



## Algorithmen

Lukas Abelt lukas.abelt@airbus.com

DHBW Ravensburg Wirtschaftsinformatik

Ravensburg 28. März 2019

## Outline

- 1 Allgemeines
  - Begriffsklärung
  - Ziele des Moduls
- 2 Beschreibung
  - Formale Eigenschaften
  - Darstellungsformen
- 3 Analyse
  - Korrektheit eines Algorithmus
  - Komplexitätsanalyse

## Inhalt

- 1 Allgemeines
  - Begriffsklärung
  - Ziele des Moduls
- 2 Beschreibung
  - Formale Eigenschaften
  - Darstellungsformen
- 3 Analyse
  - Korrektheit eines Algorithmus
  - Komplexitätsanalyse

## Inhalt

- 1 Allgemeines
  - Begriffsklärung
  - Ziele des Moduls
- 2 Beschreibung
  - Formale Eigenschaften
  - Darstellungsformen
- 3 Analyse
  - Korrektheit eines Algorithmus
  - Komplexitätsanalyse

## Etymologie

□ Leitet sich ursprünglich vom persischen Astronomen "Muhammad Ibn-Musa al-Hwarizmi" ab

## Etymologie

- □ Leitet sich ursprünglich vom persischen Astronomen "Muhammad Ibn-Musa al-Hwarizmi" ab
  - Schrieb Bücher über das indische Zahlensystem (um 800 n. Chr.)

## Etymologie

- □ Leitet sich ursprünglich vom persischen Astronomen "Muhammad Ibn-Musa al-Hwarizmi" ab
  - Schrieb Bücher über das indische Zahlensystem (um 800 n. Chr.)
  - Im 12. Jh übersetzt ins lateinische

### Etymologie

- □ Leitet sich ursprünglich vom persischen Astronomen "Muhammad Ibn-Musa al-Hwarizmi" ab
  - Schrieb Bücher über das indische Zahlensystem (um 800 n. Chr.)
  - Im 12. Jh übersetzt ins lateinische
  - Dabei wurde der Namensbestandteil "al-Hwarizmi" in "Algorismi" lateinisiert

### Etymologie

- □ Leitet sich ursprünglich vom persischen Astronomen "Muhammad Ibn-Musa al-Hwarizmi" ab
  - Schrieb Bücher über das indische Zahlensystem (um 800 n. Chr.)
  - Im 12. Jh übersetzt ins lateinische
  - Dabei wurde der Namensbestandteil "al-Hwarizmi" in "Algorismi" lateinisiert
- Durch spätere Überlieferungen wurde der Begriff später als Zusammensetzung betrachtet aus...

### Etymologie

- □ Leitet sich ursprünglich vom persischen Astronomen "Muhammad Ibn-Musa al-Hwarizmi" ab
  - Schrieb Bücher über das indische Zahlensystem (um 800 n. Chr.)
  - Im 12. Jh übersetzt ins lateinische
  - Dabei wurde der Namensbestandteil "al-Hwarizmi" in "Algorismi" lateinisiert
- Durch spätere Überlieferungen wurde der Begriff später als Zusammensetzung betrachtet aus...
  - Dem Namen "Algus-"...

### Etymologie

- □ Leitet sich ursprünglich vom persischen Astronomen "Muhammad Ibn-Musa al-Hwarizmi" ab
  - Schrieb Bücher über das indische Zahlensystem (um 800 n. Chr.)
  - Im 12. Jh übersetzt ins lateinische
  - Dabei wurde der Namensbestandteil "al-Hwarizmi" in "Algorismi" lateinisiert
- Durch spätere Überlieferungen wurde der Begriff später als Zusammensetzung betrachtet aus...
  - Dem Namen "Algus-"...
  - und dem aus dem griechisch entlehnten "-rismus" (Zahl)

Was bedeutet das jetzt

## Formale Definition

Eine Berechnungsvorschrift zur Lösung eines Problems heißt genau dann Algorithmus, wenn eine zu dieser Berechnungsvorschrift äquivalente Turingmaschine existiert, die für jede Eingabe, die eine Lösung besitzt, stoppt.

