**雪球期权定价记录**

**一、定价**

基本思想：因为雪球类产品为路径依赖型产品，所以对标的价格进行足够次数的路径模拟，之后计算每一路径下对应的期权收益情况，将收益折现后计算所有折现值的平均值，作为估计的雪球价格。根据风险中性定价，贴现因子选择无风险贴现因子。

具体模拟方法是假设标的价格服从几何布朗运动，标的价格的SDE为：

其中是t时刻的股票价格，r为无风险利率，是标的资产的波动率，服从布朗运动：

根据推到能够得到相应的标的价格表达式：

可以看到表达式中只有是随机变量且服从标准正态分布，因此对标准正态分布进行抽样就能够实现对标的价格的模拟。**需要注意在实现时只能利用该公式对日度收益率进行模拟，同时无风险利率，波动率和t均为年化变量。**

之后每条路径在新增点时均进行判断，如果敲出就不继续生成直接计算票息折现，如果敲入但是没有敲出就到期后计算收益/亏损，如果两个条件都没有触发，就计算票息全期折现。**需要注意的是在对t>0的时刻定价需要针对0~t期间有没有产生敲入进行判定，因为0~t期间是否敲入会对未来产生不同的现金流，从而影响最终的定价。**

下图是对不同的t和St进行定价的曲线，从中可以看出该期权价值存在负值，并且随着到期日临近期权价值的波动是越来越大的。

参数设置:sigma = 0.13,knock\_in = 0.95,knock\_out = 1.03,r = 0.03,pay = 0.2, NT = 252

**二、DELTA**

通过期权定价即可算出DELTA值，考虑到蒙特卡洛模拟法收敛较慢，一般需要模拟100万次以上才能将误差收敛至0.1%以内，假设定价不收敛计算出来的delta值误差会非常大。

考虑到时间关系，我们一般模拟5万次（一般10s左右），为了降低delta值的误差，我们采用同路径法估算，即对于1.01\*St和0.99St每一次路径模拟时都采用相同的模拟日度收益率。通过这种方法测算出来的delta值波动很平稳，并且和券商研报的PDE法结果保持一致。下图是不同的t和St下的delta值分布图（估算参数见R）：

从中能发现随着到期日越来越近，delta的波动也是越来越大；同时delta值在St=0.85时能够达到一个峰值；在St<0.84时趋于1；在St>1之后基本就趋于0。

参数设置:sigma = 0.13,knock\_in = 0.95,knock\_out = 1.03,r = 0.03,pay = 0.2, NT = 252

为了研究波动率对于delta的影响，我们将波动率sigma设置为0.05和0.25,并绘制其delta曲线，结合sigma=0.13的曲线可以看出随着sigma的增大，delta趋于0的分界点越来越往右偏。比如sigma = 0.05时分界点约0.92，sigma = 0.13时分界点约0.99，sigma = 0.25时分界点约1.1

参数设置:sigma = 0.05,knock\_in = 0.95,knock\_out = 1.03,r = 0.03,pay = 0.2, NT = 252

参数设置:sigma = 0.25,knock\_in = 0.95,knock\_out = 1.03,r = 0.03,pay = 0.2, NT = 252

**三、客户预期收益率**

雪球期权客户的预期收益率和指数的波动率，敲入敲出价格密切相关。考虑到除了波动率之外的因素都在合约中定好了，因此通过模拟法绘制波动率和客户预期年化收益率的曲线图，从中能发现波动率越大预期收益率越低，一般中证500的波动率在15%左右时，客户可以获得14.2%的预期收益率。

**四、delta交易**

为了对冲卖出的期权风险，公司需要依据期权的delta值进行每天的对冲操作。设定操作方式如下：

初始时期持有35%的现货头寸，随着市场的下跌，delta值会上升，持有的现货头寸需要逐渐增加，持有的比例可能超过1；随着市场的上涨，delta值会下降，需要慢慢降低现货头寸，但不会卖空。

考虑到中证500的波动率一般在0.15-0.20之间，我们采用sigma = 0.15,0.20,0.25三个波动率分别模拟100条现货路径进行模拟操作，计算公司损益和客户损益