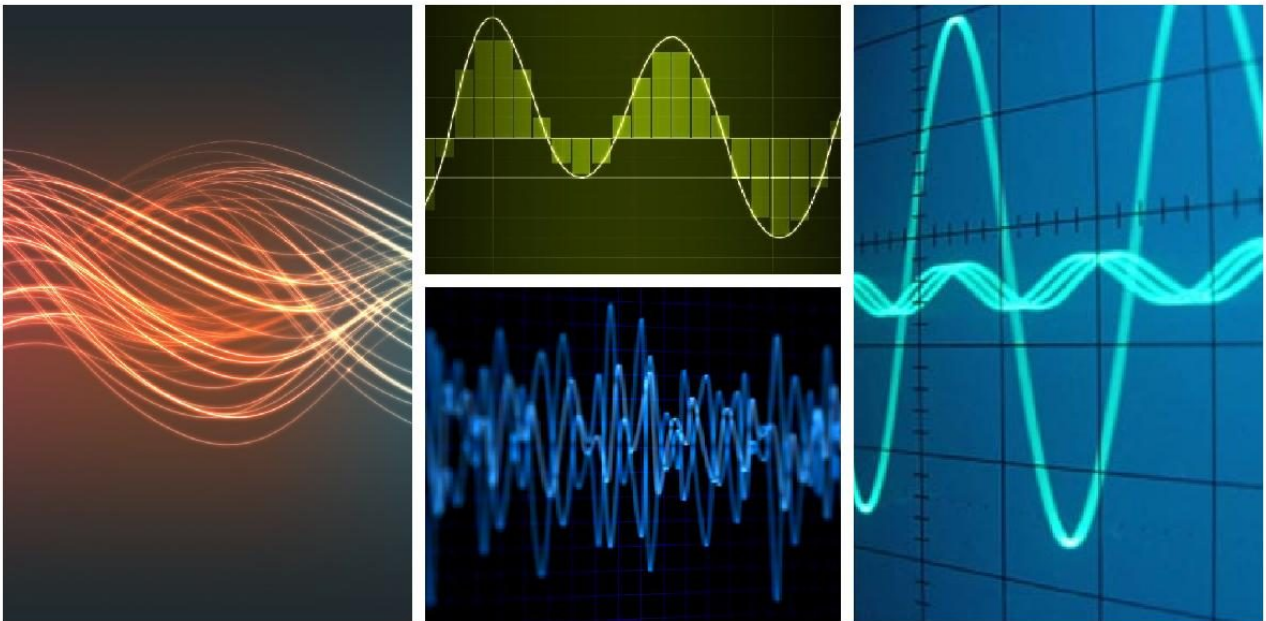


Signal Characterization



POULALION Léo-Polde

Design Engineer

LAFORTUNE Tristan

Specification Engineer

FERNAND Thomas

Project Manager

Table des matières

1	Introduction.	4
2	Signals.	4
2.1	Cardiac Signal.	4
2.2	Noise Signal.	4
2.3	Ergodicity.	5
3	Definition and measure of signals properties.	5
3.1	Average value and Root Mean Square Value (V_{RMS}).	5
3.2	Probability density.	6
3.3	Time domain study : Autocorrelation Function.	6
3.4	Frequency domain study : Spectral Density of Power.	7
3.4.1	Method 1 : Direct estimation.	7
3.4.2	Method 2 : Indirect estimation.	7
3.4.3	Method 3 : Lock in amplifier.	7
4	Results.	8
4.1	Average and V_{RMS} values.	8
4.2	Probability Density.	8
4.2.1	Cardiac signal	8
4.2.2	Noise signal	9
4.3	Autocorrelation Function.	9
4.4	Spectral Density of Power.	10
4.4.1	Method 1 : Direct estimation.	10
4.4.2	Method 2 : Indirect estimation.	11
4.4.3	Method 3 : Estimation by Lock-in Amplifier.	11
5	Conclusion.	12
6	Bibliography.	12
7	Annexes.	13
7.1	Annexe 1 : Plan de développement.	13
7.2	Annexe 2 : Tableau de bord.	15
7.3	Annexe 3 : Risques	16
7.3.1	Risques opérationnels	16
7.3.2	Risques matériels	16
7.4	Annexe 4 : Spécification.	17
7.4.1	Comment générer ces signaux ?	17
7.4.2	Comment observer et manipuler les signaux ?	17
7.4.3	Evaluation de la valeur moyenne et de la valeur efficace.	17
7.4.4	Evaluation de la Densité de Probabilité.	17
7.4.5	Evaluation de la fonction d'Autocorrélation.	18
7.4.6	Evaluation de la Densité Spectrale de Puissance.	18
7.5	Annexe 5 : Conception.	19
7.5.1	Evalutaion de la Valeur Moyenne et de la Valeur Efficace.	19
7.5.2	Evalutaion de la Densité de Probabilité.	19
7.5.3	Evaluation de l'autocorrélation.	20
7.5.4	Evaluation de la Densité Spectrale de Puissance.	20
7.6	Annexe 6 : Plan de tests.	21
7.6.1	Tests élémentaires.	21
7.6.2	Tests d'intégration.	22
7.6.3	Tests de validation.	22

7.7	Annexe 7 : Développement/Réalisation.	23
-----	---	----

1 Introduction.

A BFG (Bass Frequency Generator) is an instrument which has the possibility of generating different types of signals. A signal is the physical representation of information, sent from its source to its recipient. We can perform the processing of this signal, the objective here is to have a maximum of informations, parameters by relying on electronic and computer resources.

This signal can be disturbed by noise. Usually, when we talk about noise, we are talking about measurement noise which corresponds to parasitic signals superimposed on the signal that we want to measure, due to possible losses or even inaccuracies in the experimental devices

The objective of our work is simple : characterize and then compare two signals : the Cardiac signal and the Noise signal, by measuring various parameters and functions :

- Average value
- Effective value
- Probability density function
- Spectral density function
- Autocorrelation function

We will define all of these terms.

2 Signals.

2.1 Cardiac Signal.

The cardiac signal is an electrical signal generated by cells of the heart. These cells can generate a tension of a few millivolts which is transmitted to different parts of the heart. This electrical signal is therefore accompanied by a mechanical signal which corresponds to the response of the myocardium (heart muscle) to the electric tension passing through it. These two signals are therefore perfectly synchronized.

This signal is periodic, which means that the same pattern is repeated with a period T (*Figure 1 represents 4 periods*). With the difference that the period of this signal is in reality variable, because of our pulse (which is a frequency therefore equivalent to $\frac{1}{T}$) is variable, during intense physical activity it will be higher than if we are resting.



Fig. 1 : Oscillogram of the Cardiac Signal. The amplitude is 4 Vpp and the sample rate is 20kHz. Oscilloscope settings are 500mV/div, 20ms/div and a sampling frequency of 250kHz.

A period is composed of 3 peaks that we will call A, B and C in order of appearance. The first peak, A, corresponds to the sending of oxygen-poor blood by the heart. The large peak, B, in the middle is the expulsion of oxygenated blood throughout the body. Finally, the last peak, C, corresponds to the return to the resting position of the heart.

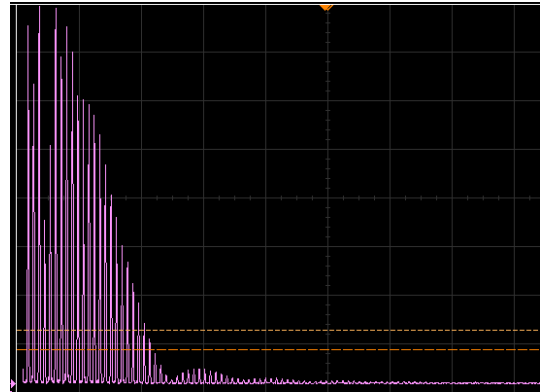


Fig. 2 : Oscillogram of the Fourier transform of the Cardiac Signal. Signal characteristics and oscilloscope settings are the same as in Fig.1.

The Fourier transform, with its peak structure, confirm the periodicity of the signal. The signal could be decomposed in a sum of sine and cosine (Fourier decomposition) of different frequency which correspond to each peak. Therefore, the spectral distribution of the signal is concentrated in low frequencies, between 0 and 1.5 kHz.

2.2 Noise Signal.

The Noise signal is a random signal : it signify that if an acquisition of this signal is realized two times with the same experimental conditions, we will not obtain the same result.

Mathematically, a random signal is represented by a random variable $X(t, \omega)$: a set a of function time dependent (t) and indexed by the variable ω . We could represent it as a set of signals, each produced by a

Low Frequency Generator indexed by a number. We will use the notation " $x(t)$ " to talk about a realization of the signal (when (ω) is fixed) and \mathbb{E} to talk of the mathematical expectancy associated with the random signal $X(t, \omega)$.

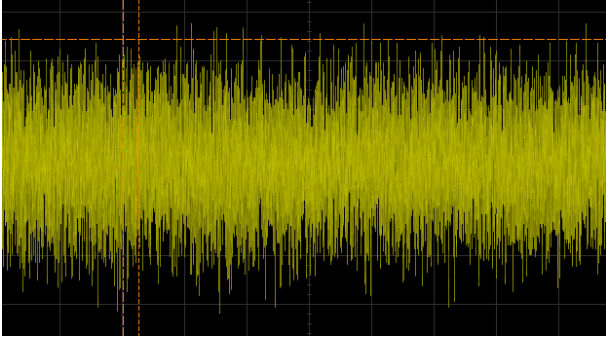


Fig. 3 : Oscillogram of the Noise Signal. The amplitude is 4 Vpp and the bandwidth is 20kHz. Oscilloscope settings are the same as Fig.1.

This oscillogram (Fig.3) represent the signal at a time t , but in reality this representation is unstable, it always changing because of the random nature of the signal.

