

LOGO

Module d'algèbre

---

# La valeur absolue

## Fascicule d'exercices

---

MathModule

By Modular and Modulus

## 1.1 Rappels théoriques

### Définition 1.1.1.

La valeur absolue d'un nombre réel  $x$  est définie par

$$|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

## 1.2 Exercices numériques

### 1.2.1 Exercices résolus

1) Déterminons la valeur de  $|7(-4) + 20|$ . On a

$$\begin{aligned} |7(-4) + 20| &= |-28 + 20| && \text{priorité des opérations} \\ &= |-8| \\ &= -(-8) && \text{par définition (cas où } x \leq 0) \\ &= 8 \end{aligned}$$

2) Déterminons la valeur de  $\left| \frac{7(-5)}{3} + 5^2 \right|$ . On a

$$\begin{aligned} \left| \frac{7(-5)}{3} + 5^2 \right| &= \left| \frac{-35}{3} + 25 \right| \\ &= \left| \frac{-35}{3} + \frac{75}{3} \right| && \text{mise au même dénominateur} \\ &= \left| \frac{40}{3} \right| \\ &= \frac{40}{3} && \text{par définition (cas où } x \geq 0) \end{aligned}$$

3) Déterminons la valeur de  $\left| \frac{-81}{9} + \sqrt{169} - 2^5 \right|$ . On a

$$\begin{aligned}
 \left| \frac{-81}{9} + \sqrt{169} - 2^5 \right| &= \\
 &= |-9 + 13 - 32| \\
 &= |-28| \\
 &= -(-28) \quad \text{par définition (cas où } x \leq 0) \\
 &= 28
 \end{aligned}$$

### 1.2.2 Exercices proposés

Calculer les valeurs absolues suivantes :

- |   |   |
|---|---|
| 1) $ 7 - 15 $                                   | 15) $ (-1)^{15} + (-1)^{10} - (-1)^5 $                            |
| 2) $ 5(-2) + 12 $                               | 16) $\left  \frac{8(-5)}{2} + 6^2 \right $                        |
| 3) $ -9 + 4(-3) + 14 $                          | 17) $\left  \sqrt{100} - \frac{30}{6} + (-2)^3 \right $           |
| 4) $ (-2)^3 + 7 + (-3)^2 $                      | 18) $ (-3)^5 + (-1)^7 - (-2)^4 $                                  |
| 5) $ \sqrt{36} - 11 $                           | 19) $\left  \frac{5}{8} - \frac{9}{4} + \frac{7}{6} \right $      |
| 6) $ -4(-3) - 3^2 $                             | 20) $\left  \sqrt{121} - \frac{50}{5} + (-3)^3 \right $           |
| 7) $ (3 - 7)(-2) + 1 $                          | 21) $ (-1)^{12} + (-1)^{15} + (-1)^9 $                            |
| 8) $ (-4)^2 + (-3)^3 - 8 $                      | 22) $\left  \frac{-64}{8} + \sqrt{144} - 2^5 \right $             |
| 9) $\left  \frac{2^5 - 30}{5} \right $          | 23) $\left  20 \left( \frac{3}{5} - \frac{7}{10} \right) \right $ |
| 10) $\left  \frac{-24}{5} + 2^3 \right $        | 24) $\left  \frac{\sqrt{256} - 3^4}{5} + (-3)^3 \right $          |
| 11) $\left  \sqrt{81} - \frac{14}{2} \right $   |   |
| 12) $\left  \frac{6}{5} - \frac{11}{4} \right $ |   |
| 13) $ (-3)^4 - 4^3 + 12 $                       |   |
| 14) $\left  \frac{-48}{8} + \sqrt{49} \right $  |   |

25) Calculer la valeur de  $\left| \frac{-48}{6} + \sqrt{64} - 3^3 \right|$ .

1) 5

2) 7

3) 3

4) 9

26) Quelle est la valeur de  $\left| (-2)^4 - \frac{36}{9} + (-3)^3 \right|$  ?

1) 8

2) 6

3) 10

4) 4

27) Déterminer la valeur de  $\left| \frac{5^3 - 4^2}{7} + (-3)^2 \right|$ .

1) 8

2) 10

3) 12

4) 14

28) Quelle est la valeur de  $\left| \sqrt{144} - \frac{7^2}{7} + (-4)^3 \right|$  ?

1) 6

2) 8

3) 10

4) 12

29) Calculer la valeur de  $\left| \frac{(-3)^5 + 4^4 - 2^8}{\frac{5^2 - 3^3}{2}} + \sqrt{196} - 10(-1)^{99} \right|$

1) 37

2) 41

3) 45

4) 49

30) Calculer la valeur de  $\left| \frac{6^3 - (-2)^6}{\frac{4^3 - 3^3}{5}} - \sqrt{625} + \frac{9^2 - 8^2}{2} - 7(-1)^{1000} \right|$

1) 53

2) 57

3) 61

4) 65

## 1.3 Exercices littéraires

### 1.3.1 Exercices résolus

### 1.3.2 Exercices proposés

Sachant que  $a > 0$ ,  $b < 0$ ,  $cd > 0$  et que  $ef < 0$ , calculer les valeurs absolues suivantes :

