

Índice

1. Distorsión total armónica	2
1.1. Medición	2
1.2. Conclusiones	3
2. Señal cuadrada y triangular	4
3. Modulación AM	8
4. Modulación FM	13
5. Espectro de radiofrecuencias en Argentina	15
6. Tren de Deltas y $\text{sinc}(x)$	16

1. Distorsión total armónica

La distorsión total armónica de una señal (THD, por sus siglas en inglés) se define como la relación entre la suma de las potencias de los armónicos y la potencia de la fundamental de dicha señal.

$$THD\% = \frac{P_2 + P_3 + \dots + P_n}{P_1} \cdot 100\% \quad (1)$$

Donde P_i es la potencia del armónico i -ésimo. Con $1 \leq i \leq n$.

1.1. Medición

A partir de un generador Agilent 33220A con salida en 50Ω y utilizando una señal de $700kHz$ y $220mV_{PP}$ se midió la distorsión armónica utilizando un osciloscopio y un analizador de espectro. Las mediciones se exhiben en el cuadro 1 y corresponden a las indicaciones del analizador.

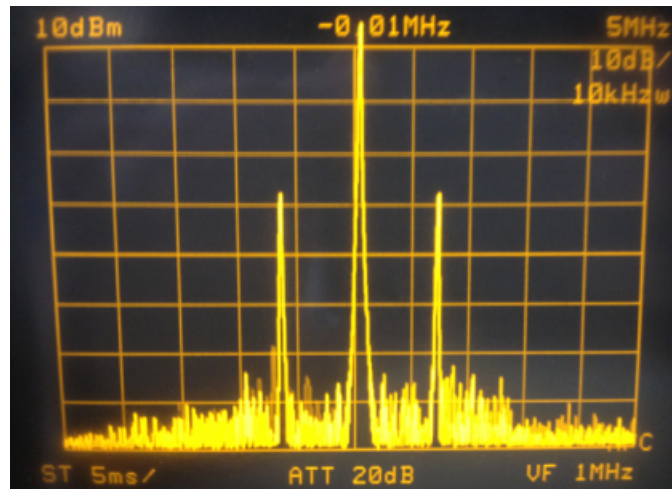


Figura 1: Medición de distorsión armónica para generador Agilent 33220A.

Frecuencia [MHz]	Potencia Medida [dBm]
0,680	-8,40
1,380	-34,4
2,084	-51,0
2,750	-70,0

Cuadro 1: Medición de distorsión armónica para generador Agilent 33220A.

Entonces, de acuerdo a las mediciones anteriores, la distorsión total armónica resulta de:

$$THD\% = 0,2563\% \quad (2)$$

Según el fabricante[1], la distorsión armónica a $700kHz$ con una señal menor a $1V_{PP}$ debe ser menor a $-50dBc$ (decibels relative to the carrier, es decir, decibels relativos a la fundamental). Se observa que para los valores medidos y expuestos en el cuadro 1, la suma de las potencias de los armónicos es de $-155,40dBm$ contra los $-8,40dBm$ de la fundamental. Por lo tanto la especificación del fabricante es correcta.

Por otro lado, a partir de un generador Agilent 33120A con salida 50Ω y utilizando una señal de $700kHz$ y $220mV_{PP}$ se midió la distorsión armónica utilizando un osciloscopio y un analizador de espectro. Las mediciones se exhiben en el cuadro 2 y corresponden a las indicaciones del analizador.

<i>Frecuencia [MHz]</i>	<i>Potencia Medida [dBm]</i>
0,694	-8,60
1,392	-34,2
2,092	-50,6
2,787	-70,0

Cuadro 2: Medición de distorsión armónica para generador Agilent 33120A.

Entonces, de acuerdo a las mediciones anteriores, la distorsión total armónica resulta de:

$$THD \% = 0,2818 \% \quad (3)$$

Según el fabricante[1], la distorsión armónica a $700kHz$ con una señal menor a $1V_{PP}$ debe ser menor a $-45dBc$ (decibels relative to the carrier, es decir, decibels relativos a la fundamental). Se observa que para los valores medidos y expuestos en el cuadro 1, la suma de las potencias de los armónicos es de $-154,80dBm$ contra los $-8,460dBm$ de la fundamental. Por lo tanto la especificación del fabricante es correcta.

Para determinar el error introducido en el THD, debido a la cantidad finita de armónicos medidos se utiliza alguna función que contenga por debajo a los puntos medidos y que además sea convergente. Para luego calculando el área desde el último armónico medido hasta el infinito, se consideran todos los armónicos existentes y se tiene en cuenta el máximo margen de error.

$$error_{THD} = \int_{f_L}^{\infty} F(f) \cdot df$$

Donde la f_L es la frecuencia del último armónico distinguible, y $F(f)$ una función convergente que contiene a los puntos medidos.

Utilizando como función $F(f) = \frac{10^4}{f^2}$, la cual contiene por debajo a los puntos de medición de mas alta frecuencia, se obtuvo un error de $0,36\%$.

1.2. Conclusiones

Es interesante notar que a pesar que los generadores en las condiciones utilizadas deberían emitir una señal pura (sin contenido armónico). Esto no sucede y existen armónicos superpuestos que no es posible de observarlos en el dominio del tiempo y por eso se recurre al dominio de la frecuencia. Los generadores de funciones utilizados presentan distorsiones armónicas dentro de sus especificaciones y no se detectan diferencias importantes entre un instrumento y otro para las mediciones de potencia, sin embargo si se nota que la medición de frecuencia en el analizador de espectro tiene errores de hasta el 2% respecto a la frecuencia indicada por los generadores y el osciloscopio. Por último se destaca que los armónicos medidos en ambos casos tienen sus frecuencias en múltiplos de $700kHz$, es decir $1,4MHz$, $2,1MHz$ y $2,8MHz$, que corresponden a los 3 primeros armónicos.

