

算法知识回顾相关作业题目——第一周

1. 设计一个计算 $\lfloor \sqrt{n} \rfloor$ 的算法， n 是任意正整数。除了赋值和比较运算，该算法只能用到四则运算操作。

2. 带锁的门：一条走廊上有 n 个带锁的门编号 1、2、3、……、 n 依次排列，门的初始状态都是关着的。每一次都从 1 号门开始依次经过所有门，在第 k 次经过所有门时改变编号是 k 的整数倍的门的状态（即若门关着，就打开它，门开着，就关闭它），例如进行第一次时因为所有数都是 1 的倍数，所以会打开所有的门（注意所有门初始状态是关着的），进行第二次时改变所有编号是 2 的倍数的门的状态，进行第三次时改变所有编号是 3 的倍数的状态……，我们总共经过 n 次后停止。问题：在最后一次经过所有门后，哪些门是打开的？

3. 用伪代码写一个算法，求方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的实数根， a, b, c 是任意实系数。（可以假设 $\text{sqrt}(x)$ 是求平方根的函数）。

4. 用伪代码的形式写出你选课时所用的选课系统的选课算法。

5. 考虑如下求一个数值数组中大小最接近的两个元素的差的算法，尽可能改进该算法。

Algorithm MinDistance($A[0..n-1]$)

 //输入：数字数组 $A[0..n-1]$

 //输出：数组中两个大小差距最小的元素的差值

$dmin \leftarrow \infty$

for $i \leftarrow 0$ **to** $n-1$ **do**

for $j \leftarrow 0$ **to** $n-1$ **do**

if $i \leftarrow j$ **and** $|A[i] - A[j]| < dmin$

$dmin \leftarrow |A[i] - A[j]|$

return $dmin$

6. 设计一个判断两条线段是否存在交点的算法，程序的输入时两个线段的顶点坐标。

7. 设计一个算法用于找到经过给定的平面坐标中 n ($n \geq 5$) 个点的所有圆周，使得需要的圆周个数最少。

8. 设计如何实现下列对数组的操作，是的操作时间不依赖数组长度 n : (1). 删除数组的第 i 个元素 ($1 \leq i \leq n$)，(2). 删除有序数组的第 i 个元素似的结果数组仍然有序。

9. 请写出将自由树转换为以给定顶点为根的有根树的算法伪代码。

10. 设计一个检查两个中文词汇是否为变位词的算法，也就是是否能够通过改变一个词语中字的顺序得到另外一个词语，例如“刷牙”和“牙刷”。

11. (1) 设计一个查找给定数组中最大元素的算法，并计算该算法的时间复杂度；(2) 设计一个可以判断一个数组中元素是否都唯一的算法，并计算该算法的时间复杂度。

12. 以下是一个重要算法的某个版本，求出该算法的时间效率类型：

Algorithm Example($A[0..n-1, 0..n]$)

//输入：一个 n 行 $n+1$ 列的实数矩阵

for $i \leftarrow 0$ **to** $n-2$ **do**

for $j \leftarrow i+1$ **to** $n-1$ **do**

for $k \leftarrow i$ **to** n **do**

$A[j,k] \leftarrow A[j,k] - A[i,k] * A[j,i] / A[i,i]$

13. 基于 $2^n = 2^{n-1} + 2^{n-1}$ 公式设计一个递归算法，当 n 是任意非负整数时该算法能够计算 2^n 值。建立该算法所做的假发运算次数的递推关系并求解。对于该问题，这是一个好算法吗？你会如何优化？

14. 了解冯诺依曼邻居问题，为求解 n 阶冯诺依曼邻居中的元胞个数设计递归算法和迭代算法。

/ 以题目可以在完成伪代码的情况下自主实践 */*

15. 设计一个包含两个栈的类，仅用两个栈及其操作实现队列的功能。

16. 设计一个递归算法将一个栈中数据逆序存入这个栈。

17. 设计非递归的算法实现解决汉诺塔问题。

18. 设计一个计算给定规模为 $n*m$ 且只包含 0/1 的矩阵中，值全部是 1 的最大的一个子矩阵包含的元素个数。

19. 给定一个数组 $A[0..n-1]$ 和一个整数 m ，设计一个算法计算：数组中有多少子数组满足，其最大值减去最小值小于或者等于给定的整数 m 。（要求时间复杂度为 $O(n)$ ）

20. 给定一个数组 $A[0..n-1]$ ，设计一个算法获得 A 的一个子数组，要求该子数组中元素的和最大，时间复杂度要是 $O(n)$ 。