

$$V(k_0) = \sum_{t=0}^{\infty} [\beta^t \ln(1 - \alpha\beta) + \beta^t \alpha \ln k_t]$$

$$\begin{aligned} &= \ln(1 - \alpha\beta) \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t + \alpha \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\frac{1 - (\alpha\beta)^t}{1 - \alpha\beta} \ln \alpha\beta + \alpha^t \ln k_0] \\ &= \frac{\alpha}{1 - \alpha\beta} \ln(1 - \alpha\beta) + \frac{\alpha}{1 - \alpha\beta} \sum_{t=0}^{\infty} [\frac{\beta^t}{1 - \alpha} - \frac{(\alpha\beta)^t}{1 - \alpha}] \\ &= \frac{\alpha}{1 - \alpha\beta} \ln k_0 + \frac{\ln(1 - \alpha\beta)}{1 - \beta} + \frac{\alpha\beta}{(1 - \beta)(1 - \alpha\beta)} \ln(\alpha\beta) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{左边} = V(k) &= \frac{\alpha}{1 - \alpha\beta} \ln k + \frac{\ln(1 - \alpha\beta)}{1 - \beta} + \frac{\alpha\beta}{(1 - \beta)(1 - \alpha\beta)} \ln(\alpha\beta) \\ &\triangleq \frac{\alpha}{1 - \beta} \ln k + \frac{\ln(1 - \alpha\beta)}{1 - \beta} + \frac{\alpha\beta}{(1 - \beta)(1 - \alpha\beta)} \ln(\alpha\beta) \end{aligned}$$

$$\text{右边} = \max \{u(f(k) - y) + \beta V(y)\}$$

利用 FOC 和包络条件求解得到  $y = \alpha\beta k^\alpha$ ，代入，求右边。

**ElegantLaTeX**

$$\begin{aligned} \text{右边} &= \max \{u(f(k) - y) + \beta V(y)\} \\ &= u(f(k) - g(k)) + \beta \left[ \frac{\alpha}{1 - \alpha\beta} \ln g(k) + A \right] \\ \text{There is no good end for the fuck thieves country.} \\ &= \ln(k^\alpha - \alpha\beta k^\alpha) + \beta \left[ \frac{\alpha}{1 - \alpha\beta} \ln \alpha\beta k^\alpha + A \right] \\ &= \ln(1 - \alpha\beta) + \alpha \ln k + \beta \left[ \frac{\alpha}{1 - \alpha\beta} [\ln \alpha\beta + \alpha \ln k] + A \right] \\ &= \alpha \ln k + \frac{\alpha\beta}{1 - \alpha\beta} \alpha \ln k + \ln(1 - \alpha\beta) + \frac{\alpha\beta}{1 - \alpha\beta} \ln \alpha\beta + \beta A \\ &= \frac{\alpha}{1 - \alpha\beta} \ln k + \ln(1 - \alpha\beta) + \frac{\alpha\beta}{1 - \alpha\beta} \ln \alpha\beta + \beta A \\ &= \frac{\alpha}{1 - \alpha\beta} \ln k + (1 - \beta)A + \beta A \\ &= \frac{\alpha}{1 - \alpha\beta} \ln k + A \end{aligned}$$

