

## 第 16 回 KEK サマーチャレンジ演習詳細

参加学生有志

2022 年 10 月 1 日

## 編集にあたって

高エネルギー加速器研究機構 (KEK) で開催される素粒子・原子核のサマーチャレンジも今年で 16 回を数える。北海道から沖縄まで津々浦々の大学生・高専生が筑波に集まり 1 週間余をかけて演習を行うこの企画も、かつての参加者が教官として学生を教えるようになった。その演習の濃密さたるや、無理が祟って体重が減る参加者が毎年のように現れるという。

本文書は第 16 回 KEK サマーチャレンジ (ksc16) の公式レポートに紙面の都合上掲載が叶わなかった内容を補完するためのものである。公式に刊行されるレポートは 1 人あたり僅か 2 ページと制限が強く、短期間であるとはいえ本演習で学んだ内容を余すことなく記すには公式レポートとは別の枠が必要である。ここでは紙面の制限をかけることなく、自由闊達に記述していきたい。当然、分量に糸目をつけなければならぬ完成までに長い時間が必要である。ともすれば公式の報告が発刊されてなお、この文書の完成を見ることは難しいであろう。そこで製作途中であっても GitHub 上で随時公開していくこととする。最終版の完成まで読者には適宜アップデートをしてもらう形になるが、上記の都合を鑑みてご容赦願いたい。

編者の体験からして、過去の演習記録を参照できないのは非常に歯痒いものがあった。学生実験として実験デザインや解析手法、その他問題解決はできる限り学生の手で行うという趣旨に共感ができるが、実際の研究が過去の成果をもとにアップデートしていくものである以上、またわずか 1 週間では到底用意されている演習をクリアできない以上、我々の演習成果を翌年以降につなげることに労力以上の意義があると考えている。本文書が ksc17 以降の演習に役立てば本望である。KEK サマーチャレンジ関係者以外でも大いに参考となるであろう。ここで取り扱っている実験はどれも素粒子・原子核の基礎的な実験でありながら、学生にとって学ぶところの多いようにデザインされている。比類なく濃密な実験ができる場としてサマーチャレンジ参加の判断材料にしてもらっても良い。これを機にサマーチャレンジに応募する読者が現れば、この上ない喜びである。

2022 年 10 月 1 日

編者

编者注: 第 2 稿ではタイトルを忘れないでください。

## 1 目的

宇宙線とは宇宙で生成・加速された高エネルギー荷電粒子のことを指し、そのエネルギーの高さにより素粒子の発見等の助けとなっている。宇宙線は宇宙から大気中に入射する放射線である一次宇宙線、大気分子と反応して発生する放射線である二次宇宙線に分けられる。本実験では二次宇宙線である  $\mu$  粒子強度の天頂角を調べる。また、計測に用いる比例計数管の性能を確かめる予備実験として X 線/ $\beta$  線の実験も行い、それらを通して比例計数管内および X 線との相互作用の物理現象についても学ぶ。

## 2 原理

### 2.1 $\mu$ 粒子の生成

宇宙線の寿命は短くほとんどは地上に到達できないが、その中でも相対論効果により地上に到達することができるものの多くが  $\mu$  粒子である。 $\mu$  粒子は約 10GeV ほどの大きなエネルギーを持ち、そのフラックスは  $1\text{cm}^2$  あたり 1 分間に 1 個程度である。これらは大気中でパイオンやケーオンのレプトンへの崩壊から次のように生成される。

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$$

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$$

$$K^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$$

$$K^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$$

### 2.2 比例計数管

我々は宇宙線を直接観測することはできないため、比例計数管を用いることで宇宙線の入力を信号化する。内部には Ar と  $\text{CH}_4$  が 9 : 1 の割合で混ぜられた気体 P10 ガスを入れた。ここでは比例計数管の構造と内部で起こる現象について説明する。

透過力が高い宇宙線は比例計数管に侵入することができる。そこでガスを構成する粒子に衝突して気体粒子が電離を起こす。その電子は比例計数管内の電場により中心方向に向かって加速される。この電離電子がさらなる電子を起こす（アバランシェ増幅）。この電子が陽極である比例計数管中心を通るワイヤーを通り、ワイヤーの電圧を変化させる。つまり、宇宙線の入力を気体分子による電離電子で増幅してその電子の信号を読み取るという仕組みである。

### 2.3 X 線

X 線源として  $^{55}\text{Fe}$  を用いた。これは  $^{55}\text{Mn}$  の基底状態へ電子捕獲反応で崩壊し、その際に 5.9keV の X 線を放出する。本実験では比例計数管への X 線の侵入に伴い Ar との相互作用により Ar の電子が電離する。その電離機構の一つが光電効果である。たとえば、光電効果によって K 殻の電子が飛び出る。それにより空いた K 殻の電子の領域に対して L 殻の電子が K 殻に落ちてくることで特性 X 線が発生する。この X 線そのものは観測できないが、この X 線も再び電離を引き起こす。また、M 殻の電子については入射 X 線と束縛エネルギー

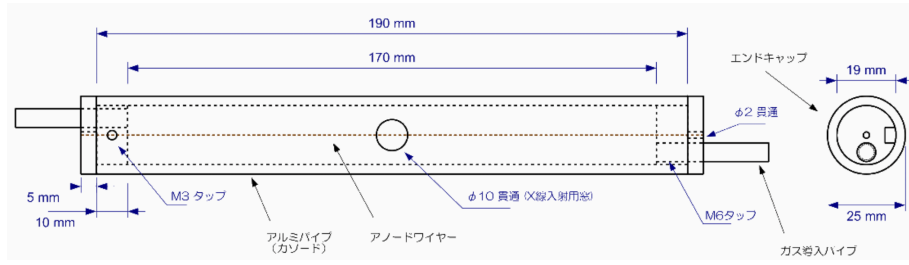


図1 比例計数管の構造

ギーの差分だけのエネルギーを持った電子が弾き飛ばされる。この電子のことをオージェ電子という。これら電離によって出た電子のエネルギーを合計すると主ピークの値になる。主に起こる反応はK殻に対しての光電効果であるため、光電効果により出た電子のエネルギーが副ピークの値になる。しかし、正確なエネルギーを求めるためにはあらゆる殻における光電効果やそれに伴って出てくる特性X線による影響も考えなければならぬことに注意する必要がある。

## 2.4 $\mu$ 線

前述したが  $\mu$  粒子は宇宙からやってくる宇宙線の一つである。ここで宇宙線角度分布のモデルとして次のようなものを考える。

- 地表が平面であること
- 大気の厚さが一定であること
- 宇宙線が等方的に飛来すること

このモデルのもと、宇宙線強度の天頂角分布について考える。平均自由行程  $\lambda$  で宇宙線の強度が  $1/e$  になるとすれば、地表からの高さ  $X$ 、天頂角  $\theta$  における宇宙線の強度について以下の式が成り立つ。

$$J(X, \theta) = J(X, \theta = 0) \frac{J\left(\frac{X}{\cos \theta}, \theta = 0\right)}{J(X, \theta = 0)} \quad (1)$$

$$J(X, \theta = 0) = J_0 \exp \left[ -\frac{X}{\lambda} \right] \quad (2)$$

上の2式より  $\theta \ll 1$  のときの宇宙線の強度は

$$J(X, \theta) = J_0 \exp \left[ -\frac{X}{\lambda} \left( \frac{1}{\cos \theta} - 1 \right) \right] \approx J_0 \cos^\alpha \theta \quad (3)$$

ただし、 $\alpha = X/\lambda$  とした。また、先行結果によると  $\alpha = 2$  程度であることが知られている。

## 2.5 質量吸収係数

比例計数管の性能を確かめる予備実験としてアルミホイルの質量吸収係数を調べる実験を行った。ここでは計算方法については省略するが、注意することは厚みの単位として厚み [cm] に密度をかけた量 [g/cm<sup>2</sup>] を使用する点である。これは厚み [cm] が温度の変化に伴って伸び縮みするためである。

