



# La valeur absolue

## Théorie I

By Modular and Modulus

## Définition (Approche géométrique)

La valeur absolue d'un nombre réel  $x$ , notée  $|x|$ , est sa distance à 0.

## Définition (Approche géométrique)

La valeur absolue d'un nombre réel  $x$ , notée  $|x|$ , est sa distance à 0.

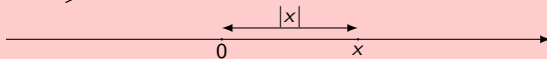
- Si  $x \geq 0$ :



## Définition (Approche géométrique)

La valeur absolue d'un nombre réel  $x$ , notée  $|x|$ , est sa distance à 0.

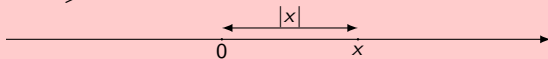
- Si  $x \geq 0$ :



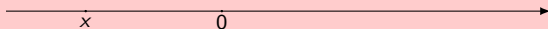
## Définition (Approche géométrique)

La valeur absolue d'un nombre réel  $x$ , notée  $|x|$ , est sa distance à 0.

- Si  $x \geq 0$ :



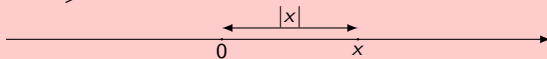
- Si  $x \leq 0$ :



## Définition (Approche géométrique)

La valeur absolue d'un nombre réel  $x$ , notée  $|x|$ , est sa distance à 0.

- Si  $x \geq 0$ :



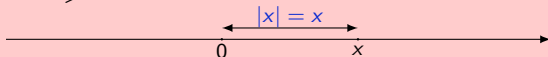
- Si  $x \leq 0$ :



## Définition (Approche géométrique)

La valeur absolue d'un nombre réel  $x$ , notée  $|x|$ , est sa distance à 0.

- Si  $x \geq 0$ :



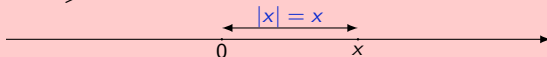
- Si  $x \leq 0$ :



## Définition (Approche géométrique)

La valeur absolue d'un nombre réel  $x$ , notée  $|x|$ , est sa distance à 0.

- Si  $x \geq 0$ :



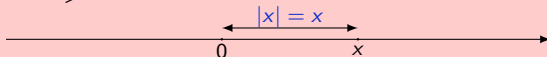
- Si  $x \leq 0$ :



## Définition (Approche géométrique)

La valeur absolue d'un nombre réel  $x$ , notée  $|x|$ , est sa distance à 0.

- Si  $x \geq 0$ :



- Si  $x \leq 0$ :

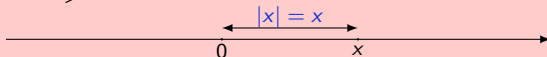


## Remarques

## Définition (Approche géométrique)

La valeur absolue d'un nombre réel  $x$ , notée  $|x|$ , est sa distance à 0.

- Si  $x \geq 0$ :



- Si  $x \leq 0$ :



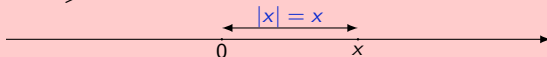
## Remarques

- 1) C'est la définition que nous allons utiliser dans les prochains exemples.

## Définition (Approche géométrique)

La valeur absolue d'un nombre réel  $x$ , notée  $|x|$ , est sa distance à 0.

- Si  $x \geq 0$ :



- Si  $x \leq 0$ :



## Remarques

- 1) C'est la définition que nous allons utiliser dans les prochains exemples.
- 2) Pour l'instant, c'est la seule dont nous disposons !

Détermine la valeur des expressions suivantes :

1)  $|-4|$

3)  $|1 - (-4)^2|$

2)  $|2^3 + 6|$

4)  $|-3 \cdot (-2^3) \cdot (-3)^2|$

Détermine la valeur des expressions suivantes :

1)  $|-4|$

3)  $|1 - (-4)^2|$

2)  $|2^3 + 6|$

4)  $|-3 \cdot (-2^3) \cdot (-3)^2|$

Par la définition, on obtient :

Détermine la valeur des expressions suivantes :

1)  $|-4|$

3)  $|1 - (-4)^2|$

2)  $|2^3 + 6|$

4)  $|-3 \cdot (-2^3) \cdot (-3)^2|$

Par la définition, on obtient :

1)  $|-4|$

Détermine la valeur des expressions suivantes :

1)  $|-4|$

3)  $|1 - (-4)^2|$

2)  $|2^3 + 6|$

4)  $|-3 \cdot (-2^3) \cdot (-3)^2|$

Par la définition, on obtient :

1)  $|-4| = -(-4)$

Détermine la valeur des expressions suivantes :

