Model Selection Report

Loïc Pages

2025-05-14

Introduction

IPM

$$N(y,t+1) = \int N(x,t)(F_a(x,y,t) + P_a(x,y,t))dx$$

avec x la taille à t, y la taille à t+1, a l'age et N la taille de la population

La probabilité qu'un individu d'age a et de taille x au temps t devienne un individu d'age a+1 et de taille y à t+1 est :

$$P_a(x, y, t) = s_a(x)(1 - f_a(x))G_a(x, y)$$

et la densité d'individus de taille y à t et d'age 1 (plantules) issus d'un individu de taille x et d'age a à t est :

$$F_a(x, y, t) = f_a(x)C_a(x)w(y)Estb$$

Sélection de modèles

Méthode utilisée: Créer l'ensemble des combinaisons possibles d'effets fixes et aléatoires. Puis utiliser le package spaMM pour fit les modèles. On calcule ensuite leur AIC (ou leur BIC) qu'on compare entre eux. On obtient un classement des (5) meilleurs modèles pour chaque trait d'histoire de vie, pour l'AIC et pour le BIC.

Paramètres à modéliser :

Survival Probability

Flowering Probability

Growth

Fecundity (Number of capitula)

Seedling Size Distribution

Initialisation

rm(list=ls())
library(knitr)
library(spaMM)
library(tidyverse)
library(splines)

```
library(foreach)
library(doParallel)
setwd("/media/loic/Commun/OTravail/Stage 2025 ISEM/Models")
centauree_data <- read.csv("donnesIPM_short.csv")</pre>
centauree_data_complet <- read.csv("donnesIPM.csv")</pre>
IPM data <- read.csv("newdata.csv")</pre>
centauree_data <- centauree_data %>% rename(Age=age0,
                                               Flowering=Flowering0,
                                               Survie=SurvieMars,
                                               Individu=Nrw,
                                               Capitule=Cpt10)
# centauree_data <- IPM_data</pre>
#Supprimer plantes dont l'age est inconnu
centauree_data <- IPM_data</pre>
centauree_data <- centauree_data[!is.na(centauree_data$Age) & !is.na(centauree_data$SizeOMars), ]</pre>
#Forcer l'age maximal à 8
centauree_data$Age[centauree_data$Age > 8] <- 8</pre>
# centauree_data$age1[centauree_data$age1 > 8] <- 8</pre>
spaMM.options(separation_max=70)
```

Mise en place

Survival Probability

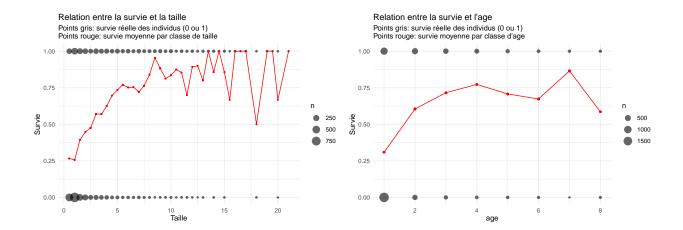
Pour le probabilité de survie, on a divisé le jeu de données en deux:

- 1- les plantules (individus d'age 1)
- 2- les rosettes (individus d'age 2 ou plus)

(La somme des AIC des meilleurs modèles de survie des plantules et des rosettes est inférieure à l'AIC des modèles de survie comprenant tous les ages)

On utilise un modèle binomial pour fit les données de survie (0 ou 1).

Affichage des données brutes de la survie pour tous les ages.

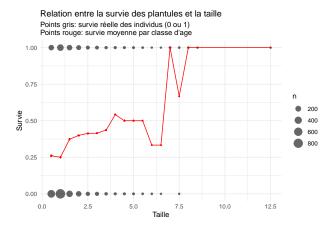


Age 1 - Plantules

Pour la survie des plantules, les effets explorés sont :

fixe: taille (polynomes et splines)

aléatoire : population, année (effet sur l'intercept ou la taille)

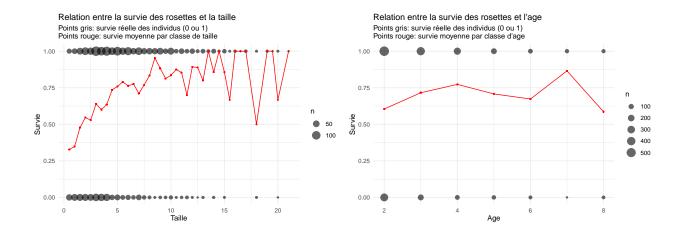


Age +2 - Rosettes

Pour la survie des rosettes, les effets explorés sont :

fixe: taille (polynomes et splines) et age (polynome et splines)

aléatoire : population, année (effet sur l'intercept ou la taille), hétérogénéité individuelle (intercept)



Flowering Probability

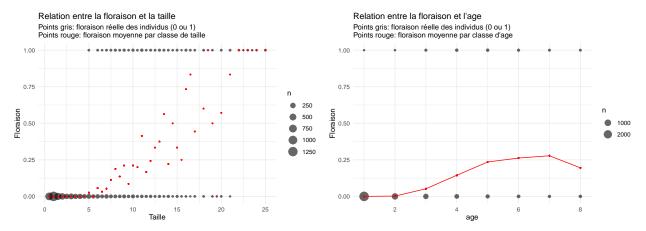
On utilise un modèle binomial pour fit les données de floraison (0 ou 1).

Pour les modèles de floraison, les possibilités de combinaisons d'effets fixes et aléatoires ont été réduit pour simplifier les calculs de sélection.

Les effets d'hétérogénéité entre individus ont été retirés par soucis de temps de calcul et de convergence des modèles.

Les effets fixes de l'age ont été simplifiés en retirant les splines.

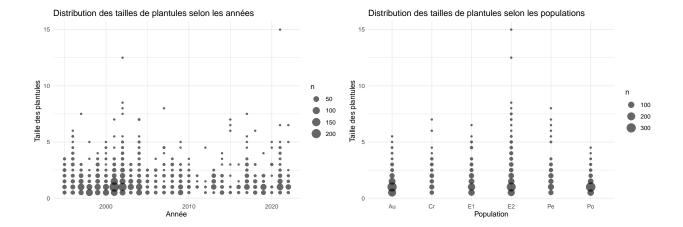
D'autres combinaisons (notamment contenant les splines de la taille) ont été retirés par un algorithme détectant si le modèle subit des effets de séparation qui empêchent la convergence du modèle.



