

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE BUENOS AIRES

22.42 LABORATORIO DE ELECTRÓNICA

TRABAJO PRÁCTICO N° 2

Osciloscopios/ Analizador de Impedancias/ Circuitos RLC

Grupo 5:

Nicolás DE LEÓN

Leg. 57232

Tomás VIGÓN

Leg. 57327

Benjamín LIN

Leg. 57242

Lucero Guadalupe FERNANDEZ

Leg. 57485

Profesor:

Pablo COSSUTTA

Alejandra WEILL

Matías SALVATI

Entregado: 25 de Septiembre de 2018

1. Medición de Componentes Pasivos con Analizador de Impedancias

1.1. Inductor

Utilizando el analizador de impedancias se midió el valor de L, su factor de calidad Q, y la resistencia de una bobina de 1mH, entre 10Hz y 10MHz. Se propuso el siguiente modelo eléctrico equivalente:

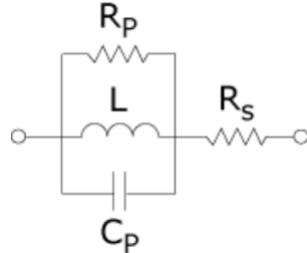


Figura 1.1: Modelo eléctrico equivalente de la bobina

Se calculó la impedancia equivalente del modelo como:

$$Z_L = \frac{\omega^2 L^2 R_p}{(R_p - \omega^2 C_p R_p L)^2 + (\omega L)^2} + R_s + j \frac{(\omega L R_p)(R_p - \omega^2 C_p R_p L)}{(R_p - \omega^2 C_p R_p L)^2 + (\omega L)^2} \quad (1.1)$$

En este modelo, C_p representa la capacitancia parásita presente entre las espiras de la bobina, a su vez, R_s y R_p , las pérdidas en el cobre y en el material magnético, respectivamente. Para hallar los valores de los componentes, se analiza de las mediciones la frecuencia de resonancia, que es cuando la impedancia es real, es decir, su fase es 0° . Esta se encuentra alrededor de los 1,8MHz. Igualando la parte imaginaria y evaluando en la frecuencia de resonancia se encuentra que $C_p = \frac{1}{4\pi^2 f^2 L} = 7,82 \text{ pF}$. Con ésto, se aproximan los valores de R_s y R_p que mejor se asemejan a la curva medida respecto a la teórica. Partiendo de que, mientras R_s debía ser un valor chico, R_p debía ser un valor grande, para no disminuir los efectos inductivos de la bobina, se llegó a $R_s = 1\Omega$ y $R_p = 5M\Omega$.

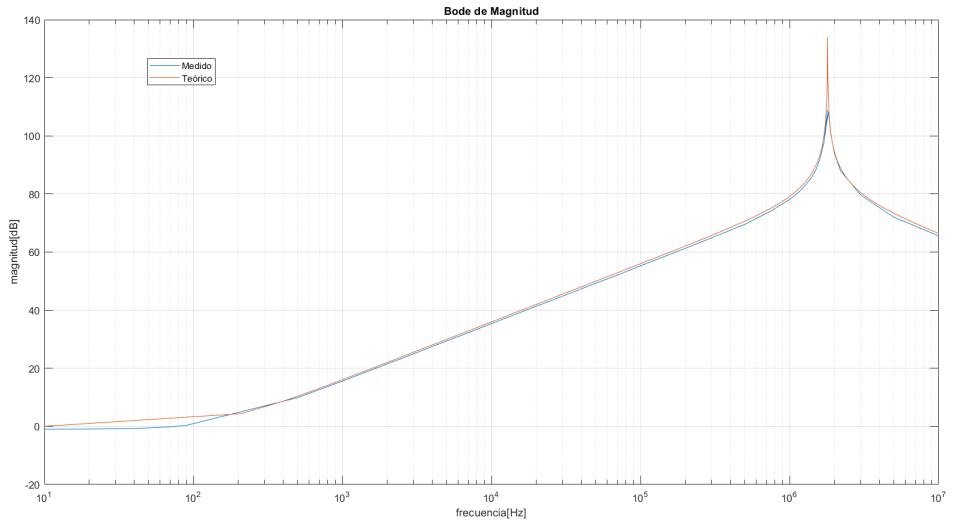


Figura 1.2: Magnitud de la bobina de 1mH.