## 2.6 回路

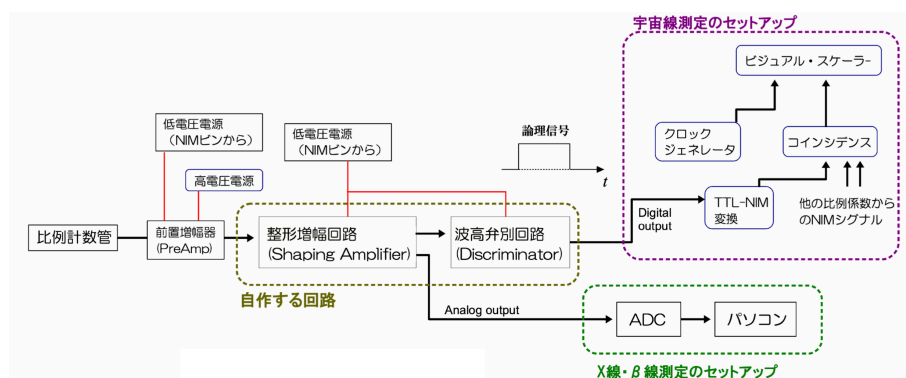


図2 回路の概要

比例計数管により得られた電荷に対して前置増幅器により電圧に変換する。整形増幅回路はCR微分回路とRC積分回路で構成されている。CR微分回路により時間変化の小さい領域を取り除き、RC積分回路によりそれを積分することで電圧にもどすという仕組みである。波高弁別回路では整形増幅回路でできたアナログ信号を入力信号として、ある一定電圧(閾値)を超えた場合にデジタル信号を出力するというものである。X線の実験については整形増幅回路で得られたアナログ信号をADCに通すことで各電圧のカウント数をパソコンで計測した。また、宇宙線については波高弁別回路で得られたデジタル信号、TTLシグナルをNIMシグナルに変換した。このNIMシグナルをコインシデンスに入力し、複数の比例計数管からのNIMシグナルが論理信号の出力時間で重なった場合にコインシデンスから出力がなされる。この信号が現れた回数をビジュアルスケーラーにてカウントした。

## 3 実験手順

### 3.1 X線

1.  $^{55}\text{Fe}$  からのX線を用い、高電圧1.5kVをかけた状態で出力をオシロスコープで観測した。
2. 整形増幅回路の出力をADC(MCA)に入れ、波高分布のデータを測定した。
3. 同様の実験を1.5kVから20Vずつ下げて行い、高電圧が1.42kVまで行った。
4. 高電圧を1.5kVにした状態でX線入射窓と線源の間にアルミフォイルを一枚ずつ挟みカウント数を測定した。

### 3.2 $\mu$ 線

1. 図のようにホルダーに比例計数管を複数本セットし、配線を行った。
2. 高電圧1.5kVをかけた状態でアナログ出力をオシロスコープで観測し、トリガーや整形増幅回路内の可変抵抗を操作することで信号の大きさを確認した。
3. スケーラーを動かしカウントを行った。数時間単位などのできるだけ長い時間をとったほうが良いと思

われる。大体 1 分に 1 個カウントするかしらないかのオーダーであった。

4. ホルダーの角度を様々に取りカウント数を測定し, 宇宙線強度の天頂角分布を求めた。

## 4 実験結果

### 4.1 X 線

図 3～8 が X 線の実験によるデータである。図 3 において高電圧を上げることでピークのチャンネル数が大きくなっていることがわかる。図 4 についてピークの値をエネルギーの単位で考えると 5.9keV であるから, ある高電圧におけるエネルギーとピークのチャンネル数の関係がわかる。図 5 についてピークに対する統計的ゆらぎは高電圧に関わらず一定であることがわかる。図 6 は高電圧 1504V での各チャンネルにおける 1 秒当たりのカウント数を調べたものであり, 右側は主ピークについてガウス関数でフィットしたものである。それぞれのデータでこのようなフィットを行い, その関数からチャンネル数などを読み取った。図 7 ではアルミフォイルの厚さに対してどれほど X 線が減少するかを示したものである。図 8 は図 7 の結果によって計算できる質量吸収係数と理論値との比較である。