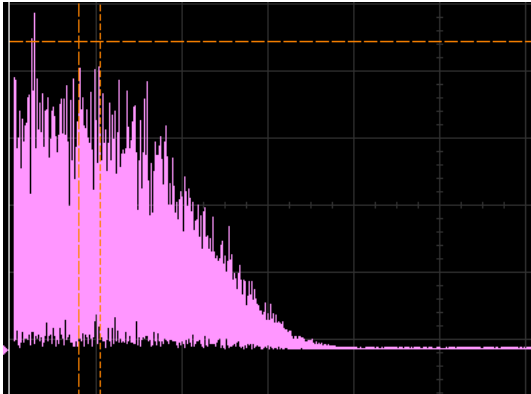


Fig. 4 : Oscillogram of the Fourier transform of the Noise Signal. Signal characteristics are the same as in Fig. 2 and oscilloscope settings are the same as in Fig. 1.

The previous argument is also valid for the Fourier transform (Fig.4) : its representation always change what prevents us from realizing a classical frequency domain analysis. However, a curve profile can be identify at all times : the curve seems to be constant for low frequencies values and decrease to 0 after 20kHz.

This result is related to the bandwidth, fixed to 20kHz. In fact, the signal is a superposition of signals whose frequencies is between 0 and 20kHz. The Fourier transform allows to identify frequencies and their weight in the signal, so it is normal to find a decrease of the curve after 20kHz.

2.3 Ergodicity.

As explained earlier, the Noise signal is a represented as a random variable, and this signify that the

average concept is a little bit different because if we want a good result, we have to repeat the experience infinitely.

In fact, the average in the context of a random variable, correspond to the expectancy \mathbb{E} of the random variable : the set of realisation of the signal is consider and for a time t fixed, the average of each realisation ($X(t,1)$, $X(t,2)$, ...) is computed.

So we have to do the hypothesis of the ergodicity which means that the temporal average value doesn't depends on the realisation considered.

If a signal is ergodic, there is equivalence between the expectancy \mathbb{E} and the temporal average value $\langle x(t) \rangle$. This hypothesis will be remarkably useful, because all abstract concepts relating to random variable will be transformed in its temporal equivalent.

The temporal average is the same as the average of all realizations.

Thanks to the hypothesis of ergodicity, averaging and expectancy concepts are mixed, it will allow us to obtain less abstract theoretical expressions for quantities that we will measure.

3 Definition and measure of signals properties.

3.1 Average value and Root Mean Square Value (V_{RMS}).

The average value is defined as follows :

$$\begin{aligned} \langle x(t) \rangle &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt \\ &= (\mathbb{E} \{ X(t, \omega) \} \text{ for a random signal}) \end{aligned}$$

However, since the Cardiac signal is periodical (T-period), this relationship shrinks to :

$$\langle x(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x(t) dt \quad \forall t_0 \in \mathbb{R}^+$$

Then, the root mean square value correspond to the square roots of the average power of the signal. Mathematically, its expression is :

$$\begin{aligned} V_{RMS} &= \lim_{T \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt} \\ &= (\mathbb{E} \{ X^2(t, \omega) \} \text{ random signal}) \\ &= \left(\sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x^2(t) dt} \text{ periodic signal} \right) \end{aligned}$$

The measurement of these two quantities will provide general information on signals.

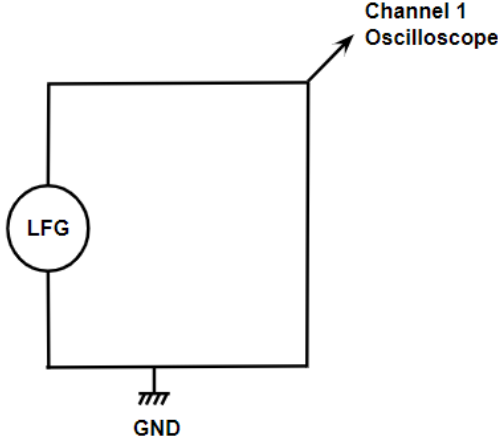


Fig. 5 : **set up 1**. This set up will be used in most of the protocols for estimates signal properties.

The Fig.1 represent the experimental set up. LFG will produce the signal, and the oscilloscope will discretize them and realize an approached integral to evaluate average value and V_{RMS} .

3.2 Probability density.

The probability density function makes sense for random continuous variables, it is the support of the probability law. Indeed, as soon as the expression of the probability density is known, the probability of such and such event can be deduced (as long as we know how to integrate the density function). The probability that an event takes place between x_1 and x_2 is given by :

$$P(x_1 < X < x_2) = \int_{x_1}^{x_2} \rho(x) dx \quad (1)$$

Where ρ is the density function. For density probability laws, that's to say the continuous support laws, we always have $P(X = a) = 0$ with $a \in \mathbb{R}$.

In this study all the signals had been discretized using sampling tools like computer or oscilloscope devices. That means all the results presented in this report are discrete but can be extended by continuity.

For a signal the probability density function $\rho(x)$ of a signal $X(t)$ evaluates the probability that a sample of $X(t)$ takes an amplitude value x . For a numerical signal that has been discretized, we measure on a period T , the number of samples whose the value is between x and $x + dx$.

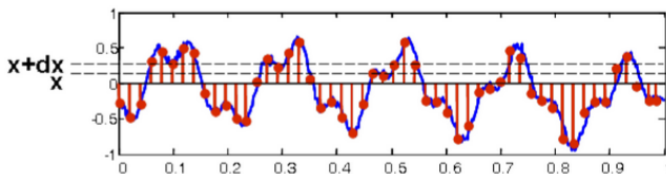


Fig. 6 : **probability density method** (image from the article (1) of the bibliography).

The discretization on the vertical axis is made by the device from which we collect the data. The oscilloscope of the laboratory uses 8 bits that means $2^8 = 256$ values possibly taken by the signal. That implies we can't make the dx interval as small as possible. It is limited by $\frac{(8+2)\Delta V}{256}$. Where ΔV is the vertical scale printed on the oscilloscope. 8 is the number of division on the vertical axis of the vertical axis, the +2 is a security that the oscilloscope takes to be sure that the entirety of the signal is acquired.

3.3 Time domain study : Autocorrelation Function.

The correlation product C_{xy} of two signals x and y allows to measure the degree of similarity between these signals, with a shift variable τ . The Autocorrelation function $R(\tau)$ correspond to the correlation product of the signal with itself :

$$\begin{aligned} R(\tau) &= C_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t)x(t+\tau)dt \\ &= (\mathbb{E} \{X(t, \omega)X(t+\tau, \omega)\} \text{ for random}) \\ &= (R(-\tau)) \end{aligned}$$

For a periodic signal :

$$R(\tau) = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x(t)x(t+\tau)dt \quad \forall t_0 \in \mathbb{R}^+$$

The autocorrelation function measure the correlation of a signal with itself shifted by τ , it is a powerful tool to characterize a signal in the time domain.

The measurement of autocorrelation function is based on an estimator called correlogram $\hat{R}(\theta)$, a transcription of C_{xx} for a discrete signal. More precisely, two versions of this estimator exist : a biased and an unbiased ; here the biased version is used :

$$\hat{R}(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-\theta-1} x(n)x(n+\theta) \quad (2)$$

The **set up 1** allows to make an acquisition of each signal, by connecting a USB key to the oscilloscope. The outcome of this is a spreadsheet with two columns (one for the voltage value and one for the time) and 50000 values in each.

Then, data is processed with Matlab by following the series of orders **Autocorr** (see **Annex 7**).

3.4 Frequency domain study : Spectral Density of Power.

The spectral density of power $S(f)$ of a signal is expressed in V^2/Hz , it is a tool to characterize a signal in frequency domain. If df is an infinitesimal frequency interval, $S(f)df$ will correspond to the Power dP of the signal between f and $f + df$:

$$\begin{aligned} dP &= S(f)df \\ &= \left(\mathbb{E} \left\{ |dX(f, \omega)|^2 \right\} \text{ for a random signal} \right) \end{aligned}$$

Thus, spectral density represents the power distribution according to frequency and the power \mathcal{P} is written :

$$\mathcal{P} = \int_0^{+\infty} S(f)df \quad (3)$$

Moreover, by the Parseval relation, the power of a signal can also be written :

$$\mathcal{P} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t)dt \quad (= V_{RMS}^2) \quad (4)$$

$$= \int_0^{+\infty} |\mathbf{FT}[x(t)](f)|^2 df \quad (5)$$

Hence :

$$\int_0^{+\infty} S(f)df = V_{RMS}^2 \quad (6)$$

And :

$$S(f) = \frac{1}{T} |\mathbf{FT}[x(t)](f)|^2 \quad \forall t \in \mathbb{R}^+ \quad (7)$$

This brings us to the first method of estimating spectral density

3.4.1 Method 1 : Direct estimation.

To assess spectral density of power, an estimator call Periodogram $\hat{S}(k)$ is used. There is different method to build the periodogram, the Welch method is used here.

This method consist in - after performing a signal acquisition - cut the signal in same size intervals, with an interval overlap, multiply them by a window (Hanning) and then realize the periodogram of each intervals :

$$\hat{S}(k) = \frac{1}{N} |\mathbf{DFT}[x(n) \times Win(n)](k)|^2 \quad (8)$$

(Here **DFT** is for Discrete Fourier Transform, but in practice it will be a Fast Fourier Transform).

And finally, to have the periodogram of the total

signal, realize the average of the interval's periodograms :

$$\begin{aligned} \hat{S}(k) &= \frac{1}{K.A} \sum_{i=0}^{K-1} \hat{S}_i(k) \\ &= \frac{1}{K.A.L} \sum_{i=0}^{K-1} |\mathbf{DFT}[x_i(n) \times Win(n)](k)|^2 \end{aligned}$$

$$\text{with } A = \frac{1}{L} \sum_{n=0}^{L-1} |Win(n)|^2$$

and L the length of each intervals

More specifically, the computing is performed with Matlab using the series of order **SpectDens1** (see **Annexe 7**).