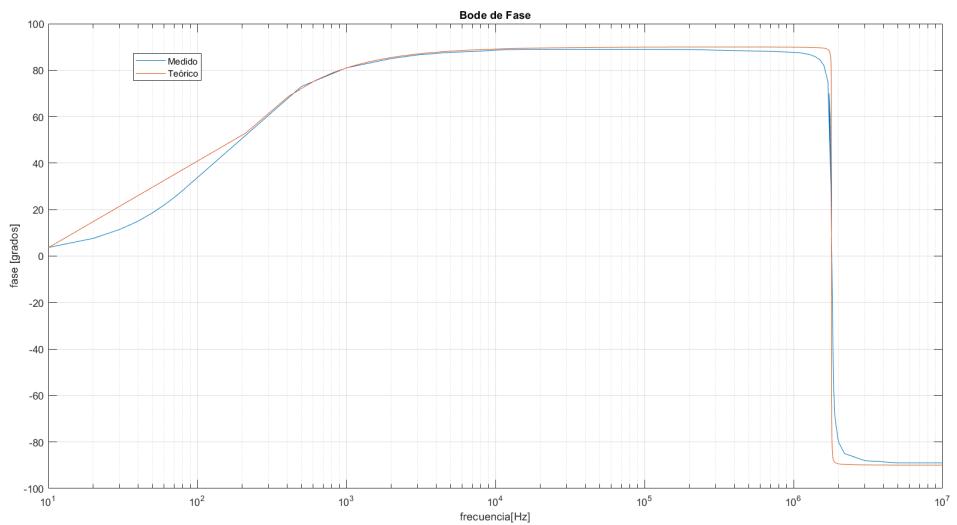


Figura 1.3: Fase de la bobina de 1mH.

Por otro lado, también se graficaron las curvas de la resistencia R y la inductancia L de la bobina approximando la curva de impedancia.

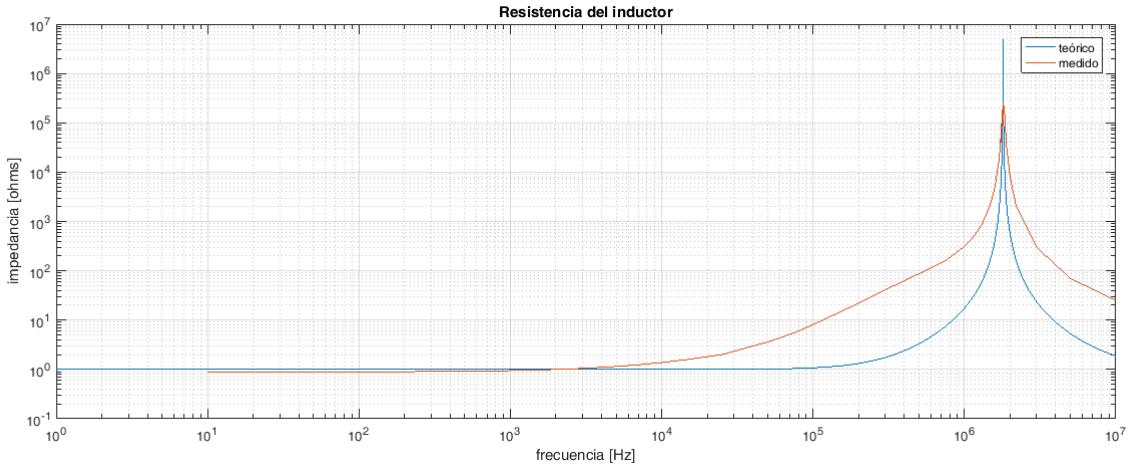


Figura 1.4: Resistencia del inductor.

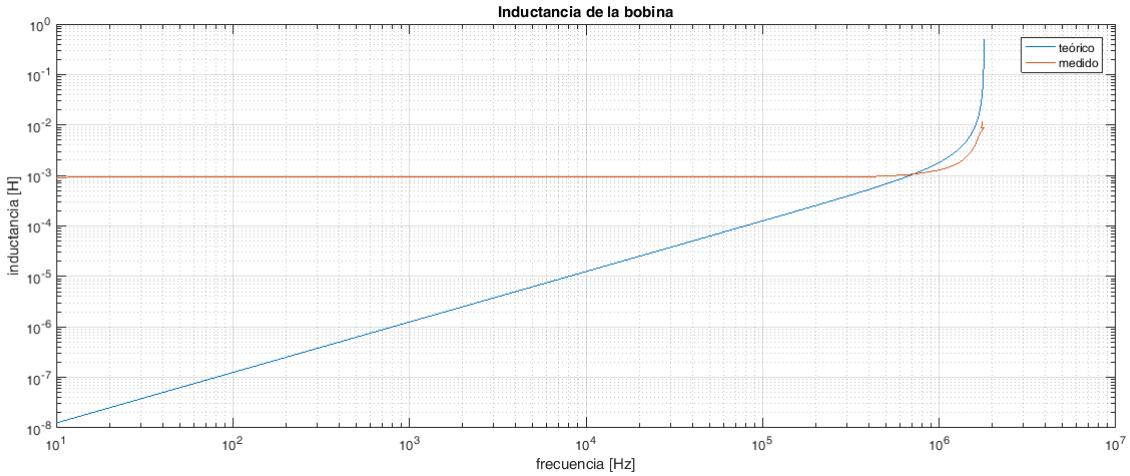


Figura 1.5: Inductancia de la bobina.

Puede verse que los valores de inductancia y resistencia del modelo difieren de los medidos en el analizador, siendo la inductancia del equivalente mayor a la medida, y la resistencia lo contrario, es decir, la teórica resulta menor a la medición. Esto puede deberse a que los valores de los componentes resistivos del modelo se aproximan con la curva de la impedancia, y no con las curvas de la resistencia/inductancia. Estos errores son también apreciables al graficar la curva del factor de calidad de la bobina ($Q = \frac{X_L}{ESR}$). A pesar de que las formas de las curvas son iguales, los errores arrastrados en la resistencia e inductancia afectan notoriamente a la curva del Q.

