

# Algorithmen

Lukas Abelt

lukas.abelt@airbus.com

DHBW Ravensburg  
Wirtschaftsinformatik

Ravensburg  
27. März 2019

# Outline

- 1 Allgemeines
  - Begriffsklärung
  - Ziele des Moduls
- 2 Beschreibung
  - Formale Eigenschaften
  - Darstellungsformen
- 3 Analyse
  - Korrektheit eines Algorithmus
  - Komplexitätsanalyse

# Inhalt

## 1 Allgemeines

- Begriffsklärung
- Ziele des Moduls

## 2 Beschreibung

- Formale Eigenschaften
- Darstellungsformen

## 3 Analyse

- Korrektheit eines Algorithmus
- Komplexitätsanalyse

# Inhalt

## 1 Allgemeines

- Begriffsklärung
- Ziele des Moduls

## 2 Beschreibung

- Formale Eigenschaften
- Darstellungsformen

## 3 Analyse

- Korrektheit eines Algorithmus
- Komplexitätsanalyse

# Begriffklärung

## Etymologie

- Leitet sich ursprünglich vom persischen Astronomen „Muhammad Ibn-Musa al-Hwarizmi“ ab

# Begriffklärung

## Etymologie

- Leitet sich ursprünglich vom persischen Astronomen „Muhammad Ibn-Musa al-Hwarizmi“ ab
  - Schrieb Bücher über das indische Zahlensystem (um 800 n. Chr.)

# Begriffklärung

## Etymologie

- Leitet sich ursprünglich vom persischen Astronomen „Muhammad Ibn-Musa al-Hwarizmi“ ab
  - Schrieb Bücher über das indische Zahlensystem (um 800 n. Chr.)
  - Im 12. Jh übersetzt ins lateinische

# Begriffklärung

## Etymologie

- Leitet sich ursprünglich vom persischen Astronomen „Muhammad Ibn-Musa al-Hwarizmi“ ab
  - Schrieb Bücher über das indische Zahlensystem (um 800 n. Chr.)
  - Im 12. Jh übersetzt ins lateinische
  - Dabei wurde der Namensbestandteil „al-Hwarizmi“ in „Algorismi“ lateinisiert



# Begriffklärung

## Etymologie

- Leitet sich ursprünglich vom persischen Astronomen „Muhammad Ibn-Musa al-Hwarizmi“ ab
  - Schrieb Bücher über das indische Zahlensystem (um 800 n. Chr.)
  - Im 12. Jh übersetzt ins lateinische
  - Dabei wurde der Namensbestandteil „al-Hwarizmi“ in „Algorismi“ lateinisiert
- Durch spätere Überlieferungen wurde der Begriff später als Zusammensetzung betrachtet aus...

# Begriffklärung

## Etymologie

- Leitet sich ursprünglich vom persischen Astronomen „Muhammad Ibn-Musa al-Hwarizmi“ ab
  - Schrieb Bücher über das indische Zahlensystem (um 800 n. Chr.)
  - Im 12. Jh übersetzt ins lateinische
  - Dabei wurde der Namensbestandteil „al-Hwarizmi“ in „Algorismi“ lateinisiert
- Durch spätere Überlieferungen wurde der Begriff später als Zusammensetzung betrachtet aus...
  - Dem Namen „Algus-“...

# Begriffklärung

## Etymologie

- Leitet sich ursprünglich vom persischen Astronomen „Muhammad Ibn-Musa al-Hwarizmi“ ab
  - Schrieb Bücher über das indische Zahlensystem (um 800 n. Chr.)
  - Im 12. Jh übersetzt ins lateinische
  - Dabei wurde der Namensbestandteil „al-Hwarizmi“ in „Algorismi“ lateinisiert
- Durch spätere Überlieferungen wurde der Begriff später als Zusammensetzung betrachtet aus...
  - Dem Namen „Algos-“...
  - und dem aus dem griechisch entlehnten „-rismus“ (Zahl)

# Begriffsklärung

Was bedeutet das jetzt

## Formale Definition

*Eine Berechnungsvorschrift zur Lösung eines Problems heißt genau dann Algorithmus, wenn eine zu dieser Berechnungsvorschrift äquivalente Turingmaschine existiert, die für jede Eingabe, die eine Lösung besitzt, stoppt.*

