Numerical Methods Homework-1 B10602110 四電子三乙 呂和軒

1(a). Find π by an analytic approach instead.

ANS:

```
使用 Leibniz formula for π 求解

1.Code:

clear
close
format long
n = 1e6;
a_n_p = [1:4:1+4*(n/2)];
a_n_n = [-3:-4:-3-4*(n/2-1)];
a_n_p = 1./a_n_p;
a_n_n = 1./a_n_n;
pi = 4*(sum(a_n_p) + sum(a_n_n))

2.Result:
pi =

3.141593653588513
```

2(a). Randomly pick 3 lines by calling the related function with the same uniform distribution. What is the probability that they can be used to compose a triangle? ANS:

1.Code:

```
clear
close
format long
n = 1e+4;
num = 0;
for i=1:n
    x = rand(1,1);
    y = rand(1,1);
    z = rand(1,1);

    if(x+y > z && x+z > y && y+z > x)
        num = num + 1;
    end
end
pos = num/n;
pos
```

2. Result:

pos =

0.5006000000000000

機率約等於 0.5。

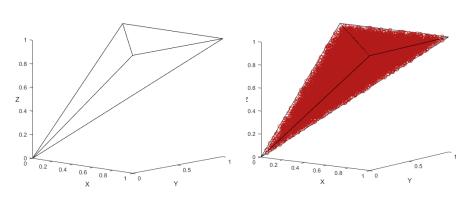
2(b). Explain the problem above analytically.

ANS:

設 x·y·z 皆在 0-1 之間,三角形的組成條件為任兩邊之合要大於第三邊,使用蒙地卡羅法(Monte Carlo method),算出滿足條件的點數量除以全部的點數量,即可算出大約機率。

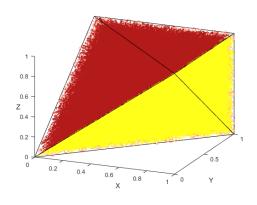
使用數學解析法,先假設 Z 為最大邊,三角形必須滿足 x+y> Z 不等式, Z 的範圍為 0~1 之間,透過積分法可以求得區域體積

$$\int_0^1 \int_0^z \int_{z-v}^z 1 dx \, dy \, dz = \frac{1}{6}$$



圖(一)體積區域與使用蒙地卡羅法的點分布

而 $x \cdot y$ 皆有可能為最大邊,因此分別須滿足 y+z>x 及 x+z>y,各滿足條件之體積皆等於 $\frac{1}{6}$,三個加總為 $\frac{1}{2}$,滿足條件體積除以總體積即可得到機率為 $\frac{1}{2}$ 。



圖(二)使用蒙地卡羅法 滿足條件的點分布