Was bedeutet das jetzt

## Formale Definition

Eine Berechnungsvorschrift zur Lösung eines Problems heißt genau dann Algorithmus, wenn eine zu dieser Berechnungsvorschrift äquivalente Turingmaschine existiert, die für jede Eingabe, die eine Lösung besitzt, stoppt.

### Oder auch

Ein Algorithmus ist eine domänenunabhängige Beschreibung einer Handlungsvorschrift zur Lösung eines Problems. Eine bestimmte Eingabe wird in eine bestimmte Ausgabe überführt.

Also

□ Ist also die Beschreibung eines Programmes oder einer Funktion

Also

- □ Ist also die Beschreibung eines Programmes oder einer Funktion
  - Unabhängig von der verwendeten Programmiersprache!

#### Also

- □ Ist also die Beschreibung eines Programmes oder einer Funktion
  - Unabhängig von der verwendeten Programmiersprache!
  - Source Code direkt ist also kein Algorithmus...

#### Also

- □ Ist also die Beschreibung eines Programmes oder einer Funktion
  - Unabhängig von der verwendeten Programmiersprache!
  - Source Code direkt ist also kein Algorithmus...
  - ...aber aus diesem lässt sich der verwendete Algorithmus ableiten und beschreiben

Allgemeines | Beschreibung | Analyse | Kontakt 6/39

#### Also

- □ Ist also die Beschreibung eines Programmes oder einer Funktion
  - Unabhängig von der verwendeten Programmiersprache!
  - Source Code direkt ist also kein Algorithmus...
  - ...aber aus diesem lässt sich der verwendete Algorithmus ableiten und beschreiben
- Algorithmen können in verschiedenen Formen dargestellt werden (Mehr dazu im nächsten Kapitel)

Allgemeines | Beschreibung | Analyse | Kontakt 6/39

## Inhalt

- 1 Allgemeines
  - Begriffsklärung
  - Ziele des Moduls
- 2 Beschreibung
  - Formale Eigenschaften
  - Darstellungsformen
- 3 Analyse
  - Korrektheit eines Algorithmus
  - Komplexitätsanalyse

 $\hfill \square$  Am Ende des Moduls könnt ihr...

- □ Am Ende des Moduls könnt ihr...
  - Einen Algorithmus in eine Implementierung umsetzen

- □ Am Ende des Moduls könnt ihr...
  - Einen Algorithmus in eine Implementierung umsetzen
  - Aus einer Implementierung den Algorithmus ableiten

- □ Am Ende des Moduls könnt ihr...
  - Einen Algorithmus in eine Implementierung umsetzen
  - Aus einer Implementierung den Algorithmus ableiten
  - $\mbox{\ensuremath{\square}}$  Die formalen Eigenschaften von Algorithmen kennen

## 7iele

- Am Ende des Moduls könnt ihr...
  - Einen Algorithmus in eine Implementierung umsetzen
  - Aus einer Implementierung den Algorithmus ableiten
  - Die formalen Eigenschaften von Algorithmen kennen
  - Algorithmen anhand der kennengelernten Methoden zu analysieren

## Inhalt

- 1 Allgemeines
  - Begriffsklärung
  - Ziele des Moduls
- 2 Beschreibung
  - Formale Eigenschaften
  - Darstellungsformen
- 3 Analyse
  - Korrektheit eines Algorithmus
  - Komplexitätsanalyse

## Inhalt

- 1 Allgemeines
  - Begriffsklärung
  - Ziele des Moduls
- 2 Beschreibung
  - Formale Eigenschaften
  - Darstellungsformen
- 3 Analyse
  - Korrektheit eines Algorithmus
  - Komplexitätsanalyse

### Grundlegendes

□ **Finitheit** - Ein Algorithmus lässt sich in endlch vielen Schritten eindeutig beschreiben

### Grundlegendes

- □ Finitheit Ein Algorithmus lässt sich in endlch vielen Schritten eindeutig beschreiben
- Ausführbarkeit Jeder Einzelschritt muss tatsächlich ausführbar sein

