

# INSTITUTO TECNOLÓGICO DE BUENOS AIRES

## 22.42 LABORATORIO DE ELECTRÓNICA

### TRABAJO PRÁCTICO N° 4

---

# Puentes

---

*Grupo 5:*

Nicolás DE LEÓN  
Leg. 57232

Tomás VIGÓN  
Leg. 57327

Benjamín LIN  
Leg. 57242

Lucero Guadalupe FERNANDEZ  
Leg. 57485

*Profesor:*

Pablo COSSUTTA  
Alejandra WEILL  
Matías SALVATI

Entregado: 1 de Noviembre de 2018

# 1 Introducción

## 2 Métodos de medición

### 2.1 Osciloscopio

Si se utiliza un osciloscopio para medir el equilibrio de un puente, se lo está midiendo de manera visual, ya que se equilibra basándose en que la salida tenga la menor amplitud posible. Esto tiene problemas ya que el ruido involucrado es considerable a bajas amplitudes, lo que entorpece la medición y el equilibrio. Una ventaja de este método es que también puede medirse el cambio de fase al equilibrar el puente, y valiéndose de ambas mediciones el resultado puede ser más preciso.

### 2.2 Multímetro de precisión

En este caso, el utilizar un multímetro de banco para equilibrar un puente puede resultar en mejores mediciones ya que no se basa en un método visual, sino que se busca que la salida sea nula numéricamente. La representación numérica no presenta ambigüedades frente al osciloscopio respecto al mínimo que se busca. La desventaja, sin embargo, es que no se puede apreciar el cambio de fase que resulta del equilibrio, por lo que no se cuenta con este recurso.

### 2.3 Amplificador de Instrumentación

Por último, al valerse de un amplificador de instrumentación, que amplifica en gran manera al mismo tiempo que elimina el ruido (modo común), se consigue mucha más amplitud en el mínimo del puente. Es decir, la salida del puente se amplifica y se hace menos comparable con el ruido, por ende, se consigue mucha más precisión al equilibrarlo.

Por esto se utilizó un amplificador de instrumentación, para trivializar el ruido, junto a un osciloscopio para observar el cambio de fase y por ser un método más intuitivo para observar el mínimo de la tensión de salida.

### 2.4 Puente de Wien

#### 2.4.1 Diseño y elección de componentes

Se realizó un puente de Wien. El mismo permite medir frecuencias de entre 2kHz a 20kHz, y se diseñó como se muestra a continuación, siendo las resistencias  $R_3$  y  $R_1$  las variables de ajuste:

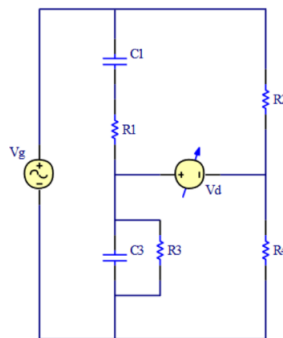


Figura 1: Puente de Wien.

Para un puente genérico, la tensión  $V_d$  está dada por la siguiente expresión, tomando impedancias genéricas:

$$Vd = \frac{Z_1 Z_4 - Z_3 Z_2}{(Z_1 + Z_3)(Z_4 + Z_2)}$$

Para el caso del puente de Wien, tomamos las siguientes equivalencias:

$$\left\{ \begin{array}{l} Z_1 = \frac{sC_1 R_1 + 1}{sC_1} \\ Z_2 = R_2 \\ Z_3 = \frac{R_1}{sC_1 R_1 + 1} \\ Z_4 = R_4 \end{array} \right.$$

El equilibrio se consigue para  $Vd=0$ , de donde resultan dos condiciones para el equilibrio del puente, que son:

$$\left\{ \begin{array}{l} f = \frac{1}{2\pi\sqrt{C_1 C_3 R_1 R_3}} \\ \frac{R_2}{R_4} = \frac{R_1}{R_3} + \frac{C_3}{C_1} \end{array} \right.$$

Si tomamos  $R_1 = R_3 = R$  y  $C_1 = C_3 = C$  las expresiones anteriores se simplifican y resultan:

$$\left\{ \begin{array}{l} f = \frac{1}{2\pi C R} \\ R_2 = 2R_4 \end{array} \right. \quad (1)$$

Tomando en cuenta que  $R_1$  y  $R_3$  son las variables de ajuste y la condición de equivalencia entre ellas tomada anteriormente se halló el intervalo de resistencias  $R$  para medir el rango de frecuencias deseado del puente. El rango obtenido para los valores de  $R$  fueron  $R = [\frac{1}{2\pi C, 20kHz}, \frac{1}{2\pi C, 2kHz}]$  que, fijando  $C = 15nF$  resultan en:

$$R = [530,5\Omega, 5305\Omega] \quad (2)$$

Además se tomó  $R_4 = 10k\Omega$  dando  $R_2 = 20k\Omega$ , por la relación encontrada en 1.