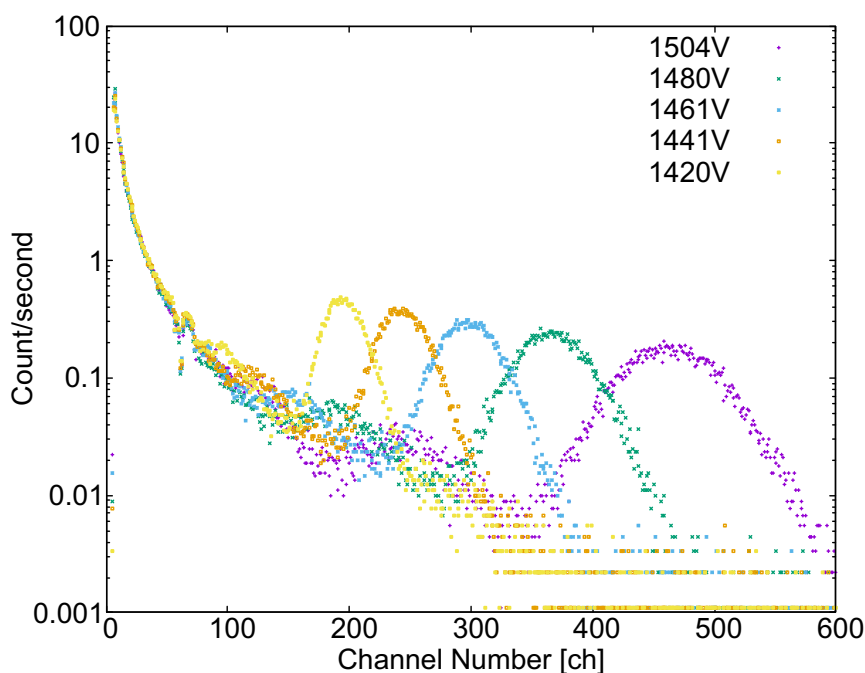


図 3 各電圧ごとのスペクトルピーク

### 4.2 $\beta$ 線

$\beta$  線については計測及び解析が間に合わなかったのでここでは省略する。

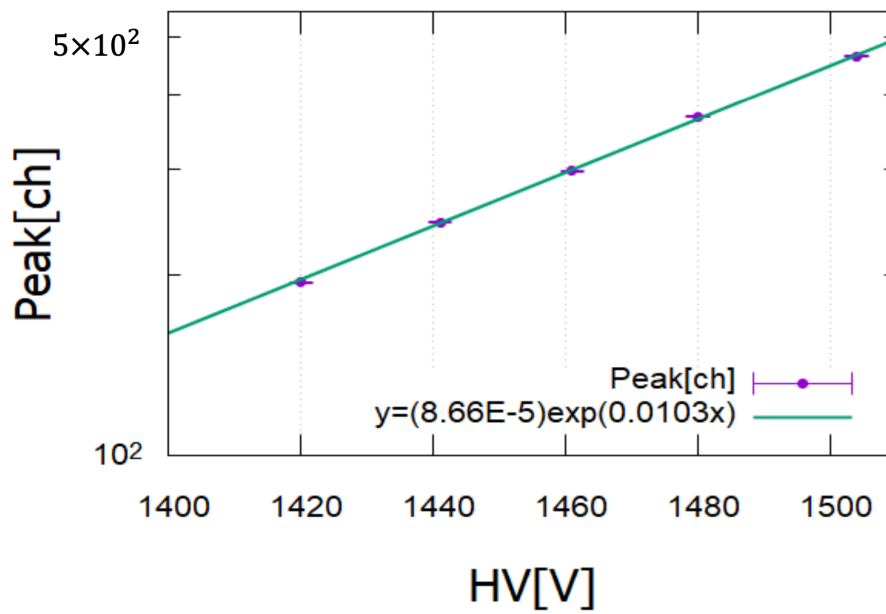


図4 ピーク位置の高電圧依存性

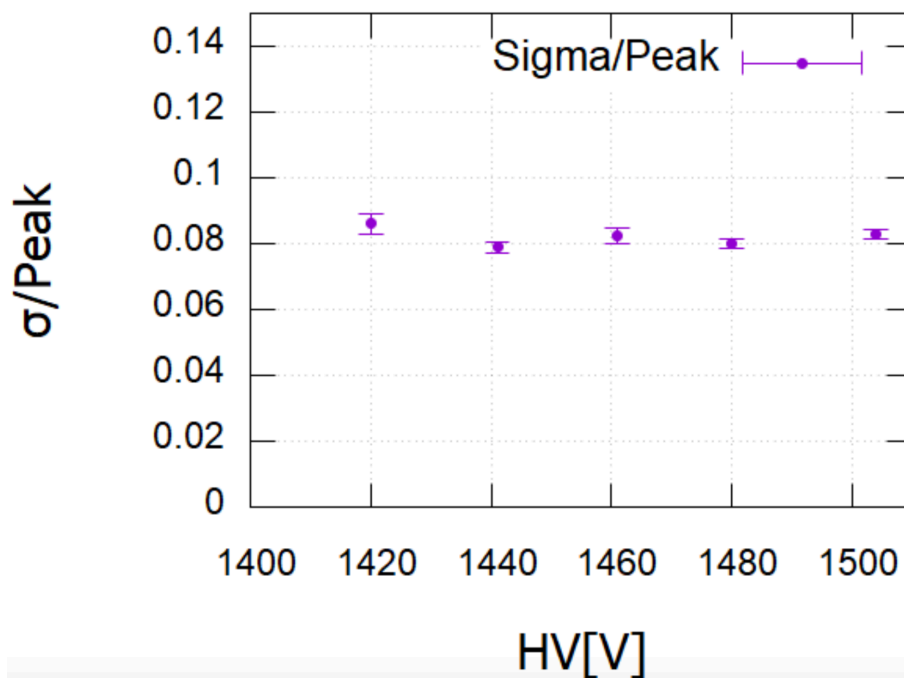


図5 ピークに対する統計的ゆらぎの高電圧依存性



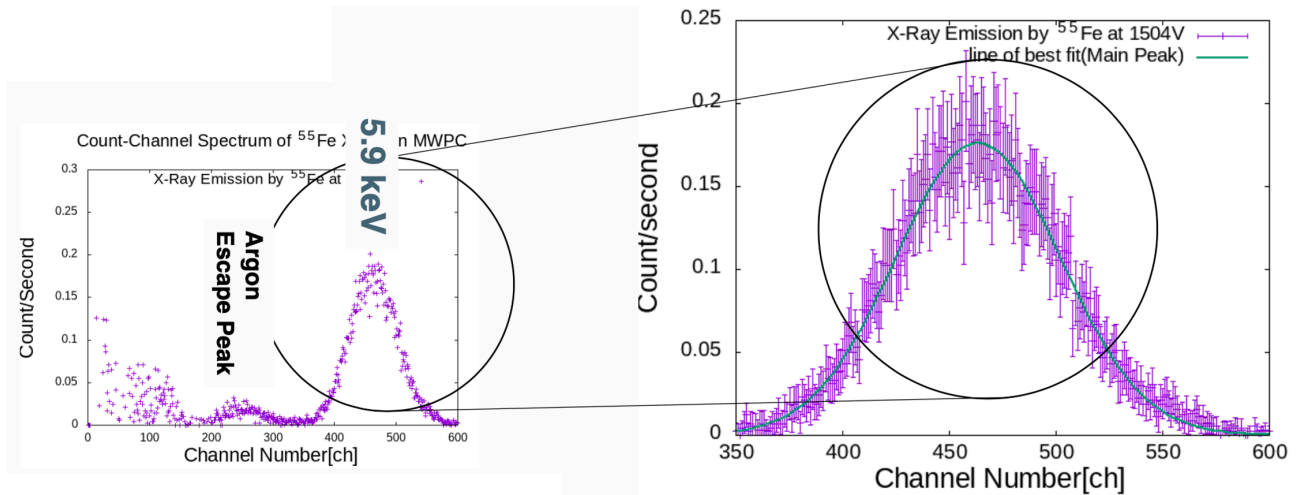


図6 データのフィッティング

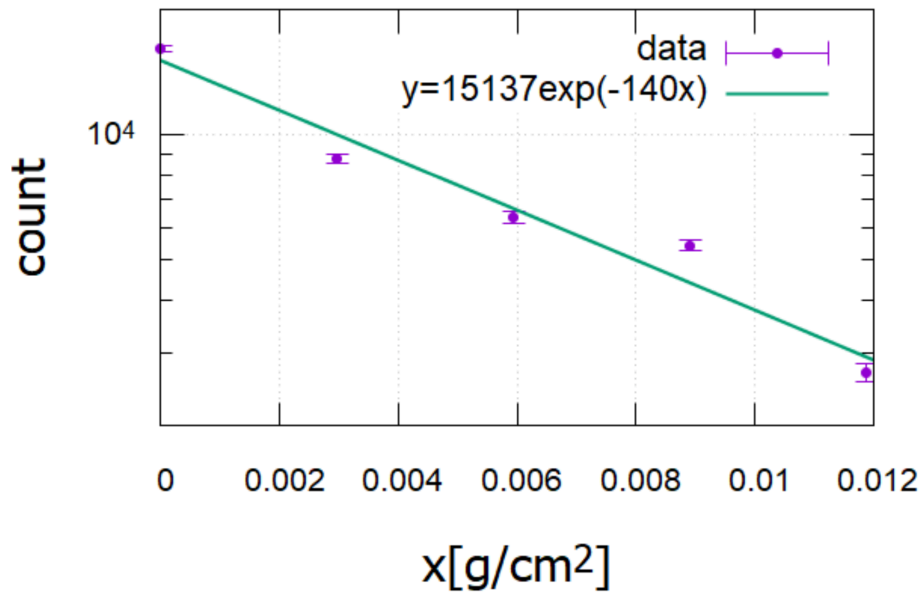


図7 カウント数とアルミフォイルの厚さ

#### 4.3 $\mu$ 線

図9はミューオン強度の天頂角分布を示したものであり、大きい天頂角においては観測されるミューオンの数が少なくなっていることがわかる。また、角度に依存しないバックグラウンド定数を  $C$  として  $\cos^\alpha \theta$  でフィットをした。

