

トポロジカル秩序の分類に制限を与える禁止定理

低音

October 29, 2024

2025 年物性若手夏の学校やります!!!

- 全国の物性物理関連の大学院生が集結
- 4泊5日の集中合宿
- 講義・集中ゼミで最先端研究をキャッチアップ
- 学会形式で自分の研究を発表

若手研究者が研究の道を本格的に歩み始める第一歩になります!!!

参加・幹旋・各種協賛お願いします!!!

↓個人協賛応募フォーム↓(調整中)



自己紹介: 低音

- 京大 基礎物理学研究所 M1
- 専門は凝縮系理論物理
- 登山・自転車が趣味
- note 「ペンローズのグラフ記法」
- 第70回物性若手夏の学校 副代表



このセミナーで目指すもの

目標

自発的対称性では説明できない相の分類を理解する

1 review: 自発的対称性の破れ

2 beyond SSB の例: toric code

3 量子相の分類問題

理論と基底状態

定義 (固有方程式)

$$\begin{bmatrix} H_{11} & \cdots & H_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{N1} & \cdots & H_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \vdots \\ \phi_N \end{bmatrix} = \underset{\text{固有値}}{E} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \vdots \\ \phi_N \end{bmatrix}$$

固有状態ベクトル 固有状態ベクトル

$$\hat{H} |\phi\rangle = E |\phi\rangle$$

$$\text{---} \boxed{H} \text{---} \boxed{|\phi\rangle} = E \text{---} \boxed{|\phi\rangle}$$

定義 (理論)

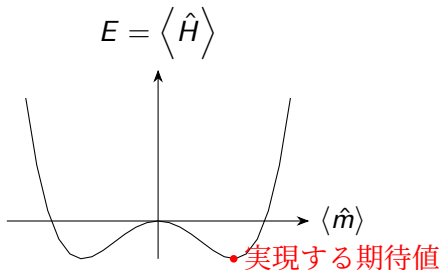
エネルギーを固有値にもつ行列 \hat{H}

定義 (基底状態)

自発的対称性の破れ

定義 (自発的対称性の破れ (spontaneous symmetry breaking; SSB))

理論 \hat{H} が対称性を持つが、系の基底状態がその対称性を持たないこと



自発的対称性の破れ

例 (固体液体転移)

- 液体: 平行移動で対称
- 固体: 平行移動の対称性を自発的に破る



秩序変数と相の分類

定義 (秩序変数)

自発的対称性の有無に応じて

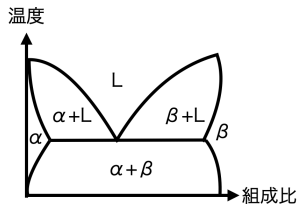
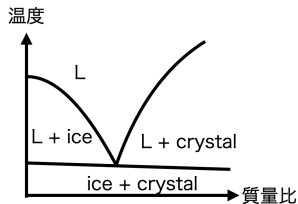
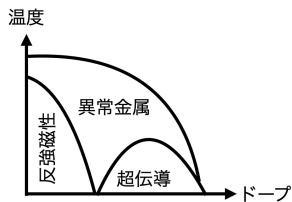
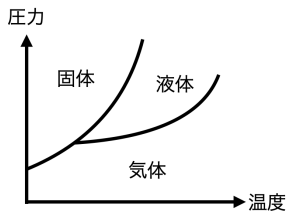
$$\langle \text{GS} | \hat{O} | \text{GS} \rangle \begin{cases} = 0 & (\text{sym. respect}) \\ \neq 0 & (\text{sym. breaking}) \end{cases}$$

となるような $\langle \text{GS} | \hat{O} | \text{GS} \rangle$ を秩序変数という。

Example (固体液体転移)

Landau paradigm

相分類は自発的対称性の破れだけで決定できると思っていた。



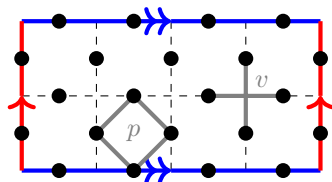
1 review: 自発的対称性の破れ

2 beyond SSB の例: toric code

3 量子相の分類問題

toric code

トーラスに格子を張ってスピン 1/2 を配置.

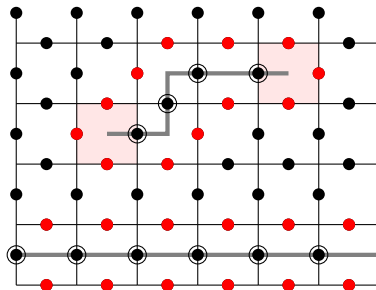


$$\hat{H} = -J_e \sum_v \prod_{j:\text{link to } v} \sigma_j^x - J_m \sum_p \prod_{j:\partial p} \sigma_j^z$$

内部対称性は各方向 π 回転 ($\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$).

toric code の Wilson line

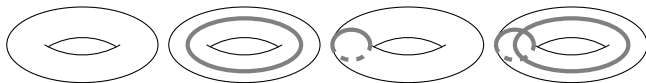
灰色の線の周りを反転させる.



線の端の plaquette が励起. loop にすると励起が消滅する.

toric code の基底状態

トーラス T^2 では連続変形で移り変わらない loop の取り方が 4 種類.



loop l_1, l_2 に沿って $\prod_{j \in l_i} \sigma_j^z$ を取ると、それぞれ固有値が異なる。基底状態が直交して 4 重縮退。しかしいずれも内部対称性を破っていない。

$$\hat{U} |\text{GS}\rangle = |\text{GS}\rangle \quad (\forall U \in \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2)$$

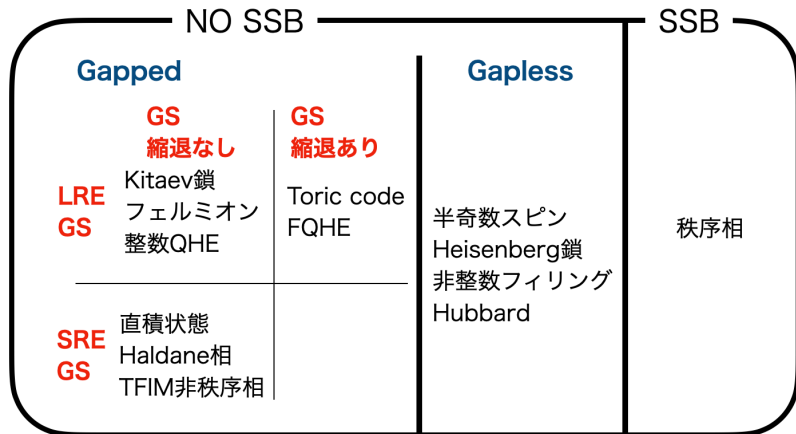
自発的対称性の破れだけでは相の分類が足りない？

1 review: 自発的対称性の破れ

2 beyond SSB の例: toric code

3 量子相の分類問題

量子相の分類



エネルギーギャップ

Example (スピン 1/2 Heisenberg モデル)

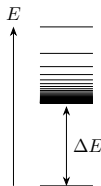
$$H = - \sum_j \hat{\mathbf{S}}_j \cdot \hat{\mathbf{S}}_{j+1}$$

スピンの揃った状態が最安定だが、わずかに揺らせば実質エネルギー 0 で他の状態に移れる。



→ 外部からの擾乱に弱い

エネルギーギャップ



基底状態からのギャップが広ければ広いほど、外部からの擾乱で他の状態に変わりにくい。

e.g. 量子ビットに最適!

エンタングルメント (量子もつれ)

古典的確率で定式化できない相関

量子相の分類・再掲