1)  $|a|$

6)  $|-a|$

2)  $|b|$

7)  $|-ef|$

3)  $|c|$

8)  $|abef|$

4)  $|cd|$

9)  $|a - 4|$

5)  $|ab^3|$

10)  $|-2b|$

11)  $|a + b|$

12)  $|b - a|$

13)  $|a + cd|$

14)  $|a - ef|$

15)  $\left| \frac{a + b^2}{cd} \right|$

16)  $\left| \frac{b - cd}{ef} \right|$

17)  $\left| \frac{a^2 - b^2}{cd + ef} \right|$

18)  $|ab + cd - ef|$

25)  $|ab^3| =$

1)  $ab^3$

2)  $-ab^3$

3)  $a|b|^3$

4)  $-a|b|^3$

26)  $|-ef| =$

1)  $-ef$

2)  $ef$

3)  $|ef|$

4)  $-|ef|$

27)  $|a + b| =$

1)  $a + b$

2)  $b - a$

3)  $-(a + b)$

4)  $|a| + |b|$

28)  $\left| \frac{a + b^2}{cd} \right| =$

1)  $\frac{a + b^2}{|cd|}$

2)  $\frac{|a| + |b^2|}{cd}$

3)  $\frac{|a + b^2|}{cd}$

4)  $\frac{a - b^2}{|cd|}$

29)  $\left| \frac{b - cd}{ef} \right| =$

1)  $\frac{|b - cd|}{|ef|}$

2)  $\frac{b - cd}{|ef|}$

3)  $\frac{|b| - cd}{|ef|}$

4)  $\frac{|b - cd|}{ef}$

30)  $\left| \sqrt{|a - b|} - \frac{|cd|}{|ef|} \right| =$

1)  $\sqrt{|a - b|} - \frac{|cd|}{|ef|}$

2)  $-\sqrt{|a - b|} + \frac{|cd|}{|ef|}$

3)  $\left| \sqrt{|a - b|} - \frac{|cd|}{|ef|} \right|$

4)  $\frac{|cd|}{|ef|} - \sqrt{|a - b|}$

19)  $\left| \frac{|a - b|}{|cd - ef|} \right|$

20)  $\left| a + \frac{b}{|cd|} - \frac{|ef|}{b} \right|$

21)  $\left| \frac{a^2 - 2ab + b^2}{cd} + ef \right|$

22)  $\left| \frac{|a + b|}{|cd - ef|} - \frac{|b|}{|a|} \right|$

23)  $\left| \sqrt{|a - b|} - \frac{|cd|}{|ef|} \right|$

24)  $\left| \frac{|a^2 - b^2|}{|c - d|} + \frac{|e + f|}{|cd - ef|} \right|$

### 1.3.3 Équations avec des valeurs absolues

#### 1.3.4 Exercices résolus

#### 1.3.5 Exercices proposés

Résous les équations suivantes :

- |                         |                              |
|-------------------------|------------------------------|
| 1) $ x  = 5$            | 13) $ x^2 - 9  = 0$          |
| 2) $ x  = -3$           | 14) $ 3x - 2  = 2x + 1$      |
| 3) $ x - 2  = 4$        | 15) $ x - 1  +  x + 1  = 4$  |
| 4) $ x + 3  = 7$        | 16) $ x - 2  =  x^2 - 4 $    |
| 5) $ 2x  = 10$          | 17) $ x + 3  -  x - 1  = 2$  |
| 6) $ x - 5  = 5$        | 18) $ x^2 - 2x  = 3$         |
| 7) $ x + 4  = 2x$       | 19) $ x^2 - 4x + 3  = 2$     |
| 8) $ x - 3  =  x + 1 $  | 20) $ x - 1  +  x - 3  = 4$  |
| 9) $ x + 1  + 2 = 5$    | 21) $ 2x - 3  =  x + 4 $     |
| 10) $ 2x - 4  = 6$      | 22) $ x^2 - x - 6  = 2x - 1$ |
| 11) $ x^2 - 4  = 3$     | 23) $ x + 2  +  x - 4  = 6$  |
| 12) $ x + 2  =  x - 5 $ | 24) $ x^2 - 4x  = 4$         |

25) L'ensemble-solutions de l'équation  $|x - 2| = 3$  est

- 1)  $\{5\}$                       2)  $\{-1\}$                       3)  $\{-1; 5\}$                       4)  $\emptyset$

26) L'ensemble-solutions de l'équation  $|x + 1|^2 = 9$  est

- 1  $\{2\}$                       2  $\{-4; 3\}$                       3  $\{-4\}$                       4  $\mathbb{R}$

27) L'ensemble-solutions de l'équation  $|x - 2| + |2x - 5| = 3$  est

- 1)  $\left\{\frac{4}{3}; \frac{10}{3}\right\}$                       2)  $\left\{0; \frac{4}{3}; \frac{10}{3}\right\}$                       3)  $\{0; 3\}$                       4)  $\{1; 4\}$

