重 庆 大 学
学 生 实 验 报 告

实验课程名称 《数学模型》

开 课 时 间 2019 至 2020 学年第 2 学期

小组成员信息			
小组成员 1			
姓名	学号	班号	点名册序号
邓露	20184275	004	94
小组成员 2			
姓名	学号	班号	点名册序号
王桂梅	20181814	004	62
小组成员 3			
姓名	学号	班号	点名册序号
杨紫怡	20184272	004	76

小组合作情况：第一题由 lindo，和两次编写程序不同的 lingo 求解，第二题也分别使用 lingo，lindo 进行问题求解，最终讨论汇总。

1.

题目：

某工厂要用三种原料 1、2、3 混合调配出三种不同规格的产品甲、乙、丙，数据如右表。问：该厂应如何安排生产，使利润收入为最大？

产品名称	规格要求	单价（元/kg）
甲	原材料 1 不少于 50%，原材料 2 不超过 25%	50
乙	原材料 1 不少于 25%，原材料 2 不超过 50%	35
丙	不限	25

原材料名称	每天最多供应量	单价（元/kg）
1	100	65
2	100	25
3	60	35

分析 1：设原材料 1,2,3 的用量分别为 x_1, x_2, x_3kg，原材料 1 用于生产产品甲、乙、丙的数量分别为 x_{11}，x_{12}，x_{13}kg，原材料 2 用于生产产品甲、乙、丙的数量分别为 x_{21}，x_{22}，x_{23}kg，原材料 3 用于生产产品甲、乙、丙的数量分别为 x_{31}，x_{32}，x_{33}kg，则采购原材料 1,2，3 的总费用为 $65x_1+25x_2+35x_3$（元），目标函数是利润收入最大，约束条件有供应量约束（$x_1\leqslant100$，$x_2\leqslant100$，$x_3\leqslant60$,）、产品与原材料的数量关系（$x_{11}+x_{12}+x_{13}\leqslant x_1$，$x_{21}+x_{22}+x_{23}\leqslant x_2$，$x_{31}+x_{32}+x_{33}\leqslant x_3$）、规格要求约束（$x_{11}\geqslant2x_{21}$，$2x_{12}\geqslant x_{22}$）。

模型 1：

Max $z=50(x_{11+}\ x_{21+}\ x_{31})+35(x_{12+}\ x_{22+}\ x_{32})+25(x_{13+}\ x_{23+}\ x_{33})-65x_1-25x_2-35x_3$,

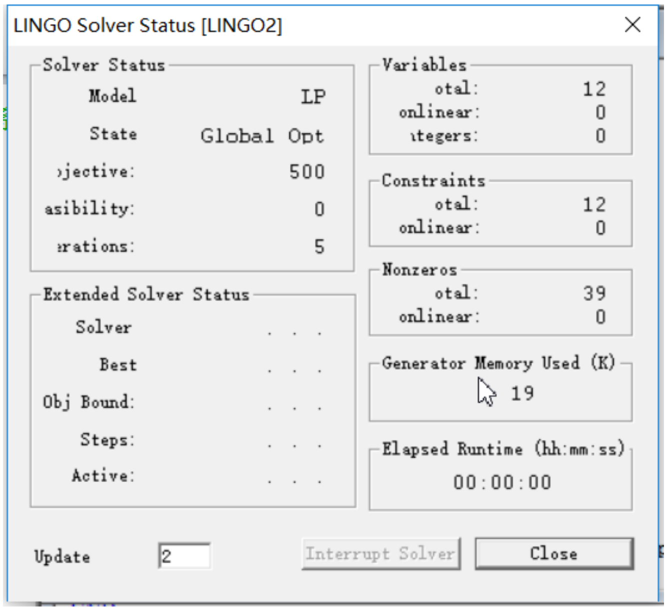
s.t. ：

$$
\begin{cases}
x_{11}+x_{12}+x_{13}\leqslant x_1, \\
x_{21}+x_{22}+x_{23}\leqslant x_2, \\
x_{31}+x_{32}+x_{33}\leqslant x_3, \\
x_{11}\geqslant2x_{21},\ x_{11}\geqslant x_{31}+x_{31},\ 2x_{12}\geqslant x_{22}, x_{12}+x_{32}\geqslant x_{22}, \\
x_1\leqslant100,\ x_2\leqslant100,\ x_3\leqslant60,
\end{cases}
$$