#### 2.4.2 Análisis de Sensibilidades

Para el análisis de sensibilidades se planteó variar las resistencias un  $\Delta R$ , pues al ser presets, no tienen tolerancias y la sensibilidad se basa en cuán bien se puede llegar, girando el mismo, al valor deseado. Como el rango estaba dado por 2, se eligieron presets de  $10k\Omega$ , de 25 vueltas cada uno para  $R_1$  y  $R_3$ . Éste  $\Delta R$  se eligió como media vuelta del preset, es decir media vuelta equivale a  $200\Omega$ .

Con ésto en mente se halló la sensibilidad del puente frente a  $R_3$  y  $R_1$  graficando la tensión de equilibrio en función tanto de  $R_1$  como de  $R_3$ , así como también en función de la frecuencia a medir, valiéndose de  $f = \frac{1}{2\pi RC}$ .

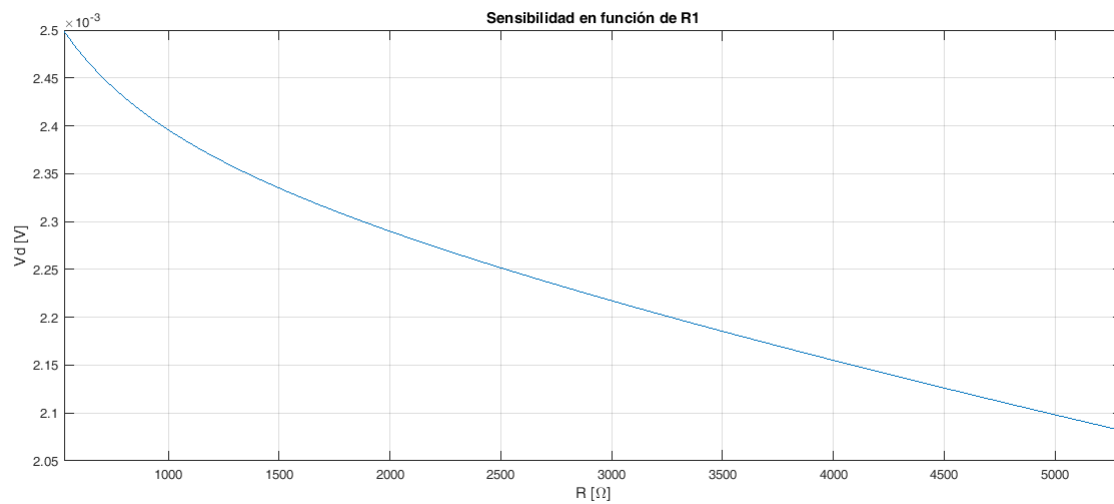


Figura 2: Sensibilidad respecto a  $R_1$  en función de  $R$ .

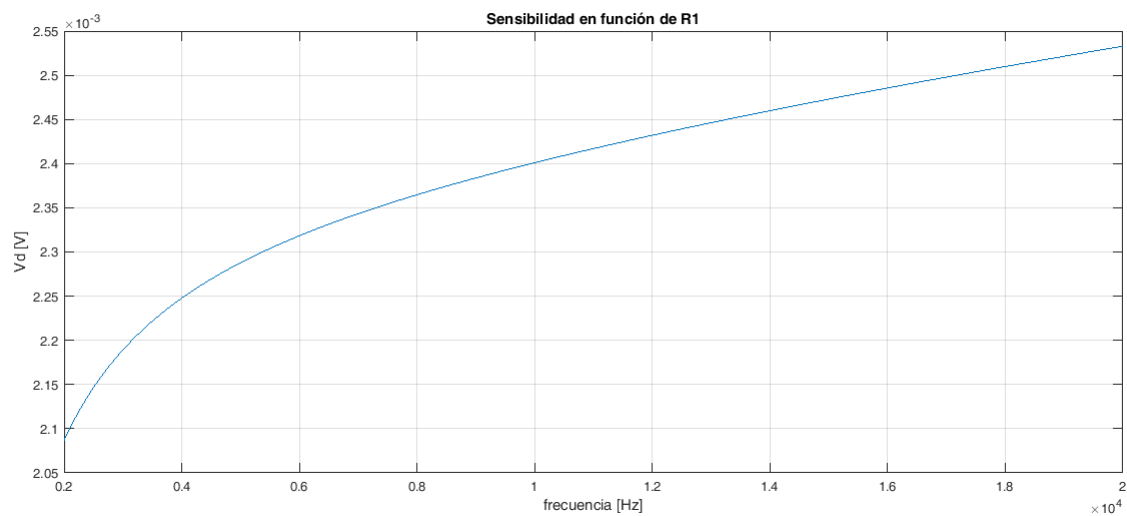


Figura 3: Sensibilidad respecto a  $R_1$  en función de  $f$ .

