

LOGO

Module d'algèbre

La valeur absolue

Fascicule d'exercices

MathModule

By Modular and Modulus

1.1 Rappels théoriques

Définition 1.1.1.

La valeur absolue d'un nombre réel x est définie par

$$|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

1.2 Exercices numériques

1.2.1 Exercices résolus

- 1) Déterminons la valeur de $|7(-4) + 20|$. On a

$$\begin{aligned} |7(-4) + 20| &= |-28 + 20| && \text{priorité des opérations} \\ &= |-8| \\ &= -(-8) && \text{par définition (cas où } x \leq 0\text{)} \\ &= 8 \end{aligned}$$

- 2) Déterminons la valeur de $\left| \frac{7(-5)}{3} + 5^2 \right|$. On a

$$\begin{aligned} \left| \frac{7(-5)}{3} + 5^2 \right| &= \left| \frac{-35}{3} + 25 \right| \\ &= \left| \frac{-35}{3} + \frac{75}{3} \right| && \text{mise au même dénominateur} \\ &= \left| \frac{40}{3} \right| \\ &= \frac{40}{3} && \text{par définition (cas où } x \geq 0\text{)} \end{aligned}$$

3) Déterminons la valeur de $\left| \frac{-81}{9} + \sqrt{169} - 2^5 \right|$. On a

$$\begin{aligned}
 \left| \frac{-81}{9} + \sqrt{169} - 2^5 \right| &= \\
 &= |-9 + 13 - 32| \\
 &= |-28| \\
 &= -(-28) && \text{par définition (cas où } x \leq 0\text{)} \\
 &= 28
 \end{aligned}$$

1.2.2 Exercices proposés

Calculer les valeurs absolues suivantes :

- | | |
|---|---|
| 1) $ 7 - 15 $ | 15) $\left (-1)^{15} + (-1)^{10} - (-1)^5 \right $ |
| 2) $ 5(-2) + 12 $ | 16) $\left \frac{8(-5)}{2} + 6^2 \right $ |
| 3) $ -9 + 4(-3) + 14 $ | 17) $\left \sqrt{100} - \frac{30}{6} + (-2)^3 \right $ |
| 4) $ (-2)^3 + 7 + (-3)^2 $ | 18) $\left (-3)^5 + (-1)^7 - (-2)^4 \right $ |
| 5) $ \sqrt{36} - 11 $ | 19) $\left \frac{5}{8} - \frac{9}{4} + \frac{7}{6} \right $ |
| 6) $ -4(-3) - 3^2 $ | 20) $\left \sqrt{121} - \frac{50}{5} + (-3)^3 \right $ |
| 7) $ (3 - 7)(-2) + 1 $ | 21) $\left (-1)^{12} + (-1)^{15} + (-1)^9 \right $ |
| 8) $ (-4)^2 + (-3)^3 - 8 $ | 22) $\left \frac{-64}{8} + \sqrt{144} - 2^5 \right $ |
| 9) $\left \frac{2^5 - 30}{5} \right $ | 23) $\left 20 \left(\frac{3}{5} - \frac{7}{10} \right) \right $ |
| 10) $\left \frac{-24}{5} + 2^3 \right $ | 24) $\left \frac{\sqrt{256} - 3^4}{5} + (-3)^3 \right $ |
| 11) $\left \sqrt{81} - \frac{14}{2} \right $ | |
| 12) $\left \frac{6}{5} - \frac{11}{4} \right $ | |
| 13) $\left (-3)^4 - 4^3 + 12 \right $ | |
| 14) $\left \frac{-48}{8} + \sqrt{49} \right $ | |

25) Calculer la valeur de $\left| \frac{-48}{6} + \sqrt{64} - 3^3 \right|$.

- 1) 5 2) 7 3) 3 4) 9

26) Quelle est la valeur de $\left| (-2)^4 - \frac{36}{9} + (-3)^3 \right|$?

- 1) 8 2) 6 3) 10 4) 4

27) Déterminer la valeur de $\left| \frac{5^3 - 4^2}{7} + (-3)^2 \right|$.

- 1) 8 2) 10 3) 12 4) 14

28) Quelle est la valeur de $\left| \sqrt{144} - \frac{7^2}{7} + (-4)^3 \right|$?

- 1) 6 2) 8 3) 10 4) 12

29) Calculer la valeur de $\left| \frac{\frac{(-3)^5 + 4^4 - 2^8}{5^2 - 3^3}}{2} + \sqrt{196} - 10(-1)^{99} \right|$

- 1) 37 2) 41 3) 45 4) 49

30) Calculer la valeur de $\left| \frac{\frac{6^3 - (-2)^6}{4^3 - 3^3}}{5} - \sqrt{625} + \frac{9^2 - 8^2}{2} - 7(-1)^{1000} \right|$

- 1) 53 2) 57 3) 61 4) 65

1.3 Exercices littéraux

1.3.1 Exercices résolus

1.3.2 Exercices proposés

Sachant que $a > 0$, $b < 0$, $cd > 0$ et que $ef < 0$, calculer les valeurs absolues suivantes :