The second method is based on the Wiener-Khintchine theorem :

$$S(f) \iff R(\tau)$$

$$S(f) = \mathbf{FT}[R(\tau)](f) = \int_0^{+\infty} R(\tau) e^{j2\pi f\tau} d\tau \quad (9)$$

3.4.2 Method 2 : Indirect estimation.

As explained in **3.3**, measure the autocorrelation function require the use of a correlogram. Thus, by applying Wiener-Khintchine theorem, spectral density can be estimate, but before this, the autocorrelation is multiply by a symmetrical apodisation window $SAW(\theta)$ to reduce disturbance :

$$\hat{S}(k) = \mathbf{DFT}[\hat{R}(\theta) \times SAW(\theta)](k) \quad (10)$$

Once the correlogram is built, the Discret Fourier Transform is performed with Matlab. These operations are detailed in the series of order **SpectDens2** (**Annexe 7**).

3.4.3 Method 3 : Lock in amplifier.

As said earlier, $S(f)df$ represents the power carried by the signal in a slice of frequency $f + df$. Also V_{RMS}^2 represents the total power of the signal. Therefore, if the signal enters in a pass band filter with a Bandwidth Δf , and then goes in a oscilloscope (which permit to measure the V_{RMS} of a signal), the power carried by the signal in the frequency bandwidth Δf can be deduced by taking the square of the V_{RMS} .

And this is precisely the utility of the lock in. The lock in is a low pass filter with an adaptable cutoff frequency f_c and a modifiable attenuation that change

the slope of the bode diagram. Remember that f_c also called "frequency at -3dB" is equal to $f_c = \frac{1}{2\pi RC}$ with $RC = \tau$ the time constant of the lock in. To simplify the calculus we will consider a perfect brickwall filter that cuts straight at f_{enbw} . However the area under the curve needs to be kept to maintain the same power, therefore we cannot just say that the filters cuts straight at f_c . This method permits to calculate areas of rectangles instead of integrate annoying functions.

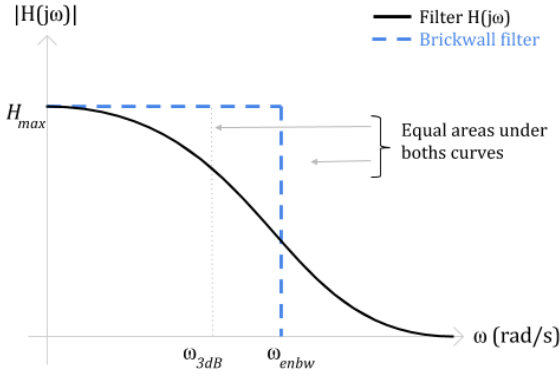


Fig. 7 : equivalent noise bandwidth of a low pass filter (image from document (12) in bibliography)

The coefficient between f_c and f_{ENBW} depends on the order of the filter.

For an first order filter $f_{enbw} = \frac{\pi}{2} f_c = \frac{1}{4\tau}$

For a second order filter $f_{enbw} = \frac{\pi}{4} f_c = \frac{1}{8\tau}$

Nevertheless, in reality the lock in behaves like a pass band filter as mentioned in the book (8) in bibliography

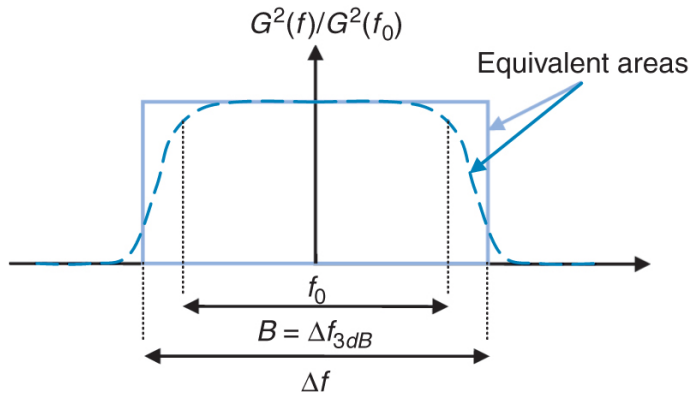


Fig. 8 : equivalent noise bandwidth of a band pass filter

So the pass band filter is centered in a frequency f_0 and the two cutoff frequencies are $f_1 = f_0 - f_c$ and $f_2 = f_0 + f_c$. That means the band width of the filter is $B = \Delta f_{-3dB} = f_2 - f_1 = 2f_c$. Which is equivalent to consider a perfect rectangular filter whose bandwidth equals to $\Delta f = 2\alpha f_c$ where α depends on the filter order.

And so, the lock in is a pass band filter that can slide on the frequency axis to select a bandwidth. The

width of the frequency band is adjustable changing the time constant and the attenuation curve depends on the attenuation chosen on the lock in. The spectral density is expressed in V^2/Hz whereas the V_{RMS} squared is obviously in V^2 so there is a factor between the power of the signal and the Spectral density of power (SDP) which is a normalization factor in Hz^{-1} .

The lock in straightly returns a quantity called the MAD for mean average deviation. This quantity expressed in $V/Hz^{1/2}$ is the square root of the SDP. So in each slice of frequency we can relieve the MAD value of the signal, and then we squared it to have directly the distribution of the power in each slice of frequency of the signal.

4 Results.

4.1 Average and V_{RMS} values.

With conditions of the 2.1 and 2.2 (for the Cardiac signal : ampl. :4V, sample rate 20kHz; for the Noise signal : ampl. 4V, bandwidth 20kHz) with the same oscilloscope settings (500 mV/div, 20ms/div, 250 kHz), the measurement of average value and V_{RMS} give :

Quantity	Cardiac value (mV)	Noise value (mV)
Average value	176	45
V_{RMS}	536	433

The average value is greater for Cardiac signal than for Noise signal. Moreover V_{RMS} is greater for the Cardiac than for the Noise signal which suggests that Cardiac signal is more powerful than Noise signal.

4.2 Probability Density.

4.2.1 Cardiac signal

As said earlier the cardiac signal is a periodic signal, that means we can focus our studies on a unique period of the signal.

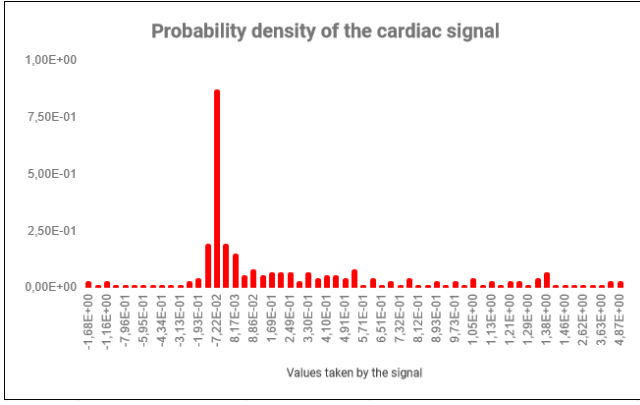


Fig.9 : Probability density of the cardiac signal (normalized).

Here is the probability density of one period of the cardiac signal, we can see a peak for the value $-7,22.10^{-2}$ V which correspond to the zone in red on the following graph. That means the probability to have a signal value equals to $-7,22.10^{-2}$ V is equal to 0,871. Of course the probability needs to be normalized to have $\int_{-\infty}^{\infty} \rho(x) = 1$: the sum of the probabilities is equal to 1.

4.2.2 Noise signal

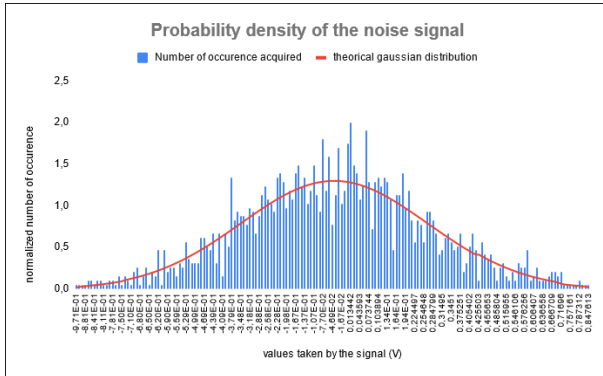


Fig. 10 : Probability density of the noise signal (normalized).

Here is the probability density of the noise signal : amplitude 4 Vpp, bandwidth 20000 Hz. Check the annexes to know how to make it. The distribution of the values looks very similar to a gaussian function, when the distribution of probability follows a gaussian law, we call it a gaussian signal. Moreover, the correlation function informs us that our noise is certainly a white noise, thus, we can say that our signal is a white gaussian noise.

4.3 Autocorrelation Function.

Cardiac signal

Once realized, the correlogram of the Cardiac signal is

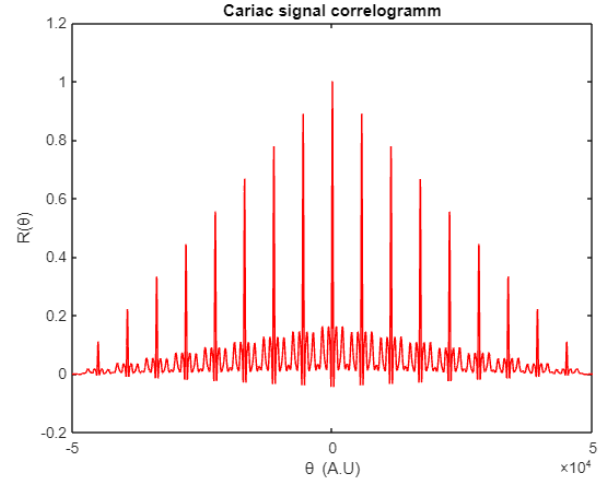


Fig. 11 : Correlogram of the cardiac signal (normalized).

The wave form reproduce the same pattern periodically with maximum peaks, which allows to make explicit the periodicity of the signal. From 0 to 5×10^4 , the autocorrelation is maximal in 0 (signal fully correlated with itself without shift) and decrease what is due to the shift.

However, this correlogram is not really informative because of the signal periodicity. Realize the correlogram of only one period is more relevant.