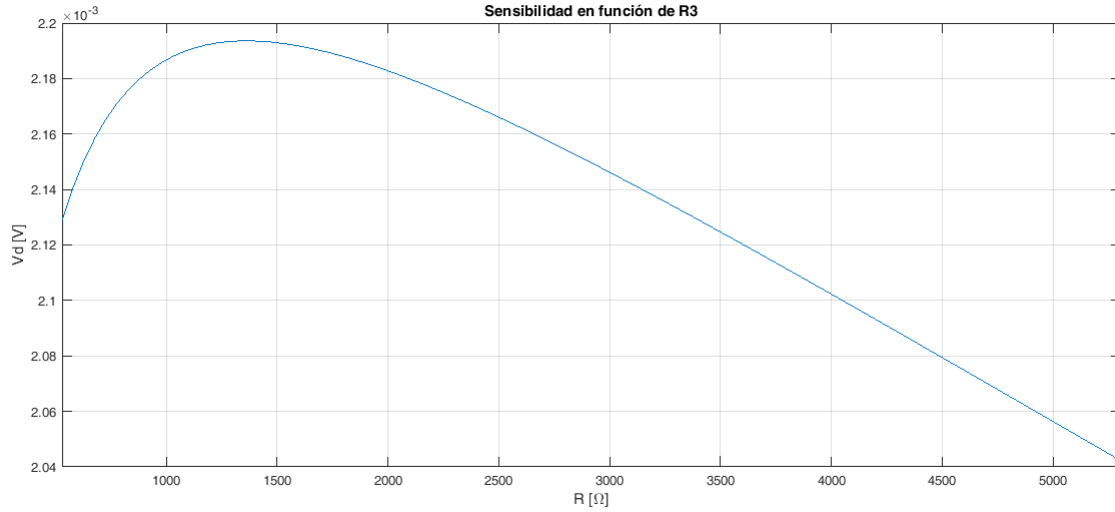


Figura 4: Sensibilidad respecto a  $R_3$  en función de R.

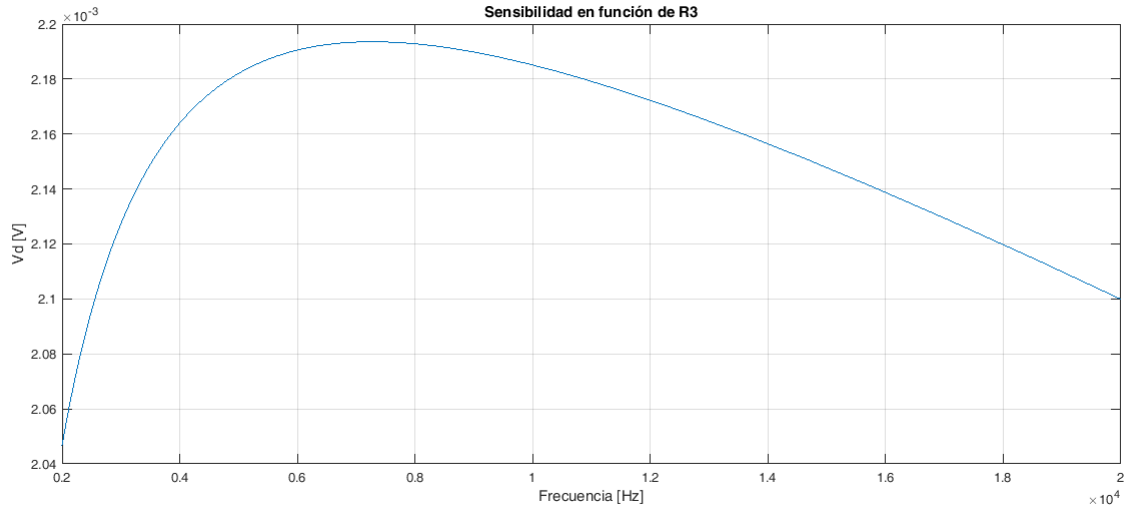


Figura 5: Sensibilidad respecto a  $R_3$  en función de f.

De estos análisis se observa que ambas variables tienen igual importancia a la hora de equilibrar el puente y medir la frecuencia deseada. Además para frecuencias más altas, es decir valores de resistencias más altos, las sensibilidades se ven más afectadas para el caso de  $R_1$  y a frecuencias medias para  $R_3$ .

