

# Algorithmen

Lukas Abelt

`lukas.abelt@airbus.com`

DHBW Ravensburg  
Wirtschaftsinformatik

Ravensburg  
28. März 2019

# Outline

- 1 Allgemeines
  - Begriffsklärung
  - Ziele des Moduls
- 2 Beschreibung
  - Formale Eigenschaften
  - Darstellungsformen
- 3 Analyse
  - Korrektheit eines Algorithmus
  - Komplexitätsanalyse

# Inhalt

## 1 Allgemeines

- Begriffsklärung
- Ziele des Moduls

## 2 Beschreibung

- Formale Eigenschaften
- Darstellungsformen

## 3 Analyse

- Korrektheit eines Algorithmus
- Komplexitätsanalyse

# Inhalt

## 1 Allgemeines

- Begriffsklärung
- Ziele des Moduls

## 2 Beschreibung

- Formale Eigenschaften
- Darstellungsformen

## 3 Analyse

- Korrektheit eines Algorithmus
- Komplexitätsanalyse

# Begriffklärung

## Etymologie

- Leitet sich ursprünglich vom persischen Astronomen „Muhammad Ibn-Musa al-Hwarizmi“ ab
  - Schrieb Bücher über das indische Zahlensystem (um 800 n. Chr.)
  - Im 12. Jh übersetzt ins lateinische
  - Dabei wurde der Namensbestandteil „al-Hwarizmi“ in „Algorismi“ lateinisiert
- Durch spätere Überlieferungen wurde der Begriff später als Zusammensetzung betrachtet aus...
  - Dem Namen „Algus-“...
  - und dem aus dem griechisch entlehnten „-rismus“ (Zahl)

# Begriffsklärung

Was bedeutet das jetzt

## Formale Definition

*Eine Berechnungsvorschrift zur Lösung eines Problems heißt genau dann Algorithmus, wenn eine zu dieser Berechnungsvorschrift äquivalente Turingmaschine existiert, die für jede Eingabe, die eine Lösung besitzt, stoppt.*

## Oder auch

*Ein Algorithmus ist eine domänenunabhängige Beschreibung einer Handlungsvorschrift zur Lösung eines Problems. Eine bestimmte Eingabe wird in eine bestimmte Ausgabe überführt.*

# Begriffsklärung

## Also

- ▣ Ist also die Beschreibung eines Programmes oder einer Funktion
  - ▣ Unabhängig von der verwendeten Programmiersprache!
  - ▣ Source Code direkt ist also kein Algorithmus...
  - ▣ ...aber aus diesem lässt sich der verwendete Algorithmus ableiten und beschreiben
- ▣ Algorithmen können in verschiedenen Formen dargestellt werden (Mehr dazu im nächsten Kapitel)

# Inhalt

## 1 Allgemeines

- Begriffsklärung
- Ziele des Moduls

## 2 Beschreibung

- Formale Eigenschaften
- Darstellungsformen

## 3 Analyse

- Korrektheit eines Algorithmus
- Komplexitätsanalyse



# Ziele

- Am Ende des Moduls könnt ihr...
  - Einen Algorithmus in eine Implementierung umsetzen
  - Aus einer Implementierung den Algorithmus ableiten
  - Die formalen Eigenschaften von Algorithmen kennen
  - Algorithmen anhand der kennengelernten Methoden zu analysieren

# Inhalt

## 1 Allgemeines

- Begriffsklärung
- Ziele des Moduls

## 2 Beschreibung

- Formale Eigenschaften
- Darstellungsformen

## 3 Analyse

- Korrektheit eines Algorithmus
- Komplexitätsanalyse

# Inhalt

## 1 Allgemeines

- Begriffsklärung
- Ziele des Moduls

## 2 Beschreibung

- Formale Eigenschaften
- Darstellungsformen

## 3 Analyse

- Korrektheit eines Algorithmus
- Komplexitätsanalyse

# Eigenschaften von Algorithmen

## Grundlegendes

- **Finitheit** - Ein Algorithmus lässt sich in endlich vielen Schritten eindeutig beschreiben
- **Ausführbarkeit** - Jeder Einzelschritt muss tatsächlich ausführbar sein
- **Platzkomplexität** - Ein Algorithmus benötigt zu jedem Zeitpunkt nur endlich viel Speicherplatz
- **Terminierung** - Der Algorithmus benötigt eine endliche Anzahl von Schritten zur Ausführung
- **Determiniertheit** - Der Algorithmus muss bei gleichen Rahmenbedingungen das gleiche Ergebnis liefern
- **Determinismus** - Der nächste Schritt des Algorithmus ist zu jedem Zeitpunkt genau definiert