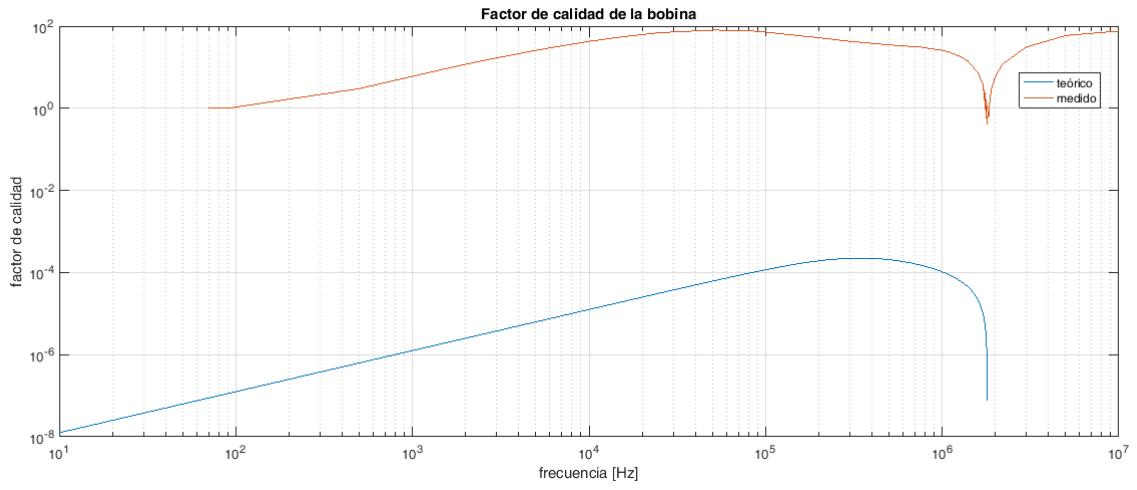


Figura 1.6: Factor de calidad de la bobina.

1.2. Capacitor

Utilizando el analizador de impedancias se midió el valor de C, el factor de pérdidas D, y la resistencia R de un capacitor de de $8,2nF$ entre frecuencias de 10Hz a 10MHz. Luego se propuso un modelo de la forma:

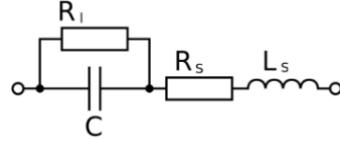


Figura 1.7: Modelo equivalente del capacitor.

Este modelo tiene la siguiente impedancia equivalente:

$$Z_c = \frac{R_L}{1 + (\omega C R_L)^2} + R_s + j \left(\omega L_s - \frac{\omega R_L^2 C}{1 + (\omega C R_L)^2} \right) \quad (1.2)$$

R_L modela la corriente de fuga que presenta el diélectrico; L_s representa la inductancia parásita del componente y de los terminales. A su vez, R_s refiere a la resistencia de los terminales del componente. Con ésto, se puede estimar la frecuencia de resonancia del componente igualando la parte imaginaria a cero. Sabiendo que $f_r = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{L_s C}}$ se encontraba alrededor de . Así se consiguió el valor de $L_s = 38nH$. Se dieron valores a R_s y R_L de manera tal que se aproximen a las curvas de magnitud y fase del capacitor, teniendo en cuenta que R_s debe ser un valor chico, del orden del ohm y R_L de gran magnitud, del orden del MegaOhm. Se probaron valores de $R_s = 0,1\Omega$ y $R_L = 5M\Omega$.

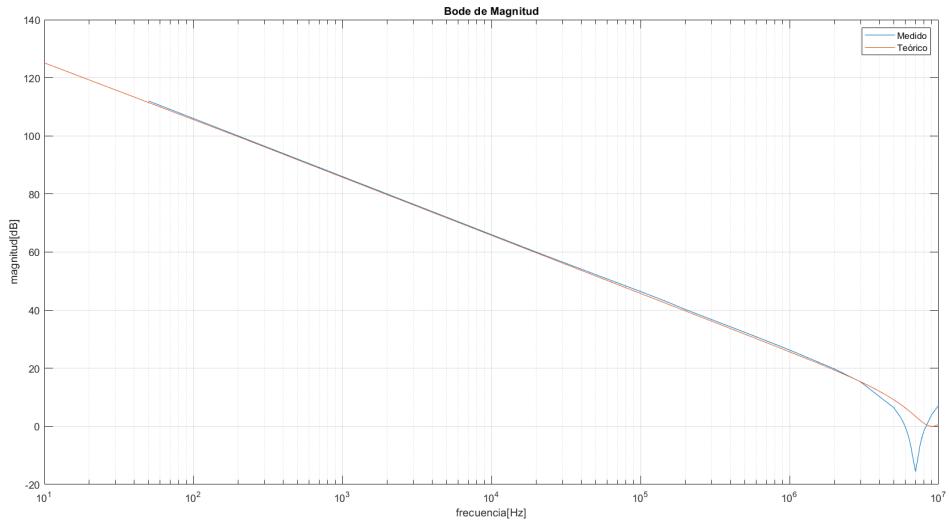


Figura 1.8: Magnitud del capacitor de 8.2nF.