Seedling Size

Pour fit les données de taille de plantules, on utilise un modèle qui suit une distribution log-Gamma.

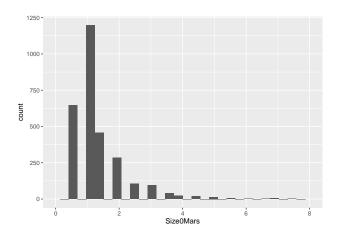
On y fait varier les effets aléatoires années, population et l'intéraction année:population.



'stat_bin()' using 'bins = 30'. Pick better value with 'binwidth'.

Warning: Removed 3 rows containing non-finite outside the scale range
('stat_bin()').

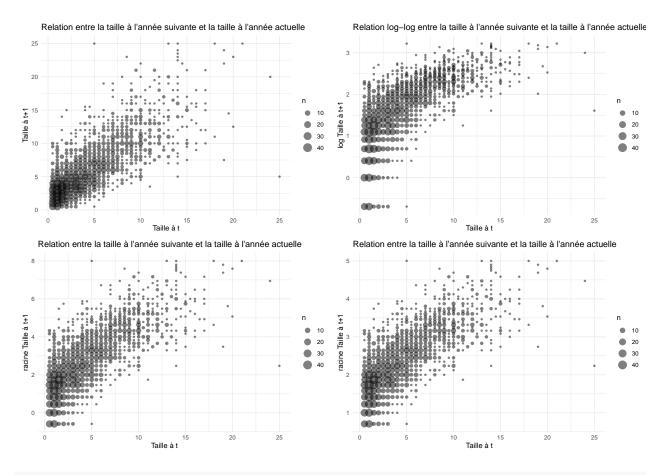
Warning: Removed 2 rows containing missing values or values outside the scale range
('geom_bar()').



Growth

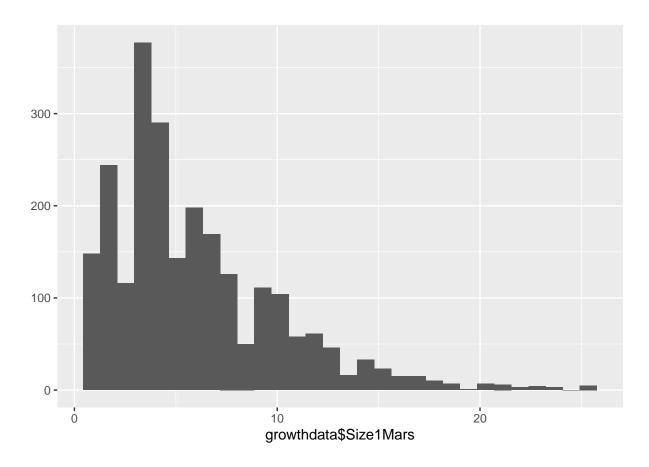
Pour la croissance des plantes, on a choisi de fit le log de la taille à l'année t+1 en fonction des effets fixes log de la taille à l'année t et age, et des effets aléatoires population, année et hétérogénéité individuelle.

La taille à l'année t+1 suit une distribution log Normale.

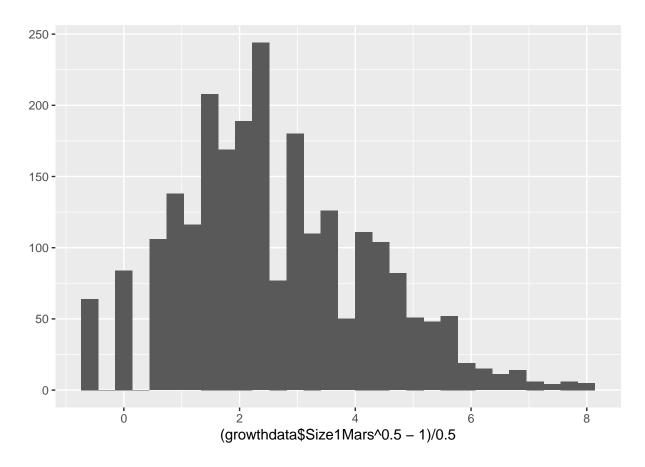


qplot(growthdata\$Size1Mars)

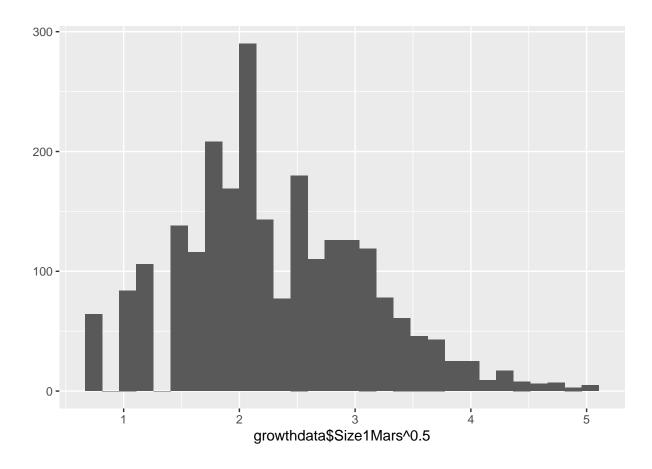
```
## Warning: 'qplot()' was deprecated in ggplot2 3.4.0.
## This warning is displayed once every 8 hours.
## Call 'lifecycle::last_lifecycle_warnings()' to see where this warning was
## generated.
```



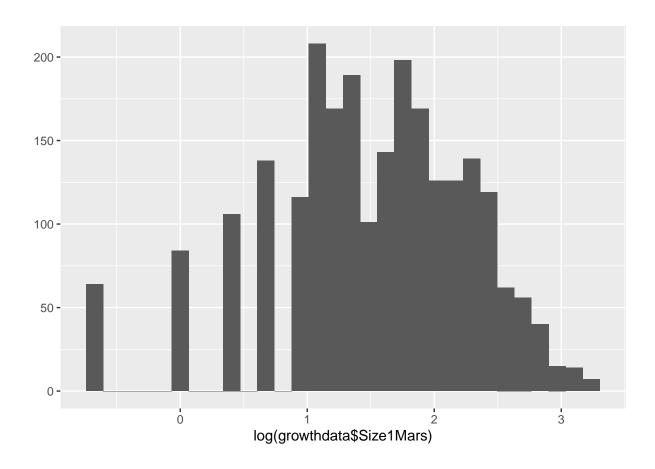
qplot((growthdata\$Size1Mars**0.5 - 1)/0.5)