# Effizienz von Algorithmen

- Ergibt sich indirekt aus den Grundlegenden Eigenschaften
- Effizienz lässt sich über verschiedene Größen beschreiben:
  - Speicherverbrauch
  - Zeitverbrauch
- Die sind jedoch oft Implementierungs- und Rechnerabhängig
- Deshalb wird mit formalisierten Modellen gearbeitet
- ...Mehr dazu im Kapitel „Analyse“

# Inhalt

## 1 Allgemeines

- Begriffsklärung
- Ziele des Moduls

## 2 Beschreibung

- Formale Eigenschaften
- Darstellungsformen

## 3 Analyse

- Korrektheit eines Algorithmus
- Komplexitätsanalyse

# Ein kleines Beispiel

Warum wir das überhaupt brauchen

```
1 float Q_rsqrt( float number ){
2     long i;
3     float x2, y;
4     const float threehalfs = 1.5F;
5
6     x2 = number * 0.5F;
7     y  = number;
8     i  = * ( long * ) &y;
9     i  = 0x5f3759df - ( i >> 1 );
10    y  = * ( float * ) &i;
11    y  = y * ( threehalfs - ( x2 * y * y ) );
12    //y = y * ( threehalfs - ( x2 * y * y ) );
13    return y;
14 }
```

```
1 float Q_rsqrt( float number ) {
2     long i;
3     float x2, y;
4     const float threehalfs = 1.5F;
```

# Warum wir das brauchen

- ❑ Source Code ist nicht immer verständlich
- ❑ Benötigt spezielles Wissen über die Sprache
- ❑ Nutzt ggf. Besonderheiten der Sprache aus
- ❑ Nutzt teilweise Workarounds (zum Beispiel aus Effizienzgründen)



# Möglichkeiten der Darstellung

- Zur Definition von Algorithmen gibt es verschiedenste Möglichkeiten
- Mit ganz eigenen Vor- und Nachteilen
- Wir betrachten im Rahmen der Vorlesung:
  - Prosatext
  - Pseudocode
  - Struktogramme
  - Programmablaufplan (PAP)

# Was beschreiben wir?

## Unser Referenzalgorithmus

- Um die verschiedenen Elemente zu vergleichen, wollen wir mit allen den folgenden Algorithmus beschreiben:

### Referenz

Für eine Zahl  $n$  (Wobei gilt:  $n \in \mathbb{N}$ ), soll die Summe aller geraden Zahlen von 0 bis  $n$  berechnet werden.

# Darstellung als Prosatext

## Der simple Weg

- Simpleste Herangehensweise
- Man beschreibt in eigenen Worten, wie man vorgehen würde um die gegebene Problemstellung zu lösen
- **Achtung:** Unterscheiden zwischen Problemstellung und Lösungsbeschreibung!
- Auch in Prosaform sollten die Einzelschritte eindeutig beschrieben sein
- Nicht standardisiert → Beschreibung von Algorithmen inkonsistent

# Prosabeschreibung

Für unseren Algorithmus

## Addiere alle geraden Zahlen

Lese die Zahl  $n$  ein.

Anschließend setze die Zählvariable  $i$  sowie die Ergebnisvariable  $res$  auf 0.

Wenn  $i$  gerade ist, addiere  $i$  auf die Ergebnisvariable. Erhöhe anschließend  $i$  um 1. Wiederhole die letzten zwei Schritte bis  $i$  größer ist als  $n$ .

Gebe  $res$  aus

# Darstellung als Pseudocode

## Der Zwischenweg

- ❑ Mischung aus Prosa und tatsächlichem Code
- ❑ Orientiert sich an den in Programmiersprachen vorhandenen Strukturen (If-then-else, Schleifen...)
- ❑ Nutzt dabei aber leicht verständliche und programmiersprachenunabhängige Begriffe
- ❑ Wie Code in der Regel zeilenweise auf atomare Operationen beschränkt
- ❑ Keine formale Standardisierung, dadurch auch hier Inkonsistenzen möglich → Aber weniger als bei Prosabeschreibung

# Pseudocode

## Für unser Pseudoproblem

```
1  LESE  n
2  SETZE res=0
3  FUER  i=0 BIS  n
4      WENN  istGerade(i)  DANN
5          res+=i
6      ENDE WENN
7  ENDE  FUER
8  GEBE  res  AUS
```

# Struktogramme

## Der erste Standard

- Entwickelt durch *Nassi Shneidermann*
- Grafische Darstellung von Algorithmen
- Standardisiert nach **DIN 66261**
- Zerlegt den Algorithmus in elementare Grundstrukturen
- Die über die definierten Blöcke dargestellt werden
- Werden (lückenlos) von oben nach unten aneinander gereiht