# Begriffsklärung

Was bedeutet das jetzt

## Formale Definition

*Eine Berechnungsvorschrift zur Lösung eines Problems heißt genau dann Algorithmus, wenn eine zu dieser Berechnungsvorschrift äquivalente Turingmaschine existiert, die für jede Eingabe, die eine Lösung besitzt, stoppt.*

## Oder auch

*Ein Algorithmus ist eine domänenunabhängige Beschreibung einer Handlungsvorschrift zur Lösung eines Problems. Eine bestimmte Eingabe wird in eine bestimmte Ausgabe überführt.*

# Begriffsklärung

Also

- Ist also die Beschreibung eines Programmes oder einer Funktion

# Begriffsklärung

## Also

- Ist also die Beschreibung eines Programmes oder einer Funktion
  - Unabhängig von der verwendeten Programmiersprache!

# Begriffsklärung

## Also

- ▣ Ist also die Beschreibung eines Programmes oder einer Funktion
  - ▣ Unabhängig von der verwendeten Programmiersprache!
  - ▣ Source Code direkt ist also kein Algorithmus...



# Begriffsklärung

## Also

- ▣ Ist also die Beschreibung eines Programmes oder einer Funktion
  - ▣ Unabhängig von der verwendeten Programmiersprache!
  - ▣ Source Code direkt ist also kein Algorithmus...
  - ▣ ...aber aus diesem lässt sich der verwendete Algorithmus ableiten und beschreiben

# Begriffsklärung

## Also

- Ist also die Beschreibung eines Programmes oder einer Funktion
  - Unabhängig von der verwendeten Programmiersprache!
  - Source Code direkt ist also kein Algorithmus...
  - ...aber aus diesem lässt sich der verwendete Algorithmus ableiten und beschreiben
- Algorithmen können in verschiedenen Formen dargestellt werden (Mehr dazu im nächsten Kapitel)

# Inhalt

## 1 Allgemeines

- Begriffsklärung
- Ziele des Moduls

## 2 Beschreibung

- Formale Eigenschaften
- Darstellungsformen

## 3 Analyse

- Korrektheit eines Algorithmus
- Komplexitätsanalyse

# Ziele

- Am Ende des Moduls könnt ihr...

# Ziele

- Am Ende des Moduls könnt ihr...
  - Einen Algorithmus in eine Implementierung umsetzen

# Ziele

- Am Ende des Moduls könnt ihr...
  - Einen Algorithmus in eine Implementierung umsetzen
  - Aus einer Implementierung den Algorithmus ableiten

# Ziele

- ▣ Am Ende des Moduls könnt ihr...
  - ▣ Einen Algorithmus in eine Implementierung umsetzen
  - ▣ Aus einer Implementierung den Algorithmus ableiten
  - ▣ Die formalen Eigenschaften von Algorithmen kennen

# Ziele

- Am Ende des Moduls könnt ihr...
  - Einen Algorithmus in eine Implementierung umsetzen
  - Aus einer Implementierung den Algorithmus ableiten
  - Die formalen Eigenschaften von Algorithmen kennen
  - Algorithmen anhand der kennengelernten Methoden zu analysieren



# Inhalt

## 1 Allgemeines

- Begriffsklärung
- Ziele des Moduls

## 2 Beschreibung

- Formale Eigenschaften
- Darstellungsformen

## 3 Analyse

- Korrektheit eines Algorithmus
- Komplexitätsanalyse

# Inhalt

## 1 Allgemeines

- Begriffsklärung
- Ziele des Moduls

## 2 Beschreibung

- Formale Eigenschaften
- Darstellungsformen

## 3 Analyse

- Korrektheit eines Algorithmus
- Komplexitätsanalyse

# Eigenschaften von Algorithmen

## Grundlegendes

- **Finitheit** - Ein Algorithmus lässt sich in endlich vielen Schritten eindeutig beschreiben

# Eigenschaften von Algorithmen

## Grundlegendes

- **Finitheit** - Ein Algorithmus lässt sich in endlich vielen Schritten eindeutig beschreiben
- **Ausführbarkeit** - Jeder Einzelschritt muss tatsächlich ausführbar sein