程序 1（lingo）：

```
! 编写 Lingo 程序如下：
MODEL:
MAX=50*x11+50*x21+50*x31+35*x12+35*x22+35*x32+25*x13+25*x23+2
5*x33-65*x1-25*x2-35*x3;!目标函数;
x11+x12+x13 <= x1;
x21+x22+x23 <= x2;
x31+x32+x33 <= x3;    !产品与原材料的数量关系;
2*x21 <= x11;
x21+x31 <= x11;
x22 <= x12+x32;
x22 <= 2*x12;         !规格要求约束;
x1 <= 100;x2 <= 100;x3 <= 60;   !供应量约束;
END
```

结果 1：



Solution Report - LINGO2

```
   Global optimal solution found.
   Objective value:                              500.0000
   Total solver iterations:                             2


                       Variable           Value        Reduced Cost
                            X11        100.0000            0.000000
                            X21        50.00000            0.000000
                            X31        50.00000            0.000000
                            X12        0.000000            0.000000
                            X22        0.000000            7.500000
                            X32        0.000000            0.000000
                            X13        0.000000            45.00000
                            X23        0.000000            0.000000
                            X33        0.000000            10.00000
                             X1        100.0000            0.000000
                             X2        50.00000            0.000000
                             X3        50.00000            0.000000

                            Row    Slack or Surplus      Dual Price
                              1        500.0000            1.000000
                              2        0.000000            70.00000
                              3        0.000000            25.00000
                              4        0.000000            35.00000
                              5        0.000000            5.000000
                              6        0.000000            15.00000
                              7        0.000000            0.000000
                              8        0.000000            17.50000
                              9        0.000000            5.000000
                             10        50.00000            0.000000
                             11        10.00000            0.000000
```

由程序运行结果可知：当 x1, x2, x3 分别为 100, 50, 50 ，x11，x21，x31 分别为 100，50, 50 时目标函数为最大值 500。即原材料 1, 2, 3 的用量分别为 100, 50, 50kg，均用于生产产品甲可以使利润收入为最大，利润最大值为 500 元。

分析 2：设X_{ij}表示第 i 种产品中第 j 种原材料的含量。

则甲产品质量为X_{11}+X_{12}+X_{13}，

乙产品质量为X_{21}+X_{22}+X_{23}，

丙产品质量为X_{31}+X_{32}+X_{33}。

原材料 1 用量为X_{11}+X_{21}+X_{31}，

原材料 2 用量为X_{12}+X_{22}+X_{32}，

原材料 3 用量X_{13}+X_{23}+X_{33}。

成本=（X_{11}+X_{21}+X_{31}）*65+（X_{12}+X_{22}+X_{32}）*25+（X_{13}+X_{23}+X_{33}）*35

总收入=（X_{11}+X_{12}+X_{13}）*50+（X_{21}+X_{22}+X_{23}）*35+（X_{31}+X_{32}+X_{33}）*25

利润收入=总收入-成本

=（X_{11}+X_{12}+X_{13}）*50+（X_{21}+X_{22}+X_{23}）*35+（X_{31}+X_{32}+X_{33}）*25-[（X_{11}+X_{21}+X_{31}）*65+（X_{12}+X_{22}+X_{32}）*25+（X_{13}+X_{23}+X_{33}）*35]

=$-15X_{11}+25X_{12}+15X_{13}-30X_{21}+10X_{22}-40X_{31}-10X_{33}$

模型 2：

决策变量为$X_{11}, X_{21}, X_{31}, X_{12}, X_{22}, X_{32}, X_{13}, X_{23}, X_{33}$

目标函数 Max　$-15X_{11}+25X_{12}+15X_{13}-30X_{21}+10X_{22}-40X_{31}-10X_{33}$

约束条件有：

$X_{11}>=1/2*(X_{11}+X_{12}+X_{13})$

$X_{12}<=1/4*(X_{11}+X_{12}+X_{13})$

$X_{21}>=1/4*(X_{21}+X_{22}+X_{23})$

$X_{22}<=1/2*(X_{21}+X_{22}+X_{23})$

$X_{11}+X_{21}+X_{31}<=100$

$X_{12}+X_{22}+X_{32}<=100$

$X_{13}+X_{23}+X_{33}<=60$

$X_{ij}>=0$;i=1,2,3;j=1,2,3.