2. Señal cuadrada y triangular

En este caso se observarán distintos tipos de señales, una cuadrada y una triangular, medidas con el osciloscopio y el analizador de espectros a fin de observar como se corresponden cada una de la señales variantes en el tiempo con su espectro en frecuencia.

A partir de la teoría de series de Fourier[3] se puede demostrar que una señal cuadrada $x(t)$ de amplitud A , duty cycle D y frecuencia $f = \frac{1}{T}$ puede expresarse como una suma infinita de señales sinusoidales según la expresión 4.

$$x(t) = A.(2.D - 1) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2.A}{\pi.n} . \sin(2.\pi.n.D) . \cos\left(\frac{2.\pi.n}{T}.t\right) + \frac{2.A}{\pi.n} . (1 - \cos(2.\pi.n.D)) . \sin\left(\frac{2.\pi.n}{T}.t\right) \quad (4)$$

En forma análoga, el desarrollo en serie de Fourier para una señal triangular con simetría del 50 %, una amplitud A y frecuencia $f = \frac{1}{T}$ queda determinada como se muestra en la ecuación 5.

$$x(t) = \frac{A.8}{\pi^2} . \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2.n-1)^2} . \cos\left(\frac{2.\pi.(2.n-1)}{T}.t\right) \quad (5)$$

De las ecuaciones se pueden destacar las frecuencias armónicas y sus correspondientes coeficientes.

	Armónicos	Coeficientes		
		a_0	a_n	b_n
Cuadrada	$\frac{n}{T}$	$A.(2.D - 1)$	$\frac{2.A}{\pi.n} . \sin(2.\pi.n.D)$	$\frac{2.A}{\pi.n} . (1 - \cos(2.\pi.n.D))$
Triangular	$\frac{(2.n-1)}{T}$	0	$\frac{A.8}{\pi^2} . \frac{1}{(2.n-1)^2}$	0

Cuadro 3: Armónicos y coeficientes de las series de Fourier.

Donde la fundamental se encuentra para $n=1$.

Estos desarrollos en series de Fourier son de utilidad para comprender como la señal se encuentra compuesta por suma de señales sinusoidales puras con distintas frecuencias y amplitudes. En consecuencia, son de utilidad para conocer su espectro en frecuencia.

En el caso de desear calcular el DC (Duty Cycle) en función del espectro, se puede realizar de dos formas. La primera es una estimación a partir de los armónicos que se anulan, donde para un DC del 50 % los armónicos pares serán los anulados, mientras que para un DC del 33 % o del 66 % los armónicos que sean múltiplos de 3 serán los que no aparecen o se ven mas atenuados. La otra forma de determinar el DC, con mayor exactitud, es calculando el nivel de señal, a partir de la medición que se tiene para un determinado armónico, e igualándolo al coeficiente correspondiente de la serie de Fourier que depende del DC, para luego despejando obtener su valor.

A continuación se muestran las mediciones de una señal cuadrada con un DC del 50 %.

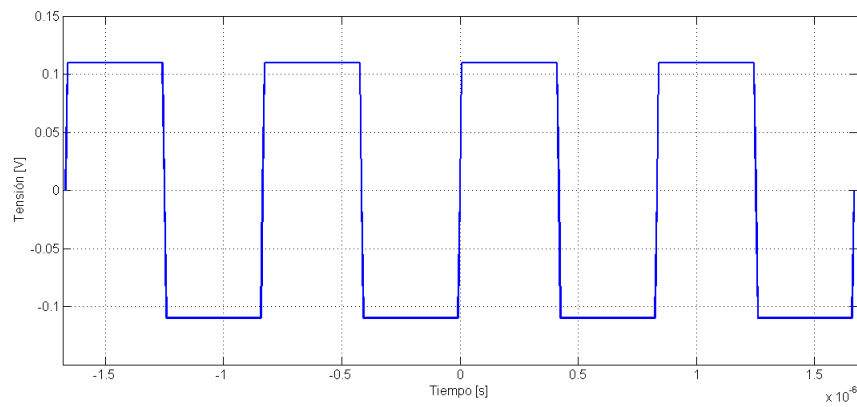


Figura 2: Señal cuadrada con DC del 50 % de 1,2MHz.

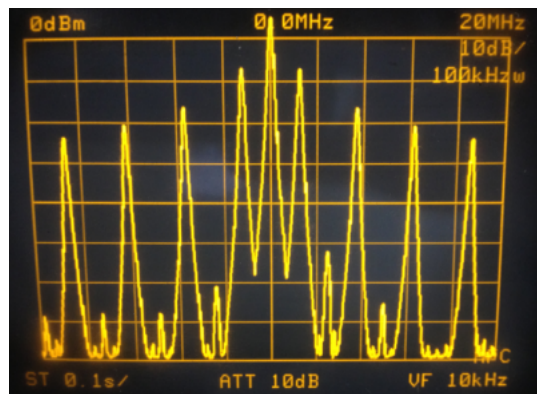


Figura 3: Espectro de las señal cuadrada con DC del 50 % en el analizador de espectros

Es posible observar como los armónicos pares se ven anulados debido a que se trata de una señal con DC del 50 %.