1)  $|-4|$

3)  $|1 - (-4)^2|$

2)  $|2^3 + 6|$

4)  $|-3 \cdot (-2^3) \cdot (-3)^2|$

Par la définition, on obtient :

1)  $|-4| = -(-4) = 4.$

Détermine la valeur des expressions suivantes :

1)  $|-4|$

3)  $|1 - (-4)^2|$

2)  $|2^3 + 6|$

4)  $|-3 \cdot (-2^3) \cdot (-3)^2|$

Par la définition, on obtient :

1)  $|-4| = -(-4) = 4.$

2)  $|2^3 + 6|$

Détermine la valeur des expressions suivantes :

1)  $|-4|$

3)  $|1 - (-4)^2|$

2)  $|2^3 + 6|$

4)  $|-3 \cdot (-2^3) \cdot (-3)^2|$

Par la définition, on obtient :

1)  $|-4| = -(-4) = 4.$

2)  $|2^3 + 6| = |8 + 6|$

Détermine la valeur des expressions suivantes :

1)  $|-4|$

3)  $|1 - (-4)^2|$

2)  $|2^3 + 6|$

4)  $|-3 \cdot (-2^3) \cdot (-3)^2|$

Par la définition, on obtient :

1)  $|-4| = -(-4) = 4.$

2)  $|2^3 + 6| = |8 + 6| = |14|$

Détermine la valeur des expressions suivantes :

1)  $|-4|$

3)  $|1 - (-4)^2|$

2)  $|2^3 + 6|$

4)  $|-3 \cdot (-2^3) \cdot (-3)^2|$

Par la définition, on obtient :

1)  $|-4| = -(-4) = 4.$

2)  $|2^3 + 6| = |8 + 6| = |14| = 14.$

Détermine la valeur des expressions suivantes :

1)  $|-4|$

3)  $|1 - (-4)^2|$

2)  $|2^3 + 6|$

4)  $|-3 \cdot (-2^3) \cdot (-3)^2|$

Par la définition, on obtient :

1)  $|-4| = -(-4) = 4.$

2)  $|2^3 + 6| = |8 + 6| = |14| = 14.$

3)  $|1 - (-4)^2|$

Détermine la valeur des expressions suivantes :

1)  $|-4|$

3)  $|1 - (-4)^2|$

2)  $|2^3 + 6|$

4)  $|-3 \cdot (-2^3) \cdot (-3)^2|$

Par la définition, on obtient :

1)  $|-4| = -(-4) = 4.$

2)  $|2^3 + 6| = |8 + 6| = |14| = 14.$

3)  $|1 - (-4)^2| = |1 - 16|$

Détermine la valeur des expressions suivantes :

1)  $|-4|$

3)  $|1 - (-4)^2|$

2)  $|2^3 + 6|$

4)  $|-3 \cdot (-2^3) \cdot (-3)^2|$

Par la définition, on obtient :

1)  $|-4| = -(-4) = 4.$

2)  $|2^3 + 6| = |8 + 6| = |14| = 14.$

3)  $|1 - (-4)^2| = |1 - 16| = |-15|$

Détermine la valeur des expressions suivantes :

1)  $|-4|$

3)  $|1 - (-4)^2|$

2)  $|2^3 + 6|$

4)  $|-3 \cdot (-2^3) \cdot (-3)^2|$

Par la définition, on obtient :

1)  $|-4| = -(-4) = 4.$

2)  $|2^3 + 6| = |8 + 6| = |14| = 14.$

3)  $|1 - (-4)^2| = |1 - 16| = |-15| = -(-15)$

Détermine la valeur des expressions suivantes :

1)  $|-4|$

3)  $|1 - (-4)^2|$

2)  $|2^3 + 6|$

4)  $|-3 \cdot (-2^3) \cdot (-3)^2|$

Par la définition, on obtient :

1)  $|-4| = -(-4) = 4.$

2)  $|2^3 + 6| = |8 + 6| = |14| = 14.$

3)  $|1 - (-4)^2| = |1 - 16| = |-15| = -(-15) = 15.$

Détermine la valeur des expressions suivantes :

1)  $|-4|$

3)  $|1 - (-4)^2|$

2)  $|2^3 + 6|$

4)  $|-3 \cdot (-2^3) \cdot (-3)^2|$

Par la définition, on obtient :

1)  $|-4| = -(-4) = 4.$

2)  $|2^3 + 6| = |8 + 6| = |14| = 14.$

3)  $|1 - (-4)^2| = |1 - 16| = |-15| = -(-15) = 15.$

4)  $|-3 \cdot (-2^3) \cdot (-3)^2|$

Détermine la valeur des expressions suivantes :

1)  $|-4|$

3)  $|1 - (-4)^2|$

2)  $|2^3 + 6|$

4)  $|-3 \cdot (-2^3) \cdot (-3)^2|$

Par la définition, on obtient :