28) L'ensemble-solutions de l'équation  $|x - 3|^2 = |x + 1|$  est

- 1)  $\{1; 8\}$                       2)  $\{3; 8\}$                       3)  $\{1; 3\}$                       4)  $\emptyset$

29) L'ensemble-solutions de l'équation  $|x - 1| + |2x + 3| = 7$  est

- 1)  $\{-3; 3\}$                       2)  $\{1; 5\}$                       3)  $\left\{-\frac{5}{3}; \frac{5}{3}\right\}$                       4)  $\left\{-3; \frac{5}{3}\right\}$

30) L'ensemble-solutions de l'équation  $|x^3 - x| = x^2 - 1$  est

- 1)  $\{0; 1\}$                       2)  $\{0; -1\}$                       3)  $\{-1; 0; 1\}$                       4)  $\{-1; 1\}$

### 1.3.6 Inéquations avec des valeurs absolues

#### 1.3.7 Exercices résolus

#### 1.3.8 Exercices proposés

- |                                       |  |
|---------------------------------------|--|
| 1) $ x - 7  < 2$                      | 15) $ x^2 - 4  < 3$                                    |
| 2) $ 5x - 3  < 7$                     | 16) $ x^2 - 2x  \leq 3$                                |
| 3) $ x^4 + 3x^3 + 2x^2 + x + 1  < -5$ | 17) $ x^2 - 3x + 2  \leq x + 1$                        |
| 4) $ x + 2  +  x - 1  < 5$            | 18) $ x^3 - 4x  < x^2 + 1$                             |
| 5) $ 3x + 1  -  x + 1  \geq 1$        | 19) $\frac{1}{ x + 2 } < \frac{1}{ x - 1 }$            |
| 6) $ x + 1  +  x - 2  < 3$            | 20) $ x - 4  < \frac{3}{ x }$                          |
| 7) $ 3x - 2  \leq  x + 4 $            | 21) $\frac{1}{1 - x} < \frac{1}{ 1 + x }$              |
| 8) $ x + 1  +  x - 3  \geq 4$         | 22) $\frac{ x - 1 }{x + 2} \leq 1$                     |
| 9) $ 2x - 5  +  x + 1  \leq 7$        | 23) $ x^3 - 3x^2 + 2x  + \frac{x^2 - 4}{x - 1} \leq 5$ |
| 10) $ x - 3   x + 2  > 0$             | 24) $x > \frac{1}{1 + \sqrt{ x - 1 }}$                 |
| 11) $ x - 2   x + 5  \geq 4$          |  |
| 12) $ x^2 - 4  \leq 2$                |  |
| 13) $ 5 - x^2  \geq 1$                |  |
| 14) $ x^2 - 4x  \leq 3x$              |  |

25)  $|x + 5| < 3$  admet pour ensemble-solutions

- 1)  $] -8; -2[$                       2)  $] -2; 8[$                       3)  $] -3; 3[$                       4)  $] -\infty; 5[$

26)  $|3x + 2| < 4$  admet pour ensemble-solutions

- 1)  $] -2; -1[$                       2)  $] -\frac{2}{3}; \frac{2}{3}[$                       3)  $] -3; 3[$                       4)  $] -4; 4[$

27)  $|x^2 + 2x - 3| > 5$  admet pour ensemble-solutions

- |  |  |
|--|--|
| 1) $] -\infty; -3[ \cup ] 2; +\infty[$ | 3) $] -\infty; -1[ \cup ] 3; +\infty[$ |
| 2) $] -\infty; -2[ \cup ] 1; +\infty[$ | 4) $] -\infty; 1[ \cup ] 2; +\infty[$  |

28)  $|x - 1| + |x + 4| < 6$  admet pour ensemble-solutions

- 1)  $] -5 ; 1[$                       2)  $] -4 ; 2[$                       3)  $] -6 ; 3[$                       4)  $] -3 ; 5[$

29)  $|2x + 5| \geq 7$  admet pour ensemble-solutions

- 1)  $] -\infty ; -6[ \cup ] 1 ; +\infty[$                       3)  $] -\infty ; -1[ \cup ] 4 ; +\infty[$   
 2)  $] -\infty ; -2[ \cup ] 3 ; +\infty[$                       4)  $] -\infty ; -3[ \cup ] 2 ; +\infty[$

30)  $|x^3 - 2x^2 + 3x - 4| \leq 5$  admet pour ensemble-solutions

- 1)  $] -2 ; 4[$                       2)  $] -1 ; 3[$                       3)  $] 0 ; 2[$                       4)  $\mathbb{R}$



# Annexe A

## Solutions

### A.1 Exercices numériques

#### A.1.1 Exercices résolus

#### A.1.2 Exercices proposés

### A.2 Exercices littéraux

#### A.2.1 Exercices résolus

#### A.2.2 Exercices proposés

#### A.2.3 Équations avec des valeurs absolues

#### A.2.4 Exercices résolus

#### A.2.5 Exercices proposés

#### A.2.6 Inéquations avec des valeurs absolues

#### A.2.7 Exercices résolus

#### A.2.8 Exercices proposés