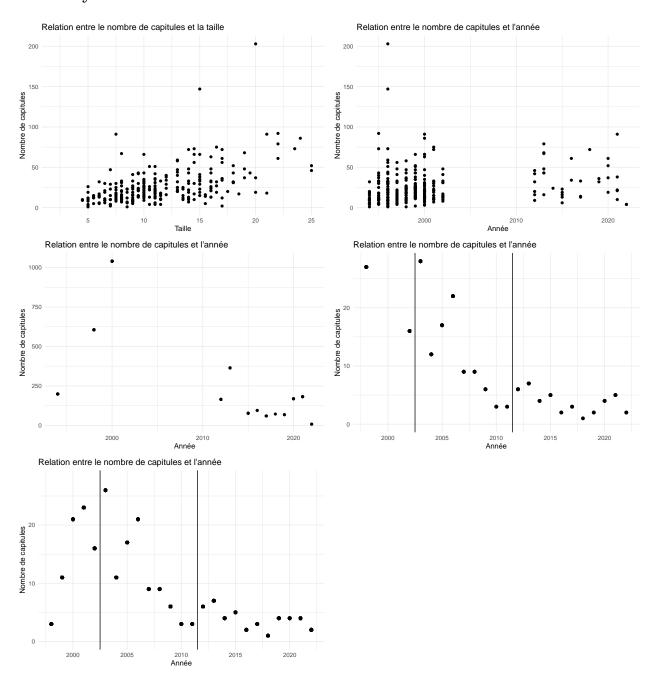
qplot(growthdata\$Size1Mars**0.5)



qplot(log(growthdata\$Size1Mars))



Fecondity



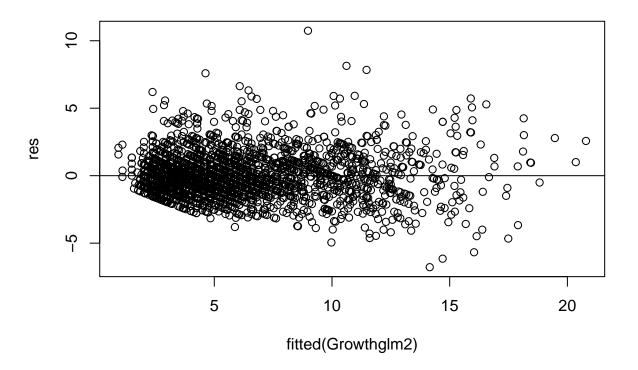
Modèles par AIC

```
# Survglm11 <- fitme(Survie ~ 1 + bs(SizeOMars, df=4, degree=2) +
#
                                      (1|year),
                     family=binomial,
#
#
                     data=survdata1,
#
                     method="PQL/L")
# extractAIC(Survglm11)
#
\# Surviglm12 <- fitme(Survie ~ 1 + bs(SizeOMars, df=4, degree=2) + bs(Age, degree=3, knots=6.5) +
#
                                      (Age|year) + (1|Pop),
#
                     family=binomial,
#
                     data=survdata2,
#
                     method="PQL/L")
# Survqlm12 <- fitme(Survie ~ 1 + bs(SizeOMars, df=3, degree=2) + poly(Age,2) +
#
                                      (1/Pop).
#
                     family=binomial,
#
                     data=survdata2,
#
                     method="PQL/L")
# extractAIC(Survglm12)
#
# Flowqlm1 <- fitme(Flowering ~ 1 + poly(SizeOMars,3) + poly(Age,2) +
#
                       (Age|Pop),
#
                    family=binomial,
#
                    data=centauree_data, method="PQL/L")
# Flowglm1 <- fitme(Flowering ~ 1 + poly(SizeOMars,3) + poly(Age,3) +
#
                       (Age|Pop),
#
                    family=binomial,
#
                    data = centauree\_data, method = "PQL/L")
# extractAIC(Flowglm1)
#
\# Pltglm1 \leftarrow fitme(SizeOMars \sim 1 + (1/year) + (1/Pop) + (1/Pop:year),
#
                    data=plantule_data,
#
                    family = Gamma(loq))
# extractAIC(Pltglm1)
#
# Growthglm1 <- fitme(log(Size1Mars) ~ 1 + poly(log(Size0Mars),4) + poly(Age,3) +
#
                         (log(SizeOMars)|year) + (log(SizeOMars)|Pop),
#
                       data=growthdata)
#
# extractAIC(Growthglm1)
# Growthglm12 <- fitme(log(Size1Mars) ~ 1 +</pre>
#
                         poly(SizeOMars,3) + poly(Age,3) +
#
                         (SizeOMars+Age/year) + (SizeOMars/Pop),
#
                       data=growthdata, resid.model = ~log(SizeOMars))
# extractAIC(Growthglm12)
#
# Growthglm2 <- fitme(Size1Mars ~ 1 +</pre>
#
                         bs(SizeOMars, degree=3, df=5) + bs(Aqe, degree=2, knots=6.5) +
#
                         (SizeOMars+Age/year) + (SizeOMars/Pop),
#
                       resid.model = ~ log(SizeOMars),
#
                       data=growthdata)
# Cptlglm1 <- fitme(log(Capitule) ~ 1 + SizeOMars + (Age/year),
```

```
# data=cptldata)
# extractAIC(Cptlglm1)

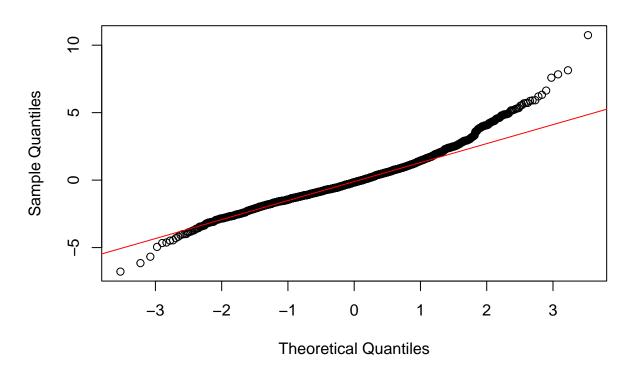
# Growth
# sizet+1 ~ size t

res <- resid(Growthglm2)/sqrt(1.0462608+0.5367287*log(predict(Growthglm2)))
plot(fitted(Growthglm2),res);abline(0,0)</pre>
```