### Grundlegendes

- □ **Finitheit** Ein Algorithmus lässt sich in endlch vielen Schritten eindeutig beschreiben
- Ausführbarkeit Jeder Einzelschritt muss tatsächlich ausführbar sein
- Platzkomplexität Ein Algorithmus benötigt zu jedem Zeitpunkt nur endlich viel Speicherplatz

### Grundlegendes

- □ Finitheit Ein Algorithmus lässt sich in endlch vielen Schritten eindeutig beschreiben
- Ausführbarkeit Jeder Einzelschritt muss tatsächlich ausführbar sein
- Platzkomplexität Ein Algorithmus benötigt zu jedem Zeitpunkt nur endlich viel Speicherplatz
- □ **Terminierung** Der Algorithmus benötigt eine endliche Anzahl von Schritten zur Ausführung

Allgemeines | Beschreibung | Analyse | Kontakt 11/39

### Grundlegendes

- □ **Finitheit** Ein Algorithmus lässt sich in endlch vielen Schritten eindeutig beschreiben
- Ausführbarkeit Jeder Einzelschritt muss tatsächlich ausführbar sein
- Platzkomplexität Ein Algorithmus benötigt zu jedem Zeitpunkt nur endlich viel Speicherplatz
- □ **Terminierung** Der Algorithmus benötigt eine endliche Anzahl von Schritten zur Ausführung
- Determiniertheit Der Algorithmus muss bei gleichen Rahmenbedingungen das gleiche Ergebnis liefern

Allgemeines | Beschreibung | Analyse | Kontakt 11/39

### Grundlegendes

- □ Finitheit Ein Algorithmus lässt sich in endlch vielen Schritten eindeutig beschreiben
- Ausführbarkeit Jeder Einzelschritt muss tatsächlich ausführbar sein
- Platzkomplexität Ein Algorithmus benötigt zu iedem Zeitpunkt nur endlich viel Speicherplatz
- □ Terminierung Der Algorithmus benötigt eine endliche Anzahl von Schritten zur Ausführung
- □ Determiniertheit Der Algorithmus muss bei gleichen Rahmenbedingungen das gleiche Ergebnis liefern
- □ Determinismus Der nächste Schritt des Algorithmus ist zu jedem Zeitpunkt genau definiert

## Effizienz von Algorithmen

- □ Ergibt sich indirekt aus den Grundlegenden Eigenschaften
- □ Effizienz lässt sich über verschiedene Größen beschreiben:
  - Speicherverbrauch
  - Zeitverbrauch
- □ Die sind jedoch oft Implementierungs- und Rechnerabhägig
- □ Deshalb wird mit formalisierten Modellen gearbeitet
- ...Mehr dazu im Kapitel "Analyse"

## Inhalt

- 1 Allgemeines
  - Begriffsklärung
  - Ziele des Moduls
- 2 Beschreibung
  - Formale Eigenschaften
  - Darstellungsformen
- 3 Analyse
  - Korrektheit eines Algorithmus
  - Komplexitätsanalyse

# Ein kleines Beispiel

Warum wir das überhaupt brauchen

```
float Q_rsqrt( float number ){
    long i;
    float x2, y;
    const float threehalfs = 1.5F;
    x2 = number * 0.5F:
    v = number;
  i = * (long *) &v;
    i = 0x5f3759df - (i >> 1);
    v = * ( float * ) &i:
10
    y = y * (threehalfs - (x2 * y * y));
11
   // v = v * (threehalfs - (x2 * v * v));
    return v:
13
14
```

# Ein kleines Beispiel

Warum wir das überhaupt brauchen

```
float Q_rsqrt( float number ) {
    long i;
    float x2, y;
    const float threehalfs = 1.5F;
    x2 = number * 0.5F:
    v = number;
8
    i = * (long*) &v; // evil floating point bit level
       → hacking
    i = 0x5f3759df - (i >> 1); // what the fuck?
    v = *(float*) &i;
10
    y = y*(threehalfs-(x2*y*y)); // 1st iteration
11
   //v = v*(threehalfs-(x2*v*v)); // 2nd iteration, this

    ⇔ can be removed.

13
    return y;
14 }
```