整理约束条件为：

$-X_{11}+X_{12}+X_{13}<=0$

$X_{11}-3X_{12}+X_{13}>=0$

$-3X_{21}+X_{22}+X_{23}<=0$

$X_{21}-X_{22}+X_{23}>=0$

$X_{11}+X_{21}+X_{31}<=100$

$X_{12}+X_{22}+X_{32}<=100$

$X_{13}+X_{23}+X_{33}<=60$

(非负约束)$X_{ij}>=0$;i=1,2,3;j=1,2,3.

程序 2（lindo）：

max -15x11+25x12+15x13-30x21+10x22-40x31-10x33

s.t.

2)　-x11+x12+x13<=0

3)　x11-3x12+x13>=0

4)　-3x21+x22+x23<=0

5) x21-x22+x23>=0

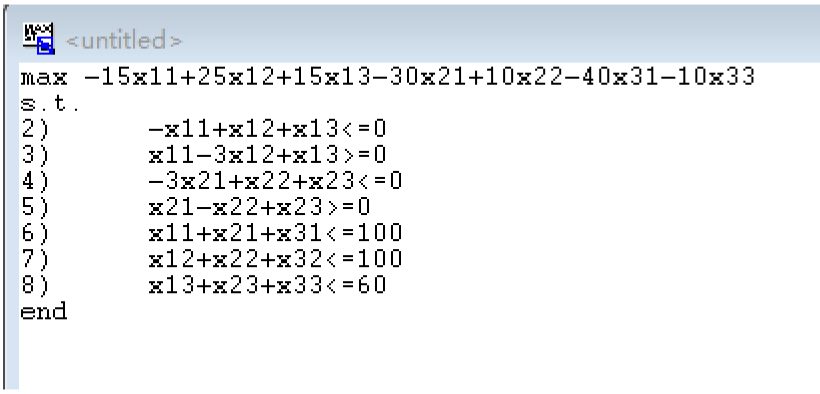
6) x11+x21+x31<=100

7) x12+x22+x32<=100

8) x13+x23+x33<=60

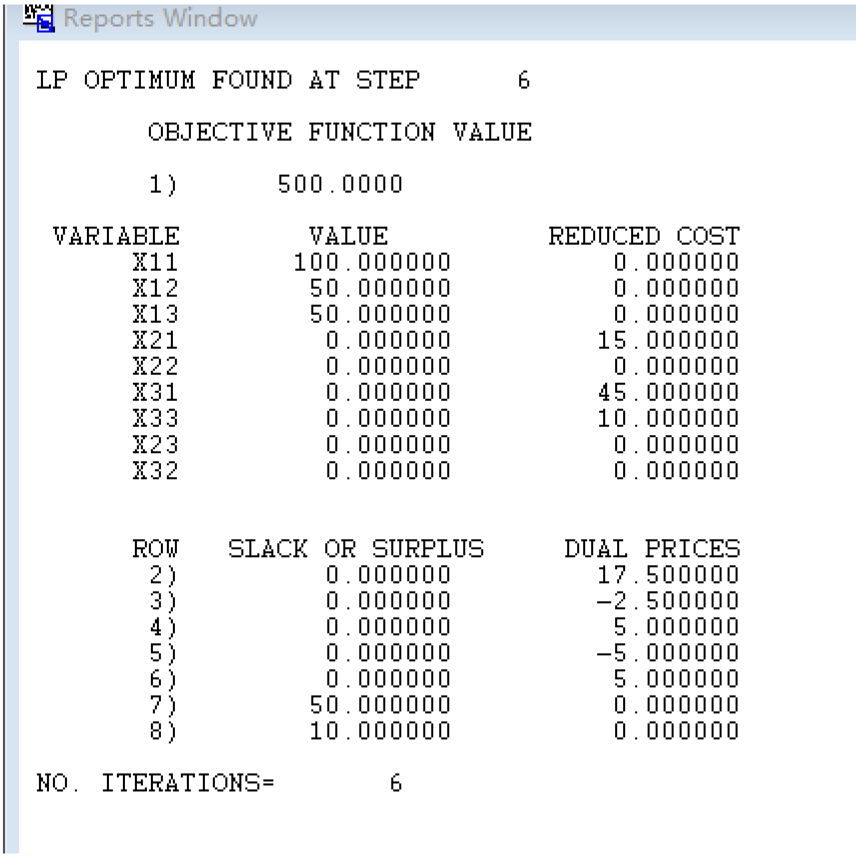
end

结果 2（lindo)：



<untitled>

```
max -15x11+25x12+15x13-30x21+10x22-40x31-10x33
s.t.
2)      -x11+x12+x13<=0
3)      x11-3x12+x13>=0
4)      -3x21+x22+x23<=0
5)      x21-x22+x23>=0
6)      x11+x21+x31<=100
7)      x12+x22+x32<=100
8)      x13+x23+x33<=60
end
```