<i>Frecuencia [MHz]</i>	<i>Potencia Medida [dBm]</i>
1,2	-6,8
2,4	-54
3,6	-16
4,8	-53,4
6	-20,6
7,2	-62,6
8,4	-24
9,6	-72,6
10,8	-26,4
12	-78
13,2	-28,4

Cuadro 4: Potencia de los picos en el espectro, de la señal cuadrada de 1,2MHz y DC 50 %

A continuación se muestran las mediciones de una señal cuadrada con un DC del 50 %.

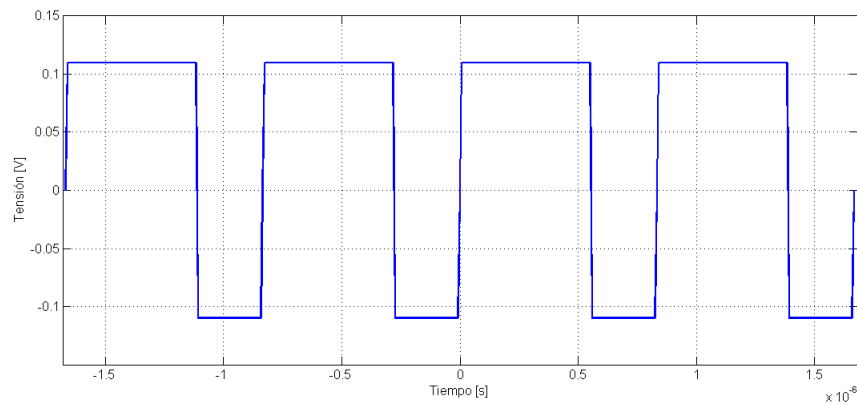


Figura 4: Señal cuadrada con DC del 66.6 % de 1,2MHz.

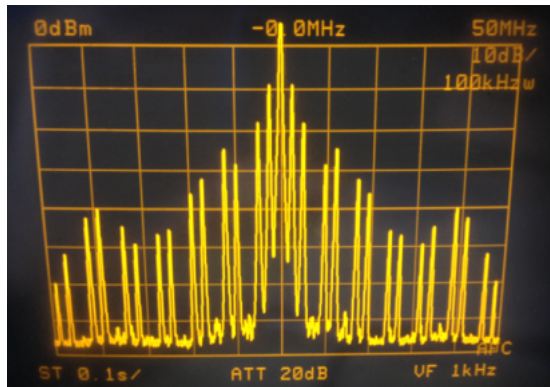


Figura 5: Espectro de las señal cuadrada con DC del 66,6 % en el analizador de espectros

En este caso se logra observar que los armónicos que son múltiplos de tres se ven anulados debido a que se trata de una señal con DC del 66,6 %.

<i>Frecuencia [MHz]</i>	<i>Potencia Medida [dBm]</i>
1,2	-8,2
2,4	-14,2
3,6	-53,6
4,8	-19,6
6	-22,2
7,2	-60
8,4	-25
9,6	-26,2
10,8	-62,4
12	-28,2
13,2	-29,6

Cuadro 5: Potencia de los picos en el espectro, de la señal cuadrada de 1,2MHz y DC 66,6 %

A continuación se muestran las mediciones de una señal triangular simétrica.

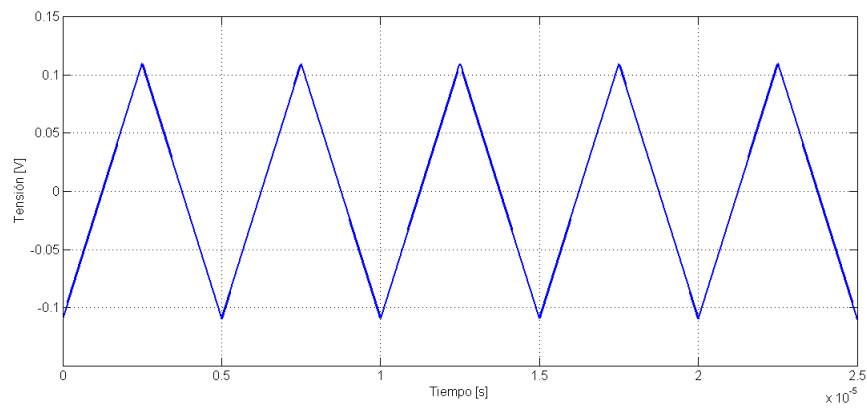


Figura 6: Señal triangular simétrica de 200kHz.

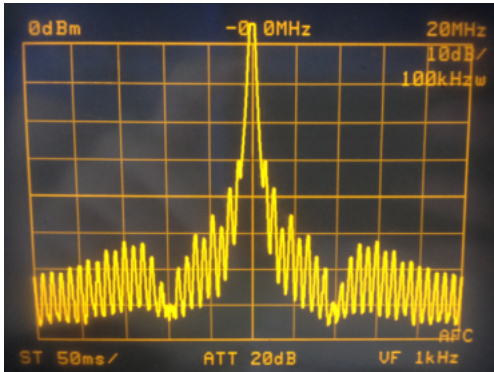


Figura 7: Espectro de las señal triangular simétrica en el analizador de espectros

<i>Frecuencia [kHz]</i>	<i>Potencia Medida [dBm]</i>
192	-10
393	-45,6
586	-29,8
790	-58,4
986	-38,8
1189	-65
1384	-44,4

Cuadro 6: Potencia de los picos en el espectro, de la señal triangular simétrica de 200kHz

3. Modulación AM

La modulación AM (Amplitud Modulada) consiste en variar la amplitud de una señal de alta frecuencia (la portadora), en función de una señal modulante.