そのフィット関数  $J(\theta)$  は

$$J(\theta) = J(0) \cos^\alpha \theta + C \quad (4)$$

$$J(0) = 0.044 \pm 0.008, \alpha = 4.9 \pm 2.6, C = 0.133 \pm 0.005 \quad (5)$$

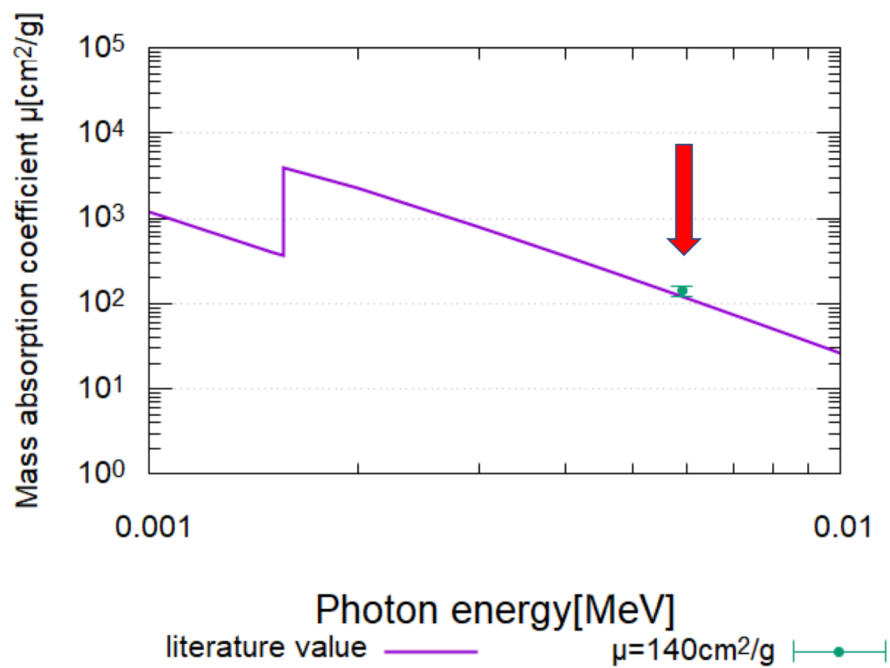


図 8 質量吸収係数の理論値比較

また, 換算  $\chi^2$  値は 0.52 であった。

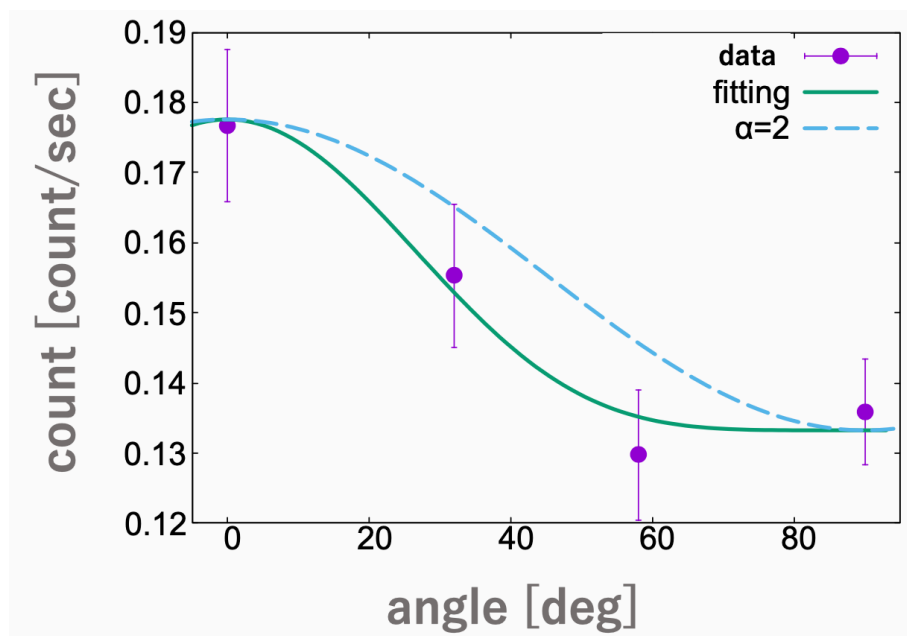


図 9 ミューオン強度の天頂角分布

## 5 考察

$\mu$  線の測定において先行研究によると  $\alpha = 2$  であることから, 結果が  $1\sigma$  の範囲で先行研究より大きいことが言える。これは  $90^\circ$  でカウント数が最小になると予想されるのに対し計測では  $60^\circ$  付近で最小になっているために  $\alpha$  の値が大きくなってしまったと考えられる。この原因として換算  $\chi^2$  値が 1 より小さいことから, 不確かさが大きいことが挙げられる。この背景として計測時にカウントレートの増減が時々見られたこと, 他グループが数日単位の計測であったことに比べて計測時間が数十分と短かったことがある。改善としては, 数日単位で計測を行うことが挙げられる。

## 6 まとめ

比例計数管や整形増幅器, 波高弁別器を作成し, それを用いて  $\mu$  線強度の天頂角分布を測定したところ  $\cos \theta$  の  $4.9 \pm 2.6$  に比例することが実験からわかった。また, X 線の予備実験を通して比例計数管原理や放射線と物質の相互作用についても学ぶことができた。

## 参考文献

- [1] 山崎耕造, トコトンやさしい宇宙線と素粒子の本, 2018
- [2] C. グルーペン, 宇宙素粒子物理学, 2009
- [3] 2022 年度サマーチャレンジ編集委員会, サマーチャレンジ 2022 講義テキスト, 2022
- [4] 金田雅司, ワイヤー一本で素粒子をとらえるー素粒子・原子核実験の心臓部分「ワイヤーチェンバー」を作ろうー, 2018

# 宇宙線観察から学ぶ粒子の崩壊とスピン回転

2022 年 9 月 29 日

## 1 理論

### 1.1 ミュオンの生成

ミュオン  $\mu^-$  は第 2 世代の荷電レプトンであり、地表に到達する 2 次宇宙線の大部分を占める。電荷は  $\pm 1$ , スピン  $1/2$ , 質量  $(105.658\,371\,5 \pm 0.000\,003\,5) \text{ MeV}$  で電子の約 200 倍あり, 寿命は  $(2.196\,981\,1 \pm 0.000\,002\,2) \mu\text{s}$  である。2 次宇宙線のミュオンは主に荷電パイオンの崩壊によって生じる。1 次宇宙線の陽子が大気上層で

$$\begin{aligned}p + p &\rightarrow p + n + \pi^+ \\p + n &\rightarrow p + p + \pi^- \\p + n &\rightarrow p + n + \pi^+ + \pi^-\end{aligned}$$

の反応を起こしてパイオンが生じ、

$$\begin{aligned}\pi^+ &\rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \\ \pi^- &\rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu\end{aligned}$$

と崩壊する。

ニュートリノのヘリシティは負、反ニュートリノは正であるから、角運動量保存よりパイオン静止系にて  $\mu^+$  のスピンは運動量と逆、 $\mu^-$  は同じ向きとなる (図 1)。パイオンの崩壊は主に電磁シャワー内部で生じることを考慮すると、図 2 のように実験室系にて地表に降り注ぐ向きの運動量が多い  $\mu^+$  はスピンが下向き、 $\mu^-$  はスピンが上向きになる割合が多くなると考えられる。

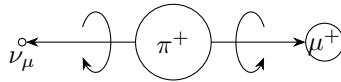


図 1:  $\pi^+$  の崩壊

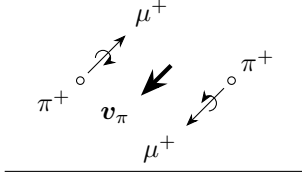


図 2: 地表に降り注ぐ荷電粒子とスピン

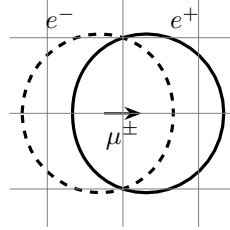


図 3:  $\mu^\pm$  のスピン (矢印) と崩壊にて放出される  $e^+$  (実線) 及び  $e^-$  (破線) の分布

## 1.2 ミュオンの崩壊

宇宙線ミュオンは地表に降り注ぐ間は固有時間がほとんど進まないが、資料にトラップされると平均寿命 ( $2.196\,981\,1 \pm 0.000\,002\,2$ )  $\mu\text{s}$  で崩壊し電子または陽電子を放出する。

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$$

$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$$

Fermi の黄金則を使えばエネルギーとスピンの依存する (陽) 電子の放出方向の分布が計算でき、以下の式で表される。

$$\frac{dN(v, |b|, t)}{dt} = N_0 \frac{\lambda}{2\pi} y^2 (3 - 2y) \left( 1 + \frac{2y - 1}{3 - 2y} P_z \cos \theta \right) e^{-\gamma t} dy d\Omega$$