Reports Window

```
 LP OPTIMUM FOUND AT STEP      6

        OBJECTIVE FUNCTION VALUE

        1)      500.0000

  VARIABLE        VALUE          REDUCED COST
       X11       100.000000          0.000000
       X12        50.000000          0.000000
       X13        50.000000          0.000000
       X21         0.000000         15.000000
       X22         0.000000          0.000000
       X31         0.000000         45.000000
       X33         0.000000         10.000000
       X23         0.000000          0.000000
       X32         0.000000          0.000000


       ROW   SLACK OR SURPLUS     DUAL PRICES
        2)         0.000000         17.500000
        3)         0.000000         -2.500000
        4)         0.000000          5.000000
        5)         0.000000         -5.000000
        6)         0.000000          5.000000
        7)        50.000000          0.000000
        8)        10.000000          0.000000

 NO. ITERATIONS=       6
```

X11=100,X12=50,X13=50,最大值为 500

则用 100kg 原材料 1， 50kg 原材料 2， 50kg 原材料 3 生产产品甲可获得最大利润收入 500 元每天。

程序 3（lingo）：

```
model:

sets:

material/1..3/:a,b;

product/1..3/:c;

schedule(material,product):x;

endsets

data:

a=100 100 60;

b=65 25 35;

c=50 35 25;


enddata

max=@sum(schedule(i,j):x(i,j)*(c(j)-b(i)));

@for(material(i):@sum(product(j):x(i,j))<=a(i));

x(1,1)>=0.5*(x(1,1)+x(2,1)+x(3,1));

x(1,2)>=0.5*(x(1,2)+x(2,2)+x(3,2));

x(2,1)<=0.25*(x(1,1)+x(2,1)+x(3,1));

x(2,2)<=0.5*(x(1,2)+x(2,2)+x(3,2));

end
```

结果 3（lingo）：

```
model:
sets:
material/1..3/:a,b;
product/1..3/:c;
schedule(material,product):x;
endsets
data:
a=100 100 60;
b=65 25 35;
c=50 35 25;

enddata
max=@sum(schedule(i,j):x(i,j)*(c(j)-b(i)));
@for(material(i):@sum(product(j):x(i,j))<=a(i));
x(1,1)>=0.5*(x(1,1)+x(2,1)+x(3,1));
x(1,2)>=0.5*(x(1,2)+x(2,2)+x(3,2));
x(2,1)<=0.25*(x(1,1)+x(2,1)+x(3,1));
x(2,2)<=0.5*(x(1,2)+x(2,2)+x(3,2));
end
```

```
Global optimal solution found.
Objective value:                              500.0000
Total solver iterations:                             4


                       Variable           Value        Reduced Cost
                          A( 1)        100.0000            0.000000
                          A( 2)        100.0000            0.000000
                          A( 3)        60.00000            0.000000
                          B( 1)        65.00000            0.000000
                          B( 2)        25.00000            0.000000
                          B( 3)        35.00000            0.000000
                          C( 1)        50.00000            0.000000
                          C( 2)        35.00000            0.000000
                          C( 3)        25.00000            0.000000
                       X( 1, 1)        100.0000            0.000000
                       X( 1, 2)        0.000000            25.00000
                       X( 1, 3)        0.000000            45.00000
                       X( 2, 1)        50.00000            0.000000
                       X( 2, 2)        0.000000            0.000000
                       X( 2, 3)        0.000000            0.000000
                       X( 3, 1)        50.00000            0.000000
                       X( 3, 2)        0.000000            10.00000
                       X( 3, 3)        0.000000            10.00000

                            Row    Slack or Surplus      Dual Price
                              1        500.0000            1.000000
                              2        0.000000            5.000000
                              3        50.00000            0.000000
                              4        10.00000            0.000000
                              5        0.000000           -35.00000
                              6        0.000000           -20.00000
                              7        0.000000            10.00000
                              8        0.000000            0.000000
```

X(1,1)=100，X(2,1)=50；X(3,1)=50，最大值为 4，则用 100kg 原材料 1，50kg 原材料 2， 50kg 原材料 3 生产产品甲可获得最大利润收入 500 元每天。

2.