- | | |
|--------------|----------------|
| 1) $ a $ | 6) $ -a $ |
| 2) $ b $ | 7) $ -e f $ |
| 3) $ c $ | 8) $ a b e f $ |
| 4) $ c d $ | 9) $ a - 4 $ |
| 5) $ a b^3 $ | 10) $ -2 b $ |

- 11) $|a + b|$
- 12) $|b - a|$
- 13) $|a + cd|$
- 14) $|a - ef|$
- 15) $\left| \frac{a + b^2}{cd} \right|$
- 16) $\left| \frac{b - cd}{ef} \right|$
- 17) $\left| \frac{a^2 - b^2}{cd + ef} \right|$
- 18) $|ab + cd - ef|$
- 19) $\left| \frac{|a - b|}{|cd - ef|} \right|$
- 20) $\left| a + \frac{b}{|cd|} - \frac{|ef|}{b} \right|$
- 21) $\left| \frac{a^2 - 2ab + b^2}{cd} + ef \right|$
- 22) $\left| \frac{|a + b|}{|cd - ef|} - \frac{|b|}{|a|} \right|$
- 23) $\left| \sqrt{|a - b|} - \frac{|cd|}{|ef|} \right|$
- 24) $\left| \frac{|a^2 - b^2|}{|c - d|} + \frac{|e + f|}{|cd - ef|} \right|$
- 25) $|ab^3| =$
- 1) ab^3
- 2) $-ab^3$
- 3) $a|b|^3$
- 4) $-a|b|^3$
- 26) $|-ef| =$
- 1) $-ef$
- 2) ef
- 3) $|ef|$
- 4) $-|ef|$
- 27) $|a + b| =$
- 1) $a + b$
- 2) $b - a$
- 3) $-(a + b)$
- 4) $|a| + |b|$
- 28) $\left| \frac{a + b^2}{cd} \right| =$
- 1) $\frac{a + b^2}{|cd|}$
- 2) $\frac{|a| + |b^2|}{cd}$
- 3) $\frac{|a + b^2|}{cd}$
- 4) $\frac{a - b^2}{|cd|}$
- 29) $\left| \frac{b - cd}{ef} \right| =$
- 1) $\frac{|b - cd|}{|ef|}$
- 2) $\frac{b - cd}{|ef|}$
- 3) $\frac{|b| - cd}{|ef|}$
- 4) $\frac{|b - cd|}{ef}$
- 30) $\left| \sqrt{|a - b|} - \frac{|cd|}{|ef|} \right| =$
- 1) $\sqrt{|a - b|} - \frac{|cd|}{|ef|}$
- 2) $-\sqrt{|a - b|} + \frac{|cd|}{|ef|}$
- 3) $\left| \sqrt{|a - b|} - \frac{|cd|}{|ef|} \right|$
- 4) $\frac{|cd|}{|ef|} - \sqrt{|a - b|}$

1.3.3 Équations avec des valeurs absolues

1.3.4 Exercices résolus

1.3.5 Exercices proposés

Résous les équations suivantes :

- | | |
|-------------------------|------------------------------|
| 1) $ x = 5$ | 13) $ x^2 - 9 = 0$ |
| 2) $ x = -3$ | 14) $ 3x - 2 = 2x + 1$ |
| 3) $ x - 2 = 4$ | 15) $ x - 1 + x + 1 = 4$ |
| 4) $ x + 3 = 7$ | 16) $ x - 2 = x^2 - 4 $ |
| 5) $ 2x = 10$ | 17) $ x + 3 - x - 1 = 2$ |
| 6) $ x - 5 = 5$ | 18) $ x^2 - 2x = 3$ |
| 7) $ x + 4 = 2x$ | 19) $ x^2 - 4x + 3 = 2$ |
| 8) $ x - 3 = x + 1 $ | 20) $ x - 1 + x - 3 = 4$ |
| 9) $ x + 1 + 2 = 5$ | 21) $ 2x - 3 = x + 4 $ |
| 10) $ 2x - 4 = 6$ | 22) $ x^2 - x - 6 = 2x - 1$ |
| 11) $ x^2 - 4 = 3$ | 23) $ x + 2 + x - 4 = 6$ |
| 12) $ x + 2 = x - 5 $ | 24) $ x^2 - 4x = 4$ |

25) L'ensemble-solutions de l'équation $|x - 2| = 3$ est

- 1) $\{5\}$ 2) $\{-1\}$ 3) $\{-1 ; 5\}$ 4) \emptyset

26) L'ensemble-solutions de l'équation $|x + 1|^2 = 9$ est

- 1) $\{2\}$ 2) $\{-4 ; 3\}$ 3) $\{-4\}$ 4) \mathbb{R}

27) L'ensemble-solutions de l'équation $|x - 2| + |2x - 5| = 3$ est

- 1) $\left\{\frac{4}{3} ; \frac{10}{3}\right\}$ 2) $\left\{0 ; \frac{4}{3} ; \frac{10}{3}\right\}$ 3) $\{0 ; 3\}$ 4) $\{1 ; 4\}$