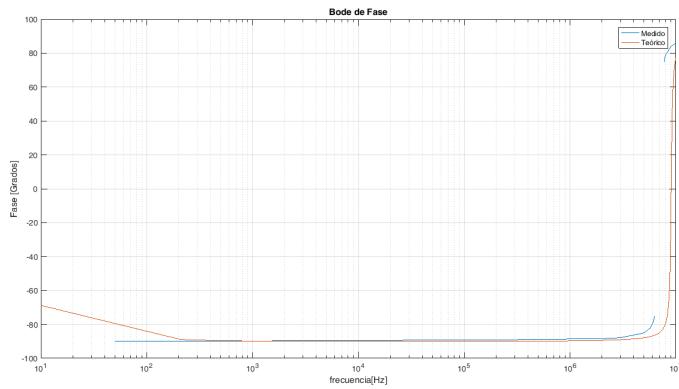


Figura 1.9: Fase del capacitor de 8.2nF.

Por otro lado, también se graficaron las curvas de la resistencia R y la capacitancia C del capacitor aproximando la curva de impedancia.

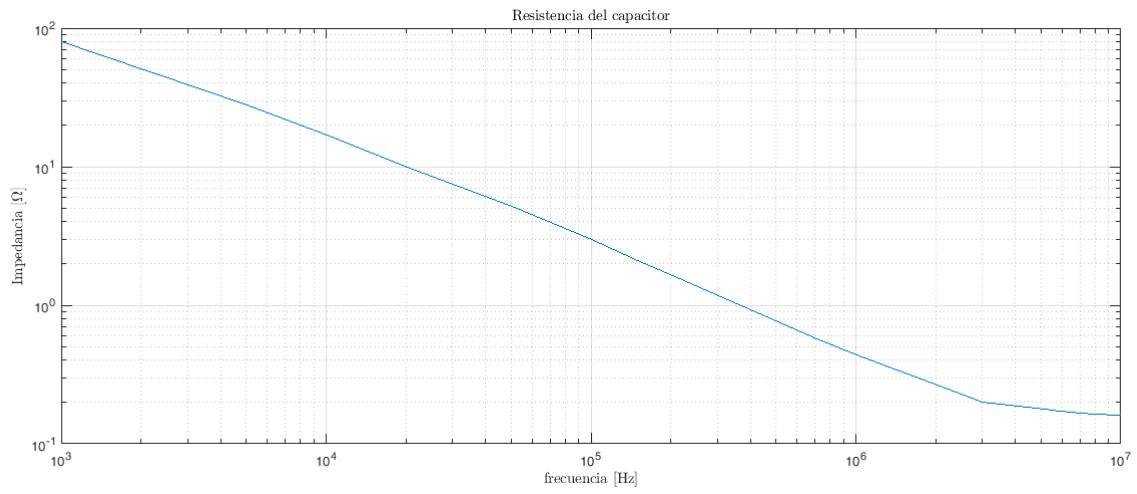


Figura 1.10: Resistencia del capacitor.

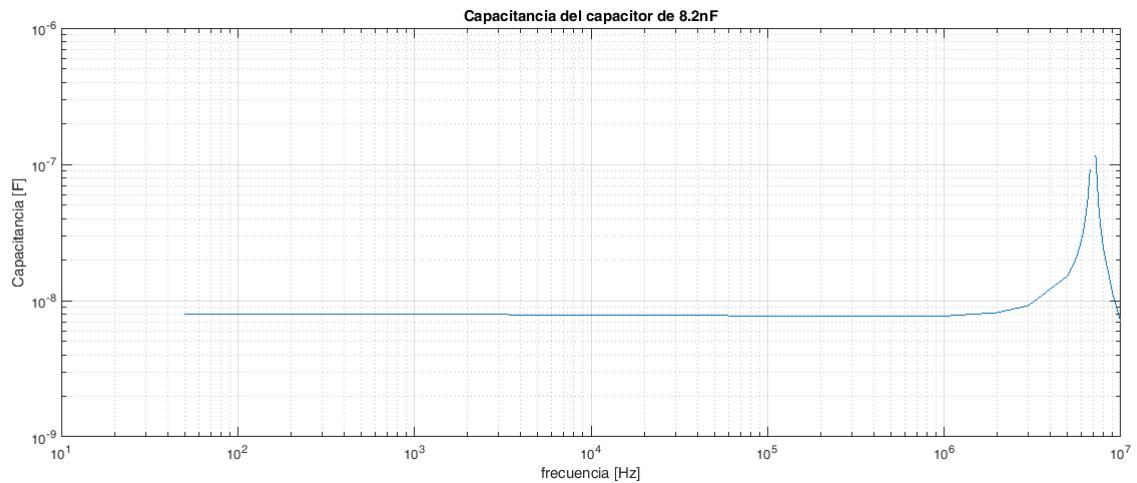


Figura 1.11: Capacitancia del capacitor.

Se definió también el factor de pérdidas como $D = \frac{X_C}{G}$.

