Muhammad Iqbal Alif Fadilla
140810180020
Tugas 5

Analisis Algoritma

Tugas 5

Dibuat oleh:
Muhammad Iqbal Alif Fadilla
140810180020

Universitas Padjadjaran
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan
2020

Muhammad Iqbal Alif Fadilla
140810180020
Tugas 5

Studi Kasus 5

1. Program Closest Pair of Points C++

```cpp
/*
    Nama        : Muhammad Iqbal Alif Fadilla
    Kelas       : B
    NPM         : 140810180020
    Deskripsi   : Closest Pair of Points
*/

#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;

class Point
{
public:
    int x, y;
};

int compareX(const void *a, const void *b)
{
    Point *p1 = (Point *)a, *p2 = (Point *)b;
    return (p1->x - p2->x);
}

int compareY(const void *a, const void *b)
{
    Point *p1 = (Point *)a, *p2 = (Point *)b;
    return (p1->y - p2->y);
}

float dist(Point p1, Point p2)
{
    return sqrt((p1.x - p2.x) * (p1.x - p2.x) +
                (p1.y - p2.y) * (p1.y - p2.y));
}

float bruteForce(Point P[], int n)
{
    float min = FLT_MAX;
    for (int i = 0; i < n; ++i)
        for (int j = i + 1; j < n; ++j)
            if (dist(P[i], P[j]) < min)
                min = dist(P[i], P[j]);
    return min;
}

float min(float x, float y)
{
    return (x < y) ? x : y;
}

float stripClosest(Point strip[], int size, float d)
{
    float min = d; // Initialize the minimum distance as d

    qsort(strip, size, sizeof(Point), compareY);

    for (int i = 0; i < size; ++i)
        for (int j = i + 1; j < size && (strip[j].y - strip[i].y) < min; ++j)
            if (dist(strip[i], strip[j]) < min)
```

Muhammad Iqbal Alif Fadilla
140810180020
Tugas 5

```
                min = dist(strip[i], strip[j]);

    return min;
}

float closestUtil(Point P[], int n)
{
    // If there are 2 or 3 points, then use brute force
    if (n <= 3)
        return bruteForce(P, n);

    // Find the middle point
    int mid = n / 2;
    Point midPoint = P[mid];

    float dl = closestUtil(P, mid);
    float dr = closestUtil(P + mid, n - mid);

    // Find the smaller of two distances
    float d = min(dl, dr);

    Point strip[n];
    int j = 0;
    for (int i = 0; i < n; i++)
        if (abs(P[i].x - midPoint.x) < d)
            strip[j] = P[i], j++;

    return min(d, stripClosest(strip, j, d));
}

float closest(Point P[], int n)
{
    qsort(P, n, sizeof(Point), compareX);

    return closestUtil(P, n);
}

// Driver code
int main()
{
          Point P[] = {{12, 1}, {33, 21}, {54, 36}};
          int n = sizeof(P) / sizeof(P[0]);
          cout << "The smallest distance is " << closest(P, n);
          return 0;
      }
```

```
d:\Kuliah\Semester 4\Analisis Algoritma\AnalgoKu\AnalgoKu5>closest
The smallest distance is 25.807
```

2. Kompleksitas Waktu
   Kita asumsikan bahwa kita menggunakan algoritma pengurutan O (nLogn). Algoritma di atas membagi semua titik dalam dua set dan secara rekursif memanggil dua set. Setelah membelah, ia menemukan strip dalam waktu O (n), mengurutkan strip dalam waktu O (nLogn) dan akhirnya menemukan titik terdekat dalam strip dalam waktu O (n).
   Jadi T (n) dapat dinyatakan sebagai berikut :
   T (n) = 2T (n / 2) + O (n) + O (nLogn) + O (n)
   T (n) = 2T (n / 2) + O (nLogn)
   T (n) = T (n x Logn x Logn)

Muhammad Iqbal Alif Fadilla
140810180020
Tugas 5

Catatan
- Kompleksitas waktu dapat ditingkatkan menjadi O (nLogn) dengan mengoptimalkan langkah 5 dari algoritma di atas.
- Kode menemukan jarak terkecil. Dapat dengan mudah dimodifikasi untuk menemukan titik dengan jarak terkecil.
- Kode ini menggunakan pengurutan cepat yang bisa O (n ^ 2) dalam kasus terburuk. Untuk memiliki batas atas sebagai O (n (Logn) ^ 2), algoritma pengurutan O (nLogn) seperti pengurutan gabungan atau pengurutan tumpukan dapat digunakan