簡単な場合に図示すると図 3 のようになる。すなわち、 $\mu^+$  はスピンと同じ向きに陽電子を、 $\mu^-$  はスピンと逆向きに電子を出しやすい。

1.1 を合わせて踏まえると、地表に降り注ぐミュオンのうち運動量の大きいものは上向きに、運動量の小さいものは下向きに (陽) 電子を多く放出する。

## 1.3 負ミュオンの原子核捕獲

一部の  $\mu^-$  は物質中に侵入すると原子核の Coulomb ポテンシャルにとらわれミュオン原子を形成する。この  $\mu^-$  は特性 X 線やオージェ電子を放出して次第に低準位へ遷移し、やがて原子核へ落ち込む。原子核にて陽子と弱い相互作用をすることで中性子を放出する。

$$\mu^- + p \rightarrow n + \nu_\mu$$

(陽) 電子だけでなく中性子も検出する装置を使うと、 $\mu^-$  の減衰比には通常の崩壊に加えてこの原子核捕獲の確率も加わるため、見かけの寿命は  $\mu^+$  に比べて短くなる。寿命変化は原子核に依存し、今回使用した試料に含まれる元素では表 1 のようになる [1]。

表 1: 各元素における  $\mu^-$  の寿命変化

元素	文献値 [ $\mu\text{s}$ ]
Cu	0.16
Al	0.86
Ca	0.33
C	2.04
O	0.81

ミュオンが試料に停止してから崩壊して (陽) 電子を出すまでの時間  $t$  を計測し、 $(t, t + \Delta t)$  のカウント  $N(t)$  をヒストグラムで集計すれば、 $\mu^-$  の寿命変化及び計測のバックグラウンド  $BG$  を反映して以下の式が成立すると考えられる。

$$N(t) = N_0^+ e^{-t/\tau_+} + N_0^- e^{-t/\tau_-} + BG \quad (1)$$

#### 1.4 ミュオンのスピン偏極検出

1.2 に基づけば、磁場をかけない状態で運動量の比較的大きいミュオンを多くトラップする試料を上下2つの検出器で挟むと上側で (陽) 電子をより多く検出する。しかし上下の検出数の差がスピン偏極によるものなのか検出器の特性によるものなのかを判断することは難しい。そこで偏極の検出では一般にミュオンスピン回転 ( $\mu\text{SR}$ ) と呼ばれる Larmor 歳差運動を用いた方法を採用。

図 4 に示すように、磁気回転比  $\gamma$  のミュオンに磁場  $B$  が加わったとき、

$$\omega = \gamma B \quad (2)$$

でスピンは歳差運動する。したがって 1.2 によれば、放出 (陽) 電子の角度分布も磁場を軸に回転し、粒子の検出数が崩壊時間によって変化する (図 5)。

上下の検出器でのカウントをそれぞれ  $N_U, N_D$  とし、(2) の  $\omega$  の大きさを  $\omega$  とすれば、1.3 で述べた  $\mu^-$  の原子核捕獲も考慮して、以下の式が成り立つと考えられる。

$$\begin{aligned} N_U(t) &= N_{U0}^+ (1 + P^+ \cos \omega t) e^{-t/\tau_+} + N_{U0}^- (1 + P^- \cos \omega t) e^{-t/\tau_-} + BG_D \\ N_D(t) &= N_{D0}^+ (1 - P^+ \cos \omega t) e^{-t/\tau_+} + N_{D0}^- (1 - P^- \cos \omega t) e^{-t/\tau_-} + BG_D \end{aligned} \quad (3)$$

ここで  $\tau_-$  は原子核捕獲のため一般に小さく、 $t \gg \tau_-$  にて (3) 各式の第 2 項は無視できる。加えて  $\mu^-$  は試料に侵入すると周囲の電子との間で相互作用してスピン偏極が破れるので  $N_{U0}^-, N_{D0}^-$  は小さい。(3) 各式の第 2

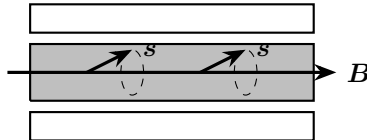


図 4: Larmor 歳差運動を用いたミュオンスピン検出実験の配置。着色部で表す試料の上下を検出器で挟む。水平に磁場をかけるとスピンの歳差運動し、崩壊の際に放出される粒子の分布が上下で時々刻々と変化する。

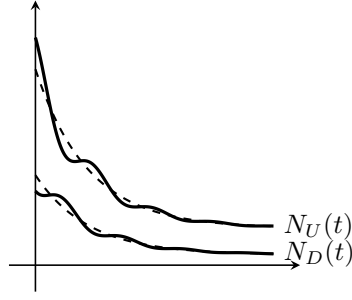


図 5: Larmor 歳差運動下で予想される粒子検出数。破線は磁場をかけない場合。

項を無視すれば、 $N'_U = N_U - BG_U$ ,  $N'_D = N_D - BG_D$  及び実数  $\alpha$  を使って、

$$\mathcal{A} = \frac{\alpha N'_D - N'_U}{\alpha N'_D + N'_U} = \frac{(\alpha N_{D0}^+ - N_{U0}^+) + (\alpha N_{D0}^+ + N_{U0}^+)P^+ \cos \omega t}{(\alpha N_{D0}^+ + N_{U0}^+) + (\alpha N_{D0}^+ - N_{U0}^+)P^+ \cos \omega t} \quad (4)$$

と表される非対称度  $\mathcal{A}$  は、 $\alpha N_{D0}^+ - N_{U0}^+ = 0$  なる  $\alpha$  にて角振動数  $\omega$  の三角関数となる。

## 2 実験・解析方法

本演習では、

- ミュオンの寿命
- 負ミュオンの寿命変化
- スピン偏極

の測定を目的とする。

### 2.1 寿命測定

図 6 に示すように試料を上下からプラスチックシンチレータ (PSc) で挟み光電子増倍管 (PMT) に接続する。試料には Cu, Al の板を重ね合わせたものと、大理石の板とを使った。PSc+PMT は上層から順に T,U,D とし、各層でシンチレーション光を別々に検出できるようにする。

宇宙線及び崩壊粒子<sup>\*1</sup>の飛程を考慮すると、以下の事象が考えられる。

- 粒子が試料を通過
- 崩壊時に粒子を上方へ放出
- 崩壊時に粒子を下方へ放出

事象 (a) では TUD 全ての PSc+PMT が反応するが、事象 (b), (c) ではまず TU が反応し D が反応しない。その後時間を置いて粒子が崩壊すると、事象 (b) では U が、事象 (c) では D が反応する。

各事象を弁別するためおよそ図 7 に示す論理回路を組む。<sup>\*2</sup>左端の and ゲートでミュオンが試料に停止し

<sup>\*1</sup>  $\mu^-$  の原子核捕獲で生じる中性子も速度が $\sim$ となって PSc の検出下限 $\sim$ を上回るの、これには中性子も含む。

<sup>\*2</sup> 実際に構成した論理回路は付録 A を参照。2 種類の試料を同時に測定するため、入出力が 2 系統あるのに加えて制御系統が複雑になっている。

