n$  (35% của toàn bộ câu hỏi)
  - $\mu$  :  $0.25 * n$  (xác suất lụi dính 25%)
  - 0.05 là *continuity correction*
  - $\sigma$  :  $0.25 * 0.75 * n$
- coi trong bảng z value thì 99% ~ 2.33
- giờ mình giải sao cho  $P(X < n) \approx 2.33$  là xong :V
- anh giải ra bằng 101.7 nma cái này là discrete var thế nên em lấy 101 hay 102 cũng được, k thì em để đáp án là 101.7 luôn :)))))) tại cái công thức này mình học cũng chỉ ước tính đc thôi chứ không có tính hoàn toàn ra được.