# Eigenschaften von Algorithmen

## Grundlegendes

- **Finitheit** - Ein Algorithmus lässt sich in endlich vielen Schritten eindeutig beschreiben
- **Ausführbarkeit** - Jeder Einzelschritt muss tatsächlich ausführbar sein
- **Platzkomplexität** - Ein Algorithmus benötigt zu jedem Zeitpunkt nur endlich viel Speicherplatz

# Eigenschaften von Algorithmen

## Grundlegendes

- **Finitheit** - Ein Algorithmus lässt sich in endlich vielen Schritten eindeutig beschreiben
- **Ausführbarkeit** - Jeder Einzelschritt muss tatsächlich ausführbar sein
- **Platzkomplexität** - Ein Algorithmus benötigt zu jedem Zeitpunkt nur endlich viel Speicherplatz
- **Terminierung** - Der Algorithmus benötigt eine endliche Anzahl von Schritten zur Ausführung

# Eigenschaften von Algorithmen

## Grundlegendes

- **Finitheit** - Ein Algorithmus lässt sich in endlich vielen Schritten eindeutig beschreiben
- **Ausführbarkeit** - Jeder Einzelschritt muss tatsächlich ausführbar sein
- **Platzkomplexität** - Ein Algorithmus benötigt zu jedem Zeitpunkt nur endlich viel Speicherplatz
- **Terminierung** - Der Algorithmus benötigt eine endliche Anzahl von Schritten zur Ausführung
- **Determiniertheit** - Der Algorithmus muss bei gleichen Rahmenbedingungen das gleiche Ergebnis liefern

# Eigenschaften von Algorithmen

## Grundlegendes

- **Finitheit** - Ein Algorithmus lässt sich in endlich vielen Schritten eindeutig beschreiben
- **Ausführbarkeit** - Jeder Einzelschritt muss tatsächlich ausführbar sein
- **Platzkomplexität** - Ein Algorithmus benötigt zu jedem Zeitpunkt nur endlich viel Speicherplatz
- **Terminierung** - Der Algorithmus benötigt eine endliche Anzahl von Schritten zur Ausführung
- **Determiniertheit** - Der Algorithmus muss bei gleichen Rahmenbedingungen das gleiche Ergebnis liefern
- **Determinismus** - Der nächste Schritt des Algorithmus ist zu jedem Zeitpunkt genau definiert



# Korrektheit von Algorithmen

- Jeder Algorithmus sollte auch in allen Fällen das korrekte Ergebnis liefern...

# Korrektheit von Algorithmen

- Jeder Algorithmus sollte auch in allen Fällen das korrekte Ergebnis liefern...
- Klingt simpel, aber eindeutiger Beweis für alle Eingaben oft schwierig

# Korrektheit von Algorithmen

- Jeder Algorithmus sollte auch in allen Fällen das korrekte Ergebnis liefern...
- Klingt simpel, aber eindeutiger Beweis für alle Eingaben oft schwierig
- Testen an ausgewählten Beispielen **nicht** ausreichend

# Korrektheit von Algorithmen

- Jeder Algorithmus sollte auch in allen Fällen das korrekte Ergebnis liefern...
- Klingt simpel, aber eindeutiger Beweis für alle Eingaben oft schwierig
- Testen an ausgewählten Beispielen **nicht** ausreichend
  - Jedoch verringern umfangreiche Tests natürlich das Risiko eines unentdeckten Fehler

# Korrektheit von Algorithmen

- Jeder Algorithmus sollte auch in allen Fällen das korrekte Ergebnis liefern...
- Klingt simpel, aber eindeutiger Beweis für alle Eingaben oft schwierig
- Testen an ausgewählten Beispielen **nicht** ausreichend
  - Jedoch verringern umfangreiche Tests natürlich das Risiko eines unentdeckten Fehler
- Korrektheit lässt sich im Grunde nur durch formalen Beweis zeigen

# Korrektheit von Algorithmen

- Jeder Algorithmus sollte auch in allen Fällen das korrekte Ergebnis liefern...
- Klingt simpel, aber eindeutiger Beweis für alle Eingaben oft schwierig
- Testen an ausgewählten Beispielen **nicht** ausreichend
  - Jedoch verringern umfangreiche Tests natürlich das Risiko eines unentdeckten Fehler
- Korrektheit lässt sich im Grunde nur durch formalen Beweis zeigen
  - Diese sind häufig sehr umfangreich und komplex...