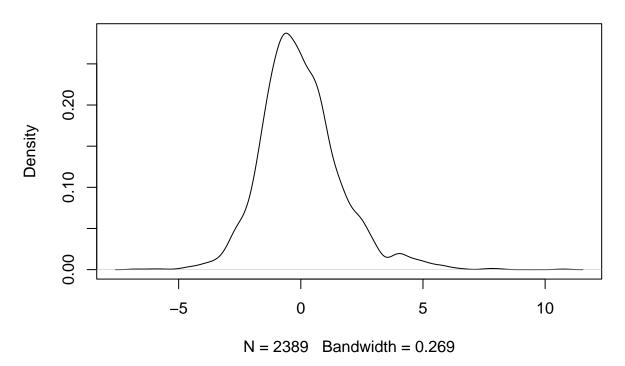
```
qqnorm(res);qqline(res,col="red")
```

Normal Q-Q Plot



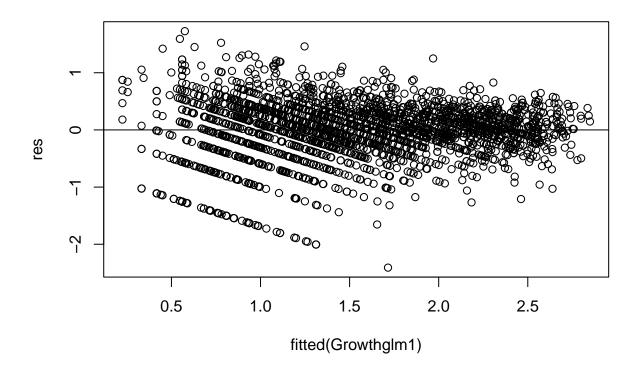
plot(density(res))

density(x = res)



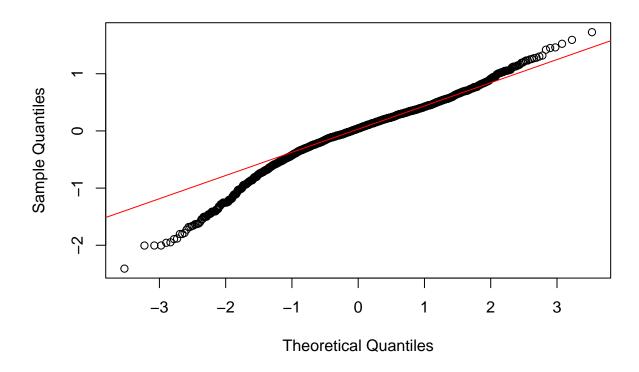
summary(res)

```
##
          ۷1
   Min.
           :-6.780469
   1st Qu.:-1.057028
##
   Median :-0.161957
           :-0.000832
##
    Mean
    3rd Qu.: 0.841025
##
    Max.
           :10.741539
# Growth
# log
res <- resid(Growthglm1)</pre>
plot(fitted(Growthglm1),res);abline(0,0)
```



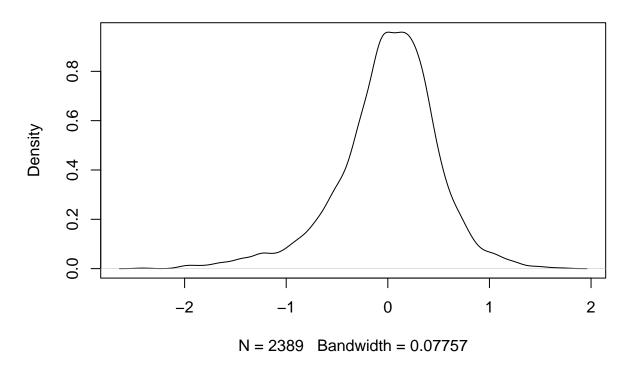
qqnorm(res);qqline(res,col="red")

Normal Q-Q Plot



plot(density(res))

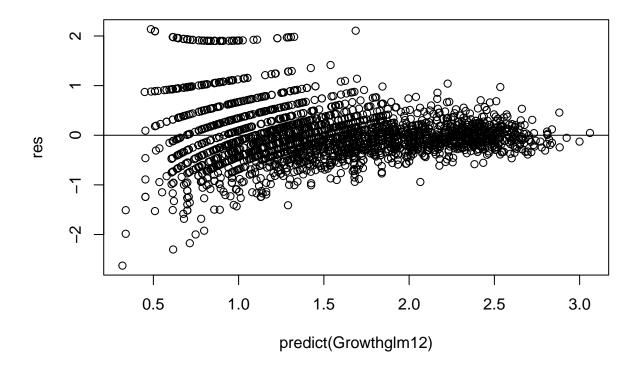
density(x = res)



summary(res)

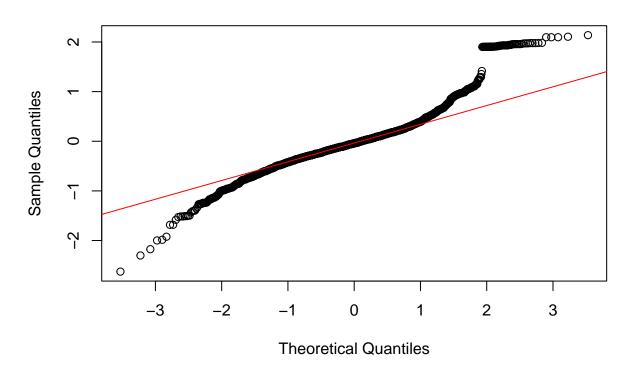
```
## Min. 1st Qu. Median Mean 3rd Qu. Max. ## -2.40870 -0.24251 0.04221 0.00000 0.30472 1.72725
```

res <- resid(Growthglm12)/(-0.8872301-0.4646620*log(predict(Growthglm12)))
plot(predict(Growthglm12),res);abline(0,0)</pre>



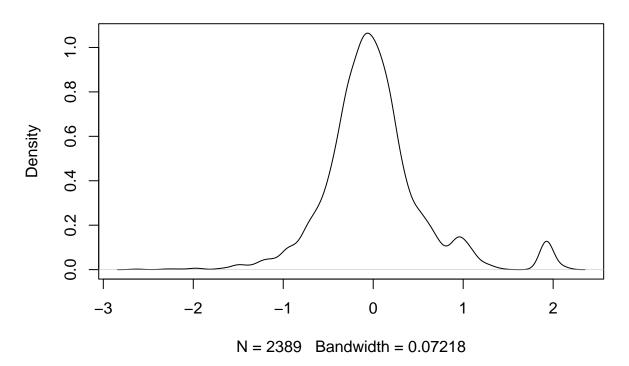
qqnorm(res);qqline(res,col="red")

