



La valeur absolue

Théorie I

By Modular and Modulus

Définition (Approche géométrique)

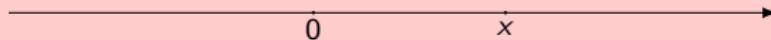
La valeur absolue d'un nombre réel x , notée $|x|$, est sa distance à 0.

Une première définition et quelques exemples

Définition (Approche géométrique)

La valeur absolue d'un nombre réel x , notée $|x|$, est sa distance à 0.

- Si $x \geq 0$:

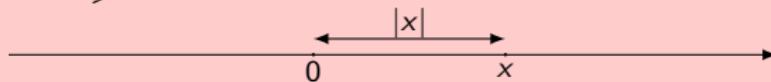


Une première définition et quelques exemples

Définition (Approche géométrique)

La valeur absolue d'un nombre réel x , notée $|x|$, est sa distance à 0.

- Si $x \geq 0$:

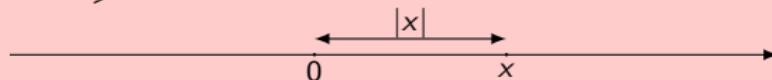


Une première définition et quelques exemples

Définition (Approche géométrique)

La valeur absolue d'un nombre réel x , notée $|x|$, est sa distance à 0.

- Si $x \geq 0$:



- Si $x \leq 0$:

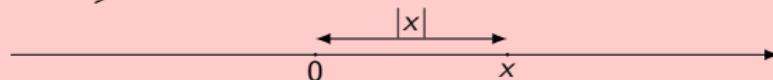


Une première définition et quelques exemples

Définition (Approche géométrique)

La valeur absolue d'un nombre réel x , notée $|x|$, est sa distance à 0.

- Si $x \geq 0$:



- Si $x \leq 0$:

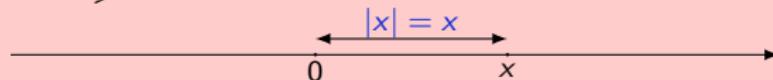


Une première définition et quelques exemples

Définition (Approche géométrique)

La valeur absolue d'un nombre réel x , notée $|x|$, est sa distance à 0.

- Si $x \geq 0$:



- Si $x \leq 0$:

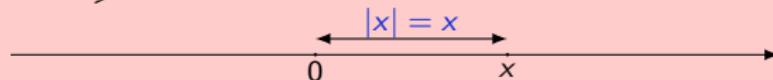


Une première définition et quelques exemples

Définition (Approche géométrique)

La valeur absolue d'un nombre réel x , notée $|x|$, est sa distance à 0.

- Si $x \geq 0$:



- Si $x \leq 0$:

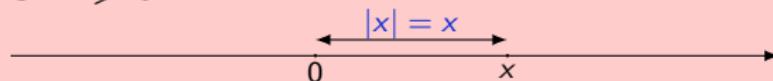


Une première définition et quelques exemples

Définition (Approche géométrique)

La valeur absolue d'un nombre réel x , notée $|x|$, est sa distance à 0.

- Si $x \geq 0$:



- Si $x \leq 0$:



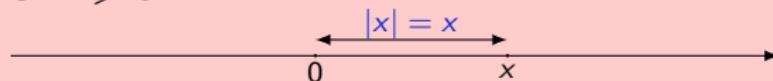
Remarques

Une première définition et quelques exemples

Définition (Approche géométrique)

La valeur absolue d'un nombre réel x , notée $|x|$, est sa distance à 0.

- Si $x \geq 0$:



- Si $x \leq 0$:



Remarques

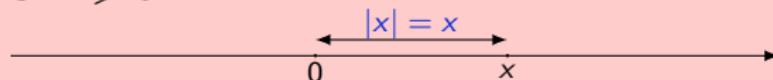
- 1) C'est la définition que nous allons utiliser dans les prochains exemples.

Une première définition et quelques exemples

Définition (Approche géométrique)

La valeur absolue d'un nombre réel x , notée $|x|$, est sa distance à 0.

- Si $x \geq 0$:



- Si $x \leq 0$:



Remarques

- 1) C'est la définition que nous allons utiliser dans les prochains exemples.
- 2) Pour l'instant, c'est la seule dont nous disposons !