□ Zur Definition von Algorithmen gibt es verschiedenste Möglichkeiten

- □ Zur Definition von Algorithmen gibt es verschiedenste Möglichkeiten
- Mit ganz eigenen Vor- und Nachteilen

- □ Zur Definition von Algorithmen gibt es verschiedenste Möglichkeiten
- Mit ganz eigenen Vor- und Nachteilen
- □ Wir betrachten im Rahmen der Vorlesung:

- □ Zur Definition von Algorithmen gibt es verschiedenste Möglichkeiten
- Mit ganz eigenen Vor- und Nachteilen
- □ Wir betrachten im Rahmen der Vorlesung:
  - Prosatext

- □ Zur Definition von Algorithmen gibt es verschiedenste Möglichkeiten
- □ Mit ganz eigenen Vor- und Nachteilen
- □ Wir betrachten im Rahmen der Vorlesung:
  - Prosatext
  - Pseudocode

- □ Zur Definition von Algorithmen gibt es verschiedenste Möglichkeiten
- Mit ganz eigenen Vor- und Nachteilen
- □ Wir betrachten im Rahmen der Vorlesung:
  - Prosatext
  - Pseudocode
  - Struktogramme

- □ Zur Definition von Algorithmen gibt es verschiedenste Möglichkeiten
- □ Mit ganz eigenen Vor- und Nachteilen
- □ Wir betrachten im Rahmen der Vorlesung:
  - Prosatext
  - Pseudocode
  - Struktogramme
  - Programmablaufplan (PAP)

#### Was beschreiben wir?

#### Unser Referenzalgorithmus

□ Um die verschiedenen Elemente zu vergleichen, wollen wir mit allen den folgenden Algorithmus beschreiben:

Analyse

#### Was beschreiben wir?

Unser Referenzalgorithmus

□ Um die verschiedenen Elemente zu vergleichen, wollen wir mit allen den folgenden Algorithmus beschreiben:

#### Referenz

Für eine Zahl n (Wobei gilt:  $n \in \mathbb{N}$ ), soll die Summe aller geraden Zahlen von 0 bis n berechnet werden.

#### Darstellung als Prosatext

#### Der simple Weg

- □ Simpelste Herangehensweise
- Man beschreibt in eigenen Worten, wie man vorgehen würde um die gegebene Problemstellung zu lösen
- Achtung: Unterscheiden zwischen Problemstellung und Lösungsbeschreibung!
- □ Auch in Prosaform sollten die Einzelschritte eindeutig beschrieben sein

Für unseren Algorithmus

Addiere alle geraden Zahlen

Für unseren Algorithmus

#### Addiere alle geraden Zahlen

Lese die Zahl n ein.

Für unseren Algorithmus

#### Addiere alle geraden Zahlen

Lese die Zahl n ein.

Anschließend setze die Zählvariable i sowie die Ergebnisvariable res auf 0.

Für unseren Algorithmus

#### Addiere alle geraden Zahlen

Lese die Zahl n ein.

Anschließend setze die Zählvariable i sowie die Ergebnisvariable res auf 0. Wenn i gerade ist, addiere i auf die Ergebnisvariable.

Für unseren Algorithmus

#### Addiere alle geraden Zahlen

Lese die Zahl n ein.

Anschließend setze die Zählvariable i sowie die Ergebnisvariable res auf 0. Wenn i gerade ist, addiere i auf die Ergebnisvariable. Erhöhe anschließend i um 1.

Für unseren Algorithmus

#### Addiere alle geraden Zahlen

Lese die Zahl n ein.

Anschließend setze die Zählvariable i sowie die Ergebnisvariable res auf 0. Wenn i gerade ist, addiere i auf die Ergebnisvariable. Erhöhe anschließend i um 1. Wiederhole die letzten zwei Schritte bis i größer ist als n.

Beschreibung | Analyse | Kontakt 18/39

Für unseren Algorithmus

#### Addiere alle geraden Zahlen

Lese die Zahl n ein.

