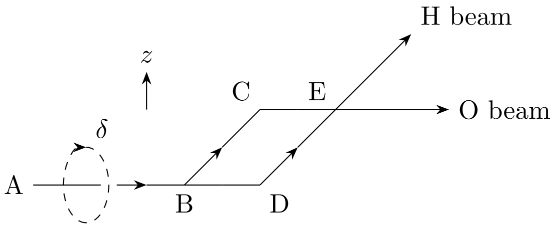

図 1　中性子の経路。O ビーム、H ビームは共に A → B → D → E, A → B → C → E の経路で進んだ中性子の干渉を反映する。AB を軸に全系を回転させると干渉が変化する。回転角度 δ は平行四辺形が水平面となす角で、図のように平行四辺形が鉛直面内にあって CE が BD よりも高い位置にあるとき $\delta = \pi/2$ とする。$\delta = \pm\pi/2$ とき干渉が最大で、0 のときは干渉しない。

1　測定原理

1.1　中性子の干渉で発生する位相差

地上の中性子は重力ポテンシャルを受け、非相対論的には Hamiltonian が

$$H = \frac{p^2}{2m} + mgz$$

となる。p は運動量、m は中性子質量、g は重力加速度でそれぞれ定数、z は基準面からの高さである。ただし熱中性子の速度変化は無視できるものとした。中性子が弧長パラメーター s で表される軌道 $\gamma(s)$ を速さ $v(s)$ で通過するとき、Schrödinger 方程式の解は

$$\varphi = \exp\left[\frac{1}{i\hbar}\int \mathrm{d}t\left(\frac{p^2}{2m} + mgz\right)\right] = \exp\left[\frac{1}{i\hbar}\int_\gamma \frac{\mathrm{d}s}{v}\left(\frac{p^2}{2m} + mgz\right)\right]$$

の形で表される。図**??**のような経路を考える。中性子を波長 $\lambda = h/mv$ の単色平面波で近似すれば、面積 A の平行四辺形での干渉によって点 E で位相差

$$i\Delta\Phi_g := i(\Phi_{\mathrm{BCE}} - \Phi_{\mathrm{BDE}}) = \frac{mg}{i\hbar}\oint_{\mathrm{BDEC}} \mathrm{d}s\,\frac{z}{v} = -i\frac{2\pi\lambda m^2 gA}{h^2}\sin\delta \tag{1}$$

が生じる。

BDCE が平行四辺形から歪むと経路長や面積が変わって新たに位相差が生じる。

B, C, D, E 各点での反射や透過による位相の変化を考慮しても、上述の位相差を振動として取り出せる。図**??**のような散乱体において入射、反射、透過の波動関数の間に

$$\begin{pmatrix}\psi_o^1\\ \psi_o^2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t & r\\ s & u\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\psi_i^1\\ \psi_i^2\end{pmatrix}$$

の関係があるとする。確率の保存から行列はユニタリでなければならず、

$$|r| = |s|, \quad |t| = |u|, \quad us^* + rt^* = 0$$

を満たす。B と E, C と D で用いるミラーがそれぞれ同一であるとして、それぞれのミラーの行列を

$$\begin{pmatrix} t_{\mathrm{BE}} & r_{\mathrm{BE}}\\ s_{\mathrm{BE}} & u_{\mathrm{BE}}\end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} t_{\mathrm{CD}} & r_{\mathrm{CD}}\\ s_{\mathrm{CD}} & u_{\mathrm{CD}}\end{pmatrix}$$

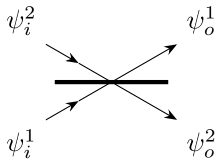

図 2　入射・反射・透過波の波動関数。

とすれば、点 B にて波動関数 Ψ_0 だったものは点 E にて

$$
\begin{aligned}
\Psi_H &= \Psi_0 r_{\mathrm{BE}} s_{\mathrm{CD}} r_{\mathrm{BE}} e^{i\Phi_{\mathrm{BCE}}} + \Psi_0 u_{\mathrm{BE}} r_{\mathrm{CD}} t_{\mathrm{BE}} e^{i\Phi_{\mathrm{BDE}}} \\
\Psi_O &= \Psi_0 r_{\mathrm{BE}} s_{\mathrm{CD}} u_{\mathrm{BE}} e^{i\Phi_{\mathrm{BCE}}} + \Psi_0 u_{\mathrm{BE}} r_{\mathrm{CD}} s_{\mathrm{BE}} e^{i\Phi_{\mathrm{BDE}}}
\end{aligned}
$$

となる。簡単のため $|\Psi_0| = 1$ としてビーム強度を計算すると、

$$
\begin{aligned}
I_H &= |\Psi_H|^2 = \alpha[1 + \cos(\Delta\Phi + \delta)] \\
I_O &= |\Psi_O|^2 = \gamma - \alpha\cos(\Delta\Phi + \delta)
\end{aligned}
$$

を得る。ここに $\alpha =, \gamma =, \delta =$ である。従ってビーム強度を測定し

$$
\mathscr{A} = \frac{I_H - I_O}{I_H + I_O}
$$

を計算すれば、$\Delta\Phi$ を振動の位相として取り出すことが可能である。

1.2　反射・透過特性

ミラーの反射・透過率は 1 次元ポテンシャル問題として計算できる。今回使用したミラーはガラスに Ti と Ni を積層しているものであり、それぞれ層の内部では中性子に optical potential がかかる。

領域 I と II の波動関数の間には

$$
\begin{pmatrix} \Psi_{\mathrm{II}} \\ \Psi'_{\mathrm{II}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos n_j\delta_j & n_j^{-1}\sin n_j\delta_j \\ -n_j\sin n_j\delta_j & \cos n_j\delta_j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Psi_{\mathrm{I}} \\ \Psi'_{\mathrm{I}} \end{pmatrix} = M_j \begin{pmatrix} \Psi_{\mathrm{I}} \\ \Psi'_{\mathrm{I}} \end{pmatrix}
$$

の関係が成り立つので、全てのレイヤーを通して

$$
\begin{pmatrix} \Psi_g \\ \Psi'_g \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} \Psi_0 \\ \Psi'_0 \end{pmatrix} \qquad \left[M = M_N \cdots M_2 M_1 = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} \right]
$$

と書ける。$\Psi_0 = e^{ik\zeta_0} + Re^{-ik\zeta_0}, \Psi_g = Te^{ik\zeta_0}$ によって R, T を求めると、