Studi Kasus 6

1. Program Karatsuba C++

```
/*
    Nama        : Muhammad Iqbal Alif Fadilla
    Kelas       : B
    NPM         : 140810180020
    Deskripsi   : Karatsuba Fast Multiplication Algorithm
*/
#include <iostream>
#include <stdio.h>

using namespace std;

int makeEqualLength(string &str1, string &str2)
{
    int len1 = str1.size();
    int len2 = str2.size();
    if (len1 < len2)
    {
        for (int i = 0; i < len2 - len1; i++)
            str1 = '0' + str1;
        return len2;
    }
    else if (len1 > len2)
    {
        for (int i = 0; i < len1 - len2; i++)
            str2 = '0' + str2;
    }
    return len1; // If len1 >= len2
}

// The main function that adds two bit sequences and returns the addition
string addBitStrings(string first, string second)
{
    string result; // To store the sum bits

    // make the lengths same before adding
    int length = makeEqualLength(first, second);
    int carry = 0; // Initialize carry

    // Add all bits one by one
    for (int i = length - 1; i >= 0; i--)
    {
        int firstBit = first.at(i) - '0';
        int secondBit = second.at(i) - '0';

        // boolean expression for sum of 3 bits
```

Muhammad Iqbal Alif Fadilla
140810180020
Tugas 5

```
        int sum = (firstBit ^ secondBit ^ carry) + '0';

        result = (char)sum + result;

        // boolean expression for 3-bit addition
        carry = (firstBit & secondBit) | (secondBit & carry) | (firstBit & carry);
    }

    // if overflow, then add a leading 1
    if (carry)
        result = '1' + result;

    return result;
}

// A utility function to multiply single bits of strings a and b
int multiplyiSingleBit(string a, string b)
{
    return (a[0] - '0') * (b[0] - '0');
}

// The main function that multiplies two bit strings X and Y and returns
// result as long integer
long int multiply(string X, string Y)
{
    // Find the maximum of lengths of x and Y and make length
    // of smaller string same as that of larger string
    int n = makeEqualLength(X, Y);

    // Base cases
    if (n == 0)
        return 0;
    if (n == 1)
        return multiplyiSingleBit(X, Y);

    int fh = n / 2;    // First half of string, floor(n/2)
    int sh = (n - fh); // Second half of string, ceil(n/2)

    // Find the first half and second half of first string.
    // Refer http://goo.gl/lLmgn for substr method
    string Xl = X.substr(0, fh);
    string Xr = X.substr(fh, sh);

    // Find the first half and second half of second string
    string Yl = Y.substr(0, fh);
    string Yr = Y.substr(fh, sh);

    // Recursively calculate the three products of inputs of size n/2
    long int P1 = multiply(Xl, Yl);
    long int P2 = multiply(Xr, Yr);
    long int P3 = multiply(addBitStrings(Xl, Xr), addBitStrings(Yl, Yr));

    // Combine the three products to get the final result.
    return P1 * (1 << (2 * sh)) + (P3 - P1 - P2) * (1 << sh) + P2;
       }

       // Driver program to test aboev functions
       int main()
       {
           printf("%ld\n", multiply("1001", "0110"));
           printf("%ld\n", multiply("1100", "0011"));
```

Muhammad Iqbal Alif Fadilla
140810180020
Tugas 5

```
107.            printf("%ld\n", multiply("1101", "0010"));
108.            printf("%ld\n", multiply("1001", "1110"));
109.            printf("%ld\n", multiply("0000", "1011"));
110.            printf("%ld\n", multiply("0111", "1111"));
111.            printf("%ld\n", multiply("0011", "1101"));
112.        }
```

```
d:\Kuliah\Semester 4\Analisis Algoritma\AnalgoKu\AnalgoKu5>karatsuba
54
36
26
126
0
105
39
```