题目：某市消防中心同时接到了三处火警报告．根据当前的火势，三处火警地点分别需要 2 辆、2 辆和 3 辆消防车前往灭火．三处火警地点的损失将依赖于消防车到达的及时程度：记 t_{ij} 为第 j 辆消防车到达火警地点 i 的时间，则三处火警地点的损失分别为 $6t_{11}+4t_{12}$，$7t_{21}+3t_{22}$，$9t_{31}+8t_{32}+5t_{33}$．目前可供给消防中心调度的消防车正好有 7 辆，分别属于三个消防站（可用消防车数量分别为 3 辆、2 辆、2 辆）．消防车从三个消防站到三个火警地点所需要的时间如表所示．该公司应如何调度消防车，才能使总损失最小？**（选做）**

表 消防站到三个火警地点所需要的时间（单位:min）

时 间	火警地点 1	火警地点 2	火警地点 3
消防站 1	6	7	9
消防站 2	5	8	11
消防站 3	6	9	10

分析：用 k 表示把到达每个火警地点按时间依次分为的 7 个需求点

设损失为 C（i,k）,消防站 i 派往火警地点 k 的损失

X(i,k)为消防站 i 是否派车到 k(1 为是，0 为否)

三处火警地点的损失分别为 $6t_{11}+4t_{12}$，$7t_{21}+3t_{22}$，$9t_{31}+8t_{32}+5t_{33}$．

C（i,j）	火警地点 1		火警地点 2		火警地点 3		
	j=1	j=2	j=3	j=4	j=5	j=6	j=7
消防站 1	36	24	49	21	81	72	45
消防站 2	30	20	56	24	99	88	55
消防站 3	36	24	63	27	90	80	50

$\sum_{k=1}^{7}C(1,j)=3$，$\sum_{k=1}^{7}C(2,j)=2$，$\sum_{k=1}^{7}C(3,j)=2$（每个消防站的消防车数量）
$\sum_{i=1}^{3}C(i,1)=1$，$\sum_{i=1}^{3}C(i,2)=1$，$\sum_{i=1}^{3}C(i,3)=1$，$\sum_{i=1}^{3}C(i,4)=1$，$\sum_{i=1}^{3}C(i,5)=1$，$\sum_{i=1}^{3}C(i,6)=1$，$\sum_{i=1}^{3}C(i,7)=1$（每个点对应一辆消防车）

模型：
目标函数为 min C(i,k)*X(i,k)
决策变量为 X(i,k)

约束条件有

$\sum_{k=1}^{7}C(1,j)=3$，$\sum_{k=1}^{7}C(2,j)=2$，$\sum_{k=1}^{7}C(3,j)=2$（每个消防站的消防车数量）

$\sum_{i=1}^{3}C(i,1)=1$，$\sum_{i=1}^{3}C(i,2)=1$，$\sum_{i=1}^{3}C(i,3)=1$，$\sum_{i=1}^{3}C(i,4)=1$，$\sum_{i=1}^{3}C(i,5)=1$，$\sum_{i=1}^{3}C(i,6)=1$，$\sum_{i=1}^{3}C(i,7)=1$（每个点对应一辆消防车）

程序 1（lingo）：

```
Model:


sets:

supply/1..3/:b;

need/1..7/;

sn(supply,need):c,x;

endsets


data:

b=3,2,2;

c=36    24  49  21  81  72  45

   30    20  56  24  99  88  55

   36    24  63  27  90  80  50;

enddata


min=@sum(sn:c*x);

!对每个消防站车辆数目的限制;

@for(supply(i):@sum(need(j):x(i,j))=b(i));

!对每个需求点派一辆消防车;

@for(need(j):@sum(supply(i):x(i,j))=1);


@for(sn:@bin(x));

end
```