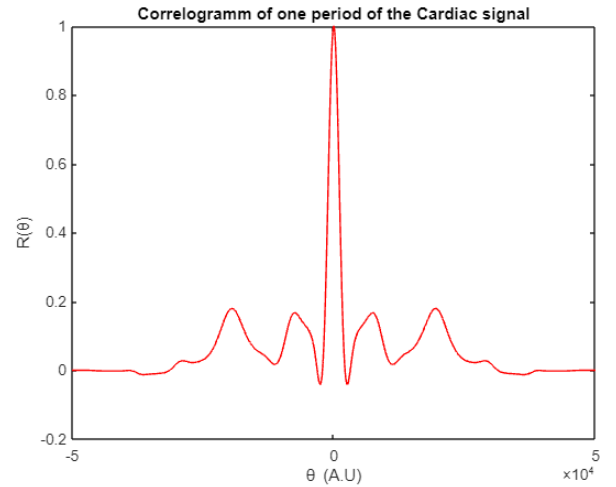


Fig. 12 : Correlogram of one period of the cardiac signal (normalized).

Here, the central peak is still the maximum (shift of 0, maximal correlation) and there is two secondary peaks at 0.75×10^4 and 2×10^4 . The first of these two peaks correspond to the "superposition" of the peak A (see 2.1) of the Cardiac signal with the peak B of the shifted Cardiac signal. The second correspond to the "superposition" of the peak B with the peak C.

Noise signal

In the following figure, we can see the correlogram of the Noise signal :

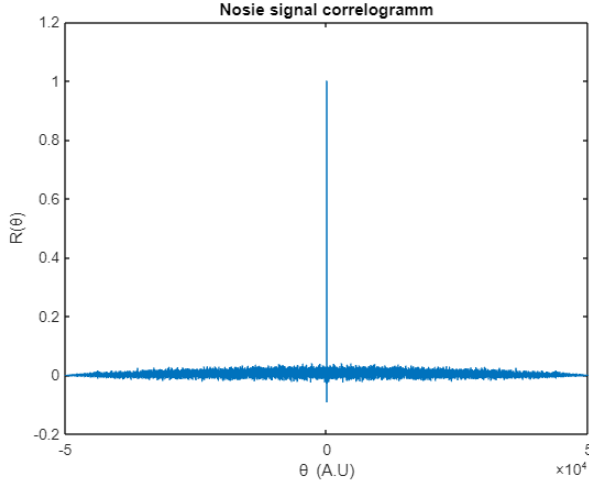


Fig. 13 : Correlogram of the noise signal (normalized).

The autocorrelation is maximal in 0 but practically null everywhere else. Thus the Noise signal is uncorrelated with itself when the shift is different from 0. This result is typical of a white noise, which suggest that Noise signal could be a white noise.

4.4 Spectral Density of Power.

4.4.1 Method 1 : Direct estimation.

With the direct estimation based on Welch method, recovery, but especially segments size will have an influence on the result. Indeed, the maximum reach by spectral density varies strongly with segment size, particularly the Cardiac signal.

Cardiac Signal

With this first method, the following result is obtained :

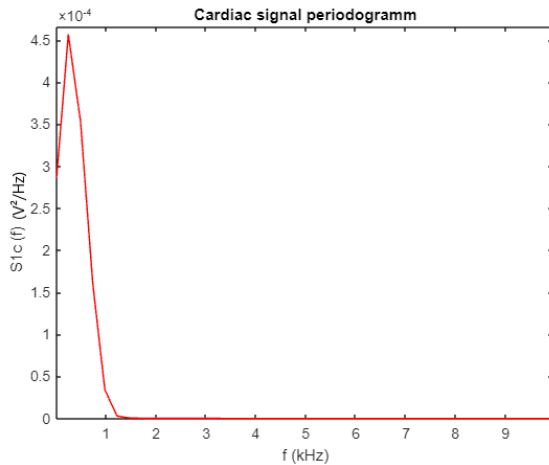


Fig. 14 : Graph of the Spectral Density of Power vs frequency for the Cardiac signal. The signal was cut in 100 segment of 1000 values, with an overlap of 50%.

A unique pic can be observed, spectral density is non-zero between 0 and 1 kHz, which signify that power is contained in a really short interval of low frequencies.

As explained before, segments size has an impact on the maximum value of the spectral density. To represent this, the same periodogram was realised with segments of 10000 values :

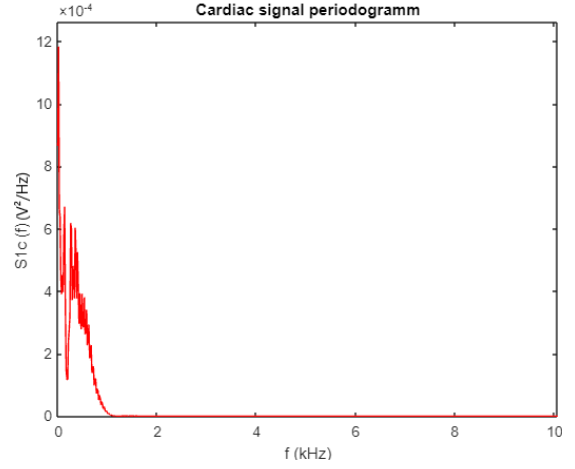


Fig. 15 : Graph of the Spectral Density of Power vs frequency for the Cardiac signal. The signal was cut in 10 segment of 10000 values, with an overlap of 50%.

Here, the curve is less smooth and the maximal value is $12 \times 10^{-4} V^2/kHz$ whereas it was $4.5 \times 10^{-4} V^2/kHz$ before. Thus, periodogram can just tell that power is contained between 0 and 1 kHz.

According to the expression (6), we can estimate V_{RMS} by integrate the spectral density. By using the trapezoid method of integration, we obtain $V_{RMS}^2 = 0.2807V^2$, hence $V_{RMS} = 530mV$, that is an error of 1.1% compared to the value measured with oscilloscope.

Noise Signal

Here the periodogram is represented in the following figure :

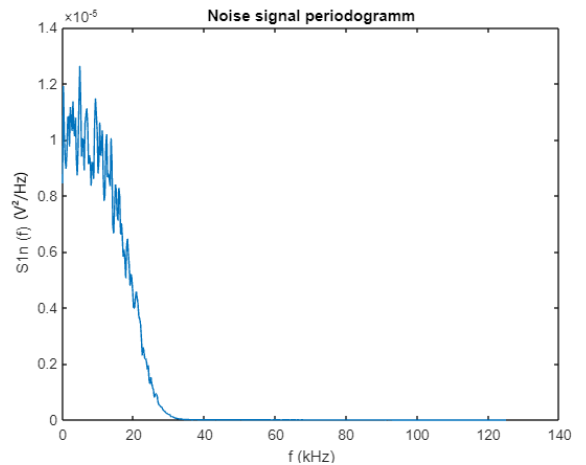


Fig. 16 : Graph of the Spectral Density of Power vs frequency for the Noise signal. The signal was cut in 100 segment of 1000 values, with an overlap of 50%.

Even if it is subtle to detect, the spectral density seem to be constant from 0 to 18 kHz . Then, it decrease strongly to reach 0 in $f = 30kHz$. This wave form confirm the idea that Noise signal is a white noise. In fact, spectral density of a white noise is ideally a Heaviside function whose non-zero part is defined on the interval $[0, \text{bandwidth value}]$. Noise signal bandwidth is 20 kHz and spectral density is near zero for this frequency, so the Noise signal can be consider as a white noise. Thus, the power of the signal is constantly distributed between 0 and 20 kHz .

By integrating spectral density with the trapezoid method we obtain $V_{RMS} = 441mV$, that is an error of 1.8% compared to the V_{RMS} measured in 4.1. Therefore this method seem to be efficient to estimate spectral density.

4.4.2 Method 2 : Indirect estimation.

Cardiac Signal

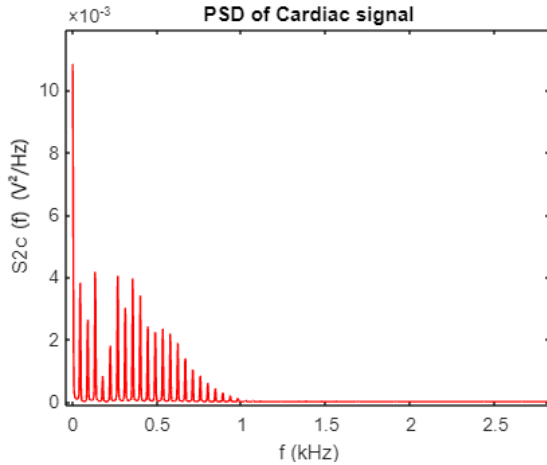


Fig. 17 : Graph of the Spectral Density of Power vs frequency for the Cardiac signal, built from Correlogram.

Here, the wave form has more details than with **Method1** and the pattern in peaks is similar to the Fourier transform of Cardiac signal, which also suggest a Fourier decomposition with sum of sinus and cosine. As with **Method1**, the power of the signal is contained between 0 and 1 kHz .

It is interesting to note that in the case of Cardiac signal, **Method1** and **Method2** give different wave forms of Spectral density that don't give the same quantity of information. However, order of magnitude is the same.

By following expression (6) with the trapezoid method, we find $V_{RMS} = 590mV$, that is an error of 10.1% compared to the V_{RMS} measured with oscilloscope.

Noise Signal

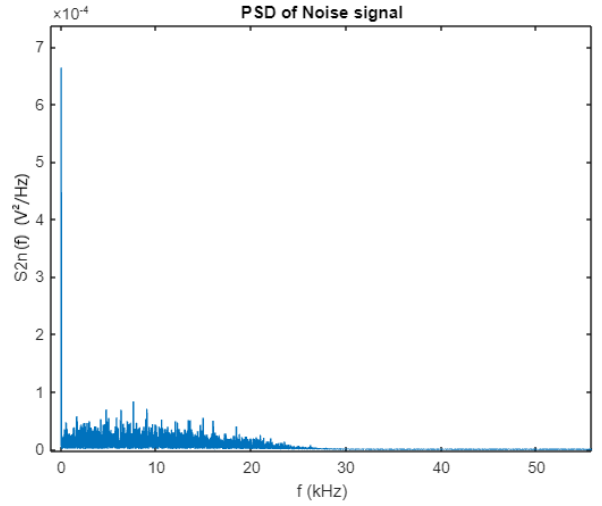


Fig. 18 : Graph of the Spectral Density of Power vs frequency for the Noise signal, built from Correlogram.