2. Komplesitas Waktu

- Let's try divide and conquer.
  - Divide each number into two halves.
    - $x = x_H r^{n/2} + x_L$
    - $y = y_H r^{n/2} + y_L$
  - Then:
    $$xy = (x_H r^{n/2} + x_L)\, y_H r^{n/2} + y_L$$
    $$= x_H y_H r^n + (x_H y_L + x_L y_H) r^{n/2} + x_L y_L$$
  - Runtime?
    - T(n) = 4 T(n/2) + O(n)
    - T(n) = O(n^2)
- Instead of 4 subproblems, we only need 3 (with the help of clever insight).
- Three subproblems:
  - $a = x_H y_H$
  - $d = x_L y_L$
  - $e = (x_H + x_L)(y_H + y_L) - a - d$
- Then $xy = a r^n + e r^{n/2} + d$
- $T(n) = 3 T(n/2) + O(n)$
- $T(n) = O(n^{\log 3}) = O(n^{1.584\ldots})$

Studi Kasus 7

1. Program Tilling C++

```
1.  /*
2.      Nama        : Muhammad Iqbal Alif Fadilla
3.      Kelas       : B
4.      NPM         : 140810180020
5.      Deskripsi   : Tilling Problem
6.  */
7.  #include <bits/stdc++.h>
8.
9.  using namespace std;
10.
```

Muhammad Iqbal Alif Fadilla
140810180020
Tugas 5

```cpp
// function to count the total number of ways
int countWays(int n, int m)
{

    // table to store values
    // of subproblems
    int count[n + 1];
    count[0] = 0;

    // Fill the table upto value n
    for (int i = 1; i <= n; i++)
    {
        // recurrence relation
        if (i > m)
            count[i] = count[i - 1] + count[i - m];

        // base cases
        else if (i < m)
            count[i] = 1;

        // i = = m
        else
            count[i] = 2;
    }

    // required number of ways
    return count[n];
}

// Driver program to test above
int main()
{
    int n = 9, m = 1;
    cout << "Number of ways = "
         << countWays(n, m);
    return 0;
}
```

```
d:\Kuliah\Semester 4\Analisis Algoritma\AnalgoKu\AnalgoKu5>tilling
Number of ways = 512
```

// n adalah ukuran kotak yang diberikan, p adalah lokasi sel yang hilang
Tile (int n, Point p)

1) Kasus dasar: n = 2, A 2 x 2 persegi dengan satu sel yang hilang tidak ada apa-apanya tapi ubin dan bisa diisi dengan satu ubin.
2) Tempatkan ubin berbentuk L di tengah sehingga tidak menutupi subsquare n / 2 * n / 2 yang memiliki kuadrat yang hilang. Sekarang keempatnya subskuen ukuran n / 2 x n / 2 memiliki sel yang hilang (sel yang tidak perlu diisi). Lihat gambar 2 di bawah ini.
3) Memecahkan masalah secara rekursif untuk mengikuti empat. Biarkan p1, p2, p3 dan p4 menjadi posisi dari 4 sel yang hilang dalam 4 kotak.
    - Ubin (n / 2, p1)
    - Ubin (n / 2, p2)
    - Ubin (n / 2, p3)
    - Ubin (n / 2, p3)

Muhammad Iqbal Alif Fadilla
140810180020
Tugas 5

2. Kompleksitas Waktu

   Relasi perulangan untuk algoritma rekursif di atas dapat ditulis seperti di bawah ini. C adalah konstanta.
   T (n) = 4T (n / 2) + C
   Rekursi di atas dapat diselesaikan dengan menggunakan Metode Master dan kompleksitas waktu adalah O (n2)

   Bagaimana cara kerjanya?
   Pengerjaan algoritma Divide and Conquer dapat dibuktikan menggunakan Mathematical Induction. Biarkan kuadrat input berukuran 2k x 2k di mana k> = 1.

   Kasus Dasar: Kita tahu bahwa masalahnya dapat diselesaikan untuk k = 1. Kami memiliki 2 x 2 persegi dengan satu sel hilang.

   Hipotesis Induksi: Biarkan masalah dapat diselesaikan untuk k-1.
   Sekarang perlu dibuktikan untuk membuktikan bahwa masalah dapat diselesaikan untuk k jika dapat diselesaikan untuk k-1. Untuk k, ditempatkan ubin berbentuk L di tengah dan memiliki empat subsqure dengan dimensi 2k-1 x 2k-1 seperti yang ditunjukkan pada gambar 2 di atas. Jadi jika dapat menyelesaikan 4 subskuares, dapat menyelesaikan kuadrat lengkap.