#### 2.4.3 Resultados Obtenidos

Tras haber implementado el puente ya mencionado en placa, se conectó la salida a un amplificador de instrumentación para medir el equilibrio del puente. Se midieron frecuencias distintas y se completó la siguiente tabla:

Frecuencia del Generador [Hz]	$R_1[k\Omega]$	$R_3[k\Omega]$	Frecuencia calculada [Hz]	Error [%]
2k	5340	5050	2.04	2.16
5k	2100	2040	5.13	2.53
10k	1036	1042	1.02	2.12
15k	677	674	1.57	4.72
20k	507	498	2.11	5.58

Cuadro 1: Mediciones del Puente de Wien.

Se observa de la tabla que el error relativo aumenta a frecuencias mayores, lo que se condice con el análisis de sensibilidades realizado previamente. También vale destacar que para frecuencias en los bordes del rango hay resistencias cuyos valores se encuentran fuera del rango calculado, esto puede deberse a que los cálculos fueron hechos con los valores nominales de los capacitores utilizados en el puente, cuando en realidad tienen un 5 % de tolerancia y su capacidad varía con la frecuencia.

#### 2.4.4 Convergencia del Puente

Para averiguar si se requiere de un método de medición que permita la convergencia correcta de existir varios mínimos, es decir, si dada una frecuencia existía más de un valor de  $R$  que lograra un mínimo en  $V_d$ . Para ésto, se graficó la tensión en función de las frecuencias a medir y de  $R$ , en el rango de valores calculados.

De esto se obtuvo un gráfico en tres dimensiones del cual se analizaron las curvas de nivel analizando la existencia de los mínimos para cada valor de frecuencia a medir. En este caso, los colores que aparecen representan la magnitud de  $V_d$ , siendo rojo el mayor valor, pasando por los demás tonos, llegando al azul, donde se encuentra el mínimo.

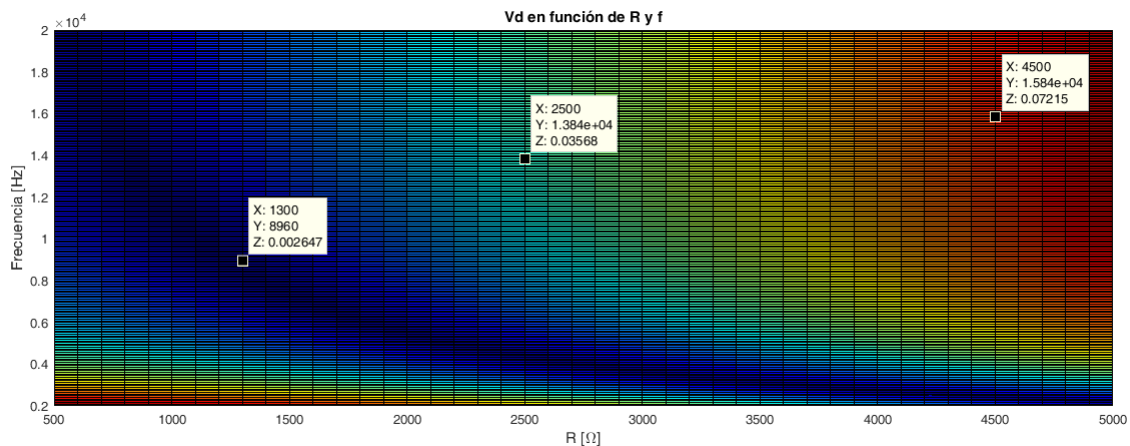


Figura 6:  $V_d$  en función de  $R$  y de  $f$ .

Del gráfico puede verse que existe una única curva de nivel (azul oscuro) que contiene a todos los mínimos de  $V_d$ , por ésto no hace falta un método de medición para lograr la convergencia correcta del puente; pues hay un único valor de  $R$  que lo cumple para cada frecuencia.

#### 2.4.5 Conclusión

Habiendo realizado el análisis de sensibilidades y mediciones con el puente se logró medir correctamente frecuencias entre 2kHz y 20kHz, con errores menores al 5 %, que es un error aceptable. Además, la precisión fue aún mayor pues se midió con un amplificador de instrumentación.

Se puede agregar también que al contar con un único valor de  $R$  que equilibre el puente para cada valor de las frecuencias a medir se consigue una calibración y medición rápida de las frecuencias deseadas.