This graph of spectral density is less smooth than with **Method1**, but contain the same information about distribution of power in frequency, value of spectral density and global wave form. The only difference is the peak in 0 kHz , but it can appear with **Method 1** by reducing the number of segment.

If we compute V_{RMS} by following expression (6), we find $V_{RMS} = 479mV$, that is an error of 10.6% compared to the V_{RMS} measured with oscilloscope. This method seem to be less efficient than **Method 1** to estimate spectral density.

4.4.3 Method 3 : Estimation by Lock-in Amplifier.

Noise Signal

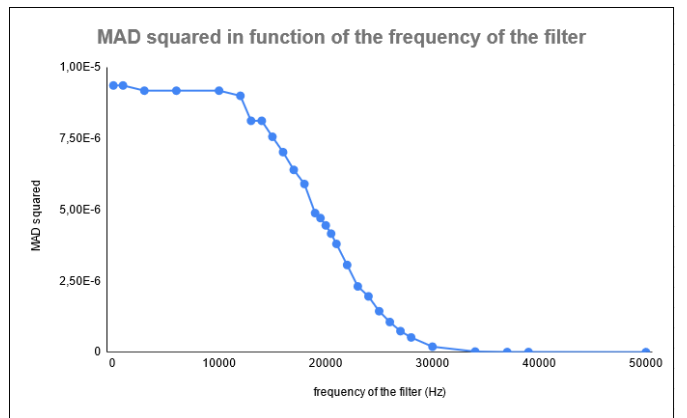


Fig. 19 : Spectral density of power of the noise signal (using the lock in method).

This is the spectral density of power of the noise signal, realized with the lock in method, on the y axis the unit is the V^2Hz^{-1} (check the annex conception

to know how to do it). The result seem coherent with the algorithm methods exposed earlier and show that Welch method seem to be more precise to estimate spectral density than Fourier transform of the correlogram. The plot shows that the bandwidth of the original signal is around 20.000Hz.

The SDP is constant on almost all the bandwidth of the noise, that means the signal carries the same power whatever the frequency slice. This is the definition of a white noise, the term "white" came from the parallel with the white light whose the intensity is equally distributed on each frequency.

Here, the condition of normalization is given by (6) which represents the total power of the signal (see 3.4, equations (3) and (4)). However the power of the signal is the V^2 which is the V_{RMS} squared. So here it's a way to control the precision of the experiment. In this case the total power of the signal is $0,433^2 V^2 = 0,187489 V^2$ and the integral of the DSP equals to $0,187346 V^2$, which correspond to an error of 0.4%, almost negligible.

Finally, it can be interesting to note that lock-in and Welch method seem more efficient than Fourier transform of the autocorrelation function to estimate spectral density of power. In fact V_{RMS} obtained by integrating spectral density with **Method 1** and **Method 3** is closer to the result obtained by measuring V_{RMS} with oscilloscope.

Cardiac Signal

For the cardiac signal which has a finite period T , the Fourier transform is equivalent to the lock in method. In fact, a fourier decomposition is equivalent to the DSP given by the lock in if the entry signal is plugged in a passband filter infinitely thin that can isolate very precisely each frequency. The output of a such filter is a pure signal, that's to say a sinus. Each harmonic (multiple of the fondamental frequency) in the fourier spectrum represents the power carried by the signal at a certain frequency. For a periodic signal, the spectrum is discrete, whereas the noise spectrum is continuous.

5 Conclusion.

In view of results obtained, it is clear that the Cardiac signal is periodic, more powerful than the Noise signal and its power is contained in a short interval of low frequencies : 0 to 1 kHz . As regards Noise signals, all results confirm that it is a white noise with a bandwith of 20 kHz , that is a random signal with a constant spectral density of power on its bandwith and zero elsewhere, an autocorrelation

zero elsewhere except when the time shifting is equal to 0 s.

6 Bibliography.

(1) ANALYSE DES SIGNAUX ALEATOIRES & IDENTIFICATION DES SYSTEMES LINEAIRES EN VIBRATIONS ET ACOUSTIQUE; F.OLLIVIER;UPMC; 2013-2014;
http://www.dalembert.upmc.fr/home/ollivier/images/DocumentsPeda/4AA06_SigAleat_SystLin_1314.pdf

(2) Signaux Aléatoires - CREATIS – Lyon; Jérôme Antoni LVA; INSA-Lyon;
https://www.creatis.insa-lyon.fr/~vray/doc_cours/Cours_SgxAl.pdf

(3) Cours Signal Aléatoire; Guillaume GINOLHAC; Polytech Annecy-Chambéry;2017-18;
<https://www.univ-smb.fr/listic/wp-content/uploads/sites/66/2019/02/courseasi742.pdf>

(4) Measuring Gaussian noise using a lock-in amplifier; T. Kouh, U. Kemiktarak, O. Basarir, C. Lissandrello, and K. L. Ekinci; 2018;
https://www.bu.edu/nems/papers/Kouh_AJP_2014.pdf

(5) BASES ET TECHNIQUES AVANCEES EN TRAITEMENT DU SIGNAL, Du capteur à la mesure; Patrick Nayman; edition : ellipses

(6) Traitement numériques du signal, Signaux et systèmes discrets; Guy Binet; edition : ellipses

(7) TRAITEMENT DU SIGNAL, Analyse et traitement du signal, Signaux déterministes et aléatoires, filtrage, estimation avec exercices et problèmes corrigés; Paul GAILLARD, Régis LENGELLE; edition : ellipses

(8) Digital communications; Proakis, Masoud, John G., Salehi; McGraw-Hill
<http://bayanbox.ir/view/9054313655403765775/Digital-Communications-5th-Edition.pdf>

(9) SIGNAUX ALÉATOIRES J.-F. BERCHER École Supérieure d'Ingénieurs en Électrotechnique et Électronique
https://perso.esiee.fr/bercherj/New/polys/poly_alea.pdf

(10) MODEL SR830 DSP Lock In Amplifier Datasheet
<https://www.thinksrs.com/downloads/pdfs/manuals/SR830m.pdf>

(11) Equivalent Noise Bandwidth; Tim J. Sobering
<https://www.k-state.edu/edl/docs/pubs/technical-resources/Technote1.pdf>

(12) Equivalent Noise Bandwidth
<https://analog.intgckts.com/equivalent-noise-bandwidth/>

(13) L'essentiel en theorie et traitement du signal : signaux déterministes et aleatoires, continus et discrets; Yvan Duroc; éditions Ellipses Technosup

(14) Analyse des signaux analogiques et numeriques : des bases aux applications, cours et exercices corrigés; Frédéric Cohen-Tenoudji.

7 Annexes.

7.1 Annexe 1 : Plan de développement.

Quoi (nos actions) ?

Nous allons caractériser puis comparer dans le domaine temporel et fréquentiel 2 signaux :

- Le signal Cardiac
- Le signal Noise

Qui ?

Tristan LAFORTUNE (*ingénieur spécification*)

Leopoldo POULALION (*ingénieur conception*)

Fernand Thomas (*chef de projet*)

Où ?

La plupart de nos travaux ont été réalisés à l'Université Paul Sabatier III, 118 Rte de Narbonne, 31062 Toulouse, dans la salle H3 du bâtiment 3TP.

Des réunions d'avancement du projet ont également été effectuées dans nos domiciles privés.

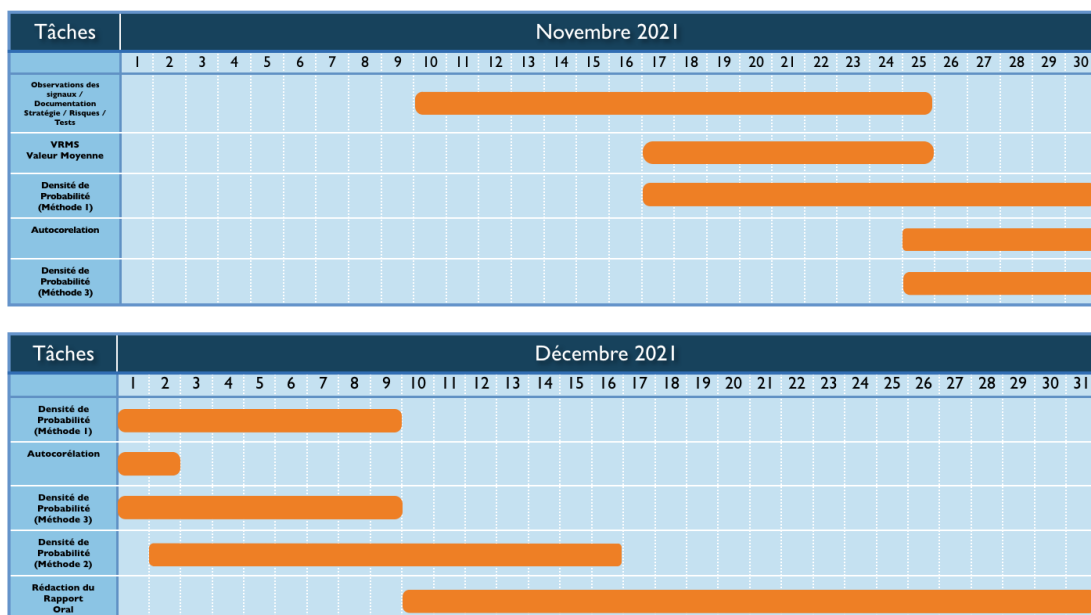
Quand ?

Le travail a dû être fait entre le 10 novembre 2021 et Janvier 2022, soit en moins de 3 mois.

Nous nous retrouvions toutes les semaines, le jeudi après-midi (salle H3).

De plus, notre réunion hebdomadaire sur l'avancement de nos travaux personnels se déroulait tous les mercredi matin.