Esto se suele realizar con el fin de transmitir información, donde la señal modulante es la información, y la portadora una señal de alta frecuencia con mayor facilidad de propagación.

Para definir este tipo de modulación existe un índice, dado por la siguiente ecuación:

$$m = \frac{V_{max} - V_{min}}{V_{max} + V_{min}}$$

En la siguiente imagen se puede observar como afectan los distintos índices a la modulación.

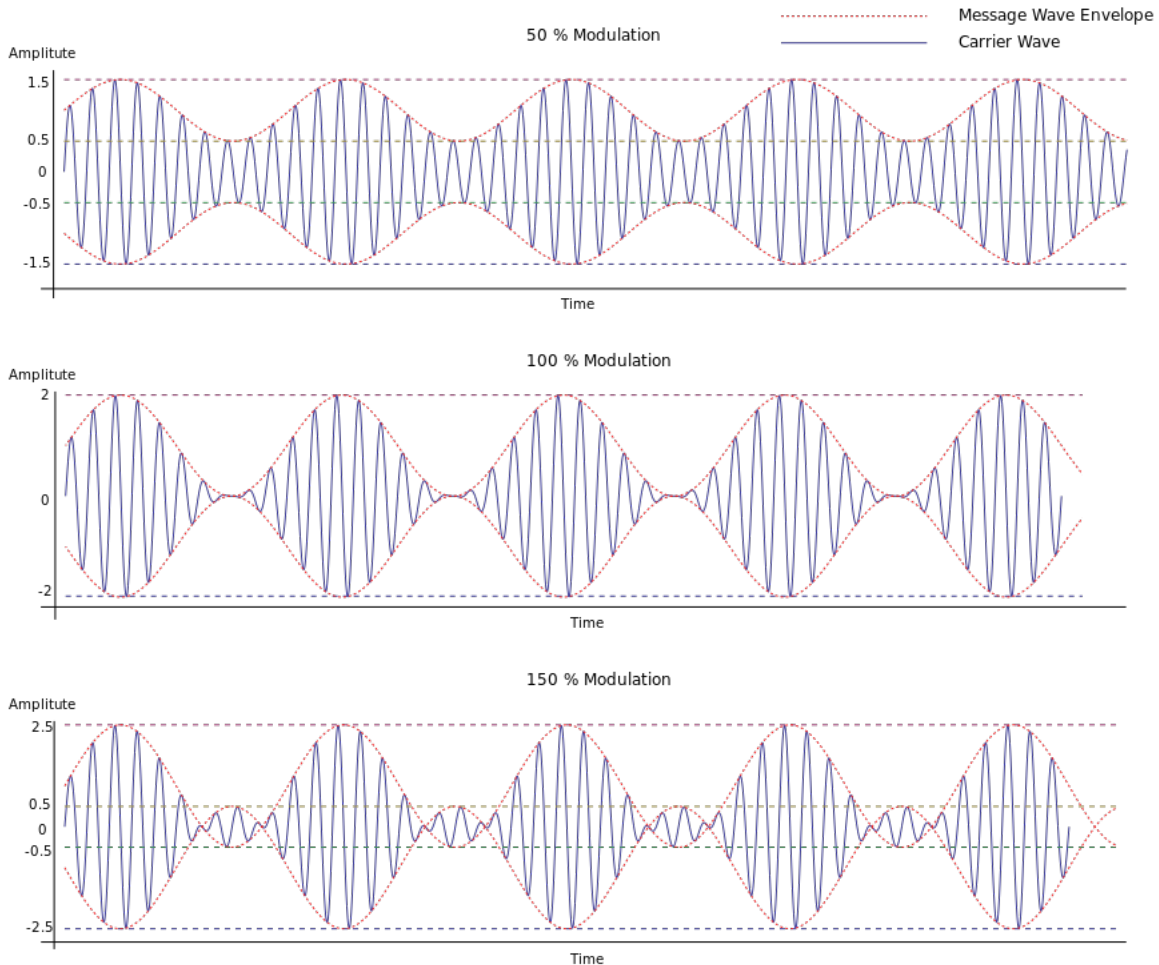


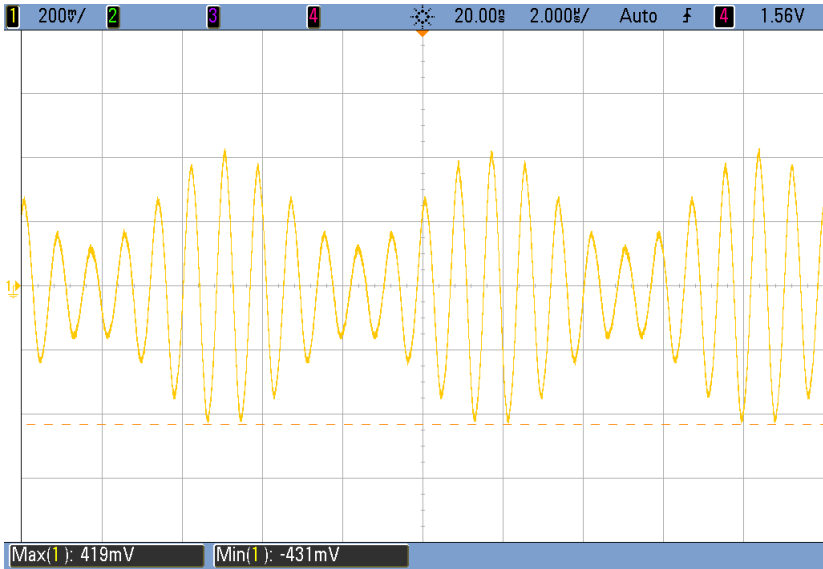
Figura 8: Índices de modulación

Generalmente se trabaja con $0 < m \leq 1$.