### 3 Puente C Serie

Se diseñó un puente C serie que permite la medición de capacitores en el rango comprendido entre  $6,8nF \leq C_x \leq 68nF$  a una frecuencia de trabajo de  $10kHz$ . El rango de factores de disipación  $D$  se encuentra entre 0,015 y 0,09. A continuación, se muestra el circuito empleado

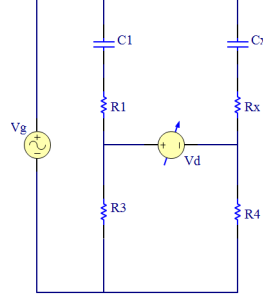


Figura 7: Circuito del Puente C Serie

#### 3.1 Calculo de Valores del Puente

Cuando el valor de tensión  $V_d = 0$  se considera al puente en equilibrio, bajo esta condición se puede calcular que  $(\frac{1}{sC_1} + R_1)R_4 = (R_x + \frac{1}{sC_x})R_3$ . Siendo  $s = j\omega$ , se debe cumplir que la igualdad tanto para la parte real e imaginaria, formando así dos ecuaciones. Dada esta condición se obtuvieron las siguientes relaciones

$$R_x = \frac{R_1 R_4}{R_3} \quad C_x = \frac{C_1 R_3}{R_4} \quad D_x = 2\pi f C_1 R_1$$

Tomando a  $R_1$  y  $R_4$  como las variables de ajuste y considerando fijos los componentes  $C_1$  y  $R_3$  se procedió a averiguar el rango de valores que podrían tomar las resistencias variables. Despejando de las expresiones anteriores,

$$\frac{C_1 R_3}{C_{xmax}} < R_4 < \frac{C_1 R_3}{C_{xmin}} \quad \frac{D_{xmin}}{C_1 2\pi f} < R_1 < \frac{D_{xmax}}{C_1 2\pi f}$$

Concluyendo que el intervalo de valores para valores para  $R_1 : [35,11; 211]\Omega$  y  $R_4 : [1; 10]k\Omega$ .

#### 3.2 Calculo de Sensibilidades

Se buscó la sensibilidad de las resistencias variables  $R_1$  y  $R_4$  sobre la tensión  $V_d$ . Como finalidad de la búsqueda estaba verificar y analizar el cambio producido por cada una de ellas a la hora de intentar de calibrar el puente. Se buscaba uniformidad de manera tal que la sensibilidad de una sea proporcional a la sensibilidad respecto de la otra para así encontrar un ajuste proporcional entre ambas resistencias.

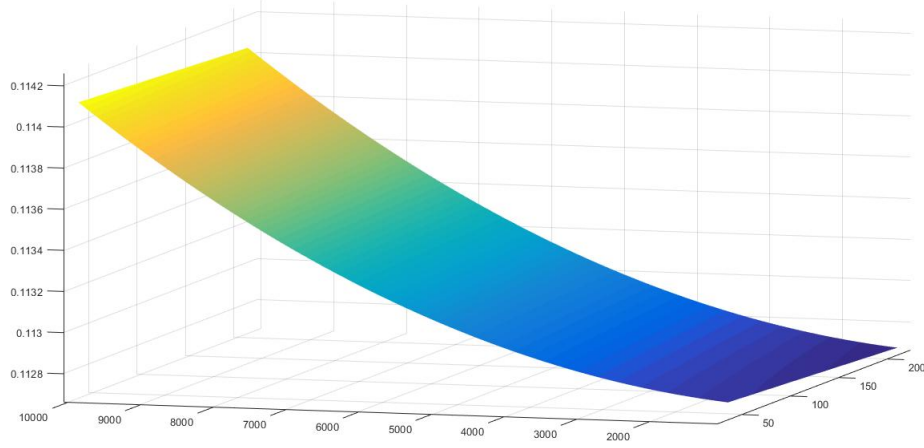


Figura 8: Cociente de Sensibilidades

Habiendo obtenido la expresión matemática para cada sensibilidad de la forma  $S_R^{Vd} = \frac{dVd}{dR} \frac{R}{Vd}$ , se realizó el cociente y se obtuvo la relación observada en la imagen. Puede verse como este cociente es aproximado a un plano ya que tomo valores mínimos en 0.1128 y máximos en 0.1142, hay muy poca dispersión. Habiendo hecho el cociente  $C = \frac{S_{R_1}^{Vc}}{S_{R_4}^{Vc}}$  podemos afirmar que nuestra resistencia  $R_4$  realizara el ajuste grueso mientras que  $R_1$  nuestro ajuste blando. Por lo tanto, se decidió implementar la resistencia  $R_4$  con dos presets de 5k en serie y para  $R_1$  se utilizó un preset de 500Ω

