

Prática no. 6  
**Resolução de Equações Diferenciais Ordinárias**

Novamente, considere o circuito RLC da Figura 1, o qual possui modelo por equações diferenciais ordinárias (EDO) dado por:

$$\left(p^2 + \frac{R}{L}p + \frac{1}{LC}\right)e_o(t) = \frac{1}{LC}e_i(t)$$

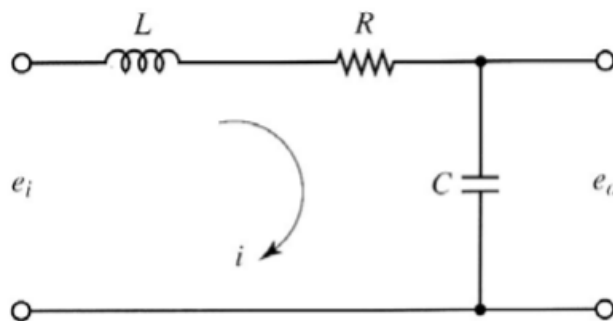


Figura 1: Circuito RLC.

**Etapla 1. Obtenção da Solução Algébrica**

Para uma entrada  $e_i(t) = V$ , a resposta do sistema será:

$$e_o(t) = c_1 e^{p_1 t} + c_2 e^{p_2 t} + c_3.$$

As constantes da solução dependem dos valores dos componentes,  $R$ ,  $L$  e  $C$ , além da tensão da fonte e das condições iniciais.

Para se encontrar uma solução algébrica no MATLAB, utiliza-se a função *dsolve* do *toolbox* de matemática simbólica. Para o caso de  $R = 3 \Omega$ ,  $C = 1/2 \text{ F}$ ,  $L = 1 \text{ H}$ ,  $V = 2$  e condições iniciais  $e_o(0) = 1 \text{ V}$  e  $\dot{e}_o(0) = 0 \text{ A}$ , encontra-se a solução da seguinte forma (usando  $y$  como  $e_o$ ):

```
syms y(t)
Dy = diff(y);
cond1 = y(0) == 1; % condições iniciais
cond2 = Dy(0) == 0;
conds = [cond1 cond2];
ode = diff(y,t,2)+3*diff(y,t)+2*y==4;
ySol(x) = dsolve(ode,conds)
```

resultando em:

$$e_o(t) = e^{-2t} - 2e^{-t} + 2$$

Com base nessa abordagem, encontre as soluções algébricas para esse sistema nas seguintes condições:

- Para os mesmos valores dos componentes e entrada, porém com condições iniciais  $e_o(0) = 0 \text{ V}$  e  $\dot{e}_o(0) = 1 \text{ A}$ . Apresente um gráfico da resposta para vetor de tempo de 0 a 10 s em intervalos de 100 ms. Utilize a função *eval* para obter valores numéricos.

- (b) Repita o item anterior porém modifique a tensão de entrada para 0,5 V.
- (c) Repita o item anterior porém modifique a resistência para  $R = 2 \Omega$ .

## Etapa 2. Obtenção da Solução Numérica

Uma outra abordagem é utilizar a função *ode45* que obtém uma aproximação numérica da solução da EDO. No caso do circuito RLC com  $R = 3 \Omega$ ,  $C = 1/2 \text{ F}$ ,  $L = 1 \text{ H}$ ,  $e_i(t) = 1 \text{ V}$  e condições iniciais nulas, pode-se usar o *script* abaixo para faixa de tempo entre 0 e 10 s:

```
tspan = [0 10];  
conds = [0; 0];  
[t,y] = ode45(@(t,y) derivadas(t,y,3,1,1/2,1),tspan,conds);  
figure  
plot(t,y(:,1))
```

Faz-se necessário o arquivo *derivadas.m* (disponível no Moodle), o qual apresenta as derivadas de  $e_o(t)$  e  $\dot{e}_o(t)$ . Assim, pede-se:

- (a) Apresente uma figura com gráficos da resposta do sistema para  $C = 1/2 \text{ F}$ ,  $R = 1, 3 \text{ e } 5 \Omega$ ,  $L = 1 \text{ H}$  e  $e_i(t) = 1$ .
- (b) Repita o item anterior para  $e_i(t) = e^{-2t} \text{ V}$ .
- (c) Repita o item anterior para  $e_i(t) = e^{-0,5t} \cos(10t) \text{ V}$ .

## Relatório:

- Apresente os códigos, resultados e gráficos dos exercícios em um arquivo PDF (pode-se usar o comando *publish* do MATLAB/Octave) e entregue pelo Moodle.
- A data de entrega é quinta-feira, 26/outubro, até às 23:55.