Prática no. 5
**Equações Diferenciais Ordinárias**

Considere o circuito RLC da Figura 1, sendo a tensão $e_i(t)$ a entrada do sistema e a tensão no capacitor $e_o(t)$ a saída. Aplicando-se a lei de Kirchhoff da tensão, tem-se:

$$v_L(t) + v_R(t) + v_c(t) = e_i(t).$$

Usando-se as relações de tensão e corrente dos elementos, obtém-se:

$$L\frac{di(t)}{dt} + Ri(t) + \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(\tau)d\tau = e_i(t),$$

que é equivalente a:

$$\frac{d^2}{dt^2}e_o(t) + \frac{R}{L}\frac{d}{dt}e_o(t) + \frac{1}{LC}e_o(t) = \frac{1}{LC}e_i(t),$$

$$\left(p^2 + \frac{R}{L}p + \frac{1}{LC}\right)e_o(t) = \frac{1}{LC}e_i(t)$$

$$D(p)e_o(t) = \frac{1}{LC}e_i(t)$$

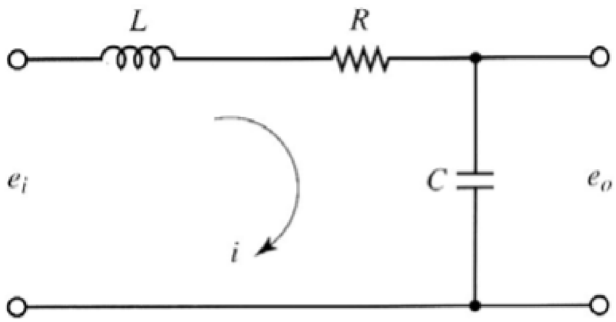


Figura 1: Circuito RLC.

**Etapa 1. Solução Homogênea**

Considerando $e_i(t) = 0$, obtém-se a solução homogênea do circuito RLC abaixo, sendo $p_1$ e $p_2$ as raízes do polinômio $D(p)$ anterior.

$$e_o(t) = c_1 e^{p_1 t} + c_2 e^{p_2 t}$$

Com a condição inicial que a tensão do capacitor é 1 V, ou seja, $e_o(0) = 1$, e a corrente é nula, $\dot{e_o}(0) = 0$, obtém-se as constantes:

$$c_1 = \frac{p_2}{p_2 - p_1} \quad \text{e} \quad c_2 = \frac{p_1}{p_1 - p_2}$$

(a) Com os seguintes valores dos componentes $C = 1/2$ F, $R = 3\ \Omega$ e $L = 1$ H, obtenha as raízes do polinômio $D(p)$, encontre as constantes $c_1$ e $c_2$ e apresente um gráfico da tensão de saída da solução homogênea com vetor de tempo de 0 a 10 s usando passo de $0,01$ s.

(b) Varie o valor do resistor de 1 a 5 Ω com passo de 1 Ω e apresente todos os gráficos em uma figura com legenda.

**Etapa 2. Resposta Completa**

Agora, se a entrada for $e_i(t) = V$, a resposta forçada do sistema será:

$$e_{of}(t) = c_3 = V.$$

Assim, tem-se:

$$e_o(t) = c_1 e^{p_1 t} + c_2 e^{p_2 t} + c_3.$$

Com as mesmas condições iniciais anteriores, $e_o(0) = 1$ e $\dot{e_o}(0) = 0$, os outros coeficientes são:

$$c_1 = \frac{(1-V)p_2}{p_2 - p_1} \quad \text{e} \quad c_2 = \frac{(1-V)p_1}{p_1 - p_2}.$$

(a) Para os mesmos valores dos componentes da etapa 1 (b), $C = 1/2$ F, $R = 1$ a 5 Ω e $L = 1$ H, apresente uma figura com os gráficos das respostas completas do sistema, $e_o(t)$, para entrada $e_i(t) = 2$ V e mesmo vetor de tempo.

Porém, se a entrada for $e_i(t) = LC\cos(\omega t)$, a solução forçada passa a ser:

$$e_{of}(t) = c_3\cos(\omega t) + c_4\sin(\omega t),$$

e a resposta completa:

$$e_o(t) = c_1 e^{p_1 t} + c_2 e^{p_2 t} + c_3\cos(\omega t) + c_4\sin(\omega t).$$

Para condições iniciais nulas, tem-se os coeficientes da resposta forçada:

$$c_3 = \frac{a}{a^2 + b^2} \quad \text{e} \quad c_4 = \frac{b}{a^2 + b^2}, \quad \text{sendo}$$

$$a = \frac{1}{LC} - \omega^2 \quad \text{e} \quad b = \frac{R}{L}\omega.$$

Da resposta homogênea, tem-se:

$$c_1 = \frac{c_4\omega - c_3 p_2}{p_2 - p_1} \quad \text{e} \quad c_2 = \frac{c_3 p_1 - c_4\omega}{p_2 - p_1}.$$

(b) Com base nos coeficientes apresentados, apresente uma figura com gráficos da resposta completa do sistema para $C = 1/2$ F, $R = 1$, 3 e 5 Ω, $L = 1$ H e $\omega = 10$ rad/s.

## Relatório:

- Apresente os códigos, resultados e gráficos dos exercícios em um arquivo PDF (pode-se usar o comando `publish` do MATLAB/Octave) e entregue pelo Moodle.
- A data de entrega é quinta-feira, 18/outubro, até às 23:55.