### 3.3 Mediciones de los componentes patrón

Teniendo en cuenta los cálculos realizados del puente se procedió a medir el capacitor patrón  $C_1 = 6,8nF$  utilizado el analizador de impedancias. Se realizaron mediciones del mismo a 1kHz, 10kHz y a 100kHz obteniendo la siguiente tabla:

	$C[nF]$	$R[\Omega]$	$D$	$\varphi[^\circ]$
$f = 1kHz$	7.033	140	0.0062	-89.65
$f = 10kHz$	6.983	66	0.0291	-88.33
$f = 100kHz$	6.847	30.8	0.1332	-82.76

Cuadro 2: Valores del analizador de impedancias

A partir de la información obtenida se puede concluir que el capacitor se asemeja más al valor nominal a medida que aumenta la frecuencia, además se nota una disminución de la resistencia parásita con el aumento de la frecuencia.

### 3.4 Convergencias

Se realizó un análisis de convergencia, es decir, se buscó si existía un mínimo de  $V_d$ , para un único valor de  $R_1$  a un único valor de  $D$ . Notar en los gráficos como la parte oscura tiende a un valor menor y la parte clara a mayores en el eje Z donde se gráfica  $V_d$ . Se decidió esta presentación de los gráficos para poder apreciar la convergencia.



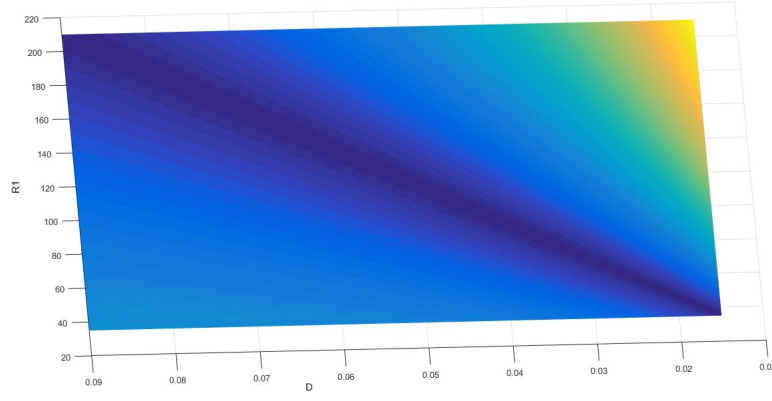


Figura 9: Convergencia de  $R_1$  dado un valor de  $D$

De manera equivalente se busco ver que existía una convergencia donde existiera para un único valor de  $R_4$  un único valor de  $C$ .

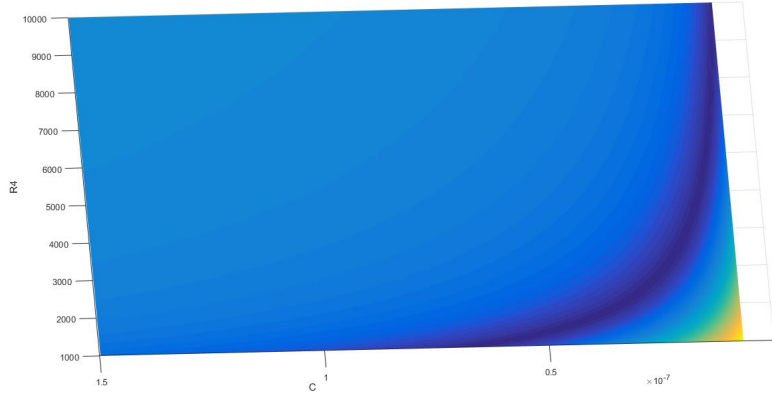


Figura 10: Convergencia de  $R_4$  dado un valor de  $C$

Por lo observado en ambos gráficos se puede notar que existe la convergencia, es decir,  $V_d$  toma un valor mínimo para un único valor de  $R_4$  o  $R_1$  dado un valor de  $C$  o  $D$  respectivamente.

### 3.5 Análisis practico

#### 3.5.1 Analizador de impedancias

Se muestran a continuación las mediciones obtenidas con el analizador de impedancia

Valor nominal capacitor [ $nF$ ]	Valor nominal resistencia [ $\Omega$ ]	$C_x$ [ $nF$ ]	$D$	$\varphi$ [ $^\circ$ ]	$R_x$ [ $\Omega$ ]
6,8	82	6.463	0.0064	-89.66	150
33	18	31.46	0.0075	-89.69	41
68	8,2	67.45	0.0078	-89.55	19
150	3,2	152.35	0.0095	-89.5	10