结果（lingo）：

LINGO Model - LINGO1

```
Model:

sets:
supply/1..3/:b;
need/1..7/;
sn(supply,need):c,x;
endsets

data:
b=3,2,2;
c=36  24   49   21   81   72   45
   30  20   56   24   99   88   55
   36  24   63   27   90   80   50;
enddata

min=@sum(sn:c*x);
!对每个消防站车辆数目的限制;
@for(supply(i):@sum(need(j):x(i,j))=b(i));
!对每个需求点派一辆消防车;
@for(need(j):@sum(supply(i):x(i,j))=1);

@for(sn:@bin(x));
end
```

```
Global optimal solution found.
Objective value:                              329.0000
Extended solver steps:                               0
Total solver iterations:                             0


                       Variable           Value        Reduced Cost
                          B( 1)        3.000000            0.000000
                          B( 2)        2.000000            0.000000
                          B( 3)        2.000000            0.000000
                       C( 1, 1)        36.00000            0.000000
                       C( 1, 2)        24.00000            0.000000
                       C( 1, 3)        49.00000            0.000000
                       C( 1, 4)        21.00000            0.000000
                       C( 1, 5)        81.00000            0.000000
                       C( 1, 6)        72.00000            0.000000
                       C( 1, 7)        45.00000            0.000000
                       C( 2, 1)        30.00000            0.000000
                       C( 2, 2)        20.00000            0.000000
                       C( 2, 3)        56.00000            0.000000
                       C( 2, 4)        24.00000            0.000000
                       C( 2, 5)        99.00000            0.000000
                       C( 2, 6)        88.00000            0.000000
                       C( 2, 7)        55.00000            0.000000
                       C( 3, 1)        36.00000            0.000000
                       C( 3, 2)        24.00000            0.000000
                       C( 3, 3)        63.00000            0.000000
                       C( 3, 4)        27.00000            0.000000
                       C( 3, 5)        90.00000            0.000000
                       C( 3, 6)        80.00000            0.000000
                       C( 3, 7)        50.00000            0.000000
```

X(1, 1)	0.000000	36.00000
X(1, 2)	0.000000	24.00000
X(1, 3)	1.000000	49.00000
X(1, 4)	0.000000	21.00000
X(1, 5)	1.000000	81.00000
X(1, 6)	1.000000	72.00000
X(1, 7)	0.000000	45.00000
X(2, 1)	1.000000	30.00000
X(2, 2)	1.000000	20.00000
X(2, 3)	0.000000	56.00000
X(2, 4)	0.000000	24.00000
X(2, 5)	0.000000	99.00000
X(2, 6)	0.000000	88.00000
X(2, 7)	0.000000	55.00000
X(3, 1)	0.000000	36.00000
X(3, 2)	0.000000	24.00000
X(3, 3)	0.000000	63.00000
X(3, 4)	1.000000	27.00000
X(3, 5)	0.000000	90.00000
X(3, 6)	0.000000	80.00000
X(3, 7)	1.000000	50.00000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	329.0000	-1.000000
2	0.000000	0.000000
3	0.000000	0.000000
4	0.000000	0.000000
5	0.000000	0.000000
6	0.000000	0.000000
7	0.000000	0.000000
8	0.000000	0.000000
9	0.000000	0.000000
10	0.000000	0.000000
11	0.000000	0.000000

X(1,3),X(1,5)，X(1,6)，X(2,1),X(2,2),X(3,4),X(3,7)为 1，其余为 0。最优值为 329.

消防站 1 派 1 辆到火警地点 2（对于火警地点 2 是第一辆到达的消防车），消防站 1 派两辆到火警地点 3（对于火警地点 3 分别是第一第二到达的消防车）;

消防站 2 派两辆到火警地点 1;

消防站 3 派一辆到火警地点 2（对于火警地点 2 是第二到达的消防车），消防站 3 派 1 辆到火警地点 3（对于火警地点 3 是第三到达的消防车）;

此时，最小损失 329。

程序 2（lindo）：

min 36x11+24x12+49x13+21x14+81x15+72x16+45x17+30x21+20x22+56x23+24x24+99x25+88x26+55x27+36x31+24x32+63x33+27x34+90x35+80x36+50x37

s.t.