Quelques exemples

Détermine la valeur des expressions suivantes :

$$1) \ |-4|$$

$$3) \ |1 - (-4)^2|$$

$$2) \ |2^3 + 6|$$

$$4) \ |-3 \cdot (-2^3) \cdot (-3)^2|$$

Quelques exemples

Détermine la valeur des expressions suivantes :

$$1) \ |-4|$$

$$3) \ |1 - (-4)^2|$$

$$2) \ |2^3 + 6|$$

$$4) \ |-3 \cdot (-2^3) \cdot (-3)^2|$$

Par la définition, on obtient :

Quelques exemples

Détermine la valeur des expressions suivantes :

$$1) |-4|$$

$$3) |1 - (-4)^2|$$

$$2) |2^3 + 6|$$

$$4) |-3 \cdot (-2^3) \cdot (-3)^2|$$

Par la définition, on obtient :

$$1) |-4|$$

Quelques exemples

Détermine la valeur des expressions suivantes :

$$1) |-4|$$

$$3) |1 - (-4)^2|$$

$$2) |2^3 + 6|$$

$$4) |-3 \cdot (-2^3) \cdot (-3)^2|$$

Par la définition, on obtient :

$$1) |-4| = -(-4)$$

Quelques exemples

Détermine la valeur des expressions suivantes :

$$1) |-4|$$

$$3) |1 - (-4)^2|$$

$$2) |2^3 + 6|$$

$$4) |-3 \cdot (-2^3) \cdot (-3)^2|$$

Par la définition, on obtient :

$$1) |-4| = -(-4) = 4.$$

Quelques exemples

Détermine la valeur des expressions suivantes :

$$1) |-4|$$

$$3) |1 - (-4)^2|$$

$$2) |2^3 + 6|$$

$$4) |-3 \cdot (-2^3) \cdot (-3)^2|$$

Par la définition, on obtient :

$$1) |-4| = -(-4) = 4.$$

$$2) |2^3 + 6|$$

Quelques exemples

Détermine la valeur des expressions suivantes :

$$1) |-4|$$

$$3) |1 - (-4)^2|$$

$$2) |2^3 + 6|$$

$$4) |-3 \cdot (-2^3) \cdot (-3)^2|$$

Par la définition, on obtient :

$$1) |-4| = -(-4) = 4.$$

$$2) |2^3 + 6| = |8 + 6|$$

Quelques exemples

Détermine la valeur des expressions suivantes :

$$1) |-4|$$

$$3) |1 - (-4)^2|$$

$$2) |2^3 + 6|$$

$$4) |-3 \cdot (-2^3) \cdot (-3)^2|$$

Par la définition, on obtient :

$$1) |-4| = -(-4) = 4.$$

$$2) |2^3 + 6| = |8 + 6| = |14|$$

Quelques exemples

Détermine la valeur des expressions suivantes :

$$1) |-4|$$

$$3) |1 - (-4)^2|$$

$$2) |2^3 + 6|$$

$$4) |-3 \cdot (-2^3) \cdot (-3)^2|$$

Par la définition, on obtient :

$$1) |-4| = -(-4) = 4.$$

$$2) |2^3 + 6| = |8 + 6| = |14| = 14.$$

Quelques exemples

Détermine la valeur des expressions suivantes :

$$1) |-4|$$

$$3) |1 - (-4)^2|$$

$$2) |2^3 + 6|$$

$$4) |-3 \cdot (-2^3) \cdot (-3)^2|$$

Par la définition, on obtient :

$$1) |-4| = -(-4) = 4.$$

$$2) |2^3 + 6| = |8 + 6| = |14| = 14.$$

$$3) |1 - (-4)^2|$$

Quelques exemples

Détermine la valeur des expressions suivantes :

$$1) |-4|$$

$$3) |1 - (-4)^2|$$

$$2) |2^3 + 6|$$

$$4) |-3 \cdot (-2^3) \cdot (-3)^2|$$

Par la définition, on obtient :

$$1) |-4| = -(-4) = 4.$$

$$2) |2^3 + 6| = |8 + 6| = |14| = 14.$$

$$3) |1 - (-4)^2| = |1 - 16|$$

Quelques exemples

Détermine la valeur des expressions suivantes :