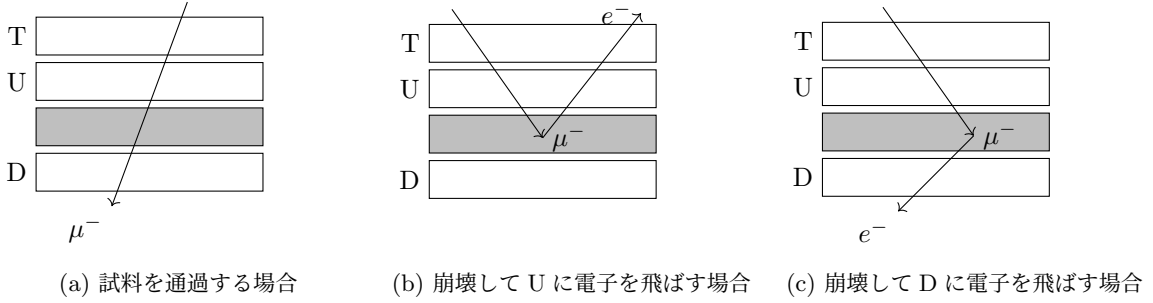


図 6: PSc+PMT の配置と粒子の飛程。着色部が試料を表す。

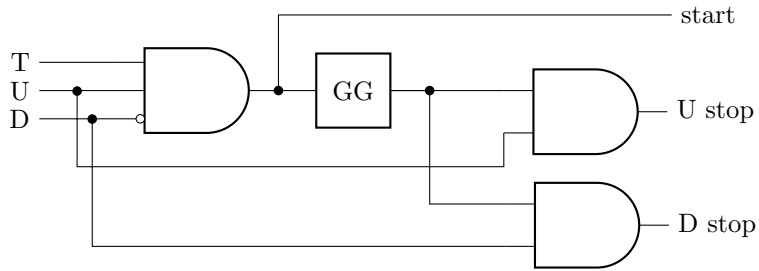


図 7: 回路の概要。GG は gate generator を表し、入力から所定の時間 (本演習では 20  $\mu$ s) 出力を続ける。

たか検出し、停止すれば gate generator を作動、時間測定を開始する。この gate generator が作動している間に U または D で信号を検出すれば、崩壊によって粒子が放出されたものとして同図右側の and gate で測定を止める。

Cu, Al 及び及び大理石それぞれの試料で計測は 18 h, 51 h にわたって行った。

U, D 両側で測定したカウント  $N_U, N_D$  を合計して、時間を横軸としてヒストグラムにする。  $N_U + N_D$  の分布は (1) に従うはずであるから、この式によってフィッティングし寿命  $\tau_+, \tau_-$  を求める。

## 2.2 スピン偏極測定

2.1 での Cu, Al の実験と同様にセットアップした上で、ソレノイドコイルによって水平に磁場を印加、崩壊時間を測定する。

解析にあたっては、まず上下別々にヒストグラムを描いて

$$\begin{aligned} N_U(t) &= N_U^0 e^{-t/\tau_U} + BG_U \\ N_D(t) &= N_D^0 e^{-t/\tau_D} + BG_D \end{aligned} \quad (5)$$

でフィッティングする。得られたバックグラウンドを除いて  $N'_U = N_U - BG_U, N'_D = N_D - BG_D$  とし、 $\alpha$  を 0.01 ずつ変えて非対称度 (4) を計算する。ただし時間原点を揃える必要があるため、回路に組み込んだ遅延を考慮して、

$$\mathcal{A}(\alpha, t_{offset}) = \frac{\alpha N'_D(t + t_{offset}) - N'_U(t)}{\alpha N'_D(t + t_{offset}) + N'_U(t)}, \quad t_{offset} = -30 \text{ ns} \quad (6)$$

の  $A \cos(2\pi ft)$  によるフィッティングが最適なものを探す。フィッティングの  $\chi^2$  が最小になる  $\alpha$  における  $f$  を振動数の測定値とする。



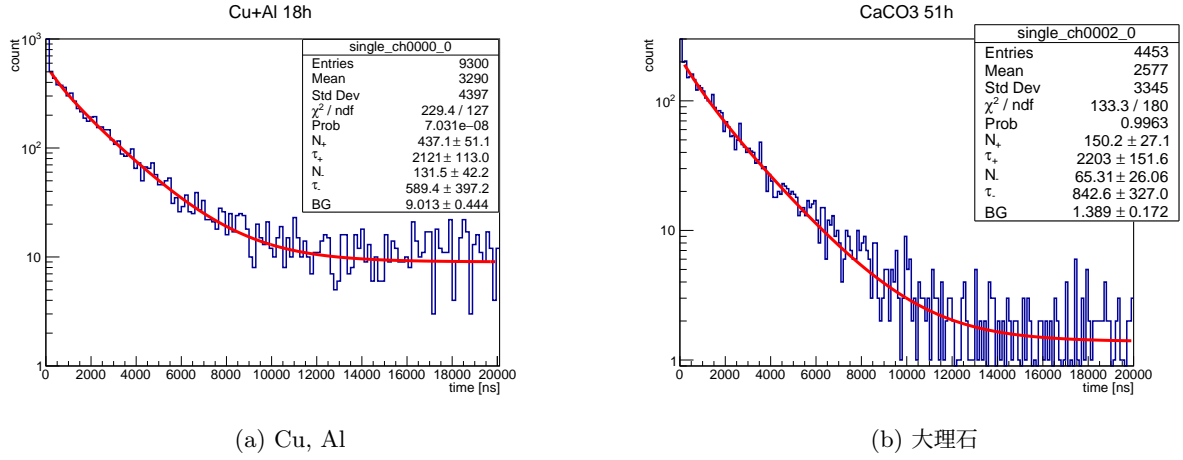


図 8: 寿命測定結果

表 2:  $\mu^\pm$  の寿命測定結果。文献値は [1] から。

試料	粒子	寿命 [ $\mu$ s]	文献値 [ $\mu$ s]
Cu, Al	$\mu^+$	$2.12 \pm 0.11$	2.20
	$\mu^-$	$0.59 \pm 0.40$	Cu: 0.16, Al: 0.86
大理石	$\mu^+$	$2.20 \pm 0.15$	2.20
	$\mu^-$	$0.84 \pm 0.33$	Ca: 0.33, C: 2.04, O: 0.81

検証のため測定値  $f$  と (2) から磁場の強さ  $B$  を逆算して、ソレノイドコイルの設計上期待される値  $B_{design} = 2 \text{ mT}$  と比較する。

### 3 結果・考察

#### 3.1 ミュオンの寿命

測定データを図 8 に掲げる。フィッティングした曲線に基づき、それぞれの試料におけるミュオンの寿命は表 2 のとおりになる。

特に Cu, Al の結果についてはフィッティングの  $\chi^2$  値の上側累積確率が極端に小さく信頼性に乏しい。大理石を試料としたものはその点問題ない。特に  $\mu^+$  の結果は文献値によく沿っている。また  $\mu^-$  については構成元素単体の寿命の間をとることがわかる。

#### 3.2 スピン偏極

測定結果に (5) でフィッティングしたものを図に掲げる。磁場をかけることでカウントは (3) に従うはずであり (5) によるフィッティングは本来妥当でないが、この操作はバックグラウンドを差し引くためのものなので、 $BG_U$  の標準偏差及び  $\chi^2$  の上側累積確率などフィッティングの信頼性は特に留意しない。各変数は表 3 のようになる。

表 3: (5) によってフィッティングしたときの変数値

$N_U^0$	$4.63817e+02 \pm 8.72257e+00$
$\tau_U$	$2.07050e+03 \pm 3.18642e+01$
$BG_U$	$6.39559e+00 \pm 2.74083e-01$
$N_D^0$	$2.14776e+02 \pm 6.68531e+00$
$\tau_D$	$2.00158e+03 \pm 5.62010e+01$
$BG_D$	$8.27831e+00 \pm 2.91137e-01$