Cuadro 3: Mediciones a 1kHz

Valor nominal capacitor [ $nF$ ]	Valor nominal resistencia [ $\Omega$ ]	$C_x$ [ $nF$ ]	$D$	$\varphi$ [ $^\circ$ ]	$R_x$ [ $\Omega$ ]
6,8	82	6.43	0.0461	-87.12	114
33	18	31.19	0.0465	-87.3	23.8
68	8,2	66.85	0.0485	-87.2	11.5
150	3,2	151	0.0619	-86.4	6.6

Cuadro 4: Mediciones a 10kHz

Valor nominal capacitor [ $nF$ ]	Valor nominal resistencia [ $\Omega$ ]	$C_x$ [ $nF$ ]	$D$	$\varphi$ [ $^\circ$ ]	$R_x$ [ $\Omega$ ]
6,8	82	6.336	0.395	-68.44	99.3
33	18	30.95	0.3937	-68.51	20.25
68	8,2	67.29	0.4208	-67.19	9.96
150	3,2	156.7	0.571	-60.12	5.83

Cuadro 5: Mediciones a 100kHz

### 3.5.2 Puente

Mediciones realizadas con el puente C serie

Valor nominal capacitor [ $nF$ ]	Valor nominal resistencia [ $\Omega$ ]	$R_1$ [ $\Omega$ ]	$R_4$ [ $\Omega$ ]	$C_x$ [ $nF$ ]	$D$	$\varphi$ [ $^\circ$ ]	$R_x$ [ $\Omega$ ]
6,8	8,2	77	10450	6.7	0.0034	-89.81	80.5
33	18	52,3	2190	32.1	0.0023	-89.87	11.45
68	82	49	1023	68.7	0.0022	-89.88	5.01
150	3,2	63,5	456	154.2	0.0028	-89.84	2.9

Cuadro 6: Mediciones a 1kHz

Valor nominal capacitor [ $nF$ ]	Valor nominal resistencia [ $\Omega$ ]	$R_1$ [ $\Omega$ ]	$R_4$ [ $\Omega$ ]	$C_x$ [ $nF$ ]	$D$	$\varphi$ [ $^\circ$ ]	$R_x$ [ $\Omega$ ]
6,8	82	77	10400	6.7	0.034	-88,1	80.4
33	18	57,1	2210	31.6	0.025	-88.56	12.6
68	8,2	47,3	1025	68.1	0.021	-88,81	4.85
150	3,2	62,3	455	153.4	0.027	-88,43	2.8

Cuadro 7: Mediciones a 10kHz

Valor nominal capacitor [ $nF$ ]	Valor nominal resistencia [ $\Omega$ ]	$R_1$ [ $\Omega$ ]	$R_4$ [ $\Omega$ ]	$C_x$ [ $nF$ ]	$D$	$\varphi$ [ $^\circ$ ]	$R_x$ [ $\Omega$ ]
6,8	8,2	81	10445	6.55	0.35	-70,8	84.6
33	18	50.5	2520	27.17	0.022	-77,78	12.7
68	82	46.2	1193	57.4	0.2	-78,76	5.5
150	3,2	54	525	130.4	0.23	-76,92	2.8

Cuadro 8: Mediciones a 10kHz

Cabe destacar que los valores de  $R_4$  para la capacidad nominal que es dos veces la máxima no se encuentra dentro del rango establecido, igualmente se pudo equilibrar el puente debido a la implementación utilizada para la resistencia, que permitió la variación de esta entre 0 y  $10k\Omega$ .

### 3.6 Análisis de Error

#### 3.6.1 Errores Relativos

Considerando que el analizador de impedancias es el valor teórico calculamos el error relativo porcentual con los resultados del puente.

$C[nF]$	$E_{C_x}$	$E_D$	$E_\varphi$	$E_{R_x}$
6.8	4.13	46.83	0.17	46.36
33	2.08	69.19	0.20	72.06
68	1.93	72.24	0.37	73.62
150	1.24	70.46	0.38	71.04

Cuadro 9: Error de Medicion a 1kHz

$C[nF]$	$E_{C_x}$	$E_D$	$E_\varphi$	$E_{R_x}$
6.8	4.02	26.72	1.12	29.48
33	1.31	46.12	1.44	46.98
68	1.91	57.21	1.85	57.84
150	1.64	55.84	2.35	57.05

Cuadro 10: Error de Medicion a 10kHz

$C[nF]$	$E_{C_x}$	$E_D$	$E_\varphi$	$E_{R_x}$
6.8	3.46	11.78	3.45	14.80
33	12.21	44.82	13.53	37.16
68	14.71	52.77	17.22	44.66
150	16.77	59.31	27.94	51.37

Cuadro 11: Error de Medicion a 100kHz

A partir de los datos de la tabla se observa que a frecuencias de  $1kHz$  y  $10kHz$  el error relativo de la capacitancia es menor al 5 % y disminuye al aumentar el valor nominal del capacitor, en cambio a  $100kHz$  el error incrementa a medida que se aumenta el valor del capacitor medido y estos alcanzan un error relativo del 16.77 %. Además, queda en evidencia que el error de los parámetros restantes aumentan con el incremento de la capacitancia para todos los casos de la frecuencia de trabajo.