$$1) |-4|$$

$$3) |1 - (-4)^2|$$

$$2) |2^3 + 6|$$

$$4) |-3 \cdot (-2^3) \cdot (-3)^2|$$

Par la définition, on obtient :

$$1) |-4| = -(-4) = 4.$$

$$2) |2^3 + 6| = |8 + 6| = |14| = 14.$$

$$3) |1 - (-4)^2| = |1 - 16| = |-15|$$

Quelques exemples

Détermine la valeur des expressions suivantes :

$$1) |-4|$$

$$3) |1 - (-4)^2|$$

$$2) |2^3 + 6|$$

$$4) |-3 \cdot (-2^3) \cdot (-3)^2|$$

Par la définition, on obtient :

$$1) |-4| = -(-4) = 4.$$

$$2) |2^3 + 6| = |8 + 6| = |14| = 14.$$

$$3) |1 - (-4)^2| = |1 - 16| = |-15| = -(-15)$$

Quelques exemples

Détermine la valeur des expressions suivantes :

$$1) |-4|$$

$$3) |1 - (-4)^2|$$

$$2) |2^3 + 6|$$

$$4) |-3 \cdot (-2^3) \cdot (-3)^2|$$

Par la définition, on obtient :

$$1) |-4| = -(-4) = 4.$$

$$2) |2^3 + 6| = |8 + 6| = |14| = 14.$$

$$3) |1 - (-4)^2| = |1 - 16| = |-15| = -(-15) = 15.$$

Quelques exemples

Détermine la valeur des expressions suivantes :

$$1) |-4|$$

$$3) |1 - (-4)^2|$$

$$2) |2^3 + 6|$$

$$4) |-3 \cdot (-2^3) \cdot (-3)^2|$$

Par la définition, on obtient :

$$1) |-4| = -(-4) = 4.$$

$$2) |2^3 + 6| = |8 + 6| = |14| = 14.$$

$$3) |1 - (-4)^2| = |1 - 16| = |-15| = -(-15) = 15.$$

$$4) |-3 \cdot (-2^3) \cdot (-3)^2|$$

Quelques exemples

Détermine la valeur des expressions suivantes :

$$1) |-4|$$

$$3) |1 - (-4)^2|$$

$$2) |2^3 + 6|$$

$$4) |-3 \cdot (-2^3) \cdot (-3)^2|$$

Par la définition, on obtient :

$$1) |-4| = -(-4) = 4.$$

$$2) |2^3 + 6| = |8 + 6| = |14| = 14.$$

$$3) |1 - (-4)^2| = |1 - 16| = |-15| = -(-15) = 15.$$

$$4) |-3 \cdot (-2^3) \cdot (-3)^2| = |-3 \cdot (-8) \cdot 9|$$

Quelques exemples

Détermine la valeur des expressions suivantes :

$$1) |-4|$$

$$3) |1 - (-4)^2|$$

$$2) |2^3 + 6|$$

$$4) |-3 \cdot (-2^3) \cdot (-3)^2|$$

Par la définition, on obtient :

$$1) |-4| = -(-4) = 4.$$

$$2) |2^3 + 6| = |8 + 6| = |14| = 14.$$

$$3) |1 - (-4)^2| = |1 - 16| = |-15| = -(-15) = 15.$$

$$4) |-3 \cdot (-2^3) \cdot (-3)^2| = |-3 \cdot (-8) \cdot 9| = |216|$$

Quelques exemples

Détermine la valeur des expressions suivantes :

$$1) |-4|$$

$$3) |1 - (-4)^2|$$

$$2) |2^3 + 6|$$

$$4) |-3 \cdot (-2^3) \cdot (-3)^2|$$

Par la définition, on obtient :

$$1) |-4| = -(-4) = 4.$$

$$2) |2^3 + 6| = |8 + 6| = |14| = 14.$$

$$3) |1 - (-4)^2| = |1 - 16| = |-15| = -(-15) = 15.$$

$$4) |-3 \cdot (-2^3) \cdot (-3)^2| = |-3 \cdot (-8) \cdot 9| = |216| = 216.$$

Critique de la définition choisie

Définition (Approche géométrique)

La valeur absolue d'un nombre réel x , notée $|x|$, est sa distance à 0.