Normal Q-Q Plot



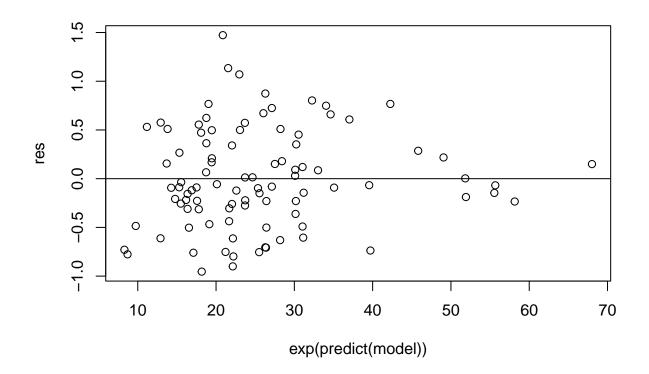
plot(density(res))

density(x = res)



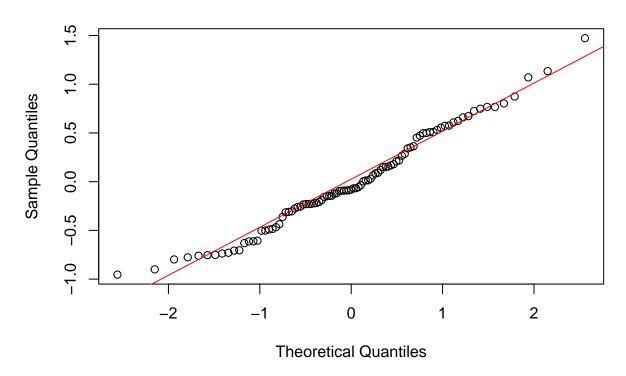
summary(res)

```
##
          ۷1
   Min.
           :-2.626556
    1st Qu.:-0.290292
##
    Median :-0.040129
           : 0.006834
##
    Mean
    3rd Qu.: 0.218945
##
    Max.
           : 2.137163
model <- Cptlglm1</pre>
res <- resid(model)</pre>
plot(exp(predict(model)),res);abline(0,0)
```



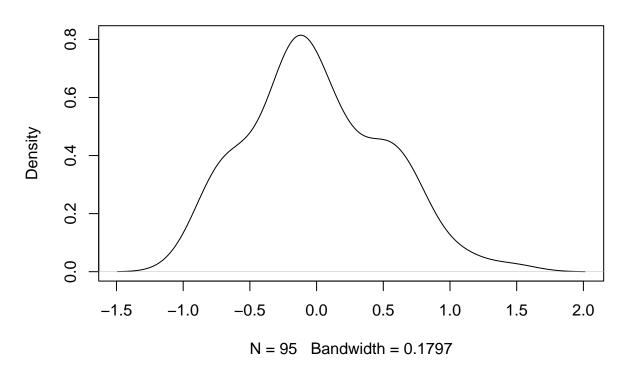
qqnorm(res);qqline(res,col="red")

Normal Q-Q Plot



plot(density(res))

density(x = res)



```
summary(res)
##
       Min. 1st Qu.
                       Median
                                   Mean 3rd Qu.
                                                      Max.
## -0.95386 -0.30717 -0.08167 0.00000 0.35798 1.47276
library(SplinesUtils)
#Pour un exemple :
\# RegModel <- fitme(Survie ~ 1 + bs(SizeOMars, df = 4, degree = 2) +(bs(Age, degree = 3, knots = 6.5))
                     family=binomial,
#
                     data=survdata2,
                    method="PQL/L")
# SplineTerm <- "bs(SizeOMars, df = 4, degree = 2)"
# La fonction d'origine est RegSplineAsPiecePoly
SplinesAsPolySpaMM <- function (RegModel, SplineTerm, shift = TRUE) {</pre>
  #Extrait les données du spline (position dans les effets fixes, degrés des polynomes, knots)
  RegSpline <- SplinesUtils:::ExtractSplineTerm(terms(RegModel), SplineTerm)</pre>
  pos <- RegSpline$pos</pre>
  #Permet de sortir les coefficients de chaque bout de splines
  ind0 <- attr(RegModel$X.pv, "namesOri") #Noms des coefficients</pre>
```

```
ind <- integer(0)</pre>
  pattern <- paste0("^", gsub("\\(", "\\\(", gsub("\\))", "\\\\)", SplineTerm)), "\\d+$")</pre>
  #C'est pas très propre mais pas le choix car les noms des bouts de splines finissent avec un indice 1
  ind <- grep(pattern, ind0) #Détecte si le nom du coefficient correspond au spline voulu
  RegSplineCoef <- RegModel$fixef[ind] #Sort l'estimation des coeffs</pre>
  RegSplineCoef <- unname(RegSplineCoef)</pre>
  na <- is.na(RegSplineCoef)</pre>
  if (any(na)) {
    warning("NA coefficients found for SplineTerm; Replacing NA by 0")
    RegSplineCoef[na] <- 0</pre>
  }
  #Recalcule le polynome avec la méthode d'origine, je n'y ai pas touché
  PiecePolyCoef <- SplinesUtils:::PiecePolyRepara(RegSpline, RegSplineCoef, shift)
  structure(list(
    PiecePoly = list(coef = PiecePolyCoef, shift = shift),
    knots = RegSpline$knots),
  class = c("PiecePoly", "RegSpline"))
}
```

Détails des modèles

Survie des plantules

$$logit(s_1(x)) = \beta_0 + b_{0,pop} + b_{0,year} + (\beta_1 + b_{1,pop})x + \beta_2 x^2 + \beta_3 x^3$$

$$logit(s_1(x)) = -1.51 + b_{0,pop} + b_{0,year} + (36.02 + b_{1,pop})x + 12.04x^2 + 29.46x^3$$

$$logit(s_1(x)) = \begin{cases} b_{0,year} - 1.66(x - 0.5) + (3.99 + b_{1,year})(x - 0.5)^2 & \text{si } x \le 2 \\ b_{0,year} + 0.166 + (2.33 + b_{1,year})(x - 1) - 2.3(x - 1)^2 & \text{si } x \in [2; 6] \\ b_{0,year} + 0.756 + (0.0292 + b_{1,year})(x - 1.5) + 0.0502(x - 1.5)^2 & \text{si } x \ge 6 \end{cases}$$

avec:

x: taille au temps t

 $\beta_i, i \in \{0, 1, 2, 3\}$: : coefficients du polynome de la taille

 $b_{0,pop} \sim \mathcal{N}(0,0.89)$: contribution de l'effet aléatoire Population sur l'intercept