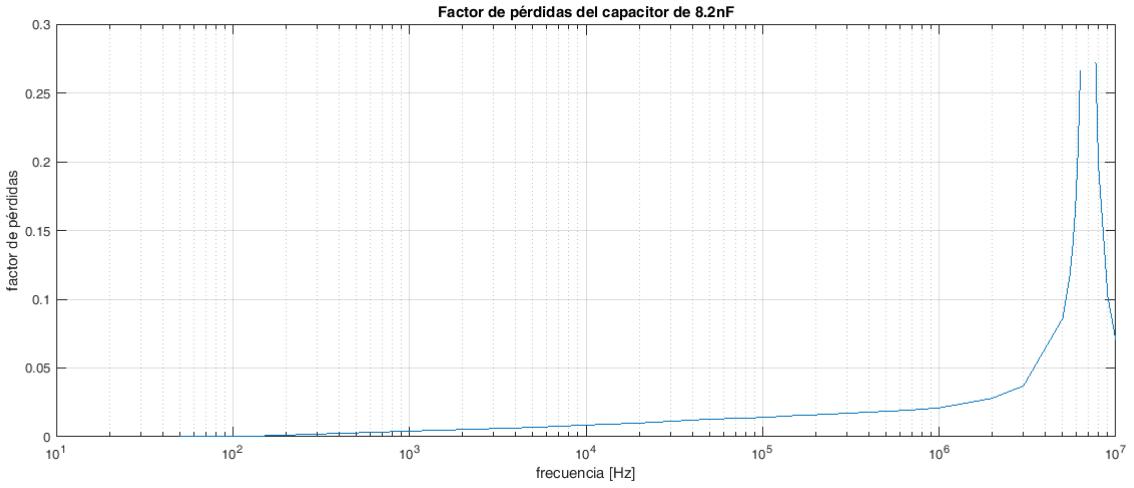


Figura 1.12: Factor de pérdidas del capacitor.

Del gráfico se puede observar que a partir que aumenta la frecuencia de excitación, la capacidad del componente disminuye, hasta la frecuencia de resonancia, donde los efectos capacitivos e inductivos se compensan comportándose únicamente de manera resistiva. Por la fase se puede ver que a partir de esta frecuencia, comienza a comportarse de manera inductiva.

2. Respuesta del Circuito LRC

Se armo el circuito LRC representado en la figura 2.1, cuyos valores nominales son $L = 1mH$ para la bobina y $C = 8,2nF$ para el capacitor. Con el uso de un Buffer en la entrada se evita impedancia del generador y que se cargue el generador, provocando un funcionamiento incorrecto durante las mediciones.

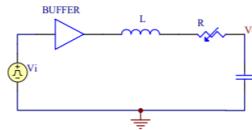


Figura 2.1: Circuito LRC armado

La ecuación característica del circuito es $\frac{s^2}{\omega_0^2} + s \frac{2\xi}{\omega_0} + 1$, donde $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ y $\xi = \frac{\omega_0 RC}{2}$. Calculado la frecuencia de resonancia $f_0 = 55,5kHz$ y teniendo en cuenta el valor de $\xi = 0,19$ hallamos el valor de la resistencia $R = 130\Omega$. Cabe notar que el factor de calidad $Q = \frac{1}{2\xi}$ por lo que resulta en este caso $Q = 2,6$, por lo tanto se trataría de un circuito sub-amortiguado.

2.1. Respuesta al Escalon

Exitando el circuito con una onda cuadrada de $V_i = 0,5V_{pp}$ y una frecuencia de $f = 5,5kHz$ obteniendo la siguiente respuesta:

De tal manera que se obtuvo un sobrepico de $S_p = 257mV$, un tiempo de establecimiento del 5% $t_s = 47,6\mu s$ y su frecuencia de oscilación $f_t = 56,2kHz$. Como criterio para la medición del tiempo de establecimiento se tomo la diferencia de tiempo desde la exitación de la señal cuadrada y el tercer sobrepico de la oscilación. Notamos que la señal de salida tiene comportamiento de una oscilación subamortiguada, donde el capacitor y la inductancia en serie actúan como un oscilador y la resistencia actúa como dicipador de energía reduciendo así la amplitud de la oscilación.



Figura 2.2: Respuesta al escalon

Se obtuvo la respuesta analitica del circuito partiendo de la ecuacion:

$$\frac{V_c''(t)}{\omega_0^2} + \frac{V_c'(t)2\xi}{\omega_0} + V_c(t) = 0,5u(t)$$

tal que las condiciones iniciales son nulas. Con el uso de la transformada de Laplace llegamos a $V_c(s) = \frac{0,5}{s(\frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{s^2\xi}{\omega_0} + 1)}$ por lo que su antitransformada es equivalente a:

$$V_c(t) = 0,5 \left(1 - \frac{e^{-\xi\omega_0 t}}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin \left(\omega_0 \sqrt{1-\xi^2} t + \arctg \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi} \right) \right)$$

De esta manera se podra derivar $V_c(t)$ y hallar el punto critico, es decir el sobrepecto de la funcion que tiene forma $t_p = \frac{\pi}{\omega_0 \sqrt{1-\xi^2}}$, lo que resulta en este caso $t_p = 9,18\mu s$ y su correspondiente valor $S_p = 0,5 \left(e^{\frac{-\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \right) = 272 mV$. Como describe la ecuacion la frecuencia de oscilación es $f_t = \frac{\omega_0 \sqrt{1-\xi^2}}{2\pi} = 54,5 kHz$. Por ultimo el tiempo de establecimiento de la señal la aproximamos con $t_s = \frac{\pi}{\xi\omega_0}$ que obtenemos $t_s = 47,42\mu s$

Comparando los resultados analiticos y experimentales, los resultados estan en el mismo orden si bien existen diferencias las cuales pueden ser debido a errores accidentales en las mediciones y aproximaciones en los calculos teoricos.