28) L'ensemble-solutions de l'équation $|x - 3|^2 = |x + 1|$ est

- 1) $\{1 ; 8\}$ 2) $\{3 ; 8\}$ 3) $\{1 ; 3\}$ 4) \emptyset

29) L'ensemble-solutions de l'équation $|x - 1| + |2x + 3| = 7$ est

- 1) $\{-3 ; 3\}$ 2) $\{15\}$ 3) $\left\{\frac{-5}{3} ; \frac{5}{3}\right\}$ 4) $\left\{-3 ; \frac{5}{3}\right\}$

- 30) L'ensemble-solutions de l'équation $|x^3 - x| = x^2 - 1$ est
- 1) $\{0 ; 1\}$
 - 2) $\{0 ; -1\}$
 - 3) $\{-1 ; 0 ; 1\}$
 - 4) $\{-1 ; 1\}$

1.3.6 Inéquations avec des valeurs absolues

1.3.7 Exercices résolus

1.3.8 Exercices proposés

- 1) $|x - 7| < 2$
- 2) $|5x - 3| < 7$
- 3) $|x^4 + 3x^3 + 2x^2 + x + 1| < -5$
- 4) $|x + 2| + |x - 1| < 5$
- 5) $|3x + 1| - |x + 1| \geqslant 1$
- 6) $|x + 1| + |x - 2| < 3$
- 7) $|3x - 2| \leqslant |x + 4|$
- 8) $|x + 1| + |x - 3| \geqslant 4$
- 9) $|2x - 5| + |x + 1| \leqslant 7$
- 10) $|x - 3||x + 2| > 0$
- 11) $|x - 2||x + 5| \geqslant 4$
- 12) $|x^2 - 4| \leqslant 2$
- 13) $|5 - x^2| \geqslant 1$
- 14) $|x^2 - 4x| \leqslant 3x$
- 15) $|x^2 - 4| < 3$
- 16) $|x^2 - 2x| \leqslant 3$
- 17) $|x^2 - 3x + 2| \leqslant x + 1$
- 18) $|x^3 - 4x| < x^2 + 1$
- 19) $\frac{1}{|x + 2|} < \frac{1}{|x - 1|}$
- 20) $|x - 4| < \frac{3}{|x|}$
- 21) $\frac{1}{1 - x} < \frac{1}{|1 + x|}$
- 22) $\frac{|x - 1|}{x + 2} \leqslant 1$
- 23) $|x^3 - 3x^2 + 2x| + \frac{x^2 - 4}{x - 1} \leqslant 5$
- 24) $x > \frac{1}{1 + \sqrt{|x - 1|}}$

25) $|x + 5| < 3$ admet pour ensemble-solutions

- 1) $]-8 ; -2[$
- 2) $]-2 ; 8[$
- 3) $]-3 ; 3[$
- 4) $[-\infty ; 5[$

26) $|3x + 2| < 4$ admet pour ensemble-solutions

- 1) $]-2 ; -1[$
- 2) $]-\frac{2}{3} ; \frac{2}{3}[$
- 3) $]-3 ; 3[$
- 4) $]-4 ; 4[$

27) $|x^2 + 2x - 3| > 5$ admet pour ensemble-solutions

- 1) $]-\infty ; -3[\cup]2 ; +\infty[$
- 2) $]-\infty ; -2[\cup]1 ; +\infty[$
- 3) $]-\infty ; -1[\cup]3 ; +\infty[$
- 4) $]-\infty ; 1[\cup]2 ; +\infty[$

28) $|x - 1| + |x + 4| < 6$ admet pour ensemble-solutions

- 1) $] -5 ; 1[$ 2) $] -4 ; 2[$ 3) $] -6 ; 3[$ 4) $] -3 ; 5[$

29) $|2x + 5| \geq 7$ admet pour ensemble-solutions

- 1) $] -\infty ; -6[\cup] 1 ; +\infty [$ 3) $] -\infty ; -1[\cup] 4 ; +\infty [$
2) $] -\infty ; -2[\cup] 3 ; +\infty [$ 4) $] -\infty ; -3[\cup] 2 ; +\infty [$

30) $|x^3 - 2x^2 + 3x - 4| \leq 5$ admet pour ensemble-solutions

- 1) $] -2 ; 4[$ 2) $] -1 ; 3[$ 3) $] 0 ; 2[$ 4) \mathbb{R}

Annexe A

Solutions

A.1 Exercices numériques

A.1.1 Exercices résolus

A.1.2 Exercices proposés

A.2 Exercices littéraux

A.2.1 Exercices résolus

A.2.2 Exercices proposés

A.2.3 Équations avec des valeurs absolues

A.2.4 Exercices résolus

A.2.5 Exercices proposés

A.2.6 Inéquations avec des valeurs absolues

A.2.7 Exercices résolus

A.2.8 Exercices proposés