# Korrektheit von Algorithmen

- Jeder Algorithmus sollte auch in allen Fällen das korrekte Ergebnis liefern...
- Klingt simpel, aber eindeutiger Beweis für alle Eingaben oft schwierig
- Testen an ausgewählten Beispielen **nicht** ausreichend
  - Jedoch verringern umfangreiche Tests natürlich das Risiko eines unentdeckten Fehler
- Korrektheit lässt sich im Grunde nur durch formalen Beweis zeigen
  - Diese sind häufig sehr umfangreich und komplex...
  - ...und deshalb auch nicht Teil der Vorlesung

# Korrektheit von Algorithmen



Quelle:

*„Program testing can be used to show the presence of bugs, but never to show their absence!“*

Edsger W. Dijkstra



# Effizienz von Algorithmen

- Ergibt sich indirekt aus den Grundlegenden Eigenschaften
- Effizienz lässt sich über verschiedene Größen beschreiben:
  - Speicherverbrauch
  - Zeitverbrauch
- Die sind jedoch oft Implementierungs- und Rechnerabhängig
- Deshalb wird mit formalisierten Modellen gearbeitet
- ...Mehr dazu im Kapitel „Analyse“

# Inhalt

## 1 Allgemeines

- Begriffsklärung
- Ziele des Moduls

## 2 Beschreibung

- Formale Eigenschaften
- Darstellungsformen

## 3 Analyse

- Korrektheit eines Algorithmus
- Komplexitätsanalyse

# Möglichkeiten der Darstellung

- Zur Definition von Algorithmen gibt es verschiedenste Möglichkeiten

# Möglichkeiten der Darstellung

- Zur Definition von Algorithmen gibt es verschiedenste Möglichkeiten
- Mit ganz eigenen Vor- und Nachteilen

# Möglichkeiten der Darstellung

- Zur Definition von Algorithmen gibt es verschiedenste Möglichkeiten
- Mit ganz eigenen Vor- und Nachteilen
- Wir betrachten im Rahmen der Vorlesung:

# Möglichkeiten der Darstellung

- Zur Definition von Algorithmen gibt es verschiedenste Möglichkeiten
- Mit ganz eigenen Vor- und Nachteilen
- Wir betrachten im Rahmen der Vorlesung:
  - Prosatext

# Möglichkeiten der Darstellung

- Zur Definition von Algorithmen gibt es verschiedenste Möglichkeiten
- Mit ganz eigenen Vor- und Nachteilen
- Wir betrachten im Rahmen der Vorlesung:
  - Prosatext
  - Pseudocode

# Möglichkeiten der Darstellung

- Zur Definition von Algorithmen gibt es verschiedenste Möglichkeiten
- Mit ganz eigenen Vor- und Nachteilen
- Wir betrachten im Rahmen der Vorlesung:
  - Prosatext
  - Pseudocode
  - Struktogramme



# Möglichkeiten der Darstellung

- Zur Definition von Algorithmen gibt es verschiedenste Möglichkeiten
- Mit ganz eigenen Vor- und Nachteilen
- Wir betrachten im Rahmen der Vorlesung:
  - Prosatext
  - Pseudocode
  - Struktogramme
  - Programmablaufplan (PAP)

# Was beschreiben wir?

## Unser Referenzalgorithmus

- Um die verschiedenen Elemente zu vergleichen, wollen wir mit allen den folgenden Algorithmus beschreiben:

# Was beschreiben wir?

## Unser Referenzalgorithmus

- Um die verschiedenen Elemente zu vergleichen, wollen wir mit allen den folgenden Algorithmus beschreiben:

### Referenz

Für eine Zahl  $n$  (Wobei gilt:  $n \in \mathbb{N}$ ), soll die Summe aller geraden Zahlen von 0 bis  $n$  berechnet werden.

# Darstellung als Prosatext

## Der simple Weg

- Simpleste Herangehensweise
- Man beschreibt in eigenen Worten, wie man vorgehen würde um die gegebene Problemstellung zu lösen
- **Achtung:** Unterscheiden zwischen Problemstellung und Lösungsbeschreibung!
- Auch in Prosaform sollten die Einzelschritte eindeutig beschrieben sein
- Nicht standardisiert → Beschreibung von Algorithmen inkonsistent

# Prosabeschreibung

Für unseren Algorithmus

Addiere alle geraden Zahlen

# Prosabeschreibung

Für unseren Algorithmus

Addiere alle geraden Zahlen

Lese die Zahl  $n$  ein.

