**北京航空航天大学计算机学院**

**硕士学位论文开题报告**

**论文题目**： 基于符号计算的非线性方程的怪波研究

**专 业**： 计算机科学与技术

**研究方向**： 计算机软件与理论

**研 究 生**： 张舒涛

**学 号**： SY1606109

**指导教师**： 张玉平 教授

**北京航空航天大学计算机学院**

2017年12月10日

**基于符号计算的非线性方程的怪波研究**

# 论文选题的背景与意义

## 1.1选题背景

20世纪中期以来，随着信息科学的迅猛发展，计算机技术在各行各业中越来越发挥着不可替代的作用[1-3]。无论是进行科学研究，还是从事工程领域，我们都离不开计算机技术的支持与辅助作用。这也使得计算机科学与其他自然科学产生了交叉融合，近年来，计算机科学已经完全渗透到了数学、物理、力学、光纤通信以及流体力学等若干领域的科学研究中[4,5]。

计算机代数系统就是在这样的背景之下产生的一门融合了数学与计算机科学的交叉学科。计算机代数也称作符号代数计算，简称符号计算。计算机符号计算主要是利用计算机来对数学算法进行研究，比如对代数多项式进行因式分解，对函数进行微分与积分运算，求解微分与积分方程等，它是数学机械化的一个重要分支，是人工智能领域的一个重要组成部分[6,7]。符号计算是一个正处于蓬勃发展的新兴学科，是当前数学学科的前沿和焦点。我们知道，数值计算和符号计算是构成科学计算的两种不同的计算方式，数值计算一般所求得的结果是数学问题的近似解，并考虑实际问题的误差、收敛性、逼近问题以及稳定性问题等等，这样，在一些要求高精确度结果的科学与工程领域中，数值计算难以满足实际的需要。与数值计算相比，符号计算具有大容量、高速度、高精确度的特点，是绝对的精确计算，不允许有任何的误差，所以它能更精确有效的解决科学与工程实践中的实际问题。

实际上，符号计算就是借助计算机来完成数学演算、数学推理和数学证明。数学理论是计算机代数的基础，特别是构造性数学的成果可直接转化为计算机代数算法。反之，符号计算的成果为数学和其它科学领域的理论研究和应用研究提供了很好的工具，提高了研究效率，在一定程度上改变了数学和其它学科传统的研究手段，尤其是近年来符号计算在非线性科学中的应用使非线性科学得到了长足的发展。

怪波最初是描述海洋上出现的一种奇怪的水波，它以其出现的突然性和异常陡峭的高水波得名。怪波发生之前没有任何预示, 海洋中突然出现具有很深的沟或出现一些连续的高波，其破坏力极大，造成很多航海灾难。怪波是一种新的非线性现象，与孤立子很类似，都是一种特殊解，不同的是它同调制不稳定性能够很好的结合起来。近些年许多学者对怪波进行了大量的研究：Akhmediev 教授小组对（1+1）维的非线性薛定谔方程NLS的怪波进行了很全面的分析[5,6]，指出怪波是“Ma 解”MS或“Akhmediev 呼吸子”Abs 的极限情形，实际上是一种非奇异的有理解；Xu、He 以及Wang、Porsezian与He 利用Darboux变换得到许多（1+1）维高阶薛定谔型方程的怪波解[7,8]。但现有的文献对高维薛定谔方程的怪波解研究甚。直到最近，Yasuhiro Ohta 教授和杨建科教授利用Hirota 双线性方法得到（2+1）维DS Ⅰ和DS Ⅱ方程的Grammian 解，再利用sato 算子理论将其转化为非奇异的有理解，从而得到高维的薛定谔型方程也具有有理分式的怪波解[9,10]。这使得对高维的薛定谔型方程怪波解的寻求成为非常有意义的事。

怪波(也叫做异常波、巨波)是海洋表面突然出现的一种大振幅波。这种怪波通常有很深的低谷和高峰，并且波的低谷发生在最大波峰之前或之后。怪波通常会突然出现，不像由台风、地震引发的海啸可以提前几小时或几天被预测，所以会带来很大的灾难[11]。海洋学家从20世纪70年代就对怪波展开观测研究，近年来，越来越多的学者开始关注怪波这一现象，从理论上以及数值模拟中寻找怪波的解释。变系数耦合非线性薛定谔方程是非线性领域最重要的方程之一，它可以应用于非线性光学、生物物理、海洋学、经济学、玻色一爱因斯坦凝聚等多个领域[12]。方程具有很多变系数项，因此可以更好地描述生活中的一些现象。国内外许多学者对耦合非线性薛定谔方程的怪波解进行了深入的研究[6,13]。但是因为 VCNLS 形式的复杂性，它的求解更困难，所以对此类怪波解的研究没有那么广泛。

计算机符号计算己经成为孤立子理论中研究非线性模型的解析解和怪波解的有效辅助工具。符号计算系统以准确和高效的算法化方式在符号系统上进行推理运算，最终能够使研究问题机械化地解决。随着非线性理论研究的深入以及计算机科学技术和符号计算系统的迅速发展，基于计算机符号计算研究非线性模型的可积性、求解方法及其物理应用也随之成为非线性科学领域中的重要研究方向之一。

目前国际上最具有代表性的符号计算工具主要是mu-MATH，Maple， Mathematica，Matlab等。Mathematica是1988 年英国科学家Stephen Wolfram 开创的一款至今广泛应用的科学计算软件，其中以他的名字命名的Wolfram 语言是嵌入在Mathematica中的编程语言，支持函数式和过程式程序设计功能，并能够将用户代码以Package形式添加。到2014年10月为止，Mathematica 已经拥有了10.0.1 的稳定版本，并可支持英文、中文和日语三种语言。Mathematica 具有丰富的产品功能，不仅包含各种数学函数和特殊属性的库，而且拥有程序语言设计、图像处理、数据挖掘、文本处理等众多功能，是一款十分强大的符号演算工具[15,,16]。