x11+x12+x13+x14+x15+x16+x17=3

x21+x22+x23+x24+x25+x26+x27=2

x31+x32+x33+x34+x35+x36+x37=2

x11+x21+x31=1

x12+x22+x32=1

x13+x23+x33=1

x14+x24+x34=1

x15+x25+x35=1

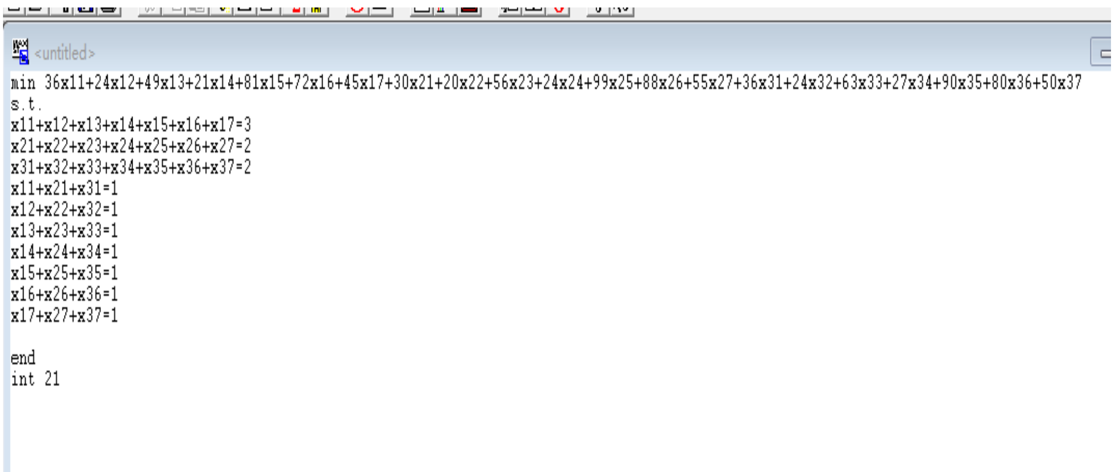
x16+x26+x36=1

x17+x27+x37=1

end

int 21

结果 2（lindo）：



```
min 36x11+24x12+49x13+21x14+81x15+72x16+45x17+30x21+20x22+56x23+24x24+99x25+88x26+55x27+36x31+24x32+63x33+27x34+90x35+80x36+50x37
s.t.
x11+x12+x13+x14+x15+x16+x17=3
x21+x22+x23+x24+x25+x26+x27=2
x31+x32+x33+x34+x35+x36+x37=2
x11+x21+x31=1
x12+x22+x32=1
x13+x23+x33=1
x14+x24+x34=1
x15+x25+x35=1
x16+x26+x36=1
x17+x27+x37=1

end
int 21
```

```
LP OPTIMUM FOUND AT STEP     11
OBJECTIVE VALUE =   329.000000


NEW INTEGER SOLUTION OF    329.000000     AT BRANCH      0 PIVOT      11
RE-INSTALLING BEST SOLUTION...

       OBJECTIVE FUNCTION VALUE

       1)      329.0000

 VARIABLE        VALUE          REDUCED COST
      X11         0.000000         36.000000
      X12         0.000000         24.000000
      X13         1.000000         49.000000
      X14         0.000000         21.000000
      X15         1.000000         81.000000
      X16         1.000000         72.000000
      X17         0.000000         45.000000
      X21         1.000000         30.000000
      X22         1.000000         20.000000
      X23         0.000000         56.000000
      X24         0.000000         24.000000
      X25         0.000000         99.000000
      X26         0.000000         88.000000
      X27         0.000000         55.000000
      X31         0.000000         36.000000
      X32         0.000000         24.000000
      X33         0.000000         63.000000
      X34         1.000000         27.000000
      X35         0.000000         90.000000
      X36         0.000000         80.000000
      X37         1.000000         50.000000


      ROW   SLACK OR SURPLUS     DUAL PRICES
       2)         0.000000          0.000000
       3)         0.000000          0.000000
       4)         0.000000          0.000000
       5)         0.000000          0.000000
       6)         0.000000          0.000000
       7)         0.000000          0.000000
       8)         0.000000          0.000000
       9)         0.000000          0.000000
      10)         0.000000          0.000000
      11)         0.000000          0.000000

NO. ITERATIONS=      11
BRANCHES=    0 DETERM.=  1.000E    0
```

x13,x15,x16,x21,x22,x34,x37 的值为 1，其余为 0。最优值为 329.

消防站 1 派 1 辆到火警地点 2（对于火警地点 2 是第一辆到达的消防车），消防站 1 派两辆到火警地点 3（对于火警地点 3 分别是第一第二到达的消防车）;

消防站 2 派两辆到火警地点 1;

消防站 3 派一辆到火警地点 2（对于火警地点 2 是第二到达的消防车），消防站 3 派 1 辆到火警地点 3（对于火警地点 3 是第三到达的消防车）;

此时，最小损失 329。