Voici notre planification de travail donnée sous la forme d'un diagramme de Gantt :



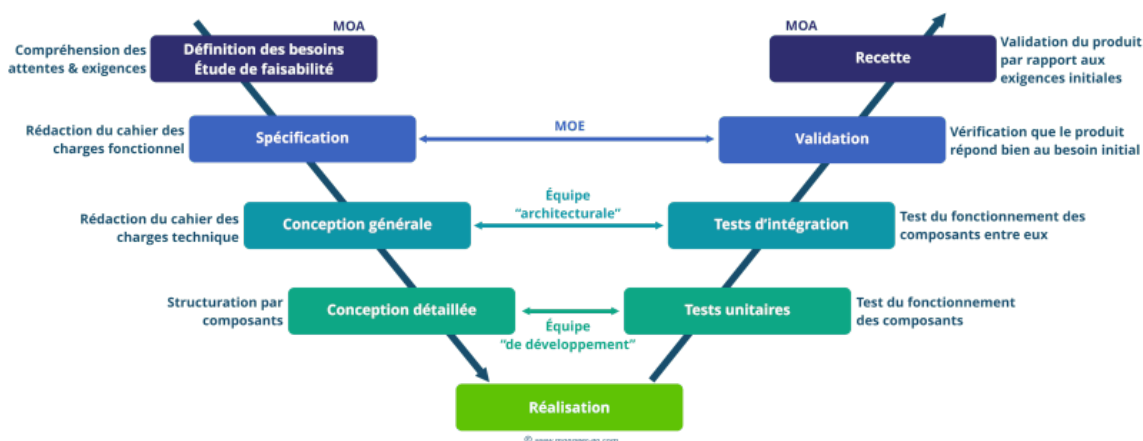
Tâches	Janvier 2022																													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Rédaction du Rapport Oral																														

Comment (moyens, méthodes utilisées) ?

Pour analyser et comparer ces deux signaux, nous allons procéder à la mesure de différents paramètres et différentes fonctions :

- Valeur moyenne
- Valeur efficace
- Fonction de densité de probabilité
- Fonction de densité spectrale
- Fonction d'autocorrélation

Pour nous organiser au mieux, nous avons choisi le modèle de développement du cycle en V.



<https://www.manager-go.com/gestion-de-projet/cycle-en-v.htm>

Dans la branche de gauche, les actions sont présentées par ordre chronologique de haut en bas. Dans un premier temps la spécification et dans un second temps la conception.

La branche de droite correspond, pour chaque action précisée sur la branche de gauche, à une action de test.

Cette organisation donne l'avantage de ne pas devoir revenir en arrière suite à une mauvaise définition de la spécification du projet.

Pourquoi (motifs et objectifs) ?

Le signal cardiaque est un signal électrique délivré par le cœur et son analyse, par un électrocardiogramme, précise et complète est nécessaire dans la médecine. Cependant ce signal peut être déformé et perturbé par un certain bruit qui obstrue à la bonne compréhension et analyse de ce signal, si important en médecine.

Le bruit extérieur peut déformer la ligne basse du signal cardiaque, c'est à dire la ligne qui correspond au tracé qui serait observé sur un électrocardiogramme, si le cœur n'avait aucune activité électrique.

7.2 Annexe 2 : Tableau de bord.

Planning des réunions

Date	Membres	Objet
18/11/2021	Client ; Chef de projet ; Ingénieur conception ; Ingénieur spécification	Rencontre avec le client pour description des méthodes de réalisation du projet.

Tableau de bords

Date	Avancement du projet	Remarques
10/11/2021	Observation des signaux ; Documentation sur les éléments du cahier des charges ; Mise en place d'une ébauche de stratégie pour répondre au cahier des charges	
18/11/2021	Réunion avec le client ; travail de compréhension du matériel (lock in, données récupérées depuis un oscilloscope) ; Réflexions relatives aux protocoles expérimentaux	
25/11/2021	Réalisation du TP N°7 pour avoir une meilleur compréhension du Lock-in amplifier ; Réalisation de la mesure de la valeur moyenne et de la VRMS de chaque signaux ; Aquisition des signaux pour calcul et tracé de la densité de probabilité	Le calcul de la fonction d'autocorrélation s'avère plus complexe que prévu
02/12/2021	Aquisition des signaux pour différentes fréquences d'échantillonnage ; Evalutaion de la densité Spectrale de puissance par la méthode du lock-in et tentative de verification du résultat	
09/12/2021	Evaluation plus précise de la densité spcectrale de puissance par la méthode du lock-in ; Travail de réalisation d'un code permettant de constuire le corrélogramme et le periodogramme.	Il y a eu une erreur dans la manipulation avec le lock-in, elle devra être refaite
16/12/2021	Retour sur l'évaluation de la densité spectral par le lock-in ; Tracé du periodogramme en influant sur les différents paramètres (fenêtre, taille des segments) ; Tracé du corrélogramme ; Tracé de la densité spectrale évalué par la méthode directe	

7.3 Annexe 3 : Risques

Dans ce genre de travail, les risques sont une partie importante à rapidement prendre en compte. C'est en effet un des premiers travaux à effectuer, avant même de commencer le sujet en lui-même. La prise de conscience de certains risques peut influencer quant à la mise en œuvre du projet. C'est donc après avoir une idée générale de notre plan de travail, c'est-à-dire comment allons nous répondre à la tâche, que la question des risques intervient.

7.3.1 Risques opérationnels

Premièrement, il faut identifier les risques pour chaque partie et pour chaque instrument utilisé.

Notre travail consiste à faire l'analyse de certains signaux caractéristiques. Ainsi, chaque jour de travail, de nouvelles données sont acquises. Elles peuvent provenir de nos recherches personnelles ou de l'instrument utilisé pour analyser le signal. Il est donc primordial de se protéger de l'éventuelle perte de ces données. Cela nous ferait perdre un temps considérable et ne peut générer que du stress face au temps limité.

Afin d'éviter et anticiper une éventuelle perte nous avons pris l'habitude d'enregistrer toutes nos données sur 3 clés USB différentes ainsi que sur un DRIVE en ligne. Le DRIVE est accessible pour chaque membre de l'équipe et nous permet en parallèle d'avancer rapidement sur une même étude à plusieurs. Soudainement, si une erreur de réseaux quelconque survenait et nous empêcherait d'accéder au drive, nous avons toujours nos propres clés USB avec l'intégralité des travaux et nous gardions évidemment un contact sur l'avancement de nos recherches.

De plus, si par hasard un membre du groupe venait à ne pas pouvoir travailler ou est absent lors d'une rencontre, nos moyens mis en œuvre nous permettaient une certaine autonomie de travail et nous détachaient d'une indépendance d'un certain membre du groupe.

Ceci constituaient l'ensemble des risques propres à nous et au matériel de stockage des données.

7.3.2 Risques matériels

Une autre source de risque à prendre en compte est évidemment lors de nos multiples manipulations, des risques qui ne sont donc pas propres à nous. Afin de relever les différentes caractéristiques de signaux étudiés nous avons utilisé un GBF, un oscilloscope, des câbles coaxiaux et un ordinateur. Nous n'étions donc pas à l'abri d'une éventuelle panne ou d'un mauvais fonctionnement d'un de ces appareils.

Pour éviter d'être dépendant de ces appareils, nous avons pris soin de vérifier que nous avions à notre disposition un deuxième appareil de "secours". Quant à la vérification du bon fonctionnement de tous les instruments, nous avons, pour chaque instrument, un plan de test visant à mettre en œuvre un protocole afin de le vérifier. (cf annexe plan de tests)

De plus, les manipulations effectuées peuvent être dans certains cas dangereuses, il y a un risque non négligeable d'électrocution par exemple. En effet nous manipulons des outils électriques, nous devons donc prendre le temps de faire chaque manipulation avec le plus de soin et de concentration possible et une paillasse de travail propre et rangé.

Le matériel utilisé peut également coûter très cher, nous devons donc en prendre soin dans un souci d'économie.

7.4 Annexe 4 : Spécification.

Nous avons pour objectif de caractériser et comparer deux signaux :

- Un signal periodique : le signal Cardiac
- Un signal aléatoire : le signal Noise.

La caractérisation de ces signaux passera par l'évaluation de différentes grandeurs : la valeur moyenne, la valeur efficace, la densité de probabilité, la densité spectrale de puissance et l'autocorrélation.

7.4.1 Comment générer ces signaux ?

Une fois les signaux transférés par le client à nos services, ils seront enregistrés dans la base de donnée d'un (ou de plusieurs) Générateur Basse Fréquence (GBF). Une fois enregistrés, les signaux seront facilement accessibles et pourront ainsi être générés aisément à partir du GBF. Ce dernier permettra également d'influer sur les caractéristiques des signaux (fréquence, amplitudes, ...).

7.4.2 Comment observer et manipuler les signaux ?

De fait, nous ne pouvons pas travailler directement avec les signaux. En effet, ces derniers étant continus, nous obtiendrons une infinité de résultats. Ainsi, il nous faudra réaliser une discrétisation du signal :

$$x(t) \rightarrow x[n]$$

7.4.3 Evaluation de la valeur moyenne et de la valeur efficace.

Pour évaluer ces deux grandeurs, nous utiliserons leurs expressions discrétées à l'aide d'intégrales approchées (pour l'exemple on utilise ici la méthode des rectangles), issus de la définition même de valeur moyenne et de valeur efficace :

$$\langle x(t) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt \rightarrow \langle x(n) \rangle = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \delta n x(n) \quad (11)$$

$$V_{RMS} = \lim_{T \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt} \rightarrow V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \delta n x^2(n)} \quad (12)$$

En plus de nous permettre l'observation des signaux, un oscilloscope sera capable de réaliser le calcul de la valeur moyenne et de la valeur efficace pour chaque signaux.

7.4.4 Evaluation de la Densité de Probabilité.

Tentons de comprendre plus physiquement ce que représente la densité de probabilité :

Considérons une représentation temporelle de notre signal $x(t)$, nous avons en abscisse le temps et en ordonnée la tension (pour un signal électrique).

Lors de la numérisation du signal, on discrétise les deux axes. On note Δt la plus petite division sur l'axe des temps et ΔV la plus petite division sur l'axe des tensions.