整理：LMin

整理时间：March 14, 2018

Email: luomin5417@gmail.com

所以，左边 = 右边，证毕。

# 目 录



<b>1</b>	<b>绪论: 初识机器学习</b>	<b>1</b>
1.1	欢迎参加机器学习课程 . . . . .	1
1.2	什么是机器学习 . . . . .	1
1.3	监督学习 . . . . .	2
1.3.1	回归问题 . . . . .	2
1.3.2	分类问题 . . . . .	3
1.4	无监督学习 . . . . .	6
1.5	问题 . . . . .	6
<b>2</b>	<b>单变量线性回归</b>	<b>7</b>
2.1	模型描述 . . . . .	7
2.2	代价函数 . . . . .	7
2.3	代价函数 (一) . . . . .	8
2.3.1	编译方式 . . . . .	8
2.3.2	选项设置 . . . . .	8
2.3.3	数学环境简介 . . . . .	9
2.3.4	可编辑的字段 . . . . .	9
2.4	代价函数 (二) . . . . .	10
2.5	梯度下降 . . . . .	10
2.6	梯度下降知识点总结 . . . . .	10
2.7	线性回归的梯度下降 . . . . .	10
2.8	本章课程总结 . . . . .	10
<b>3</b>	<b>线性回归回顾</b>	<b>11</b>
3.1	矩阵和向量 . . . . .	11
3.2	加法和标量乘法 . . . . .	15
3.3	矩阵向量乘法 . . . . .	15
3.4	矩阵乘法 . . . . .	15
3.5	矩阵乘法特征 . . . . .	15
3.6	逆和转制 . . . . .	15

<b>4</b>	<b>配置</b>	<b>16</b>
4.1	安装 MTLAB 并设置编程任务环境	16
4.2	安装 MATLAB	16
4.3	在 Windows 上安装 Octave	16
4.4	在 Mac OS X 上安装 Octave	16
4.5	GNU/Linux 上安装 Octave	16
4.6	更多 Octave/MATLAB 资源	16
<b>5</b>	<b>多变量线性回归</b>	<b>17</b>
5.1	多功能	17
5.2	多元梯度下降法	17
5.3	多元梯度下降法演练 I-特征缩放	17
5.4	多元梯度下降法演练 II-学习率	17
5.5	特征和多项式回归	17
5.6	正规方程 (区别于迭代方法的直接解决)	17
5.7	正规方程在矩阵不可逆情况下的解决方法	17
5.8	完成并提交编程作业	17
<b>6</b>	<b>Octave/Matlab 教程</b>	<b>18</b>
6.1	基本操作	18
6.2	移动数据	18
6.3	计算数据	18
6.4	数据绘制	18
6.5	控制语句:for, while, if 语句	18
6.6	矢量	18
6.7	本章课程总结	18
<b>7</b>	<b>Logistic 回归</b>	<b>19</b>
7.1	分类	19
7.2	假设陈述	19
7.3	决策界限	19
7.4	代价函数	19
7.5	简化代价函数与梯度下降	19
7.6	高级优化	19
7.7	多元分类: 一对多	19
7.8	本章课程总结	19



8 正则化	20
8.1 过拟合问题 . . . . .	20
8.2 代价函数 . . . . .	20
8.3 线性回归的正则化 . . . . .	20
8.4 Logistic 回归的正则化 . . . . .	20
参考文献	21



# 第 1 章 绪论: 初识机器学习



学而不思则罔，思而不学则怠！

—孔子

## 1.1 欢迎参加机器学习课程

机器学习是最激动人心的技术。在很多方面都使用了机器学习技术。机器学习主要的应用方向:

- 数据挖掘
- 在无法手动编写的程序中的应用
- 在私人定制程序中的应用

## 1.2 什么是机器学习

本节课程的主要内容有两个:

### 1) 机器学习的定义

#### Definition 1.1 Arthur Samuel

在没有明确设置的情况下使计算机具有学习能力的研究领域。



#### Definition 1.2 Tom Mitchell

对于某类任务  $T$  和性能度量  $P$ ，如果一个计算机程序在  $T$  上以  $P$  衡量的性能随着经验  $E$  而自我完善，那么我们称这个计算机程序在从经验  $E$  学习。[1]



### 2) 在什么情况下使用机器学习

常用机器学习算法一般可以分为两类:

- 监督学习—教会计算机做某件事情。
- 无监督学习—让计算机自己学习。

## 1.3 监督学习

### 1.3.1 回归问题

使用波特兰房屋价格的例子来说明监督学习, 采集的数据如下图 1.1 所示, 横轴表示的是平方英尺数, 纵轴是不同房子的价格, 单位是千美元。

Housing price prediction.