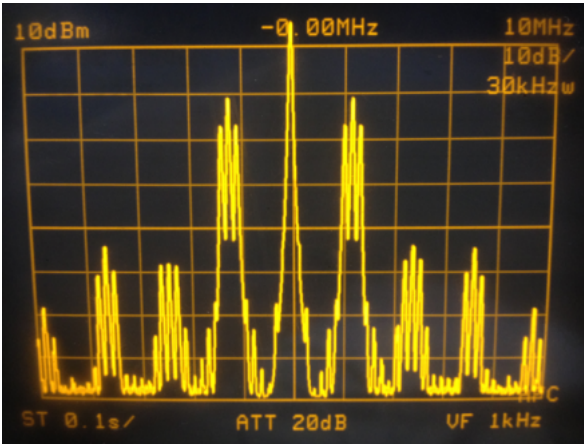
Entre los 535 a 1705 kHz se encuentran las frecuencias asignadas a las radios comerciales de amplitud modulada, separadas en 107 canales. El ancho de banda entre canales es de 10 kHz, y las frecuencias de las portadoras deben ser múltiplos enteros de 10 kHz.

A continuación se muestra la medición de distintas señales moduladas en AM.

Modulante	Senoidal - 150kHz
Portadora	1,2MHz
m	0,5



(a) Medición con osciloscopio.



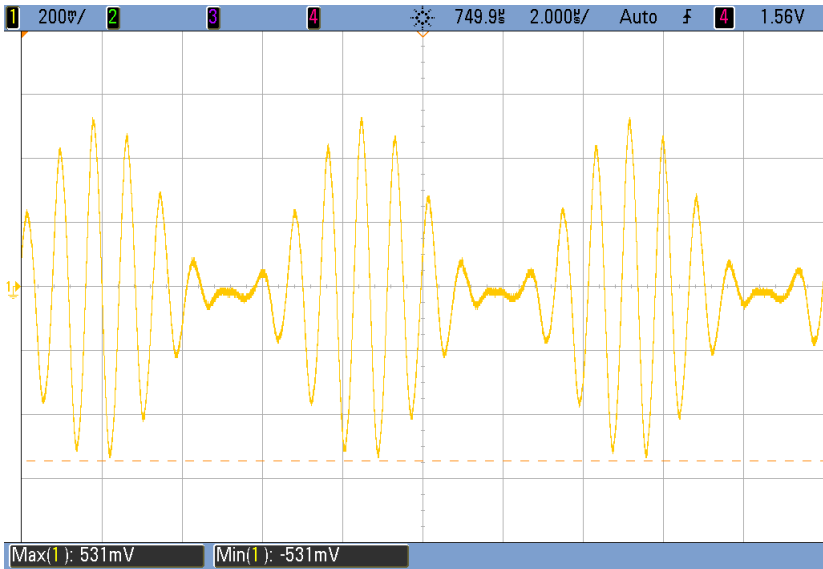
(b) Medición con el analizador de espectro.

Figura 9: Moduladora senoidal, m = 0.5

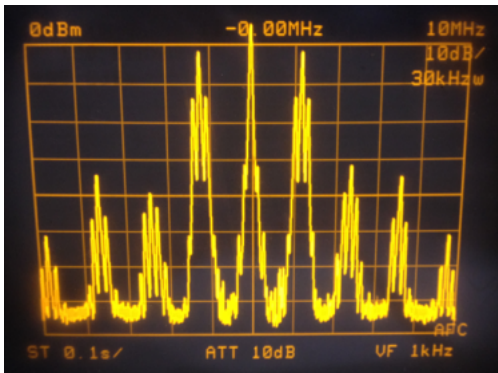
Frecuencia [MHz]	Potencia Medida [dBm]
0,844	-60,6
1,043	-24,2
1,192	-16,8
1,342	-25
1,493	-58

Cuadro 7: Potencia de los picos en el espectro, donde la frecuencia de la portadora es 1,192MHz

Modulante	Senoidal - 150kHz
Portadora	1,2MHz
m	1



(a) Medición con osciloscopio.



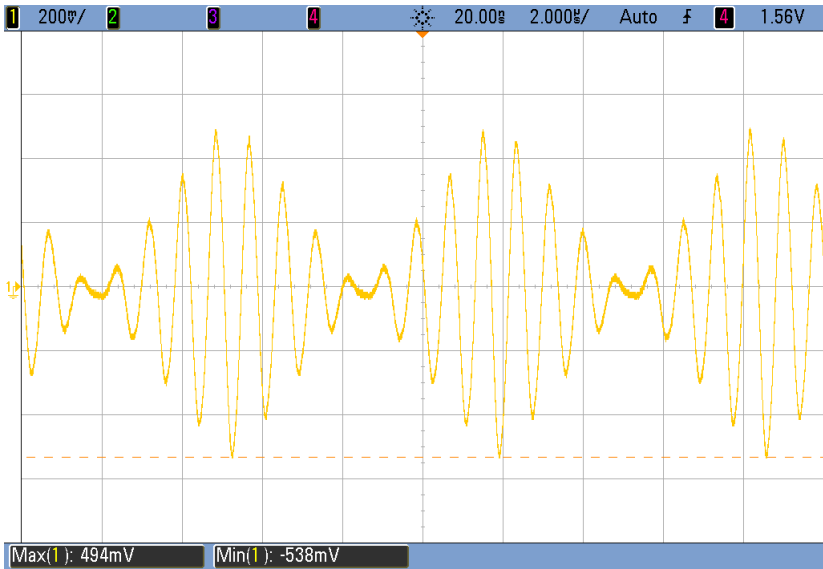
(b) Medición con el analizador de espectro.

