Práticas no. 3

Expansão em Séries de Taylor e Fourier

Etapa 1. Série de Taylor

(a) Lembrando que a expansão da função $f(t) = \sin(t)$ em série de Taylor em torno de $t = 0$ (série de Maclaurin) é dada por:

$$f(t) = \sin(t) = t - \frac{1}{3!}t^3 + \frac{1}{5!}t^5 - \frac{1}{7!}t^7 + \ldots,$$

obtenha aproximações $\hat{f}(t)$ usando 1, 2, 3 e 4 termos da série e apresente em uma figura usando comando *subplot* em estrutura 2×2. Em cada figura, apresente também a função $f(t)$ e coloque rótulos nos eixos e título. Utilize tempo na faixa $-\pi$ até π com intervalos de $0,01$ segundos. Ajuste os eixos adequadamente usando a função *axis*.

(b) Refaça os gráficos anteriores com a expansão de Taylor em volta de $t = \pi/2$. Para encontrar a expansão, utilize a função *taylortool* configurada para $-\pi/2 \leq t \leq 3\pi/2$, $a = \pi/2$ e $N = 7$.

Etapa 2. Série de Fourier

Considere o sinal periódico $x(t)$ dado pela equação abaixo:

$$x(t) = \begin{cases} t/A, & 0 \leq t < A \\ 1, & A \leq t < \pi \\ 0, & \pi \leq t < 2\pi \\ x(t+2\pi), & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Quando $A \to 0$, $x(t)$ aproxima uma onda quadrada, já quando $A \to \pi$, $x(t)$ aproxima uma onda dente de serra. A Figura 1 apresenta $x(t)$ para $A = \pi/2$.

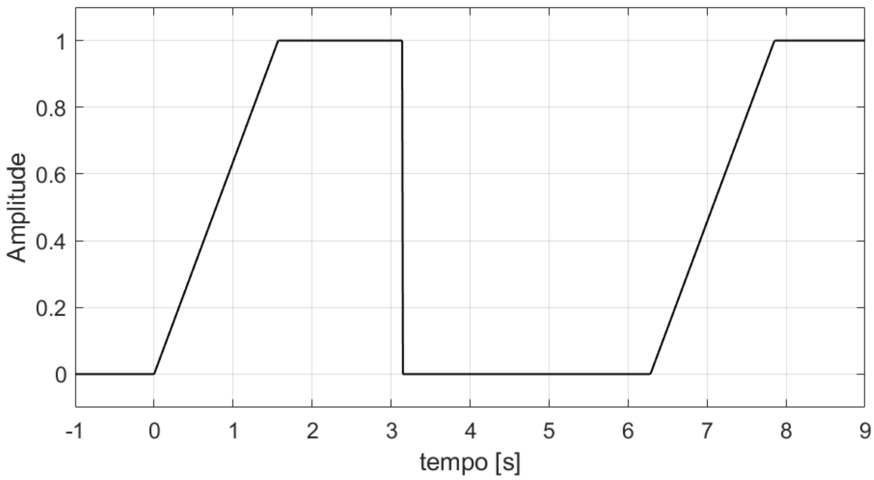

Figura 1: Sinal periódico $x(t)$ para $A = \pi/2$.

Como o período de $x(t)$ é $T_0 = 2\pi$ s, tem-se:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = 1 \text{ rad/s}.$$

Assim, a expansão por série de Fourier de $x(t)$ é dada por:

$$x(t) = c_0 + \sum_{k=1}^{\infty} c_k e^{jkt} + c_{-k} e^{-jkt},$$

como $x(t)$ é real, $c_{-k} = c_k^*$.

Os coeficientes c_k são dados por:

$$c_k = \begin{cases} \dfrac{2\pi - A}{4\pi}, & k = 0 \\ \\ \dfrac{1}{2\pi k}\left(\dfrac{e^{-jkA} - 1}{kA} + je^{-jk\pi}\right), & \text{caso contrário} \end{cases}$$

(a) Utilizando a função *sinal_x.m*, disponível no Moodle, crie $x(t)$ para $-1 \leq t \leq 9$ s e $A = \pi/2$, com passo de 1 ms. Apresente o sinal em uma figura com rótulos e título. Usando a função *fourierS.m*, também disponível no Moodle, obtenha a expansão em série de Fourier com k máximo igual a 20 e apresente a aproximação de $\hat{x}(t)$ sobreposta no gráfico anterior. Obtenha o máximo sobressinal (*overshoot*) com a função *max*.

(b) Obtenha uma nova aproximação usando k máximo de 100 e apresente o módulo do espectro de Fourier dos coeficientes c_k, também obtidos com a função *fourierS.m*.

Relatório

- Apresente os códigos, resultados e gráficos dos exercícios em um arquivo PDF (pode-se usar o comando `publish` do MATLAB/Octave) e entregue pelo Moodle.
- A data de entrega é quinta-feira, 21/setembro, até às 23:55.