2.2. Efecto de la frecuencia en el circuito LRC

Con el uso del del circuito anterior se observo la onda de salida exitada con una señal cuadrada de duty 50% variando su frecuencia partiendo de $f_i = 5,5 kHz$.

Inicialmente, como las condiciones eran identicas a la experiencia anterior se vio en la señal su correspondiente periodo transitorio su periodo estacionario en cada escalon. Sin embargo al aumentar la frecuencia, disminuye la cantidad de periodos de oscilaciones en la respuesta del escalon del circuito.

Al llegar a la frecuencia de resonancia f_0 la señal de salida oscila en transitorio y tiene forma de una senoidal como la frecuencia de la señal cuadrada es similar a su frecuencia de la oscilación f_t , por lo que siendo el duty cycle de la función de entrada 50%, solo medio período de la oscilación ocurre antes de que se presente un nuevo escalón de

tensión, es decir notamos un solo maximo en cada escalon. Aumentando la frecuencia desde este punto, la forma de la onda es identica a la de f_0 , pero la amplitud de la señal de salida se ve atenuada. Podemos explicar este fenomeno ya que el circuito tiene cracteristica de un pasa bajos el cual las altas frecuencias son filtradas y solo deja el paso de frecuencias bajas.

2.3. Diagrama de Bode

Realizando un barrido de frecuencia entre $\frac{f_0}{10}$ a $20f_0$ con una onda senoidal, se midio la amplitud y la fase de tension del capacitor. Con el uso de los datos obtenidos se realizo su correspondiente diagrama de Bode. Ademas, se calculo la respuesta en transferencia del circuito que tiene la forma $H(s) = \frac{1}{s^2LC+sRC+1}$ con los valores de L, C y R los valores mencionados previamente.

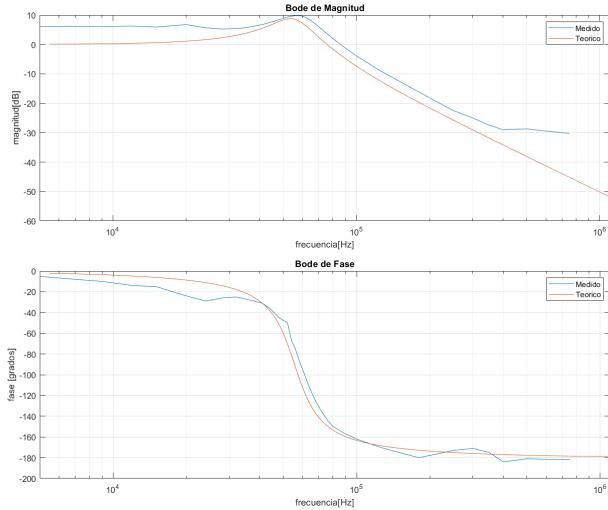


Figura 2.3: Diagrama de Bode

De la figura 2.3 identificamos que el circuito de segundo orden actua como un filtro pasa bajos y tiene su respectivo sobrepico al rededor de $f_p = f_0 \sqrt{1 - 2\xi^2} = 53,5\text{kHz}$. Analizando el Bode con el punto anterior, reconocemos que a frecuencias mayores a f_0 la salida es atenuada respecto a la entrada como tambien la frecuencia en que la amplitud maxima del sobrepico de la salida coincide con el la frecuencia f_p , al rededor de la f_0

Si bien identificamos diferencias en el Bode medido y el Bode teorico, a grandes razgos son identicas. Estas diferencias pueden ser debido a la tolerancia de los componentes utilizado y errores accidentales en las mediciones de las mismas.

2.4. Respuesta al escalon condicionadas

2.4.1. Sobrepecto de 0,2V

En primera instancia se busco el valor de R experimentalmente tal que el sobrepecto sea de $S_p = 0,2\text{V}$. Variando su valor se hallo que la resistencia que cumple tal condicion es $R = 184\Omega$. En estas condiciones su frecuencia de oscilacion $f_t = 56,8\text{kHz}$ y su tiempo de establecimiento $t_s = 44,1\mu\text{s}$.