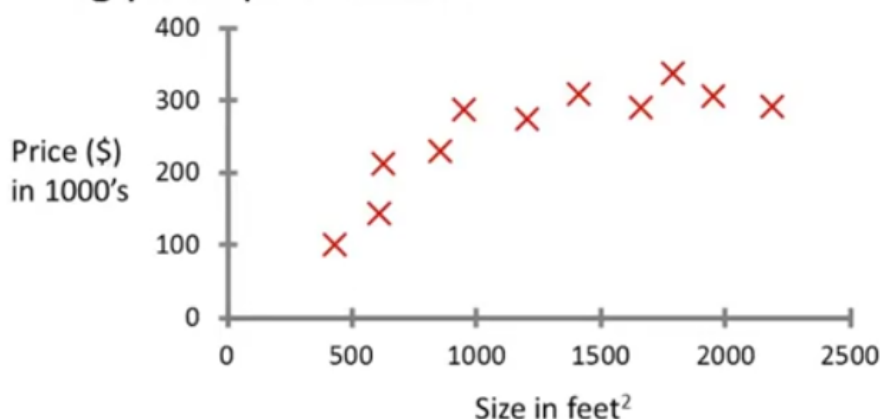


图 1.1: Room Price

假设你的朋友有一栋 750 平方英尺的房子, 他想要卖掉房子, 需要预测一下能够卖多少钱, 此时学习算法能够有什么帮助呢? 根据数据画一条直线, 或者说一条直线拟合数据, 如图 1.2 所示, 由此看房子大约可以卖 15 万美元。

Housing price prediction.

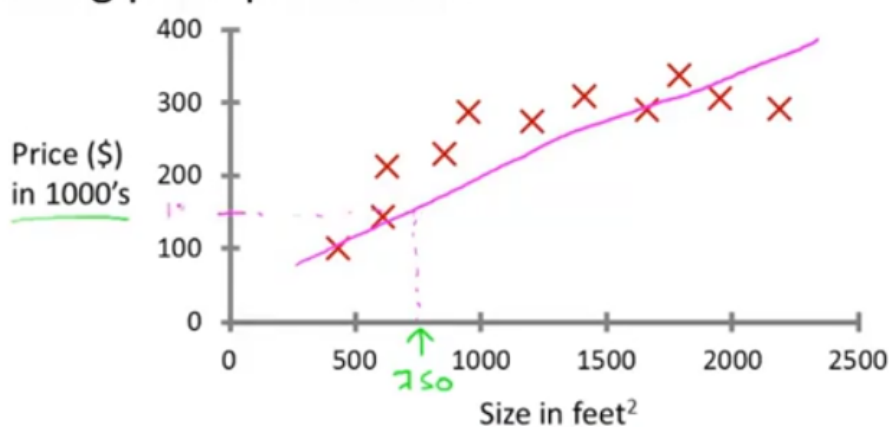


图 1.2: Room Price fitting straight



当然这并不是唯一能使用的学习算法，例如除了使用一条直线来拟合之外，还可以采用二阶函数或者二阶多项式来拟合，这样可能会更好，如图 1.3 所示，此时你再做预测，看上去房子可以卖出接近 20 万美元。