Anschließend setze die Zählvariable i sowie die Ergebnisvariable res auf 0. Wenn i gerade ist, addiere i auf die Ergebnisvariable. Erhöhe anschließend i um 1. Wiederhole die letzten zwei Schritte bis i größer ist als n. Gebe res aus

Ilgemeines | Beschreibung | Analyse | Kontakt 18/39

#### Darstellung als Pseudocode

#### Der Zwischenweg

- Mischung aus Prosa und tatsächlichem Code
- □ Orientiert sich an den in Programmiersprachen vorhandenen Strukturen (If-then-else, Schleifen...)
- Nutzt dabei aber leicht verständliche und programmiersprachenunabhängige Begriffe
- □ Wie Code in der Regel zeilenweise auf atomare Operationen beschränkt
- $\blacksquare$  Keine formale Standardisierung, dadurch auch hier Inkonsistenzen möglich  $\to$  Aber weniger als bei Prosabeschreibung

Allgemeines | Beschreibung | Analyse | Kontakt 19/39

#### Pseudocode

#### Für unser Pseudoproblem

```
LESE n
SETZE res=0
FUER i=0 BIS n
    WENN istGerade(i) DANN
        res+=i
    ENDE WENN
ENDE FUER
GEBE res AUS
```

#### Struktogramme

#### Der erste Standard

- □ Entwickelt durch Nassi Shneidermann
- □ Grafische Darstellung von Algorithmen
- Standardisiert nach DIN 66261
- □ Zerlegt den Algorithmus in elementare Grundstrukturen
- □ Die über die definierten Blöcke dargestellt werden
- □ Werden (lückenlos) von oben nach unten aneinander gereiht

Anweisung

TODO: Abbildung Anweisungsblock

Verzweigungen

TODO: Abbildung Verzweigungen

Zählschleifen

TODO: Abbildung Zählschleife

Schleifen

TODO: Abbildung Schleifen

# Struktogram für unseren Algorithmus

TODO: Struktogram Algorithmus

#### Programmablaufplan

#### Der zweite Standard

- Bildet einen linearen Programmfluss aber
- Standardisiert nach DIN 66001
- □ Wie beim Struktogramm gibt es fest definierte Grundblöcke
- Diese werden hier jedoch über Pfeile verbunden

Start, Stop, Anweisungsblock, Ein- und Ausgaben

TODO: Abbildung Anweisungsblock

Verzweigungen

TODO: Abbildung Verzweigungen

Zählschleifen

TODO: Abbildung Zählschleife

Schleifen

TODO: Abbildung Schleifen

# Algorithmus

TODO: PAP Algorithmus

□ Keine der dargestellten Formen ist optimal

- □ Keine der dargestellten Formen ist optimal
- Verwendung kommt auf Anforderungen und persönliche Vorlieben an

- □ Keine der dargestellten Formen ist optimal
- Verwendung kommt auf Anforderungen und persönliche Vorlieben an
- Keine der hier vorgestellten Methoden zur Abbildung komplexerer objektorientierter Zusammenhänge möglich

- □ Keine der dargestellten Formen ist optimal
- Verwendung kommt auf Anforderungen und persönliche Vorlieben an
- Keine der hier vorgestellten Methoden zur Abbildung komplexerer objektorientierter Zusammenhänge möglich
- □ Weitere Darstellungsformen:

- □ Keine der dargestellten Formen ist optimal
- Verwendung kommt auf Anforderungen und persönliche Vorlieben an
- Keine der hier vorgestellten Methoden zur Abbildung komplexerer objektorientierter Zusammenhänge möglich
- □ Weitere Darstellungsformen:
  - Aktivitätsdiagramm

### Zusammenfassung

- □ Keine der dargestellten Formen ist optimal
- Verwendung kommt auf Anforderungen und persönliche Vorlieben an
- Keine der hier vorgestellten Methoden zur Abbildung komplexerer objektorientierter Zusammenhänge möglich
- □ Weitere Darstellungsformen:
  - Aktivitätsdiagramm
  - Petrinetze