1)  $|-4| = -(-4) = 4.$

2)  $|2^3 + 6| = |8 + 6| = |14| = 14.$

3)  $|1 - (-4)^2| = |1 - 16| = |-15| = -(-15) = 15.$

4)  $|-3 \cdot (-2^3) \cdot (-3)^2| = |-3 \cdot (-8) \cdot 9|$

Détermine la valeur des expressions suivantes :

1)  $|-4|$

3)  $|1 - (-4)^2|$

2)  $|2^3 + 6|$

4)  $|-3 \cdot (-2^3) \cdot (-3)^2|$

Par la définition, on obtient :

1)  $|-4| = -(-4) = 4.$

2)  $|2^3 + 6| = |8 + 6| = |14| = 14.$

3)  $|1 - (-4)^2| = |1 - 16| = |-15| = -(-15) = 15.$

4)  $|-3 \cdot (-2^3) \cdot (-3)^2| = |-3 \cdot (-8) \cdot 9| = |216|$

Détermine la valeur des expressions suivantes :

1)  $|-4|$

3)  $|1 - (-4)^2|$

2)  $|2^3 + 6|$

4)  $|-3 \cdot (-2^3) \cdot (-3)^2|$

Par la définition, on obtient :

1)  $|-4| = -(-4) = 4.$

2)  $|2^3 + 6| = |8 + 6| = |14| = 14.$

3)  $|1 - (-4)^2| = |1 - 16| = |-15| = -(-15) = 15.$

4)  $|-3 \cdot (-2^3) \cdot (-3)^2| = |-3 \cdot (-8) \cdot 9| = |216| = 216.$

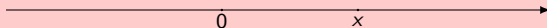
## Définition (Approche géométrique)

La valeur absolue d'un nombre réel  $x$ , notée  $|x|$ , est sa distance à 0.

## Définition (Approche géométrique)

La valeur absolue d'un nombre réel  $x$ , notée  $|x|$ , est sa distance à 0.

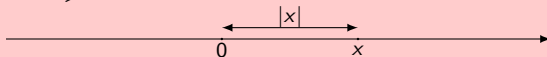
- Si  $x \geq 0$ :



## Définition (Approche géométrique)

La valeur absolue d'un nombre réel  $x$ , notée  $|x|$ , est sa distance à 0.

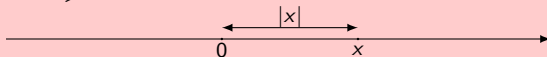
- Si  $x \geq 0$ :



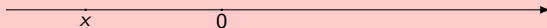
## Définition (Approche géométrique)

La valeur absolue d'un nombre réel  $x$ , notée  $|x|$ , est sa distance à 0.

- Si  $x \geq 0$ :



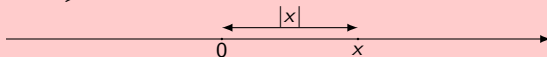
- Si  $x \leq 0$ :



## Définition (Approche géométrique)

La valeur absolue d'un nombre réel  $x$ , notée  $|x|$ , est sa distance à 0.

- Si  $x \geq 0$ :



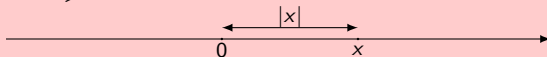
- Si  $x \leq 0$ :



## Définition (Approche géométrique)

La valeur absolue d'un nombre réel  $x$ , notée  $|x|$ , est sa distance à 0.

- Si  $x \geq 0$ :



- Si  $x \leq 0$ :

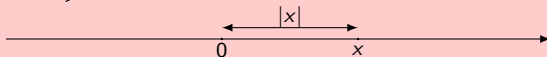


## Remarques

## Définition (Approche géométrique)

La valeur absolue d'un nombre réel  $x$ , notée  $|x|$ , est sa distance à 0.

- Si  $x \geq 0$ :



- Si  $x \leq 0$ :



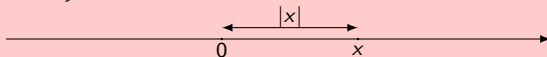
## Remarques

- On rencontre souvent cette définition de la valeur absolue.

## Définition (Approche géométrique)

La valeur absolue d'un nombre réel  $x$ , notée  $|x|$ , est sa distance à 0.

- Si  $x \geq 0$ :



- Si  $x \leq 0$ :



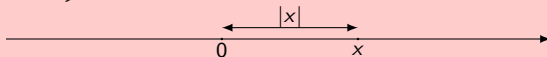
## Remarques

- On rencontre souvent cette définition de la valeur absolue.
- Cette définition n'est pas satisfaisante.

## Définition (Approche géométrique)

La valeur absolue d'un nombre réel  $x$ , notée  $|x|$ , est sa distance à 0.

