

UNIDAD Nº 4 - RELACIONES

PAR ORDENADO

Un par ordenado es un objeto matemático compuesto por dos elementos, para los cuales se ha fijado un orden específico, la forma de denotarlo se ilustra a continuación:

$(a; b)$.

El par ordenado anterior tiene como primer componente a y como segunda componente b .

Con respecto a los pares ordenados hay que enfatizar que existe un orden entre los elementos que los forman, lo que los distingue de simples conjuntos de dos elementos, no es lo mismo el par ordenado $(a; b)$ que el par ordenado $(b; a)$, sin embargo el conjunto $\{a, b\}$ y el conjunto $\{b, a\}$ representan al mismo conjunto.

PRODUCTO CARTESIANO

El producto cartesiano entre dos conjuntos A y B , que se indica $A.B$, es el conjunto formado por todos los pares ordenados que puedan formarse, cuya primer componente pertenezca al conjunto A y cuya segunda componente pertenezca al conjunto B .

Ejemplo

Sean los conjuntos A y B , se pide hallar el producto cartesiano $A.B$ y $B.A$.

$$A = \{2; 4; 6\}$$

$$B = \{3; 4; 5\}$$

$$A.B = \{(2; 3), (2; 4), (2; 5), (4; 3), (4; 4), (4; 5), (6; 3), (6; 4), (6; 5)\}$$

$$B.A = \{(3; 2), (4; 2), (5; 2), (3; 4), (4; 4), (5; 4), (3; 6), (4; 6), (5; 6)\}$$

RELACIONES BINARIAS

Una relación entre dos conjuntos A y B , es todo subconjunto , del producto cartesiano A.B.

En símbolos

R es una relación entre los conjuntos A y B $\Leftrightarrow R \subset A . B$

Para indicar que un par ordenado (a ; b) pertenece a la relación , suele escribirse a R b , lo que equivale a decir que el par ordenado (a ; b) $\in R$.

Ejemplo

Dados los conjuntos $A = \{ 2 ; 4 ; 6 \}$ y $B = \{ 3 ; 4 ; 5 \}$, hallar las relaciones ,

a) $R1 : A \rightarrow B$ / “ x es menor que y “

b) $R2 : B \rightarrow A$ / “ x es menor o igual que y “

a)

Todas las relaciones se consideran formadas por todos pares ordenados (x ; y) , por lo tanto , lo que busca la relación R1 son todos los pares ordenados del producto cartesiano A.B , que cumplan esa condición.

$$A.B = \{ (2 ; 3) , (2 ; 4) , (2 ; 5) , (4 ; 3) , (4 ; 4) , (4 ; 5) , (6 ; 3) , (6 ; 4) , (6 ; 5) \}$$

$$R1 = \{ (2 ; 3) , (2 ; 4) , (2 ; 5) , (4 ; 5) \}$$

b)

$$B.A = \{ (3 ; 2) , (4 ; 2) , (5 ; 2) , (3 ; 4) , (4 ; 4) , (5 ; 4) , (3 ; 6) , (4 ; 6) , (5 ; 6) \}$$

$$R2 = \{ (3 ; 4) , (4 ; 4) , (3 ; 6) , (4 ; 6) , (5 ; 6) \}$$

DOMINIO DE UNA RELACION

Consideremos una relación entre dos conjuntos A y B.

El dominio de la relación , es el conjunto formado por todos los primeros elementos de los pares ordenados que forman parte de la relación.

Para designar el conjunto dominio se usa la letra D.

IMAGEN DE UNA RELACION

Consideremos una relación entre dos conjuntos A y B.

El conjunto imagen de la relación , es el conjunto formado por todos los segundos elementos de los pares ordenados que forman parte de la relación.

Para designar el conjunto imagen se usa la letra I.

Ejemplo

Sean las sig. relaciones R1 y R2 , se pide hallar para cada relación , el conjunto dominio y el conjunto imagen.

$$R1 = \{ (2;3), (2;4), (2;5), (4;5) \}$$

$$R2 = \{ (3;4), (4;4), (3;6), (4;6), (5;6) \}$$

$$D1 = \{ 2, 4 \}$$

$$I1 = \{ 3, 4, 5 \}$$

$$D2 = \{ 3, 4, 5 \}$$

$$I2 = \{ 4, 6 \}$$

REPRESENTACION GRAFICA DE RELACIONES

Sea una relación entre dos conjuntos A y B , es decir , $R \subset A \times B$.

La relación se puede representar gráficamente mediante , diagramas de Venn , gráfico cartesiano , matriz.

Ejemplo

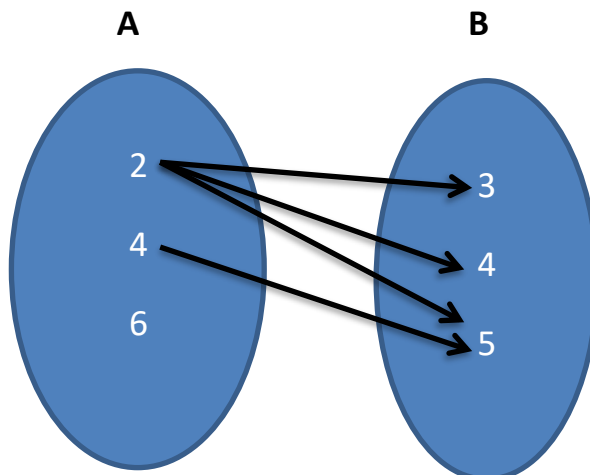
Dados los conjuntos $A = \{ 2 ; 4 ; 6 \}$ y $B = \{ 3 ; 4 ; 5 \}$, hallar la relación ,