# Prosabeschreibung

Für unseren Algorithmus

Addiere alle geraden Zahlen

Lese die Zahl  $n$  ein.

Anschließend setze die Zählvariable  $i$  sowie die Ergebnisvariable  $res$  auf 0.

# Prosabeschreibung

Für unseren Algorithmus

## Addiere alle geraden Zahlen

Lese die Zahl  $n$  ein.

Anschließend setze die Zählvariable  $i$  sowie die Ergebnisvariable  $res$  auf 0.  
Wenn  $i$  gerade ist, addiere  $i$  auf die Ergebnisvariable.



# Prosabeschreibung

Für unseren Algorithmus

## Addiere alle geraden Zahlen

Lese die Zahl  $n$  ein.

Anschließend setze die Zählvariable  $i$  sowie die Ergebnisvariable  $res$  auf 0.

Wenn  $i$  gerade ist, addiere  $i$  auf die Ergebnisvariable. Erhöhe anschließend  $i$  um 1.

# Prosabeschreibung

Für unseren Algorithmus

## Addiere alle geraden Zahlen

Lese die Zahl  $n$  ein.

Anschließend setze die Zählvariable  $i$  sowie die Ergebnisvariable  $res$  auf 0.

Wenn  $i$  gerade ist, addiere  $i$  auf die Ergebnisvariable. Erhöhe anschließend  $i$  um 1. Wiederhole die letzten zwei Schritte bis  $i$  größer ist als  $n$ .

# Prosabeschreibung

Für unseren Algorithmus

## Addiere alle geraden Zahlen

Lese die Zahl  $n$  ein.

Anschließend setze die Zählvariable  $i$  sowie die Ergebnisvariable  $res$  auf 0.

Wenn  $i$  gerade ist, addiere  $i$  auf die Ergebnisvariable. Erhöhe anschließend  $i$  um 1. Wiederhole die letzten zwei Schritte bis  $i$  größer ist als  $n$ .

Gebe  $res$  aus

# Darstellung als Pseudocode

## Der Zwischenweg

- ❑ Mischung aus Prosa und tatsächlichem Code
- ❑ Orientiert sich an den in Programmiersprachen vorhandenen Strukturen (If-then-else, Schleifen...)
- ❑ Nutzt dabei aber leicht verständliche und programmiersprachenunabhängige Begriffe
- ❑ Wie Code in der Regel zeilenweise auf atomare Operationen beschränkt
- ❑ Keine formale Standardisierung, dadurch auch hier Inkonsistenzen möglich → Aber weniger als bei Prosabeschreibung

# Pseudocode

## Für unser Pseudoproblem

```
1  LESE  n
2  SETZE res=0
3  FÜR i=0 BIS n
4      WENN istGerade(i) DANN
5          res+=i
6      ENDE WENN
7  ENDE FÜR
8  GEBE res AUS
```

# Inhalt

## 1 Allgemeines

- Begriffsklärung
- Ziele des Moduls

## 2 Beschreibung

- Formale Eigenschaften
- Darstellungsformen

## 3 Analyse

- Korrektheit eines Algorithmus
- Komplexitätsanalyse

# Inhalt

## 1 Allgemeines

- Begriffsklärung
- Ziele des Moduls

## 2 Beschreibung

- Formale Eigenschaften
- Darstellungsformen

## 3 Analyse

- Korrektheit eines Algorithmus
- Komplexitätsanalyse

# Inhalt

## 1 Allgemeines

- Begriffsklärung
- Ziele des Moduls

## 2 Beschreibung

- Formale Eigenschaften
- Darstellungsformen

## 3 Analyse

- Korrektheit eines Algorithmus
- Komplexitätsanalyse



# Kontakt

- E-Mail: `lukas.abelt@airbus.com`
- GitHub: `https://www.github.com/LuAbelt`
- GitLab: `https://www.gitlab.com/LuAbelt`
- Telefon(Firma): 07545 - 8 8895
- Telegram: LuAbelt