Figura 10: Moduladora senoidal, m = 1

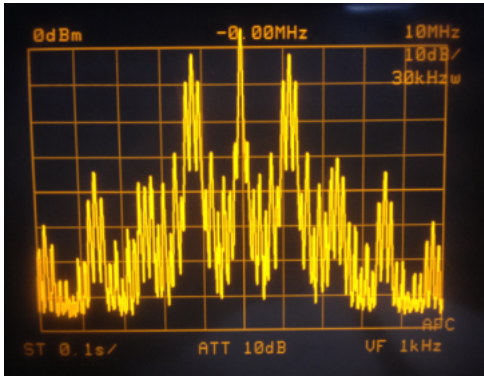
Frecuencia [MHz]	Potencia Medida [dBm]
0,844	-57,2
1,043	-23,2
1,194	-17,4
1,344	-23,8
1,494	-56

Cuadro 8: Potencia de los picos en el espectro, donde la frecuencia de la portadora es 1,194MHz

Modulante	Triangular - 150kHz
Portadora	1,2MHz
m	1



(a) Medición con osciloscopio.



(b) Medición con el analizador de espectro.

Figura 11: Moduladora triangular, $m = 1$

Frecuencia [MHz]	Potencia Medida [dBm]
0,894	-61,2
1,044	-24,4
1,193	-19
1,343	-24,8
1,493	-62

Cuadro 9: Potencia de los picos en el espectro, donde la frecuencia de la portadora es 1,193MHz

Modulante	1,2MHz - Igual a la portadora
Portadora	1,2MHz
m	1

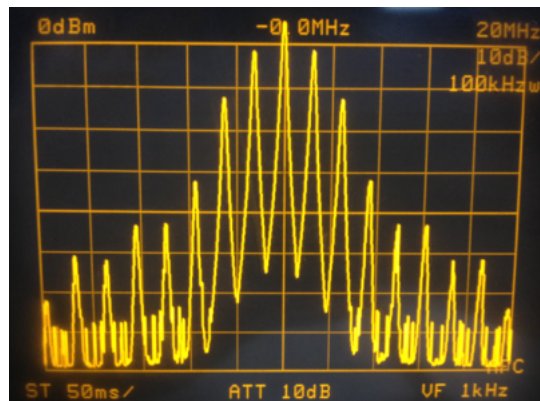


Figura 12: Moduladora senoidal, $m = 1$, de frecuencia igual a la portadora. Medición con el analizador de espectro.

<i>Frecuencia [MHz]</i>	<i>Potencia Medida [dBm]</i>
1,19	-16,6
2,39	-25
3,59	-45
4,79	-51
5,98	-57

Cuadro 10: Potencia de los picos en el espectro, donde la frecuencia de la portadora es 1,19MHz

En este ultimo caso, únicamente se midió con el analizador de espectros debido a que la señal presenta variaciones en el tiempo las cuales no son posibles de percibir en una única imagen.

Además en la imagen se ve una única fundamental con sus armónicos, y no bandas laterales, debido a la coincidencia entre la frecuencia de la portadora y la modulante.

4. Modulación FM

La modulación FM (Frecuencia Modulada) consiste en variar la frecuencia de una portadora dentro de un ancho de banda, en función de una modulante.

Si la modulación es de banda angosta el espectro de la señal transmitida sera similar al de una modulación AM. Debido a que nuestro espectro era similar al de AM no se tomaron nuevas imágenes.

A continuación se observan los valores medidos para distintas señales moduladas en FM.

Modulante	Senoidal - $150kHz$
Portadora	$1,2MHz$

<i>Frecuencia [MHz]</i>	<i>Potencia Medida [dBm]</i>
0,893	-63,8
1,043	-34,8
1,192	-11,4
1,343	-34,6
1,493	-63

Cuadro 11: Potencia de los picos en el espectro

Modulante	Triangular - $150kHz$
Portadora	$1,2MHz$

<i>Frecuencia [MHz]</i>	<i>Potencia Medida [dBm]</i>
0,895	-66,2
1,044	-36,4
1,194	-11,4
1,344	-36,2
1,494	-65,6

Cuadro 12: Potencia de los picos en el espectro

Modulante	$1,2MHz$ - Igual a la portadora
Portadora	$1,2MHz$

<i>Frecuencia [MHz]</i>	<i>Potencia Medida [dBm]</i>
1,18	-11,44
2,38	-53
3,58	-42,2
4,79	-62
5,98	-50

Cuadro 13: Potencia de los picos en el espectro

Entre los 88 y los 108 MHz encontramos frecuencias asignadas a las radios comerciales en Frecuencia Modulada o FM, separadas en 100 canales, siendo la frecuencia central para el primer canal la de 88,1 MHz., y la del último 107,9 MHz.. Se la llama "FM de banda ancha" porque para que el sonido tenga buena calidad, es preciso aumentar el ancho de banda. Para ello, la separación entre dos canales adyacentes es de 200kHz y la desviación de frecuencia, o ancho de banda, de $\Delta f = 75\text{kHz}$. La frecuencia central del canal asignado a una estación es aquella que coincide con la frecuencia de portadora emitida en ausencia de señal modulante.