### 3.6.2 Error del Puente

Considerando el error en la medición de los instrumentos utilizados para medir las resistencias:  $\pm 1\Omega$ ; y el hecho de que el puente nunca llega a cero ya que nuevamente el instrumento utilizado para medir la tensión presenta error, se lo tomó de  $\pm 1mV$ .

Sabiendo que el maximo  $S_{R_1}^{V_d} = 0,28 \times 10^{-3}$  y  $S_{R_4}^{V_d} = 1 \times 10^{-3}$

$$S_{R_1}^{V_d} \Delta R_1 = \Delta V_d = 1mV \quad S_{R_4}^{V_d} \Delta R_4 = \Delta V_d = 1mV$$

$$\Delta R_1 = 3,57\Omega \quad \Delta R_4 = 1\Omega$$

y como usamos un preset de  $500\Omega$  para  $R_1$  estimamos el  $\Delta R_1 = 5\Omega$  y dos presets de  $5k\Omega$  estimamos  $\Delta R_4 = 50\Omega$ , considerando un cuarto de vuelta del preset. Hay que considerar el peor caso cuando se suman los errores lo que seria para el caso  $\Delta R_1 = 5\Omega$  y  $\Delta R_4 = 50\Omega$ .

Ahora calculamos el  $\Delta C_x$  en el peor caso donde  $R_4 = 1k\Omega$ :

$$\Delta C_x = C_1 R_3 \frac{\Delta R_4}{R_4^2}$$

$$\Delta C_x = 3,4nF$$

Por ultimo hallamos el error del  $D_x$ :

$$\Delta D_x = 2\pi f C_1 \Delta R_1$$

$$\Delta D_x = 0,0021$$

## 3.7 Manual de Usuario

Teniendo un capacitor cuyo valor es desconocido ( $C_x$ ), entre los valores  $6,8nF$  a  $68nF$  y cuya tangente de perdida  $D_x$  este comprendida entre 0,015 a 0,09 a una frecuencia de  $10kHz$ , se busca mediante el uso del puente poder hallar el valor de  $C_x$ . Para el cual se utilizan resistencias variables en la posición de  $R_1$  y  $R_4$ , cuyo rango es  $R_1 : [35,11; 211]\Omega$  y  $R_4 : [1; 10]k\Omega$ .

Colocando el capacitor deseado a medir, perteneciendo al rango indicado y excitando el puente con una senoidal de  $10kHz$  y  $3V_{pp}$ , se debe ajustar las variables  $R_1$  y  $R_4$  hasta obtener el  $V_d$  mínimo posible. Obteniendo el  $V_d$  mínimo se podrá proceder a la medición de los valores de resistencia de ajuste, desconectando la fuente. Con los resultados obtenidos podremos analizar y concluir con los valores de  $C_x$  y  $D_x$ , como sabemos que  $C_1$  del puente es  $6,8nF$  y  $R_3$  es de  $10k\Omega$  es posible de las ecuaciones siguientes calcular sus respectivos valores  $C_x = \frac{C_1 R_3}{R_4}$  y  $D_x = 2\pi f C_1 R_1$ , con  $f$  siendo igual a  $10kHz$ .

Se aclara que el puente presenta error de  $\Delta C_x = 3,4nF$  y  $\Delta D_x = 0,0021$  en la medición de las capacidades y en la tangente de perdida respectivamente a  $10kHz$ . Además, se destaca que la combinación de resistencia de  $R_1$  y  $R_4$  para que  $V_d$  se mínima es única.

## 3.8 Conclusión

Se logró la implementación de un puente el cual nos permite calcular la capacidad y la resistencia de un componente capacitivo dentro de un rango de trabajo de  $6,8nF < C < 68nF$  con un error en frecuencias de  $10kHz$  de  $\Delta C_x = 3,4nF$  y un factor de perdidas resistivas de  $0,015 < D_x < 0,09$  con error de  $\Delta D_x = 0,0021$ . Se vió que comenzaba a presentar limitaciones de trabajo y mayor imprecisión a la hora de trabajar en frecuencias una decada por encima de lo pensado, es decir,  $100kHz$ . Dado estos errores es de considerar utilizar instrumentación como un analizador de impedancias si se busca obtener mayor precision a la hora de tomar las mediciones.