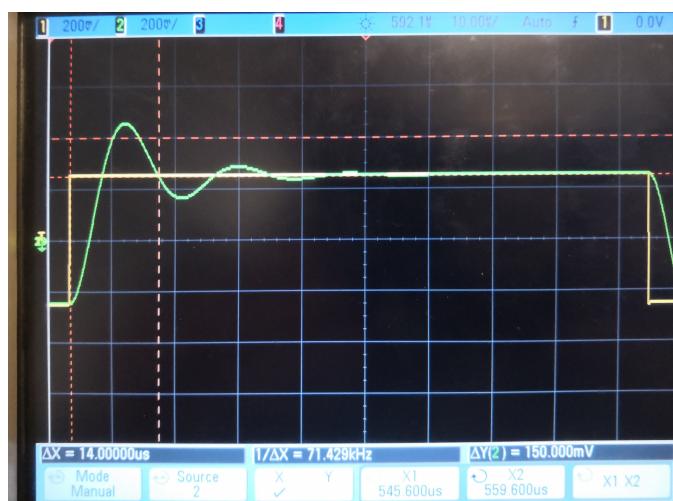


Figura 2.4: Sobrepecto de 0,2V

Sin embargo analiticamente con tal valor de R, el valor de sobrepecto es $S_p = 214\text{mV}$, $f_t = 53,6\text{kHz}$ y $t_s = 47,4\mu\text{s}$. Estos resultados pueden variar con el experimental debido a la tolerancia y a errores de apreciacion al medir el sobrepecto. Por ello tambien se hallo la resistencia teorica que daria el sobrepecto de 0,2V, la cual remplazando en la ecuacion de sobrepecto el $\xi = 0,28$ por lo tanto $R = 180\Omega$, donde la diferencia de valor de R puede atribuirse a errores accidentale en la medicion y no tener encuenta la tolerancia de los componentes.

2.4.2. Resistencia de 18kΩ

Remplazando la resistencia con uno de valor $R = 18\text{k}\Omega$, lo que es 100 veces la resistencia del item anterior observamos lo siguiente:

De la figura 2.5 notamos que el circuito es atenuado y no llega a su periodo estacionario. Este fenomeno puede atribuirse a que el incremento de la resistencia provoca un incremento en el tiempo de carga en el capacitor; el tiempo caracteristico del capacitor es $\tau = RC$ en este caso $\tau = 147\mu\text{s}$ por lo que cuya velocidad de carga se ve reducido por el incremento del valor de resistencia. Ademas, sabiendo que la señal de cuadrada de duty 50% esta en su estado mas alto tan solo $90,9\mu\text{s}$, lo que el capacitor no llega a cargarse y descargarse.

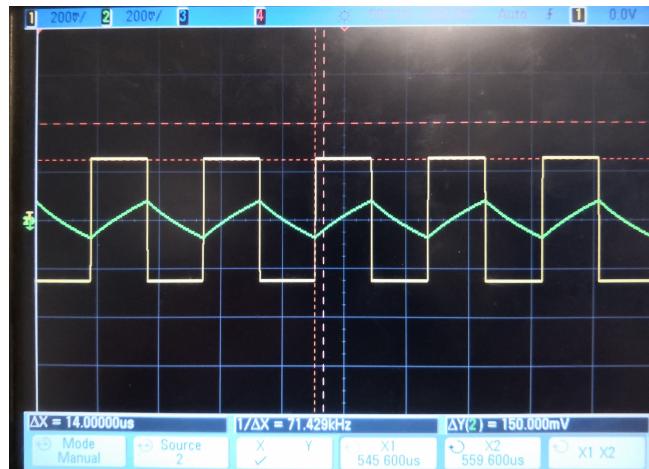


Figura 2.5: Respuesta del Circuito con Resistencia de $18k\Omega$

2.4.3. Sin Resistencia

Retirando la resistencia en el circuito, se espera una señal de salida con forma de una oscilación armónica teniendo $V_c(t) = 0,5(1 - \sin(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}))$. Sin embargo se obtuvo:

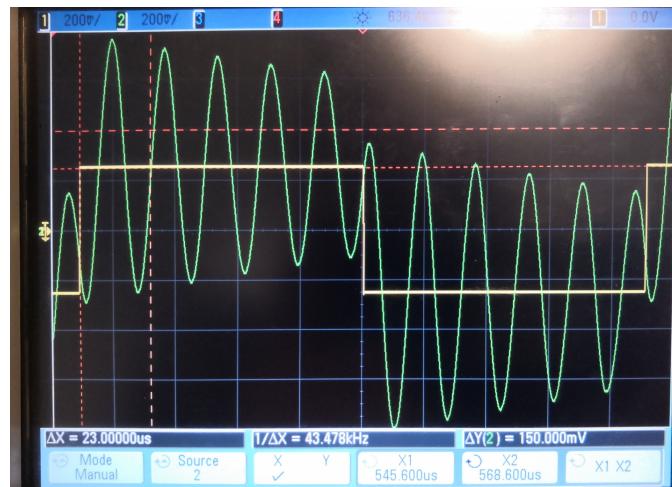


Figura 2.6: Respuesta del Circuito sin Resistencia

En el cual la respuesta sigue teniendo forma de una oscilación subamortiguada, de $S_p = 562\text{mV}$, $f_t = 58,1\text{kHz}$ y no llega a establecerse al 5%. Por lo que notamos una leve reducción en la amplitud; esta puede atribuirse a la resistencia de los cables usados y como los C y L utilizados en el circuito no son ideales, entonces presentan resistividad parasita. Esta resistencia parasita, si bien pequeña, disipa energía del sistema en cada oscilación.

2.4.4. Circuito Criticamente Amortiguado

Para que el circuito llegue a su estado de establecimiento lo más rápido posible, lo que el circuito sería criticamente amortiguado ya que el tiempo de establecimiento sería el mínimo, existe un R_c , donde $\xi = 1$, lo que resulta analíticamente ser $R_c = 700\Omega$.