En cuanto a la potencia de la señal transmitida y la ganancia de la antena requerida, se toma como antena de referencia un dipolo de media onda que, en condiciones de espacio libre, produce un campo eléctrico de $221,4\text{ mV/m}$ en el plano horizontal a 1 km., cuando la potencia suministrada es de 1 kW.

La categoría de una estación queda determinada por el área de servicio estimada. Se considera como límite de la misma, el contorno de $48\text{dB}\mu\text{V/m}$ ($250\mu\text{V/m}$).

Categoría	Radio de área estimada ($48\text{dB}\mu\text{V/m} - 250\mu\text{V/m}$)
	Km.
A	90
B	80
C	70
D	45
E	28
F	22
G	9,5

Cuadro 14: Categoría de las estaciones.

En el laboratorio, conectando una antena en la entrada del analizador de espectros y un parlante al mismo para escuchar la señal demodulada, se registraron las siguientes mediciones para las portadoras indicadas.

Portadora [MHz]	Potencia recibida [dBm]
98,3	-37,8
99,88	-59,4
105,5	-37

Cuadro 15: Potencias recibidas en la banda de FM.

Se observó que a pesar de que la señal recibida fuera débil la recepción auditiva era satisfactoria.

5. Espectro de radiofrecuencias en Argentina

El Espectro Radioeléctrico es el conjunto de frecuencias que, conforme a la tecnología disponible, pueden ser empleadas para emitir ondas que permitan transportar información. La manera en cómo está atribuido el Espectro Radioeléctrico en nuestro país se puede consultar en el "Cuadro de Atribución de Bandas de Frecuencias de la República Argentina", al que abreviadamente se lo conoce como CABFRA[6].

Servicio	Frecuencias de operación	Potencia Irradiada
Radiodifusión de AM	535 - 1705 kHz	Mín 100 W Máx 100 kW
Radiodifusión de FM	88 - 108 MHz	Mín 30 W Max 100 kW
Radiodifusión de TV	VHF bajo: 54 - 72 MHz (c. 2-4) 76 - 88 MHz (c. 5-6) VHF alto: 174 - 216 MHz (c. 7-13) UHF 512 - 806 MHz (21-69)	Mín 5 kw en estación autónoma, 50 W en repetidora. Máx 30 kW en transmisor irradiado hasta 150 kW UHF aprox. 25 W
Telefonía celular	SRMC/STM: 869 - 894 MHz (base) 824 - 849 MHz (móvil) PCS: 1850 - 1910 MHz (móvil) 1930 - 1990 MHz (base)	Celdas en zona muy urbanizada: Aprox. 20 W Zona rural: máx. 100 W
HF (Radioaficionados)	Servicio fijo y móvil (en gral uso comercial): 2 - 30 MHz 1,8 - 3,6 - 3,8 - 7 - 10 - 14 - 18 - 21 - 25 y 29 MHz	Uso comercial: máx 160 W Radioafición: máximo 1,5 kW
VHF y UHF	30 - 50 138 - 174 242 - 280 340 - - 399 421 - 426 443 - 490 MHz	Handies 6 W Móvil 40 W Base 60 W Estos son valores típicos
Móvil marítimo	Rangos HF: 4, 6, 8, 12, 16, 18, 22, 25 MHz Rangos VHF: 156, 0 - 157,5 / 160,5 - 162 MHz	HF: aprox. 150 W pico de envolvente VHF: 25 W
Móvil Aeronáutico	HF (AM): entre 2 y 30 MHz VHF: 108 - 118 MHz 118 - 136 MHz móvil - tierra	HF: hasta 400 W PEP (media 100 W) VHF: 20 W

Cuadro 16: Espectro de radiofrecuencias de Argentina.

A continuación se indica el valor de una medición en el rango de telefonía celular, medidos con una antena conectada al analizador de espectros.

<i>Frecuencia [MHz]</i>	<i>Potencia Medida [dBm]</i>
1985	-66

Cuadro 17: Medición de la potencia recibida en el rango de la telefonía celular.

Por otro lado se midió la potencia recibida de la portadora de una señal de audio correspondiente a un canal de televisión.

<i>Frecuencia [MHz]</i>	<i>Potencia Medida [dBm]</i>
203	-42
216	-53

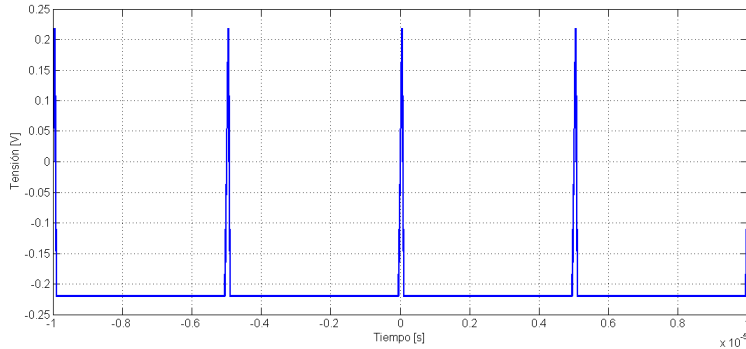
Cuadro 18: Medición de la potencia recibida en el rango de las señales de audio para la televisión.

