

Analisis Algoritma

Laporan Praktikum 1



Dibuat oleh:

Muhammad Iqbal Alif Fadilla
140810180020

**Universitas Padjadjaran
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan
2019**

Worksheet 3

1. Untuk $T(n) = 2 + 4 + 6 + 8 + 16 + \dots + n^2$, tentukan nilai C , $f(n)$, n_0 , dan notasi Big-O sedemikian sehingga $T(n) = O(f(n))$ jika $T(n) \leq C$ untuk semua $n \geq n_0$

$$1. T(n) = \frac{2(2^n - 1)}{2 - 1} = 2 \cdot 2^n - 2 \quad \text{Kompleksitas asimtotik} = O(f(n))$$

$$f(n) = 2^n \quad = O(2^n)$$

$$T(n) \leq C \cdot f(n)$$

Jadi

Jika $n_0 = 1$

$$C = 1$$

$$2 \cdot 2^n - 2 \leq C \cdot 2^n$$

$$f(n) = 2^n$$

$$2 \leq C \cdot 2$$

$$n_0 = 1$$

$$C \geq 1$$

$$O(2^n)$$

$$C = 1$$

2. Buktikan bahwa untuk konstanta-konstanta positif p , q , dan r :

$T(n) = pn^2 + qn + r$ adalah $O(n^2)$, $\Omega(n^2)$, dan $\Theta(n^2)$

$$T(n) = pn^2 + qn + r$$

Maka $T(n)$ berorde 2, sehingga kompleksitas asimtotiknya $O(n^2)$, $\Omega(n^2)$, $\Theta(n^2)$

Berdasarkan Teorema 3

3. Tentukan waktu kompleksitas asimptotik (Big-O, Big-Ω, dan Big-Θ) dari kode program berikut:

```

for k ← 1 to n do
  for i ← 1 to n do
    for j ← 1 to n do
       $w_{ij} \leftarrow w_{ij} \text{ or } w_{ik} \text{ and } w_{kj}$ 
    endfor
  endfor
endfor

```

$$T(n) = O(n) + O(n) + O(n) + O(1) \\ = O(n^3) \rightarrow f(n)$$

- Big O: $O(f(n)) = O(n^3)$
- Big Ω: $\Omega(f(n)) = \Omega(n^3)$
- Big Θ = $\Theta(f(n)) = \Theta(n^3)$, Karena Big O: Big Ω

4. Tulislah algoritma untuk menjumlahkan dua buah matriks yang masing-masing berukuran $n \times n$. Berapa kompleksitas waktunya $T(n)$? dan berapa kompleksitas waktu asimptotiknya yang dinyatakan dalam Big-O, Big-Ω, dan Big-Θ?

```

for i ← 1 to n do
  for j ← 1 to n do
     $hasil[i,j] \leftarrow a[i,j] + b[i,j]$ 
  endfor
endfor

```

$T(n) = O(n) + O(n) = O(n^2) \rightarrow f(n)$
 • Big - O: $O(n^2)$
 • Big - Ω: $\Omega(n^2)$
 • Big - Θ: $\Theta(n^2)$

5. Tulislah algoritma untuk menyalin (copy) isi sebuah larik ke larik lain. Ukuran elemen larik adalah n elemen. Berapa kompleksitas waktunya $T(n)$? dan berapa kompleksitas waktu asimptotiknya yang dinyatakan dalam Big-O, Big-Ω, dan Big-Θ?

```

for i ← 1 to n do
   $B(i) \leftarrow A(i)$ 
end for

```

$T(n) = O(n) \rightarrow f(n)$
 • Big - O: $O(n)$
 • Big - Ω: $\Omega(n)$
 • Big - Θ: $\Theta(n)$

6. Diberikan algoritma Bubble Sort sebagai berikut:

```

procedure BubbleSort(input/output  $a_1, a_2, \dots, a_n$ ; integer)
{ Mengurut tabel integer TabInt[1..n] dengan metode pengurutan bubble-
  sort
  Masukan:  $a_1, a_2, \dots, a_n$ 
  Keluaran:  $a_1, a_2, \dots, a_n$  (terurut menaik)
}
Deklarasi
  k : integer ( indeks untuk traversal tabel )
  pass : integer ( tahapan pengurutan )
  temp : integer ( peubah bantu untuk pertukaran elemen tabel )
Algoritma
  for pass ← 1 to n - 1 do
    for k ← n downto pass + 1 do
      if  $a_k < a_{k-1}$  then
        { pertukarkan  $a_k$  dengan  $a_{k-1}$  }
        temp ←  $a_k$ 
         $a_k$  ←  $a_{k-1}$ 
         $a_{k-1}$  ← temp
      endif
    endfor
  endfor

```

- Hitung berapa jumlah operasi perbandingan elemen-elemen tabel!
- Berapa kali maksimum pertukaran elemen-elemen tabel dilakukan?
- Hitung kompleksitas waktu asimtotik (Big-O, Big-Ω, dan Big-Θ) dari algoritma Bubble Sort tersebut!

6.a. Pass	Jumlah Operasi	
1	$n - 1$	$T(n) = (n-1) + (n-2) + \dots + 1$ $= \frac{n(n-1)}{2}$ $= \frac{(n^2 - n)}{2}$
2	$n - 2$	
3	$n - 3$	
\vdots	\vdots	
n	1	

b. Maks pertukaran elemen : $\frac{n(n-1)}{2}$

c. Kompleksitas waktu Asimtotik

Big-O : $O(n^2)$

Big-Ω : $\Omega(n^2)$

Big-Θ : $\Theta(n^2)$

7. Untuk menyelesaikan problem X dengan ukuran N tersedia 3 macam algoritma:
- (a) Algoritma A mempunyai kompleksitas waktu $O(\log N)$
 - (b) Algoritma B mempunyai kompleksitas waktu $O(N \log N)$
 - (c) Algoritma C mempunyai kompleksitas waktu $O(N^2)$
- Untuk problem X dengan ukuran $N=8$, algoritma manakah yang paling cepat? Secara asimptotik, algoritma manakah yang paling cepat?

7. Algoritma A: $O(\log 8)$ Yang Paling Cepat : Algoritma A
 Algoritma B: $O(8 \log 8)$ Karena semakin kecil angkanya
 Algoritma C: $O(64)$ Semakin sedikit operasinya

8. Algoritma mengevaluasi polinom yang lebih baik dapat dibuat dengan metode Horner berikut:

$$p(x) = a_0 + x(a_1 + x(a_2 + x(a_3 + \dots + x(a_{n-1} + a_n x))) \dots))$$

function p2(input x : real) → real
 { Mengembalikan nilai $p(x)$ dengan metode Horner }

Deklarasi

k : integer
 b_1, b_2, \dots, b_n : real

Algoritma

$b_n \leftarrow a_n$
for k ← n - 1 downto 0 do
 $b_k \leftarrow a_k + b_{k+1} * x$
endfor
return b_0

Hitunglah berapa operasi perkalian dan penjumlahan yang dilakukan oleh algoritma diatas, Jumlahkan kedua hitungan tersebut, lalu tentukan kompleksitas waktu asimptotik (Big-O)nya. Manakah yang terbaik, algoritma p atau p2?

8. Algoritma P

- Jumlah = n kali
- Kali = n kali

$$T(n) = n + n = 2n = n$$

Algoritma P2

$$T_2(n) = 1 + n = O(n)$$

P dan P2 sama-sama bagus. Karena Big-O nya sama dengan $O(n)$