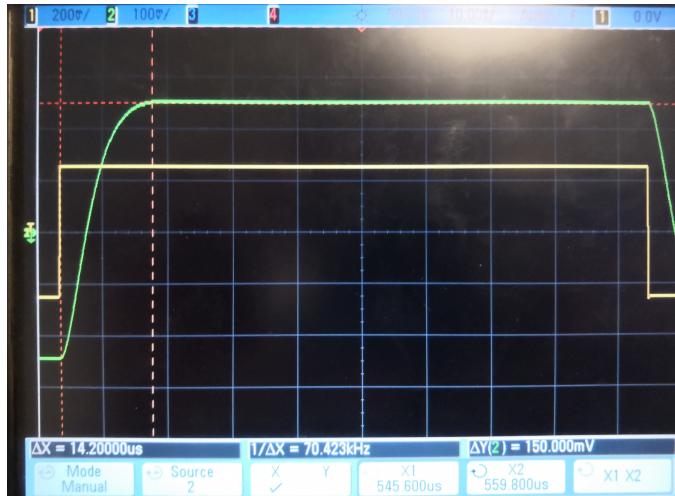


Figura 2.7: Respuesta del Circuito con Resistencia de 601Ω

A pesar de ser la resistencia teórica de 700Ω , experimentalmente el valor de la resistencia usada fue $R = 601\Omega$. Es razonable que el valor de la resistencia disminuya ya que en el circuito existen resistencias parasitas. También es posible que halla errores accidentales durante la medición y que los componentes presentan tolerancias.

2.5. Respuesta del Circuito sin Buffer

2.5.1. Sobreímpetu de 0,2V

Repetiendo la experiencia del punto 2.4.1, pero ahora sin el uso de un Buffer se obtuvo la siguiente respuesta:

Utilizando el mismo valor del punto 2.4.1, se obtuvo un sobreímpetu de $S_p = 180\text{mV}$, por ello se varió el valor de resistencia, disminuyéndola para obtener un sobreímpetu de 0,2V. Esto es debido que el Buffer permitía que el circuito sea independiente del generador que tenía impedancia interna de 50Ω , al quitarlo la resistencia mencionada comienza a afectar al circuito y además es posible que se cargue el generador provocando una leve alteración en la señal de entrada.

2.5.2. Sin Resistencia

Quitando el Buffer y la resistencia del circuito se observó la señal de salida:

Como en el punto 2.4.3, no se pudo obtener el tiempo de establecimiento al 5%, si bien la oscilación es más amortiguada teniendo un $S_p = 0,4\text{V}$, ya que la resistencia interna del generador de 50Ω no es suficiente como para poder

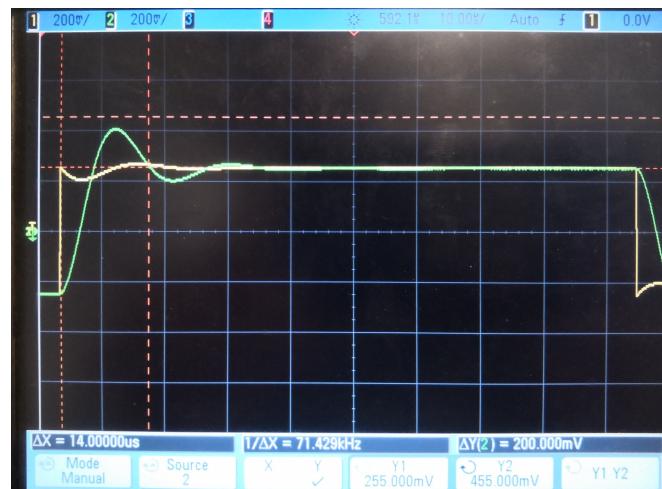


Figura 2.8: Sobreímpetu de 0,2V sin Buffer

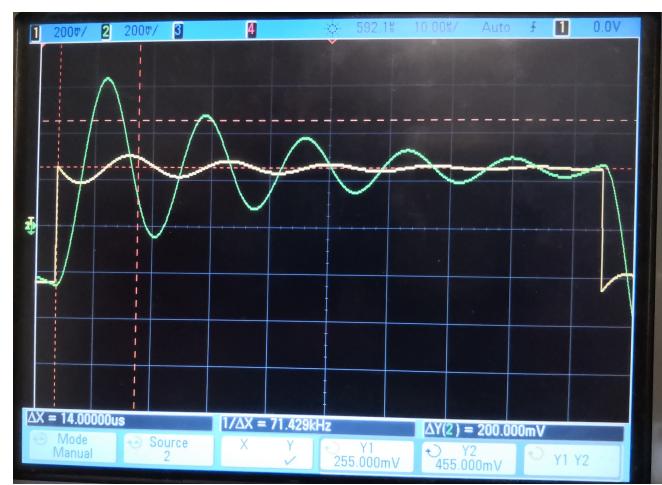


Figura 2.9: Sobreímpetu de 0,2V sin Buffer

disipar la suficiente cantidad de energía estabilizando la señal. Ademas, notamos que la señal de entrada tambien oscila ya que generador se carga de tal manera que sin una resistencia suficiente no puede disipar la suficiente cantidad de energia para establecerse.