Dans chaque tranche σ_i d'épaisseur ΔV on note \mathcal{N}_i le nombre de points de l'axe des temps tels que $x(n\Delta t)$ appartient à la tranche σ_i . On répète l'opération pour chaque tranche σ_i (il y en a $256 = 2^8$ pour un CAN 8 bits) et on trace les σ_i en fonction de \mathcal{N}_i . Il faut bien comprendre que l'on trace les valeurs que peut prendre le signal en fonction de leur nombre d'occurrence.

En faisant une acquisition de l'oscilloscope et en traitant les données sur excel, on est en capacité de tracer la densité de probabilité d'un signal (*voir Annexe 5 : Conception*)

7.4.5 Evaluation de la fonction d'Autocorrélation.

La fonction d'autocorrélation d'un signal $x(t)$ est définie par :

$$R(\tau) = C_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t)x(t+\tau)dt \quad (13)$$

Pour évaluer cette dernière, nous utiliserons, une fois le signal discrétisé, un estimateur appelé corréllograme. Plus particulièrement nous utiliserons un corrélogramme dit "biaisé" définie par :

$$\hat{R}(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-\theta-1} x(n)x(n+\theta) \quad (14)$$

7.4.6 Evaluaton de la Densité Spectrale de Puissance.

Méthode 1 : Estimation directe.

Pour évaluer la densité spectrale avec cette méthode, nous utiliserons un estimateur appelé périodogramme :

$$\hat{S}(k) = \frac{1}{N} |\mathbf{DFT}[x(n)](k)|^2 \quad (15)$$

Plus précisément nous allons utiliser la méthode de Welch qui consiste à diviser le signal discretisé en K "segments" constitués de L points avec un certain recouvrement entre segments, puis à calculer le périodogramme ($\hat{S}_1(f), \hat{S}_2(f), \dots, \hat{S}_K(f)$) de chaque segment multiplié au préalable par une fenêtre (ici Hanning) et d'en faire la moyenne :

$$\hat{S}(k) = \frac{1}{K.A} \sum_{i=0}^{K-1} \hat{S}_i(k) = \frac{1}{K.A.L} \sum_{i=0}^{K-1} |\mathbf{DFT}[x_i(n) \times Win(n)](k)|^2 \quad \text{avec } A = \frac{1}{L} \sum_{k=0}^{L-1} |Win(k)|^2 \quad (16)$$

Méthode 2 : Estimation indirecte

Cette méthode repose sur le théorème de Wiener-Kintchine. Nous allons réaliser la transformée de Fourier discrète du corrélogramme que nous avons établie précédemment, multiplié par une fenêtre d'apodisation :

$$\hat{S}(k) = \mathbf{DFT}[\hat{R}(\theta) \times FAC(\theta)](k) \quad (17)$$

Méthode 3 : Estimation par le Lock-in Amplifier

La densité spectrale de puissance $S(f)$ s'exprime en V^2/Hz . Elle est définie telle que $S(f)df$ caractérise la puissance du signal répartie dans chaque tranche d'énergie $f + df$.

A partir de l'expression (), on peut établir la densité spectrale à l'aide du Lock-in.

Le lock-in est un filtre passe-bas de fréquence de coupure f_c , qui est équivalent à un filtre passe bande ayant une largeur de bande réglable (via la constante de temps choisie) et une fréquence de résonance réglable (via la fréquence du sinus générée par le lock-in).

Pour une constante de temps donnée, on va donc filtrer notre signal noise par le lock-in, il va isoler les fréquences autour de la fréquence de résonance du filtre. De cette manière, on peut réduire le signal à une largeur de fréquence df .

De plus, on sait que $(V_{RMS})^2$ correspond à la puissance contenue dans le signal. Ainsi, en branchant la sortie du lock-in sur un oscilloscope, on est en capacité de mesurer la V_{RMS} du signal dont la fréquence s'étend de f à $f + df$. En prenant le carré de la V_{RMS} on peut en déduire la puissance transportée par le signal dans une tranche de fréquence d'épaisseur df .

En variant la fréquence de résonance du filtre, on peut ainsi caractériser la puissance véhiculée par le signal pour chaque tranche df . On obtiendra un nuage de points correspondant à la densité spectrale.

7.5 Annexe 5 : Conception.

Liste du materiel et des logiciels utilisés :

Générateur Basse Fréquence, Câbles coaxiaux, Oscilloscope, Lock-in Amplifier SR830, Ordinateur, Microsoft Office Excel, Matlab, Clé USB

Remarque : les manipulations seront globalement les mêmes pour les deux signaux.

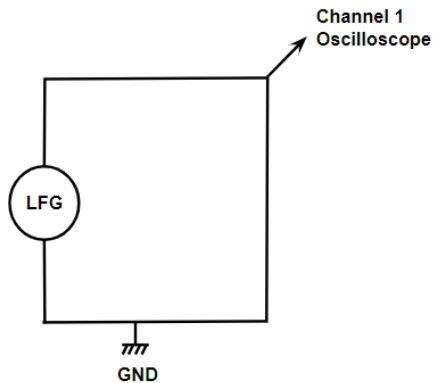


Fig 1 : Schéma du montage 1.

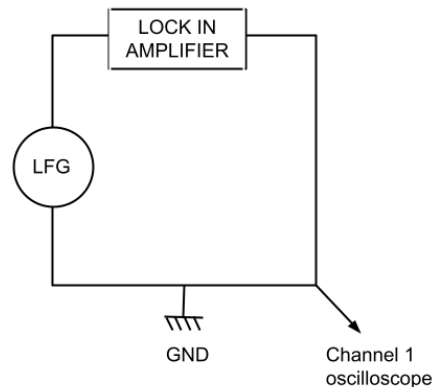


Fig 2 : Schéma du montage 2.

7.5.1 Evalutaion de la Valeur Moyenne et de la Valeur Efficace.

Protocole :

- Générer le signal à partir du GBF (**Waveforms**→ **Noise/ Arb**→Base de données→ **Cardiac**) et en régler les paramètres (pour le signal Noise amplitude de 2V, bande passante de 20 kHz ; pour le Cardiac amplitude de 2V, ...).
- Connecter la borne *Channel* du GBF à la voie 1 et la borne *Sync* à la borne *Trigger* de l'oscilloscope (Trigger dans le cas du signal Cardiac, cela ne sera pas possible pour le signal Noise), Cela correspond au **montage 1**.
- Après avoir fait les réglages d'échelle, prendre la base de temps la plus grande possible sur l'oscilloscope et lui faire afficher la valeur moyenne et la valeur efficace (**Meas**→ **Valeur moyenne/ V_{RMS}** → **Afficher mesure**). Les deux valeurs apparaîtront à droite de l'écran.

7.5.2 Evalutaion de la Densité de Probabilité.

Protocole :

- Réaliser le **montage 1** et faire l'acquisition des données au format CSV.
- Entrer les valeurs sur excel, on a donc les échantillons temporels dans la colonne A et la valeur du signal prise en ces points dans la colonne B.
- Ordonner et nettoyer les valeurs de la série B : Pour ce faire dupliquer la colonne B dans la colonne C et cliquer sur **données** ⇒ **Trier la plage à partir de la colonne C (de A à Z)**, la série est maintenant rangée dans l'ordre croissant. A présent, supprimer toutes les valeurs en plusieurs exemplaires : sélectionner la série C puis cliquer sur **données** ⇒ **nettoyage des données** ⇒ **supprimer les doublons**.
- On veut maintenant compter le nombre d'occurrences de chaque valeur dans la série : Créer une colonne D appelée "nombre d'occurrence N_i " puis entrer la formule suivante dans la case D1 : **=NB.SI(B2 :B2002 ;C2)** cette formule compte le nombre d'éléments dans la série B vérifiant le critère "est égal au contenu de la case C2". Etendre la case vers le bas.
- Enfin tracer un histogramme faisant apparaître en abscisse les valeurs qui peuvent être prise par le signal (colonne C) et en ordonnée leur nombre d'occurrence respectif (colonne D).
- Normaliser l'histogramme de sorte que l'aire totale sous la densité de probabilité soit égale à 1.

7.5.3 Evaluation de l'autocorrélation.

Protocole :

- Réaliser le **montage 1**. Faire l'acquisition du signal en connectant la clé USB à l'oscilloscope.

La partie manipulation s'arrête ici, la suite sera essentiellement du traitement de données depuis l'ordinateur.

Traitement de données :

- Connecter la clé USB à l'ordinateur.
- Importer les données acquises sur Matlab (voir **Data Extraction, Annexe 7**).
- Exécuter la suite de commande **Autocorr** (voir **Annexe 7**) permettant de calculer et tracer le corrélogramme (définie en **Annexe 4**) associé au signal.

7.5.4 Evaluation de la Densité Spectrale de Puissance.

Méthode 1 : Estimation directe.

Protocole :

- Réaliser le **montage 1**.
- Faire l'acquisition du signal en connectant la clé USB à l'oscilloscope ; on veillera à respecter le critère de Shannon ($f_E > 2f_{max}$ avec f_E la fréquence d'échantillonnage de l'oscilloscope et f_{max} la fréquence maximale du signal).

Traitement de données :

- Connecter la clé USB à l'ordinateur. Importer les données sur Matlab.
- Exécuter la suite de commande **SpectDens1** (voir **Annexe 7**) permettant de calculer le Periodogramme (définie en **Annexe 4**, équation (15)) et d'en tracer le graphe.

Méthode 2 : Estimation indirecte

Une fois le Corrélogramme obtenue, cette méthode se limite à du traitement de données.

Traitement de données :

- Après avoir réalisé le corrélogramme du signal (**attention** : le corrélogramme doit être issu d'une acquisition du signal dont la fréquence d'échantillonnage respecte le critère de Shannon) exécuter la suite de commandes **SpectDens2** qui calcule la **FFT** de ce corrélogramme (suivant l'expression (16) établie en **Annexe 4**) et en affiche le graphe.