Critique de la définition choisie

Définition (Approche géométrique)

La valeur absolue d'un nombre réel x , notée $|x|$, est sa distance à 0.

- Si $x \geq 0$:

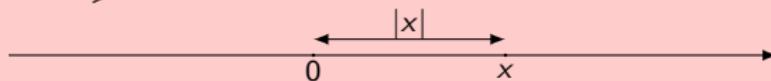


Critique de la définition choisie

Définition (Approche géométrique)

La valeur absolue d'un nombre réel x , notée $|x|$, est sa distance à 0.

- Si $x \geq 0$:

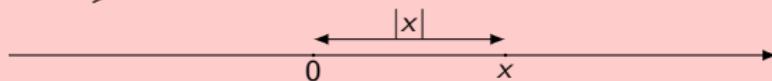


Critique de la définition choisie

Définition (Approche géométrique)

La valeur absolue d'un nombre réel x , notée $|x|$, est sa distance à 0.

- Si $x \geq 0$:



- Si $x \leq 0$:

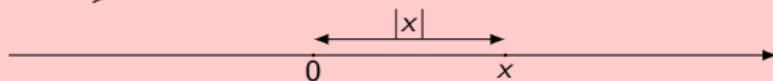


Critique de la définition choisie

Définition (Approche géométrique)

La valeur absolue d'un nombre réel x , notée $|x|$, est sa distance à 0.

- Si $x \geq 0$:



- Si $x \leq 0$:

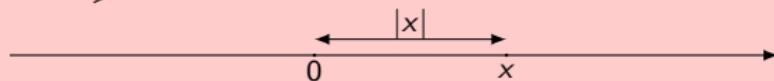


Critique de la définition choisie

Définition (Approche géométrique)

La valeur absolue d'un nombre réel x , notée $|x|$, est sa distance à 0.

- Si $x \geq 0$:



- Si $x \leq 0$:



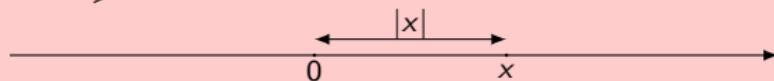
Remarques

Critique de la définition choisie

Définition (Approche géométrique)

La valeur absolue d'un nombre réel x , notée $|x|$, est sa distance à 0.

- Si $x \geq 0$:



- Si $x \leq 0$:



Remarques

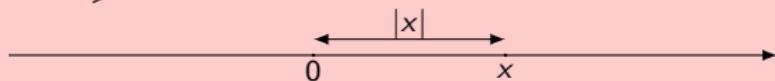
- On rencontre souvent cette définition de la valeur absolue.

Critique de la définition choisie

Définition (Approche géométrique)

La valeur absolue d'un nombre réel x , notée $|x|$, est sa distance à 0.

- Si $x \geq 0$:



- Si $x \leq 0$:



Remarques

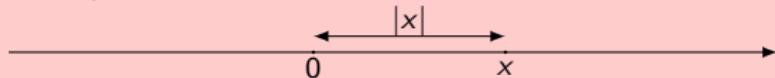
- On rencontre souvent cette définition de la valeur absolue.
- Cette définition n'est pas satisfaisante.

Critique de la définition choisie

Définition (Approche géométrique)

La valeur absolue d'un nombre réel x , notée $|x|$, est sa distance à 0.

- Si $x \geq 0$:



- Si $x \leq 0$:



Remarques

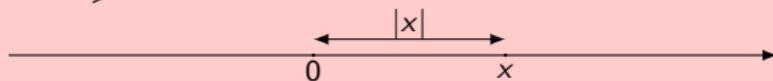
- On rencontre souvent cette définition de la valeur absolue.
- Cette définition n'est pas satisfaisante.
- La notion de distance entre deux nombres n'est pas définie.

Critique de la définition choisie

Définition (Approche géométrique)

La valeur absolue d'un nombre réel x , notée $|x|$, est sa distance à 0.

- Si $x \geq 0$:



- Si $x \leq 0$:



Remarques

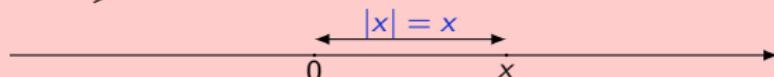
- On rencontre souvent cette définition de la valeur absolue.
- Cette définition n'est pas satisfaisante.
- La notion de distance entre deux nombres n'est pas définie.
- Précédemment, nous avons précisé cette définition **intuitive** en explicitant comment calculer la valeur absolue !