$R_1 : A \rightarrow B$ / “ x es menor que y “ y representarla gráficamente mediante diagramas de Venn , gráfico cartesiano , matriz.

$$A \times B = \{ (2 ; 3) , (2 ; 4) , (2 ; 5) , (4 ; 3) , (4 ; 4) , (4 ; 5) , (6 ; 3) , (6 ; 4) , (6 ; 5) \}$$

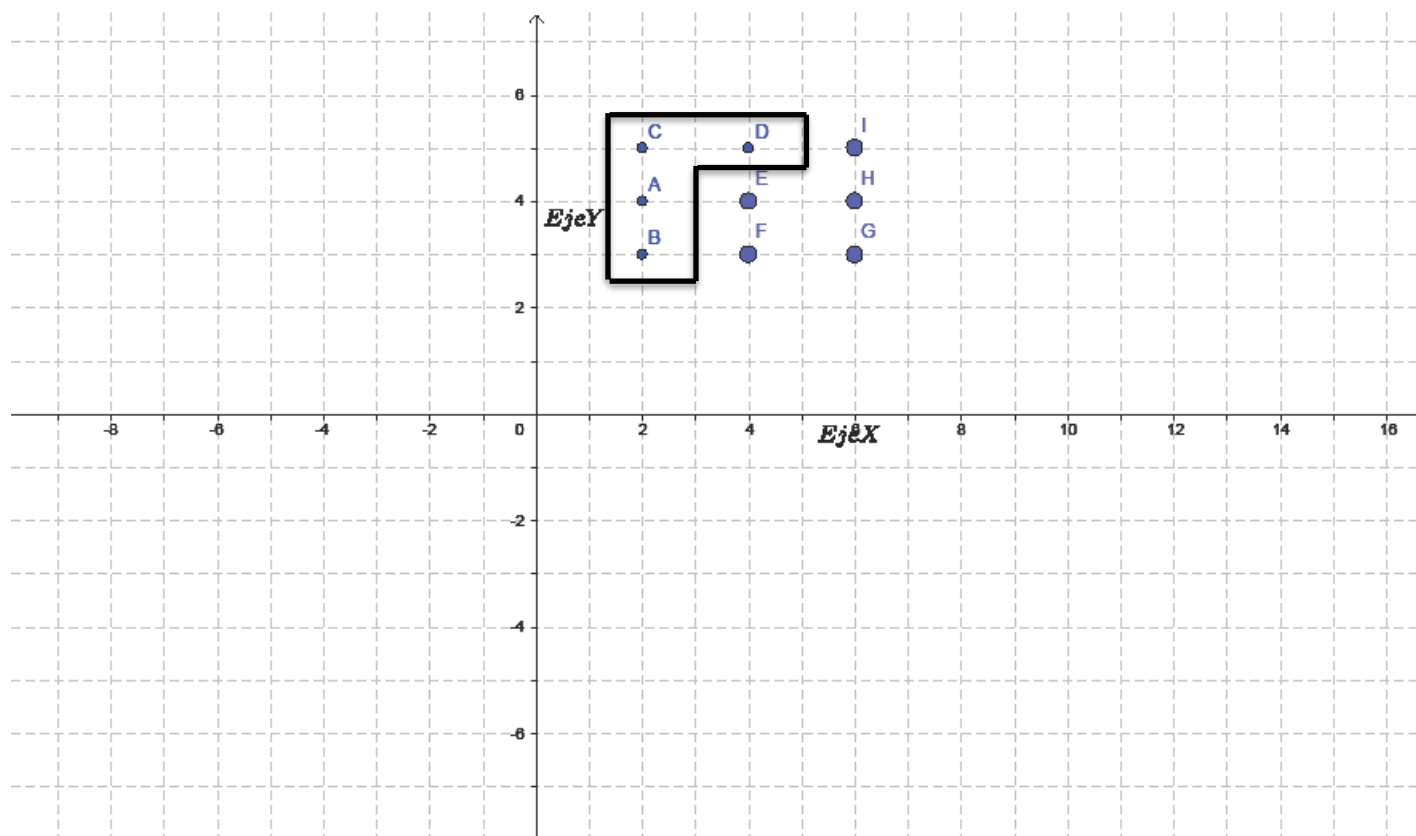
$$R_1 = \{ (2 ; 3) , (2 ; 4) , (2 ; 5) , (4 ; 5) \}$$

Representación gráfica con diagramas de Venn.



Como la relación es , $R_1 : A \rightarrow B$, el conjunto A va a la izquierda , el conjunto B a la derecha , cada flecha representa cada uno de los pares ordenados de la relación.

Representación gráfica con gráfico cartesiano.



Como la relación es, $R1 : A \rightarrow B$, los elementos del conjunto A van en el eje horizontal, los elementos del conjunto B en el eje vertical, cada punto del gráfico representa un par del producto cartesiano $A \times B$, los puntos del recuadro representan cada uno de los pares ordenados de la relación.

Representación gráfica con una matriz

$$M1 = \begin{matrix} & \begin{matrix} 3 & 4 & 5 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Como la relación es, $R1 : A \rightarrow B$, los elementos del conjunto A se colocan como filas de la matriz, los elementos del conjunto B se colocan como columnas de la matriz, cada uno de la matriz representa un par ordenado de la relación.