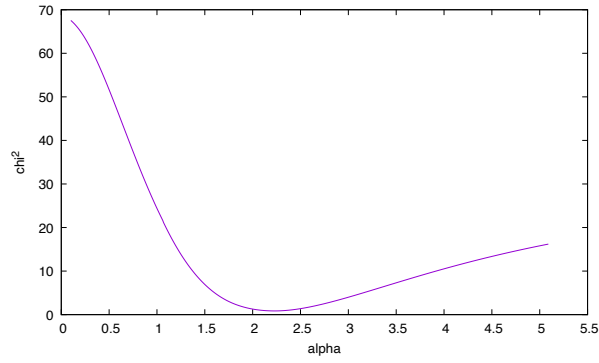


図 9:  $\alpha$  を変えて非対称度 (6) を三角関数でフィッティングしたときの  $\chi^2$  値

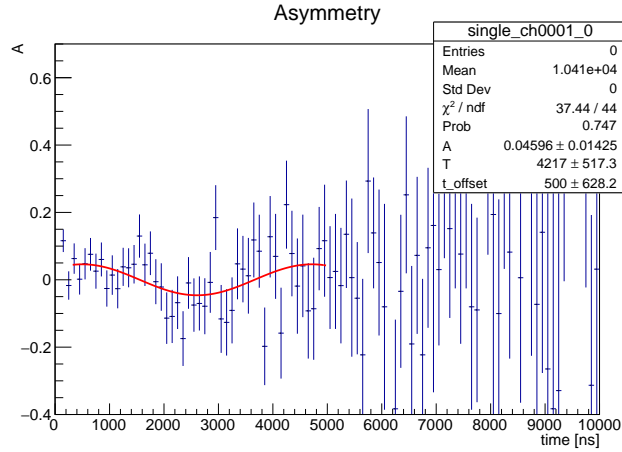


図 10: 非対称度  $\mathcal{A}$  と  $\cos$  によるフィッティング

次いで  $\alpha$  を 0.01 ずつ変えて非対称度 (6) を計算し、 $A \cos(2\pi ft)$  にフィッティングさせたときの  $\chi^2$  値を図 9 に示す。極値は  $(\alpha, \chi^2) = (2.23, 0.85)$  であり、上側累積確率は 74.7% である。そこで  $\alpha = 2.23$  を採用して (6) を描き  $\cos$  でフィッティングすると図 10 の通りになる。

これより振動周期  $T = (4.217 \pm 0.517) \text{ s}$  を得て、(2) より磁場を計算すると  $B = (1.75 \pm 0.22) \text{ mT}$  となる。 $B_{\text{design}} = 2 \text{ mT}$  と比較して、この結果が妥当であることが確かめられる。

## 付録 A 論理回路

実験で実際に用いた NIM モジュールの回路を図 11 に掲げる。主に Cu, Al からの信号の入力部 (Cu, Al)、大理石からの入力部 ( $\text{CaCO}_3$ )、制御部 (GATES)、出力部 (OUTPUTS) に大別できる。

入力は TUD 各層それぞれ 3 組の PSc+PMT から引いている。それぞれ T1, T2, T3, U1, ... と番号を振っている。Cu, Al の T に描いたような or 接続を Cu, Al の U 以下全ての入力端子でとっているが、簡単のため Cu, Al の T 以外は省略した。なお、この or 接続以前で delay を置いているのは Cu, Al の T のみである。

制御部 GATES は Cu, Al と大理石の信号が干渉しないようにスイッチの役割を果たす。具体的には、Cu, Al 側の GG が起動している間は大理石の信号が入っても stop と判定しない。逆もまた然りである。

DAQ-PC では短時間に複数の start 信号を受けたとき最初の信号のみを使用し、それ以降の信号は無視する。

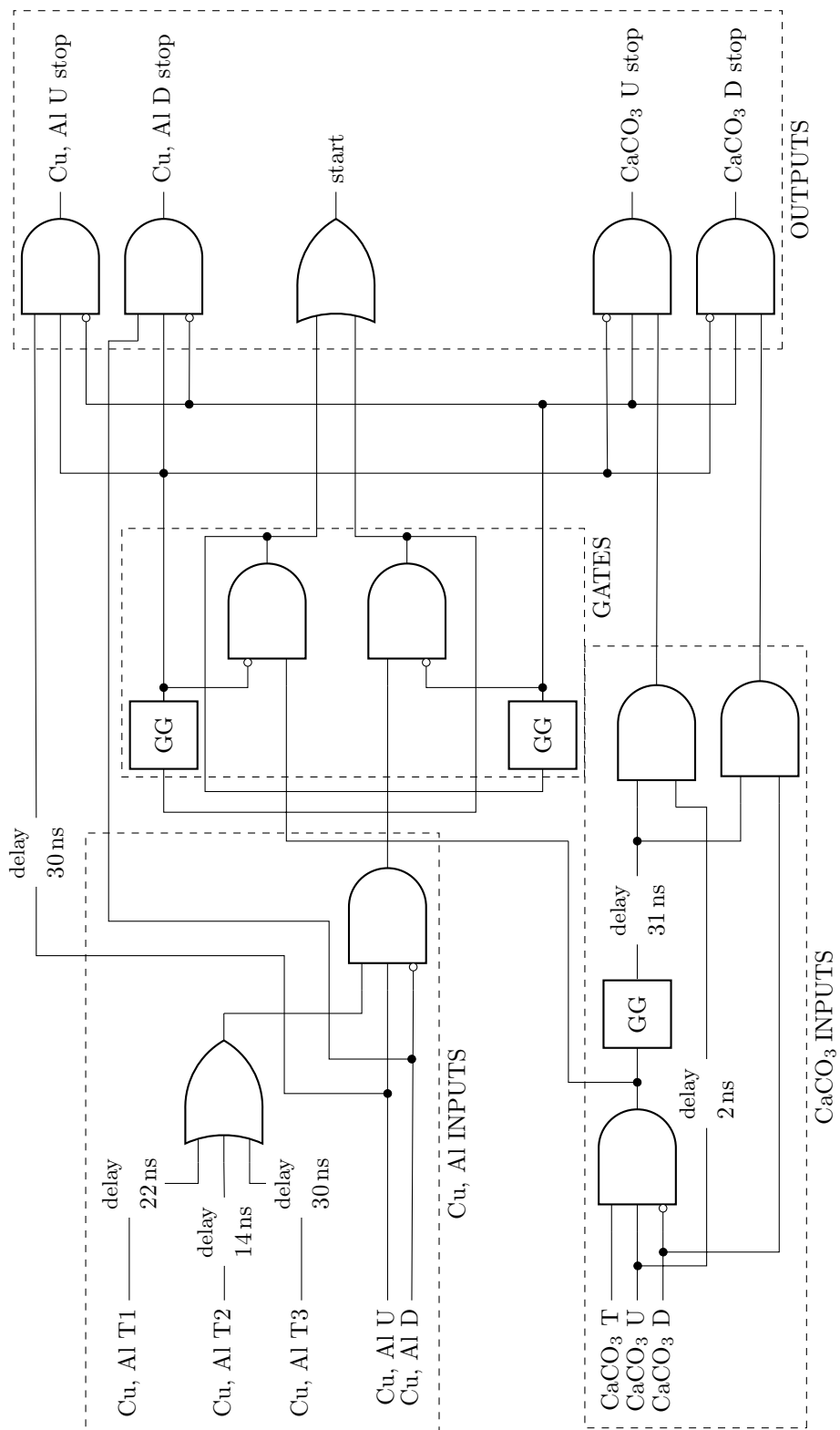


図 11: 実験で用いた論理回路

## 付録 B 解析コード

ここでは解析に用いたコードの概要を示す。変数の宣言やヒストグラムの取得などは省略しているため、表示の通りに実装しても作動しない。実際に解析で使用したものは <https://github.com/LowToneVoice/ksc16/tree/main/group7/analysis> を参照のこと。また測定データを <https://github.com/LowToneVoice/ksc16/tree/main/group7/data> に置いている。

### B.1 寿命測定

Listing 1: addfitCuAl.C

```
1 void addfitCuAl()
2 {
3     // sum of hists
4     hu->Add(hd, 1);
5     // configure bin of hist
6     hu->Rebin(50);
7
8     // fitting curve
9     TF1 *f1 = new TF1("f1", "[0]*exp(-x/[1])+[2]*exp(
        -(x+[3])/[4])+[5]");
10    f1->SetParameters(100, 2200.0, 100, 0, 2100.0, 0.0);
11    f1->SetParNames("N_{+}", "#tau_{+}", "N_{-}", "td_0", "#tau_{-}"
        , "BG");
12    hu->Fit("f1", "", "", 100, 20000);
13
14    // y axis to log scale
15    c1->SetLogy();
16    hu->Draw();
17 }
```