- Si  $x \geq 0$ :



- Si  $x \leq 0$ :



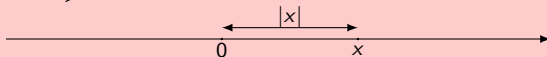
## Remarques

- On rencontre souvent cette définition de la valeur absolue.
- Cette définition n'est pas satisfaisante.
- La notion de distance entre deux nombres n'est pas définie.

## Définition (Approche géométrique)

La valeur absolue d'un nombre réel  $x$ , notée  $|x|$ , est sa distance à 0.

- Si  $x \geq 0$ :



- Si  $x \leq 0$ :



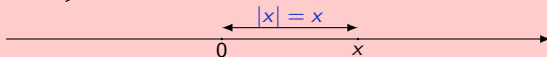
## Remarques

- On rencontre souvent cette définition de la valeur absolue.
- Cette définition n'est pas satisfaisante.
- La notion de distance entre deux nombres n'est pas définie.
- Précédemment, nous avons précisé cette définition **intuitive** en explicitant comment calculer la valeur absolue !

## Définition (Approche géométrique)

La valeur absolue d'un nombre réel  $x$ , notée  $|x|$ , est sa distance à 0.

- Si  $x \geq 0$ :



- Si  $x \leq 0$ :



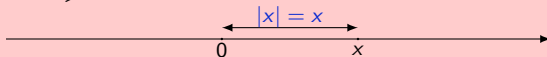
## Remarques

- On rencontre souvent cette définition de la valeur absolue.
- Cette définition n'est pas satisfaisante.
- La notion de distance entre deux nombres n'est pas définie.
- Précédemment, nous avons précisé cette définition **intuitive** en explicitant comment calculer la valeur absolue !

## Définition (Approche géométrique)

La valeur absolue d'un nombre réel  $x$ , notée  $|x|$ , est sa distance à 0.

- Si  $x \geq 0$ :



- Si  $x \leq 0$ :



## Remarques

- On rencontre souvent cette définition de la valeur absolue.
- Cette définition n'est pas satisfaisante.
- La notion de distance entre deux nombres n'est pas définie.
- Précédemment, nous avons précisé cette définition **intuitive** en explicitant comment calculer la valeur absolue !

## Définition

La valeur absolue du nombre réel  $x$ , notée  $|x|$ , est définie par

## Définition

La valeur absolue du nombre réel  $x$ , notée  $|x|$ , est définie par

$$|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0, \\ -x & \text{si } x \leq 0. \end{cases}$$

## Définition

La valeur absolue du nombre réel  $x$ , notée  $|x|$ , est définie par

$$|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0, \\ -x & \text{si } x \leq 0. \end{cases}$$

## Exemples.

## Définition

La valeur absolue du nombre réel  $x$ , notée  $|x|$ , est définie par

$$|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0, \\ -x & \text{si } x \leq 0. \end{cases}$$

## Exemples.

1)  $|8| = 8$

## Définition

La valeur absolue du nombre réel  $x$ , notée  $|x|$ , est définie par

$$|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0, \\ -x & \text{si } x \leq 0. \end{cases}$$

## Exemples.

1)  $|8| = 8$  car  $8 \geq 0$ .

## Définition

La valeur absolue du nombre réel  $x$ , notée  $|x|$ , est définie par

$$|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0, \\ -x & \text{si } x \leq 0. \end{cases}$$

## Exemples.

1)  $|8| = 8$  car  $8 \geq 0$ .

2)  $|-4| = -(-4) = 4$

## Définition

La valeur absolue du nombre réel  $x$ , notée  $|x|$ , est définie par

$$|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0, \\ -x & \text{si } x \leq 0. \end{cases}$$

## Exemples.

1)  $|8| = 8$  car  $8 \geq 0$ .

2)  $|-4| = -(-4) = 4$  car  $-4 \leq 0$ .

## Définition

La valeur absolue du nombre réel  $x$ , notée  $|x|$ , est définie par

$$|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0, \\ -x & \text{si } x \leq 0. \end{cases}$$

## Exemples.

1)  $|8| = 8$  car  $8 \geq 0$ .

2)  $|-4| = -(-4) = 4$  car  $-4 \leq 0$ .

## Remarque

Si  $x = 0$ , la définition est bien licite car  $x = -x$ .

## Définition

La valeur absolue du nombre réel  $x$ , notée  $|x|$ , est définie par

$$|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0, \\ -x & \text{si } x \leq 0. \end{cases}$$

## Exemples.

1)  $|8| = 8$  car  $8 \geq 0$ .

2)  $|-4| = -(-4) = 4$  car  $-4 \leq 0$ .

## Remarque

Si  $x = 0$ , la définition est bien licite car  $x = -x$ . On a

$$|0| = 0 = -0 = 0.$$