## Zusammenfassung

- □ Keine der dargestellten Formen ist optimal
- Verwendung kommt auf Anforderungen und persönliche Vorlieben an
- Keine der hier vorgestellten Methoden zur Abbildung komplexerer objektorientierter Zusammenhänge möglich
- □ Weitere Darstellungsformen:
  - Aktivitätsdiagramm
  - Petrinetze
  - Interaktionsdiagramme

### Inhalt

- 1 Allgemeines
  - Begriffsklärung
  - Ziele des Moduls
- 2 Beschreibung
  - Formale Eigenschaften
  - Darstellungsformen
- 3 Analyse
  - Korrektheit eines Algorithmus
  - Komplexitätsanalyse

### Inhalt

- 1 Allgemeines
  - Begriffsklärung
  - Ziele des Moduls
- 2 Beschreibung
  - Formale Eigenschaften
  - Darstellungsformen
- 3 Analyse
  - Korrektheit eines Algorithmus
  - Komplexitätsanalyse

Allgemeines

Jeder Algorithmus sollte auch in allen Fällen das korrekte Ergebnis liefern...

### Allgemeines

- Jeder Algorithmus sollte auch in allen Fällen das korrekte Ergebnis liefern...
- □ Klingt simpel, aber eindeutiger Beweis für alle Eingaben oft schwierig

### **Allgemeines**

- □ Jeder Algorithmus sollte auch in allen Fällen das korrekte Ergebnis liefern...
- □ Klingt simpel, aber eindeutiger Beweis für alle Eingaben oft schwierig
- □ Testen an ausgewählten Beispielen nicht ausreichend

#### **Allgemeines**

- □ Jeder Algorithmus sollte auch in allen Fällen das korrekte Ergebnis liefern...
- □ Klingt simpel, aber eindeutiger Beweis für alle Eingaben oft schwierig
- □ Testen an ausgewählten Beispielen nicht ausreichend
  - Jedoch verringern umfangreiche Tests natürlich das Risiko eines unentdeckten Fehler

#### Allgemeines

- Jeder Algorithmus sollte auch in allen Fällen das korrekte Ergebnis liefern...
- Klingt simpel, aber eindeutiger Beweis für alle Eingaben oft schwierig
- □ Testen an ausgewählten Beispielen nicht ausreichend
  - Jedoch verringern umfangreiche Tests natürlich das Risiko eines unentdeckten Fehler
- □ Korrektheit lässt sich im Grunde nur durch formalen Beweis zeigen

36/39

#### Allgemeines

- Jeder Algorithmus sollte auch in allen Fällen das korrekte Ergebnis liefern...
- Klingt simpel, aber eindeutiger Beweis für alle Eingaben oft schwierig
- □ Testen an ausgewählten Beispielen nicht ausreichend
  - Jedoch verringern umfangreiche Tests natürlich das Risiko eines unentdeckten Fehler
- □ Korrektheit lässt sich im Grunde nur durch formalen Beweis zeigen
  - Diese sind häufig sehr umfangreich und komplex...

36/39

#### Allgemeines

- Jeder Algorithmus sollte auch in allen Fällen das korrekte Ergebnis liefern...
- Klingt simpel, aber eindeutiger Beweis für alle Eingaben oft schwierig
- □ Testen an ausgewählten Beispielen nicht ausreichend
  - Jedoch verringern umfangreiche Tests natürlich das Risiko eines unentdeckten Fehler
- □ Korrektheit lässt sich im Grunde nur durch formalen Beweis zeigen
  - Diese sind häufig sehr umfangreich und komplex...
  - ...und deshalb auch nicht Teil der Vorlesung

36/39



Quelle:

"Program testing can be used to show the presence of bugs, but never to show their absencel "

Edsger W. Dijkstra

### Inhalt

- Allgemeines

  - 7 iele des Moduls
- Beschreibung
  - Formale Eigenschaften
- Analyse
  - Korrektheit eines Algorithmus
  - Komplexitätsanalyse

Analyse

### Kontakt

- □ E-Mail: lukas.abelt@airbus.com
- □ GitHub: https://www.github.com/LuAbelt
- □ GitLab: https://www.gitlab.com/LuAbelt
- □ Telefon(Firma): 07545 8 8895
- □ Telegram: LuAbelt