 $b_{j,year}, j \in \{0,1\}$: contribution de l'effet aléatoire Année sur l'intercept et la taille $(b_{0,year}, b_{1,year}) \sim \mathcal{N}(0, \Sigma)$ with

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 1.57 & -0.08 \\ -0.08 & 0.066 \end{bmatrix}$$

Correlation term: $\rho = -0.78$

Survie des rosettes

$$logit(s_a(x)) = b_{0,pop} + s_1(x) + s_2(a)$$

$$s_1(x) = \begin{cases} 0.59(x - 0.5) - 0.0413(x - 0.5)^2 & \text{si } x \le 2\\ 1.7 + 0.26(x - 4.5) - 0.0136(x - 4.5)^2 & \text{si } x \ge 6 \end{cases}$$

$$s_2(a) = \begin{cases} 0.43(a-2) - 0.312(a-2)^2 + 0.0472(a-2)^3 & \text{si } a \le 6.5 \\ -0.0798 + 0.491(a-6.5) + 0.326(a-6.5)^2 - 0.698(a-6.5)^3 & \text{si } x \ge 6.5 \end{cases}$$

avec:

x : taille au temps t

a: age au temps t

 $b_{0,pop} \sim \mathcal{N}(0, 0.04102)$: contribution de l'effet aléatoire Population sur l'intercept

Correlation term: $\rho = -0.91$

Floraison

$$logit(f_a(x)) = \beta_0 + b_{0,pop} + \beta_{1,1}x + \beta_{1,2}x^2 + \beta_{1,3}x^3 + (\beta_{2,1} + b_{1,pop})a + \beta_{2,2}a^2$$

$$logit(f_a(x)) = 11.49 + b_{0,pop} + 258.56x - 86.88x^2 + 42.73x^3 + (148.26 + b_{1,pop})a - 57.46a^2$$

avec:

a: age au temps t

x: taille au temps t

 β_0 : intercept des effets fixes

 $\beta_{1,i}, i \in \{1,2,3\}$: coefficients du polynome de la taille

 $\beta_{2,i},\,i\in\{1,2\}$: coefficients du polynome de l'age

 $b_{0,pop}$: contribution de l'effet aléatoire Population sur l'intercept

 $b_{1,pop}$: contribution de l'effet aléatoire Population sur l'age

 $(b_{0,pop}, b_{1,pop}) \sim \mathcal{N}(0, \Sigma)$, with

$$\Sigma = \left[\begin{array}{cc} 2.25 & -0.98 \\ -0.98 & 0.092 \end{array} \right]$$

Correlation term:

$$\rho = -0.98$$

Taille des plantules

$$y \sim \text{Gamma}(\mu, \sigma)$$

avec
$$\mu = \exp(\beta_0 + \gamma_0 + \varepsilon_0 + \delta_0)$$
 et $\sigma = phi \times \mu^2 = 0.32$

y: taille de la plantule

 $\beta_0 = 0.21$,

 $\gamma_0 \sim \mathcal{N}(0, 0.022)$: effet année

 $\varepsilon_0 \sim \mathcal{N}(0, 0.026)$: effet population

 $\delta_0 \sim \mathcal{N}(0, 0.079)$: effet d'intéraction population: année

Residual variation : $\phi = 0.26$

Croissance

log-log

$$y \sim \mathcal{N}(\mu(x, a), \sigma(x))$$

avec $\mu(x,a) = \beta_0 + b_{0,1} + b_{0,2} + (\beta_{1,1} + b_{1,1} + b_{1,2})x + \beta_{2,1}x^2 + \beta_{3,1}x^3 + \beta_{4,1}x^4 + \beta_{2,1}a + \beta_{2,2}a^2 + \beta_{3,2}a^3$ $\sigma(x) = -0.9 - 0.45 \log(x)$

1-1

$$\mu(x, a) = b_{0,year} + b_{0,pop} + \mu_1(x) + \mu_2(a)$$

$$\mu_1(x) = 6.8681 + (175.3943 + b_{1,year} + b_{1,pop})x - 27.1381x^2 - 14.0231x^3$$

$$\mu_2(a) = \begin{cases} -0.793(x-1) + 0.109(x-1)^2 & \text{si } a \le 6.5\\ -1.08 + 0.401(x-6.5) - 0.527(x-6.5)^2 & \text{si } a \ge 6.5 \end{cases}$$

 $K_{year} \sim \mathcal{N}(0, \Sigma)$ with

$$\Sigma_{year} = \begin{bmatrix} 0.34 & 0.29 & -0.74 \\ 0.29 & 0.35 & -0.42 \\ -0.74 & -0.42 & 0.042 \end{bmatrix}$$

 $K_{Pop} \sim \mathcal{N}(0, \Sigma)$ with

$$\Sigma_{Pop} = \left[\begin{array}{cc} 0.49 & -0.49 \\ -0.49 & 0.0041 \end{array} \right]$$

Fécondité (nombre de capitules)

$$\log(C(x)) = 2.32734 + b_{0,year} + 0.06752x + b_{1,year}a$$

x: taille au temps t

 β_0 : intercept

 β_1 : coefficients de l age

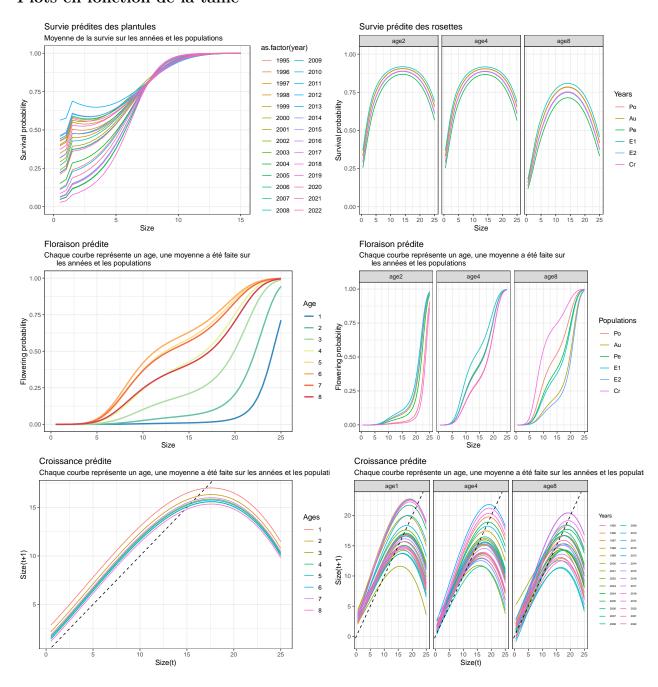
 $(b_{0,year}, b_{1,year}) \sim \mathcal{N}(0, \Sigma)$, with