# Elemente von Struktogrammen

## Anweisung

TODO: Abbildung Anweisungsblock



# Elemente von Struktogrammen

## Verzweigungen

TODO: Abbildung Verzweigungen

# Elemente von Struktogrammen

## Zählschleifen

TODO: Abbildung Zählschleife

# Elemente von Struktogrammen

## Schleifen

TODO: Abbildung Schleifen

# Struktogram für unseren Algorithmus

TODO: Struktogram Algorithmus

# Programmablaufplan

## Der zweite Standard

- Bildet einen linearen Programmfluss aber
- Standardisiert nach **DIN 66001**
- Wie beim Struktogramm gibt es fest definierte Grundblöcke
- Diese werden hier jedoch über Pfeile verbunden

# Elemente von Programmablaufplänen

Start, Stop, Anweisungsblock, Ein- und Ausgaben

TODO: Abbildung Anweisungsblock

# Elemente von Programmablaufplänen

## Verzweigungen

TODO: Abbildung Verzweigungen

# Elemente von Programmablaufplänen

## Zählschleifen

TODO: Abbildung Zählschleife



# Elemente von Programmablaufplänen

## Schleifen

TODO: Abbildung Schleifen

# Programmablaufplan für unseren Algorithmus

TODO: PAP Algorithmus

# Zusammenfassung

- Keine der dargestellten Formen ist optimal
- Verwendung kommt auf Anforderungen und persönliche Vorlieben an
- Keine der hier vorgestellten Methoden zur Abbildung komplexerer objektorientierter Zusammenhänge möglich
- Weitere Darstellungsformen:
  - Aktivitätsdiagramm
  - Petrinetze
  - Interaktionsdiagramme

# Inhalt

## 1 Allgemeines

- Begriffsklärung
- Ziele des Moduls

## 2 Beschreibung

- Formale Eigenschaften
- Darstellungsformen

## 3 Analyse

- Korrektheit eines Algorithmus
- Komplexitätsanalyse

# Inhalt

## 1 Allgemeines

- Begriffsklärung
- Ziele des Moduls

## 2 Beschreibung

- Formale Eigenschaften
- Darstellungsformen

## 3 Analyse

- Korrektheit eines Algorithmus
- Komplexitätsanalyse

# Korrektheit von Algorithmen

## Allgemeines

- Jeder Algorithmus sollte auch in allen Fällen das korrekte Ergebnis liefern...
- Klingt simpel, aber eindeutiger Beweis für alle Eingaben oft schwierig
- Testen an ausgewählten Beispielen **nicht** ausreichend
  - Jedoch verringern umfangreiche Tests natürlich das Risiko eines unentdeckten Fehler
- Korrektheit lässt sich im Grunde nur durch formalen Beweis zeigen
  - Wie zum Beispiel Induktionsbeweis
  - Diese sind häufig sehr umfangreich und komplex...
  - ...und deshalb auch nicht Teil der Vorlesung

# Korrektheit von Algorithmen



*„Program testing can be used to show the presence of bugs, but never to show their absence!“*

Edsger W. Dijkstra

Quelle:

# Inhalt

## 1 Allgemeines

- Begriffsklärung
- Ziele des Moduls

## 2 Beschreibung

- Formale Eigenschaften
- Darstellungsformen

## 3 Analyse

- Korrektheit eines Algorithmus
- Komplexitätsanalyse



# Speicherkomplexität

Wie lässt sich diese messen?

- Wie schon erwähnt: Der verbrauchte Speicher ist Sprach- und Rechnerabhängig
- Mögliche Lösung über Definition von Referenzsprache und -system
- Messungen sind allerdings nicht repräsentativ
- Deswegen wird in der formalen Informatik mit dem *Random-Access-Machine*(RAM) Modell gearbeitet
  - Besteht im Grunde aus abzählbar unendlich vielen adressierbaren Speicherzellen
  - Für einen Algorithmus wird dann bestimmt, wie viele Speicherzellen genutzt werden müssen
  - Dies entspricht dann der Speicherkomplexität

# Laufzeitkomplexität

## Grundlegendes

- Gleiches Problem wie bei der Speicherkomplexität
- Deswegen hier ähnliches Modell:
  - Man bestimmt die Anzahl von „atomaren Operationen“ des Algorithmus
  - Diese Operationen sind vergleichbar mit Assembler-Befehlsrepertoire
- Beispiele für atomare Operationen:
  - Addition/Subtraktion/Multiplikation/Division zweier Zahlen
  - Lesen einer Variable von einer Speicheradresse
  - Schreiben einer Variable an eine bestimmte Adresse
  - Vergleich zweier Zahlen

# Kontakt

- E-Mail: `lukas.abelt@airbus.com`
- GitHub: `https://www.github.com/LuAbelt`
- GitLab: `https://www.gitlab.com/LuAbelt`
- Telefon(Firma): 07545 - 8 8895
- Telegram: LuAbelt