Se identificaron a dichas frecuencias como TELEFE para la portadora de 203MHz y canal 13 para la de 216MHz.

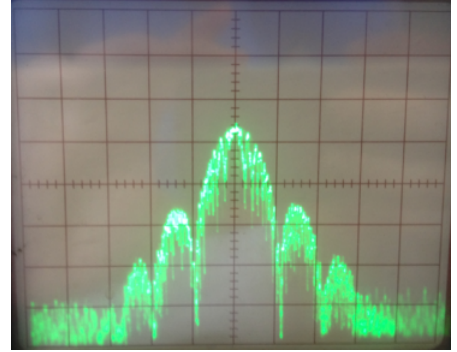
En Argentina las señales de televisión se encuentran en el orden de VHF y UHF (como se indico previamente en el cuadro 16), donde la señal de video modulada en AM se encuentra separada de la de audio, modulada en FM, en unos 4,5MHz. Debido a que se utilizan filtros en el transmisor, con el fin de trabajar únicamente con la banda lateral superior, la separación entre canales puede ser menor, siendo esta de 6MHz.

6. Tren de Deltas y sinc(x)

Se conecta al analizador de espectro un tren de Deltas con $DC = 1\%$, $220mV_{PP}$ y $200kHz$. En las siguientes imágenes se ilustra el tren de deltas en el dominio del tiempo (figura 13a) y en el dominio de la frecuencia (figura 13b).



(a) Osciloscopio.



(b) Analizador de espectro.

Figura 13: Medición del tren de Deltas.

Se observa que la transformada del tren de deltas es otro tren de deltas, lo cual resulta consistente.

Alcanzando la máxima frecuencia provista por el generador de señales utilizado se obtiene como resultado lo ilustrado en la siguiente imagen.

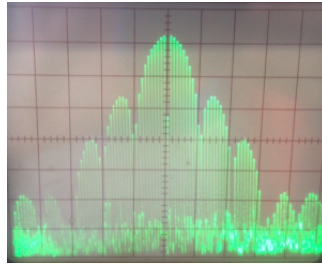
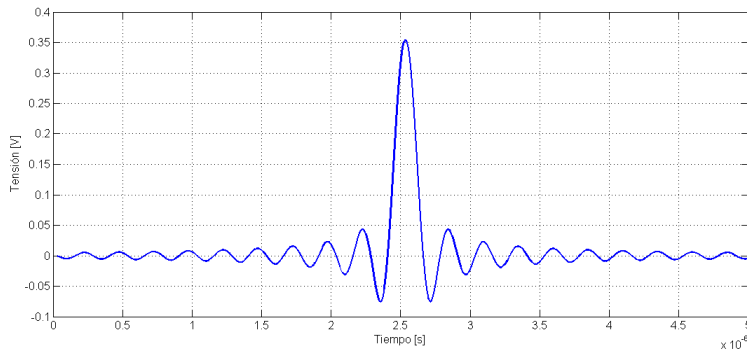
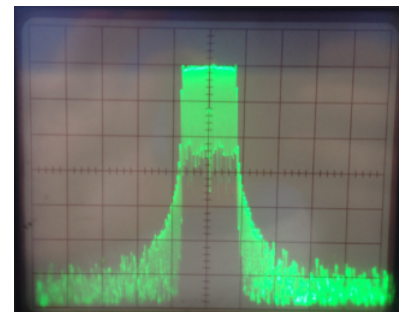


Figura 14: Medición del tren de Deltas a alta frecuencia, mediante el analizador de espectro.

Utilizando la señal periódica de Sinc provista por el generador de señales, en las siguientes imágenes se ilustra la misma en el dominio del tiempo (figura 15a) y en el dominio de la frecuencia (figura 15b).



(a) Osciloscopio.



(b) Analizador de espectro.

Figura 15: Medición del Sinc.

Mediante esta medición, se logra comprobar que la transformada de la función sinc en el dominio del tiempo al

dominio de la frecuencia en un pulso.

Alcanzando la máxima frecuencia para el caso de la función Sinc se obtiene como resultado lo ilustrado en la siguiente imagen.

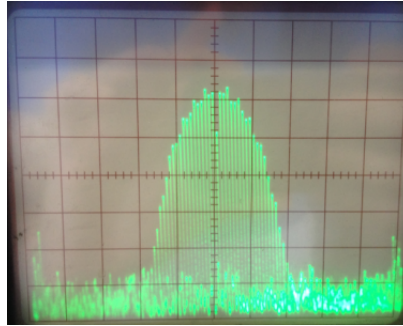


Figura 16: Medición del Sinc a alta frecuencia, mediante el analizador de espectro.

Esta respuesta se debe a que los armónicos provistos por el generador de señales a estas frecuencias no son los suficientes para reconocer mediante el espectro a la función de entrada como una sinc.

Referencias

- [1] <http://cp.literature.agilent.com/litweb/pdf/5988-8544EN.pdf>
- [2] <http://cp.literature.agilent.com/litweb/pdf/5968-0125EN.pdf>
- [3] http://en.wikipedia.org/wiki/Fourier_series
- [4] [http://en.wikipedia.org/wiki/Harmonic_series_\(mathematics\)](http://en.wikipedia.org/wiki/Harmonic_series_(mathematics))
- [5] <http://www.cnc.gov.ar/infotecnica/radiodifusion/fm.asp>
- [6] <http://www.cnc.gov.ar/ciudadanos/espectro/atribucion.asp>