Critique de la définition choisie

Définition (Approche géométrique)

La valeur absolue d'un nombre réel x , notée $|x|$, est sa distance à 0.

- Si $x \geq 0$:



- Si $x \leq 0$:



Remarques

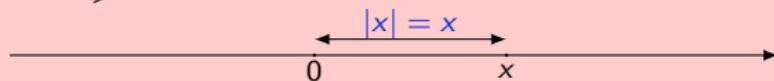
- On rencontre souvent cette définition de la valeur absolue.
- Cette définition n'est pas satisfaisante.
- La notion de distance entre deux nombres n'est pas définie.
- Précédemment, nous avons précisé cette définition **intuitive** en explicitant comment calculer la valeur absolue !

Critique de la définition choisie

Définition (Approche géométrique)

La valeur absolue d'un nombre réel x , notée $|x|$, est sa distance à 0.

- Si $x \geq 0$:



- Si $x \leq 0$:



Remarques

- On rencontre souvent cette définition de la valeur absolue.
- Cette définition n'est pas satisfaisante.
- La notion de distance entre deux nombres n'est pas définie.
- Précédemment, nous avons précisé cette définition **intuitive** en explicitant comment calculer la valeur absolue !

Définition

La valeur absolue du nombre réel x , notée $|x|$, est définie par

Définition formelle de la valeur absolue

Définition

La valeur absolue du nombre réel x , notée $|x|$, est définie par

$$|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geqslant 0, \\ -x & \text{si } x \leqslant 0. \end{cases}$$

Définition formelle de la valeur absolue

Définition

La valeur absolue du nombre réel x , notée $|x|$, est définie par

$$|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geqslant 0, \\ -x & \text{si } x \leqslant 0. \end{cases}$$

Exemples.

Définition formelle de la valeur absolue

Définition

La valeur absolue du nombre réel x , notée $|x|$, est définie par

$$|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geqslant 0, \\ -x & \text{si } x \leqslant 0. \end{cases}$$

Exemples.

1) $|8| = 8$

Définition formelle de la valeur absolue

Définition

La valeur absolue du nombre réel x , notée $|x|$, est définie par

$$|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geqslant 0, \\ -x & \text{si } x \leqslant 0. \end{cases}$$

Exemples.

1) $|8| = 8$ car $8 \geqslant 0$.

Définition formelle de la valeur absolue

Définition

La valeur absolue du nombre réel x , notée $|x|$, est définie par

$$|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geqslant 0, \\ -x & \text{si } x \leqslant 0. \end{cases}$$

Exemples.

- 1) $|8| = 8$ car $8 \geqslant 0$.
- 2) $|-4| = -(-4) = 4$

Définition formelle de la valeur absolue

Définition

La valeur absolue du nombre réel x , notée $|x|$, est définie par

$$|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geqslant 0, \\ -x & \text{si } x \leqslant 0. \end{cases}$$

Exemples.

- 1) $|8| = 8$ car $8 \geqslant 0$.
- 2) $|-4| = -(-4) = 4$ car $-4 \leqslant 0$.

Définition formelle de la valeur absolue

Définition

La valeur absolue du nombre réel x , notée $|x|$, est définie par

$$|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geqslant 0, \\ -x & \text{si } x \leqslant 0. \end{cases}$$

Exemples.

- 1) $|8| = 8$ car $8 \geqslant 0$.
- 2) $|-4| = -(-4) = 4$ car $-4 \leqslant 0$.

Remarque

Si $x = 0$, la définition est bien licite car $x = -x$.

Définition formelle de la valeur absolue

Définition

La valeur absolue du nombre réel x , notée $|x|$, est définie par

$$|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geqslant 0, \\ -x & \text{si } x \leqslant 0. \end{cases}$$

Exemples.

- 1) $|8| = 8$ car $8 \geqslant 0$.
- 2) $|-4| = -(-4) = 4$ car $-4 \leqslant 0$.

Remarque

Si $x = 0$, la définition est bien licite car $x = -x$. On a

$$|0| = 0 = -0 = 0.$$