$$\Sigma = \left[\begin{array}{cc} 0.21 & -1 \\ -1 & 0.024 \end{array} \right]$$

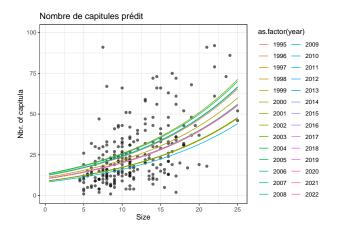
```
resSurv1 <- get_residVar(Survglm11,newdata = fake_data1)</pre>
#
# fake_data1 %>%
   mutate(surv = Survpredict11,
#
#
           var = resSurv1)%>%
  group_by(SizeOMars) %>%
#
  mutate(var = mean(var)) %>%
#
   group_by(SizeOMars, year) %>%
   mutate(surv_predi = mean(surv, na.rm = TRUE)) %>%
   qqplot(aes(x = SizeOMars, y = surv predi)) +
    geom_ribbon(aes(ymin=surv_predi-var,ymax=surv_predi+var))+
    geom line(aes(color=as.factor(year))) +
   theme_bw()+
```

```
# ylim(0, 1) +
# xlim(0,9)+
# labs(title = "Survie prédites des plantules",
# subtitle = "Moyenne de la survie sur les années et les populations",
# x = "Size",
# y = "Survival probability")
```

Plots en fonction de la taille



'summarise()' has grouped output by 'SizeOMars'. You can override using the
'.groups' argument.



On voit clairement que la probabilité de survie augmente quand la plante grandit, jusqu'à atteindre un plateau pour les rosettes. La survie d'une plante de petite taille est assez basse, peu importe qu'elle soit d'age 1 ou plus. On ne peut pas vraiment conclure sur la survie des plantules de grande taille (>5) du fait de la très faible quantité de données pour ces classes de tailles (27 observations).

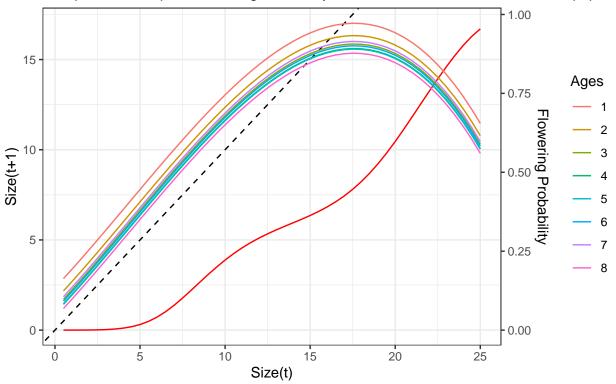
On voit que la probabilité de floraison augmente fortement avec la taille. De même que pour la survie, on ne peut rien dire de la floraison des plantules de grandes tailles.

Plot de la croissance à côté de la floraison

```
fake data %>%
  mutate(s1_predi = Growthpredict2,
         flow_predi = Flowpredict1) %>%
  group by(SizeOMars) %>%
  mutate(flow_predi = mean(flow_predi)) %>%
  group_by(SizeOMars, Age) %>%
  mutate(s1_predi = mean(s1_predi),
            .groups = "drop") %>%
  ggplot(aes(x = SizeOMars, y = s1_predi)) +
  geom_abline(lty="dashed")+
  geom_line(aes(y = 17.5*flow_predi),color="red") +
    scale_y_continuous("Size(t+1)",
    sec.axis = sec_axis(~ . /17.5, name = "Flowering Probability"))+
  geom_line(aes(color = as.factor(Age))) +
  theme_bw()+
  labs(title = "Croissance prédite (log-log)",
      subtitle = "Chaque courbe représente un age, une moyenne a été faite sur les années et les popula
      x = "Size(t)",
      y = "Size(t+1)",
      fill = "Ages",
      color = "Ages")
```

Croissance prédite (log-log)

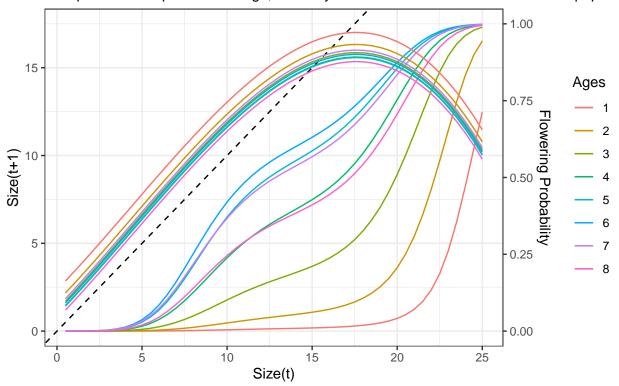
Chaque courbe représente un age, une moyenne a été faite sur les années et les populati