Listing 2: addfitCa.C

```
1 void addfitCa()
2 {
3     // sum of hists
4     hu->Add(hd);
5     // configure bin of hist
6     hu->Rebin(100);
7     hu->Draw();
```

```

8
9    // fitting curve
10   TF1 *f1 = new TF1("f1", "[0]*exp(-(x/[1]))+[2]*exp(-(x/[3]))+[4]");
11   f1->SetParameters(150, 2000.0, 120, 900.0, 2.0);
12   f1->SetParNames("N_{+}", "#tau_{+}", "N_{-}", "#tau_{-}", "BG");
13   hu->Fit("f1", "", "", 100, 20000);
14   // y axis to log scale
15   c1->SetLogy();
16 }

```

## B.2 スピン偏極測定

まず expFit.C で (5) のフィッティングを行いバックグラウンドを求める。(6) の  $\cos$  によるフィッティングの  $\chi^2$  値を複数の  $\alpha$  で計算する。 $\chi^2$  が極小となる  $\alpha$  を選び (6) のフィッティングパラメーターを結果とする。

Listing 3: expFit.C

```

1 void expFit()
2 {
3     // configure bin of hist
4     hu->Rebin(100);
5     hd->Rebin(100);
6
7     // fitting curve
8     TF1 *fu = new TF1("fu", "[0]*exp(-x/[1])+[2]");
9     TF1 *fd = new TF1("fd", "[0]*exp(-x/[1])+[2]");
10    fu->SetParameters(200.0, 2000.0, 0.0);
11    fu->SetParNames("N_U", "#tau_U", "BG_U");
12    fd->SetParameters(100.0, 2000.0, 0.0);
13    fd->SetParNames("N_D", "#tau_D", "BG_D");
14    hu->Fit("fu", "", "", 300, 20000);
15    hd->Fit("fd", "", "", 300, 20000);
16
17    hd->Draw();
18    hu->Draw("same");
19    // y axis to log scale
20    c1->SetLogy();
21 }

```

Listing 4: findPar.C

```

1 void findPar()
2 {
3     // hists
4     h1_init = (TH1D *)h1->Clone();
5     h2_init = (TH1D *)h2->Clone();
6
7     for (i = 0; i < 500; i++)
8     {
9         offset = -30;
10        alpha = 0.1 + i * 0.01;
11
12        h1 = (TH1D *)h1_init->Clone();
13        h2 = (TH1D *)h2_init->Clone();
14
15        // move h2 left for offset
16        for (k = 0; k < h2->GetXaxis()->GetNbins(); k++)
17        {
18            if (offset + k < 0)
19            {
20                h2->SetBinContent(k, 0);
21            }
22            else
23            {
24                h2->SetBinContent(k, h2_init->GetBinContent(k +
25                    offset));
26            }
27        }
28
29        // rebin
30        h1->Rebin(100);
31        h2->Rebin(100);
32
33        // for error evaluation
34        h1->Sumw2();
35        h2->Sumw2();
36
37        // delete BGs
38        for (k = 0; k < h1->GetXaxis()->GetNbins(); k++)
39        {

```

```

39         h1->SetBinContent(k, h1->GetBinContent(k) - bg_u);
40     }
41     for (k = 0; k < h2->GetXaxis()->GetNbins(); k++)
42     {
43         h2->SetBinContent(k, h2->GetBinContent(k) - bg_d);
44     }
45     h3 = (TH1D *)h1->Clone();
46     h4 = (TH1D *)h2->Clone();
47
48     // h2 times alpha
49     for (k = 0; k < h2->GetXaxis()->GetNbins(); k++)
50     {
51         h2->SetBinContent(k, (h4->GetBinContent(k) * alpha));
52         h2->SetBinError(k, (h4->GetBinError(k) * alpha));
53     }
54
55     // D-U/D+U
56     h3 = (TH1D *)h1->Clone();
57     h4 = (TH1D *)h2->Clone();
58     h4->Add(h3, -1);
59     h2->Add(h1);
60     h4->Divide(h2);
61
62     // fitting by cos
63     TF1 *f = new TF1("f", "[0]*[1]*cos(2*[1]*TMath::Pi()*([x]-[2])  

64         [1]/[1])");
65     f->SetParNames("A", "T", "t_offset");
66     f->SetParameters(.1, 3500, .0);
67     f->SetParLimits(0, .01, .5);
68     f->SetParLimits(1, 2500, 4500);
69     f->SetParLimits(2, -500., 500.);
70     h4->Fit("f", "", "", 300, 5000);
71
72     // output chi^2/ndf and prob
73     erf = h4->GetFunction("f")->GetChisquare();
74     ndf = h4->GetFunction("f")->GetNDF();
75     prob = h4->GetFunction("f")->GetProb();
76     outputfile_chi2 << alpha << "[1]" << erf / ndf << "[1]";
77     outputfile_prob << alpha << "[1]" << prob << "[1]";

```



```

78         // change the lines of
79         outputfile_chi2 << endl;
80         outputfile_prob << endl;
81     }
82     outputfile_chi2.close();
83     outputfile_prob.close();
84 }

```

Listing 5: fitAsym.C

```

1 void fitAsym()
2 {
3     offset = -30;
4     alpha = 2.23;
5     // hists
6     h1_init = (TH1D *)h1->Clone();
7     h2_init = (TH1D *)h2->Clone();
8
9     // move h2 left for offset
10    for (i = 0; i < h2->GetXaxis()->GetNbins(); i++)
11    {
12        if (offset + i < 0)
13        {
14            h2->SetBinContent(i, 0);
15        }
16        else
17        {
18            h2->SetBinContent(i, h2_init->GetBinContent(i + offset))
19                ;
20        }
21    }
22
23    // rebin
24    h1->Rebin(100);
25    h2->Rebin(100);
26
27    // for error evaluation
28    h1->Sumw2();
29    h2->Sumw2();

```

```

30      // delete BGs
31      for (i = 0; i < h1->GetXaxis()->GetNbins(); i++)
32      {
33          h1->SetBinContent(i, h1->GetBinContent(i) - bg_u);
34      }
35      for (i = 0; i < h2->GetXaxis()->GetNbins(); i++)
36      {
37          h2->SetBinContent(i, h2->GetBinContent(i) - bg_d);
38      }
39      h3 = (TH1D *)h1->Clone();
40      h4 = (TH1D *)h2->Clone();
41
42      // h2 times alpha
43      for (i = 0; i < h2->GetXaxis()->GetNbins(); i++)
44      {
45          h2->SetBinContent(i, h4->GetBinContent(i) * alpha);
46          h2->SetBinError(i, h4->GetBinError(i) * alpha);
47      }
48
49      // D-U/D+U
50      h3 = (TH1D *)h1->Clone();
51      h4 = (TH1D *)h2->Clone();
52      h4->Add(h3, -1);
53      h2->Add(h1);
54      h4->Divide(h2);
55
56      // fitting by cos
57      TF1 *f = new TF1("f", "[0]*cos(2*[1]*TMath::Pi()*([2]-[2]))/[1]");
58      f->SetParNames("A", "T", "t_offset");
59      f->SetParameters(.1, 3500, .0);
60      f->SetParLimits(0, .01, .5);
61      f->SetParLimits(1, 2500, 4500);
62      f->SetParLimits(2, -500., 500.);
63      h4->Fit("f", "", "", 300, 5000);
64
65      h4->Draw();
66  }

```

## 参考文献

- [1] 伊藤泰男, 鍛冶東海, 田畑米穂, 吉原賢二, 「素粒子の化学」学会出版センター (1985)