Méthode 3 : Estimation par le Lock-in amplifier

Protocole :

- Réaliser le montage de la *Fig 2*
- Allumer le lock in en configuration d'usine : pour ce faire, maintenir le bouton "setup" enfoncé tout en allumant le lock in amplifier.
- Sur la sortie X du lock in (celle sous l'écran de droite) sélectionner le mode X Noise.
- Choisir une constante de temps $\tau = 1ms$ sur le lock-in (**attention** : On peut choisir une constante de temps plus courte mais on aura une bande passante équivalente plus large. $f_c = \frac{1}{2\pi\tau}$).
- Calculer la largeur de la bande passante et son équivalent si c'était un filtre brickwall (ENBW) en trouvant les fréquences de coupures f_c . En déduire un pas de mesure raisonnable, tout les 1kHz par exemple.
- Répéter l'opération de manière à couvrir tout le spectre du signal.
- Entrer les mesures sur excel et créer une colonne contenant les valeurs de la MAD^2 . La MAD (mean average deviation) est une grandeur reliée à la V_{RMS} du signal, dans le cas d'un bruit gaussien les deux grandeurs sont proportionnelles. Concrètement on utilisera la MAD car celle-ci est directement lue sur le lock-in.
- Vérifier que l'aire totale sous la DSP soit égale à la puissance totale du signal, c'est-à-dire V_{RMS}^2 .

7.6 Annexe 6 : Plan de tests.

La vérification du bon fonctionnement de tous les instruments est primordiale. Nous ne pouvons évidemment pas nous baser sur des mesures obtenues à l'aide d'instruments défectueux. Cette annexe vise à renseigner les protocoles et mesures mis en œuvre afin de réaliser l'intégralité des tests nécessaires à la réalisation du travail.

7.6.1 Tests élémentaires.

Premièrement des tests élémentaires, visant à vérifier le bon fonctionnement général des appareils utilisés et de leurs fonctions intégrées.

Dispositif testé	Protocole	Résultats (idéaux) attendus
Générateur Basse Fréquence (GBF)	Nous allons générer avec le GBF un signal connu, un signal sinus, de fréquence 1kHz et d'amplitude 1V. Nous allons ensuite connecter le GBF à un oscilloscope (supposé fonctionnel) et nous mesurerons la fréquence et l'amplitude du signal avec l'oscilloscope	Il faut que la fréquence et l'amplitude mesurés par l'oscilloscope soit respectivement 1kHz et 1V (avec une certaine marge d'erreur indiqué par le fabricant)
Oscilloscope (Tracé des courbes)	Il faut vérifier que le signal original affiché correspond bien au signal envoyé par le GBF, préalablement testé. On envoie un signal connu avec le GBF vers l'oscilloscope et on vérifie ses caractéristiques affichées par l'oscilloscope. Nous avons envoyé un signal sinusoïdal d'amplitude 1V et de fréquence 1kHz	Il faut que la fréquence et l'amplitude mesurés par l'oscilloscope soit respectivement 1kHz et 1V (avec une erreur une certaine marge d'erreur indiqué par le fabricant).
Oscilloscope (Transformée de Fourier)	On envoie un signal, dont la transformée de Fourier est connue vers l'oscilloscope avec le GBF. On demande à l'oscilloscope d'en faire la FFT et on contrôle ses caractéristiques (hauteur et position des pics). Nous avons encore envoyé un signal sinusoïdal d'amplitude 1V et de fréquence 1kHz	Il faut que la fréquence et l'amplitude de la transformée de Fourier, mesurés par l'oscilloscope correspondent à celle que nous avons préalablement calculée : pic de Dirac de position 1kHz en fréquence et de hauteur 0.707V (avec une erreur une certaine marge d'erreur indiqué par le fabricant)
Oscilloscope (Moyenne et V_{RMS})	Mesurer la valeur moyenne et la V_{RMS} d'un signal connu (sinusoïdal, d'amplitude 1V et de fréquence 1Hz, pas d'offset).	Il faut trouver une valeur moyenne de 0V et une V_{RMS} de 0.707V sur l'oscilloscope.
Ordinateur (Libre Office Calc)	On fait une simple somme de plusieurs éléments dont nous connaissons le résultat.	On doit retrouver le résultat de cette somme.
Ordinateur (Matlab)	On réalise l'acquisition d'un signal sinusoïdal de fréquence 1kHz et l'amplitude 1V, puis on importe les données sur matlab. On réalise une suite de commandes permettant de réaliser l'affichage du signal ainsi que sa transformée de Fourier.	On s'attend alors à ce que Matlab affiche une sinusoïde d'amplitude 1V, et une transformée de Fourier en pic de Dirac situé à 1kHz et de hauteur 1V.

7.6.2 Tests d'intégration.

Dans un deuxième temps, des tests d'intégrations permettent de vérifier que les liens entre chaque instrument sont fonctionnels. Dans notre cas, il s'agit uniquement des câbles coaxiaux.

Câbles Coaxiaux :

Nous allons générer avec un générateur (que nous supposons fonctionnel) un courant d'intensité 1A. Nous mesurerons avec un ampèremètre l'intensité du courant obtenue en sortie du câble.

7.6.3 Tests de validation.

Enfin, dans un troisième temps, des tests de validation. Ils s'appuient sur des cas d'utilisation. Ces tests vont nous permettre de valider nos résultats.

Validation	Protocole	Résultats (idéaux) attendus
V_{RMS} et Densité Spectrale	Réaliser une intégrale approchée (avec la méthode de Simpson) de la densité spectrale et comparer à la valeur de V_{RMS} obtenue avec l'oscilloscope	On doit obtenir la même valeur d'intégrale que la V_{RMS}
Densité de Probabilité	Réaliser une intégrale approchée (Méthode des trapèzes) de la densité de probabilité	On doit trouver une valeur de 1 (probabilité sur l'ensemble de définition)
Autocorrélation et Densité Spectrale	Construire et tracer la densité Spectrale avec la méthode indirecte et la comparer à la méthode directe	On s'attend à une superposition des courbes
Les méthodes de construction de la Densité Spectrale	Construire et tracer la densité spectrale à partir des trois méthodes définies en Spécification (directe, indirecte, lock-in)	On s'attend à une superposition des trois courbes

7.7 Annexe 7 : Développement/Réalisation.

Suites de commandes Matlab

Data Extraction :

```
» cardiac=cardiac50000.x1 ; tc=cardiac50000.x_axis ;
» card1per=card1per50000.x1 ; tc1per=card1per50000.x_axis ;
» noise=noise50000.x1 ; tn=noise50000.x_axis ;
```

Discrete signals plot :

```
» figure ;
plot(linspace(0, length(tc), length(tc)), cardiac) ;
» figure ;
plot(linspace(0, length(tc1per), length(tc1per)), card1per) ;
» figure ;
plot(linspace(0, length(tn), length(tn)), noise) ;
```

Autocorr :

```
» Rc=xcorr(cardiac, cardiac, 'normalized') ;
figure ;
plot(linspace(-length(tc), length(tc), length(Rc)), Rc, 'r') ;
title('Correlogramm of one period of the Cardiac signal') ; xlabel('\theta (A.U)') ; ylabel('R(\theta)') ; »
Rc1per=xcorr(card1per, card1per, 'normalized') ;
figure ;
plot(linspace(-length(tc1per), length(tc1per), length(Rc1per)), Rc1per, 'r') ;
title('Correlogramm of one period of the Cardiac signal') ; xlabel('\theta (A.U)') ; ylabel('R(\theta)') ;
» Rn=xcorr(noise, noise, 'normalized') ;
figure ;
plot(linspace(-length(tn), length(tn), length(Rn)), Rn) ;
title('Noise signal correlogramm') ; xlabel('\theta (A.U)') ; ylabel('R(\theta)') ;
```

SpectDens1 :

```
» Win=hann(1000) ; ol=500 ;
» L=length(Win) ; K=100 ; A=1/L*sum(abs(Win).*abs(Win)) ;
» S1c=1/(L*K*A)*pwelch(cardiac, Win, ol) ;
figure ;
plot(linspace(0, 125, length(S1c)), S1c, 'r') ;
title('Cardiac signal periodogram') ; xlabel('f (kHz)') ; ylabel('S1c(f) (dB/Hz)') ;
» S1c1per=1/(L*K*A)*pwelch(card1per, Win, ol) ;
figure ;
plot(linspace(0, 125, length(S1c1per)), S1c1per, 'r') ;
title('Periodogram of one period of the Cardiac signal') ; xlabel('f (kHz)') ; ylabel('S1c1per(f) (dB/Hz)') ;
» S1n=1/(L*K*A)*pwelch(noise, Win, ol) ;
figure ;
plot(linspace(0, 125, length(S1n)), S1n) ;
title('Noise signal periodogram') ; xlabel('f (kHz)') ; ylabel('S1n(f) (dB/Hz)') ;
```

SpectDens2 :

```
» Rclisse=xcorr(cardiac,cardiac, 'biased').*hann(length(Rc));
S2c=abs(fft(Rclisse/(length(Rclisse))))); S2cn=S2c(1 :length(S2c)/2+1);
figure;
plot(linspace(0, 125, length(S2c)), S2c, 'r');
title('Spectral density of power of Cardiac signal'); xlabel('f (kHz)'); ylabel ('S2c (W/Hz)');
» Rc1perlisse=xcorr(card1per,card1per, 'biased').*hann(length(Rc1per));
S2c1per=abs(fft(Rc1perlisse/(length(Rc1perlisse))))); S2c1per=S2c1per(1 :length(S2c1per)/2+1);
figure;
plot(linspace(0, 125, length(S2c1per)), S2c1per, 'r');
title('Spectral density of power of one period of Cardiac signal'); xlabel('f (kHz)'); ylabel ('S2c (W/Hz)');
» Rnlisse=xcorr(noise,noise,'biased').*hann(length(Rn));
S2n=abs(fft(Rnlisse/(length(Rnlisse))))); S2n=S2n(1 :length(S2n)/2+1);
figure;
plot(linspace(0, 125, length(S2n)), S2n);
title('Spectral density of power of Noise signal'); xlabel('f (kHz)'); ylabel ('S2n (W/Hz)');
```

Integration of Spectral density of power :

```
» trapz(linspace(0, 125000, length(S1c)), S1c)
» trapz(linspace(0, 125000, length(S1n)), S1n)
» trapz(linspace(0, 125000, length(S2c)), S2c)
» trapz(linspace(0, 125000, length(S2n)), S2n)
```