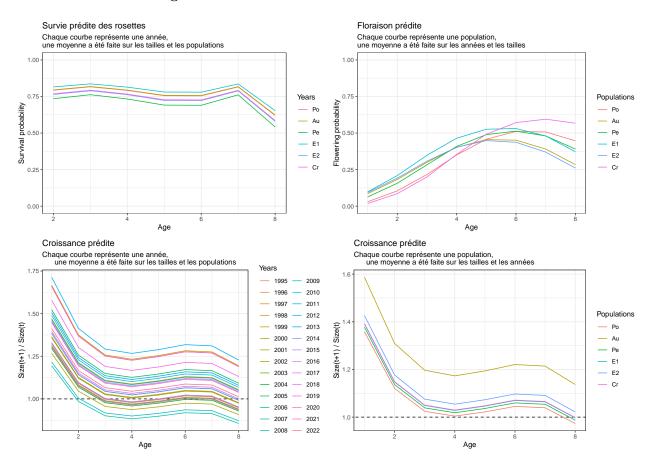
```
fake_data %>%
  mutate(s1_predi = Growthpredict2,
         flow_predi = Flowpredict1) %>%
  group_by(SizeOMars, Age) %>%
  mutate(s1_predi = mean(s1_predi),
         flow_predi = mean(flow_predi),
            .groups = "drop") %>%
  ggplot(aes(x = SizeOMars, y = s1_predi)) +
  geom_abline(lty="dashed")+
  geom_line(aes(y = 17.5*flow_predi, color = as.factor(Age))) +
   scale_y_continuous("Size(t+1)",
   sec.axis = sec_axis(~ . /17.5, name = "Flowering Probability"))+
  geom_line(aes(color = as.factor(Age))) +
  theme_bw()+
  labs(title = "Croissance prédite (log-log)",
      subtitle = "Chaque courbe représente un age, une moyenne a été faite sur les années et les popula
     x = "Size(t)",
     y = "Size(t+1)",
     fill = "Ages",
      color = "Ages")
```

Croissance prédite (log-log)

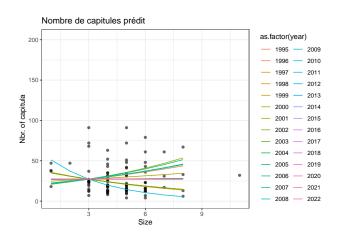
Chaque courbe représente un age, une moyenne a été faite sur les années et les populati



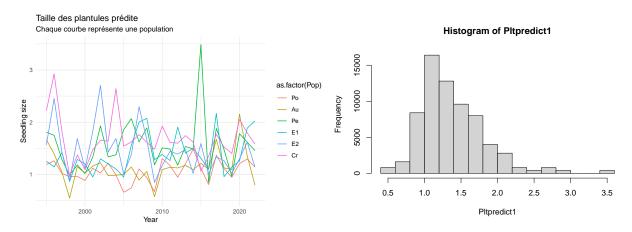
Plots en fonction de l'age



 $\mbox{\tt \#\#}$ 'summarise()' has grouped output by 'year'. You can override using the $\mbox{\tt \#\#}$ '.groups' argument.



Autres plots

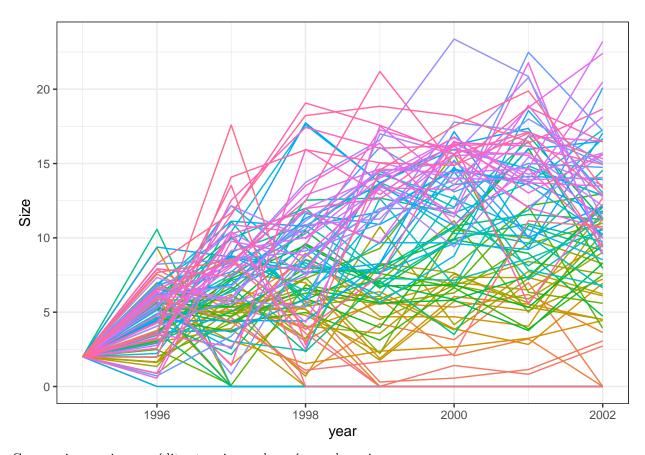


Histoire de vie de la croissance d'une plante

```
nbofind <- 100
Grow <- function (x, a) {
    fake_data <- expand.grid(</pre>
  year = annees,
  Pop = populations,
  SizeOMars = unique(x),
  Age = a)
  mu <- predict(Growthglm2, fake_data, allow.new.levels = T, residVar=TRUE) #Prédit les log(taille) à t
  mu2 <- aggregate(mu, list(fake_data$SizeOMars), mean) #Calcule la moyenne des log(taille)t+1
  usd <- sqrt(exp(1.0462608+0.5367287*log(unique(x))))
  return(rnorm(nbofind, mean = mu2$V1, sd = usd)) #Proba qu'un individu soit de taille y à t+1 sachant
}
fake_growth <- expand.grid(</pre>
     Ind = 1:nbofind,
   year = annees[1:8],
   Size = NA)
start <- 2
fake_growth$Size[fake_growth$year==annees[1]] <- start</pre>
for (t in 2:8){
  size1 <- Grow(fake_growth$Size[fake_growth$year==annees[t-1]],t-1)</pre>
  fake_growth$Size[fake_growth$year==annees[t]] <- size1</pre>
  fake_growth$Size <- ifelse(fake_growth$Size<0,0L,fake_growth$Size)</pre>
for(i in 1:nbofind){
  if (0 %in% fake_growth$Size[fake_growth$Ind==i]){
    pos <- which(fake_growth$Size[fake_growth$Ind==i]==0)</pre>
    fake_growth$Size[fake_growth$Ind==i][pos:8] <- 0</pre>
  }
}
```

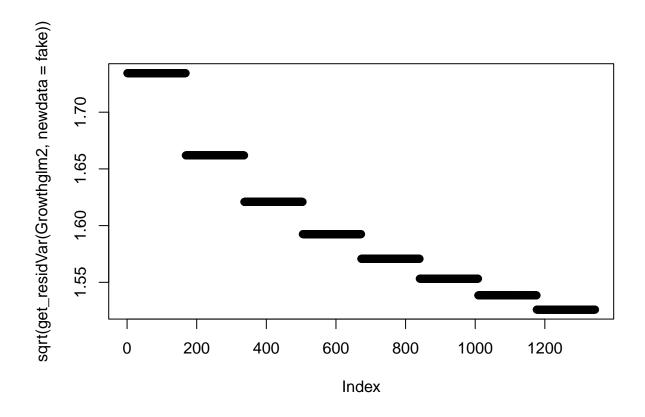
Warning in pos:8: numerical expression has 3 elements: only the first used

```
ggplot(data = fake_growth, aes(year, y=Size))+
geom_line(aes(color=as.factor(Ind)),show.legend = FALSE)+
theme_bw()
```



Comparaison variance prédite et variance observé pour la croissance

```
fake <- expand.grid(
  year = annees,
  Pop = populations,
  Age = 1:8,
  SizeOMars = 1)
plot(sqrt(get_residVar(Growthglm2,newdata=fake)))</pre>
```



plot(sd(growthdata\$SizeOMars))