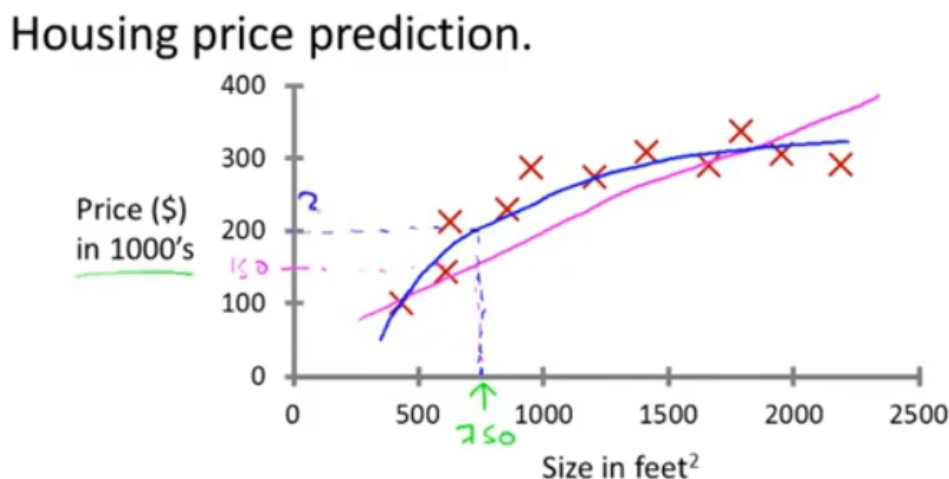


图 1.3: Room Price Second Derivative

而我们需要讨论的一件事就是如何选择如何决定，是采用直线来拟合数据，还是采用二阶函数来拟合，当然无论采用哪个模型都不会让你的朋友房子的价格卖的更好，但这是一个学习算法很好的例子，这是一个监督学习算法的例子。

监督学习是指我们给算法一个数据集，其中包含了正确答案，也就是说我们给他一个房价数据集，在这个数据集中的每个样本，我们都给出正确的价格，即这个房子实际卖价，算法的目的就是给出更多的正确答案，例如为你朋友想要卖掉的这所新房子给出估价，用更专业的术语来说，它也被称为回归问题。这里的回归问题指的是我们想要预测连续的数值输出，也就是价格，技术上而言价格能够被圆整到分，因此是一个离散值，但通常我们认为房价是一个实数标量或是连续值，回归问题是我们设法预测连续值的属性。

### 1.3.2 分类问题

这里有另一个监督学习的例子，设法预测乳腺癌是恶性还是良性，假设某人发现了一个乳腺肿瘤即乳房上的肿块，需要预测是良性肿瘤还是恶性肿瘤，我们先来看看搜集的数据集如图 1.4 所示，横轴是肿瘤的尺寸，纵轴画了 1 或者 0 来代表是或者否，即看到的肿瘤是否是恶性的，恶性的对应 1，良性的对应 0。



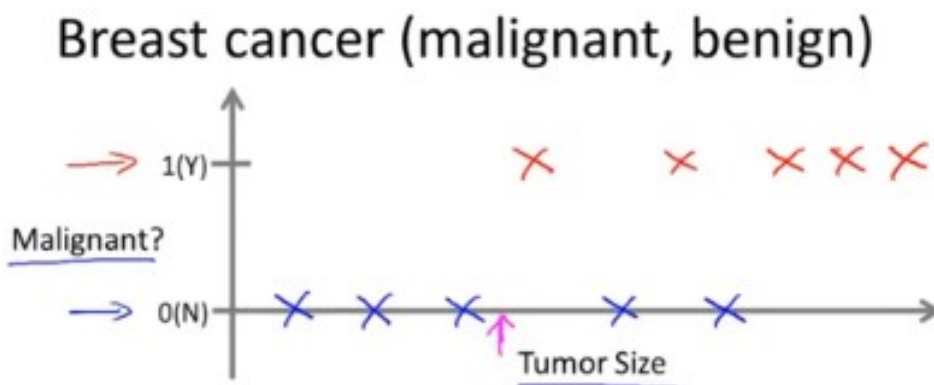


图 1.4: Tumor Prediction

假设有一个朋友不幸的患了乳腺肿瘤，她的肿块尺寸在图 1.4 红色箭头所指向的位置，机器学习的问题就是你能否估计出肿瘤是良性的还是恶性的概率，用更专业的术语来说，这就是一个分类问题，分类是指我们设法预测一个离散值输出，0 或 1 恶性或良性，其实在分类问题中有时也有两个以上的可能的输出值，在实际的例子中就是可能有三类型乳腺癌，因此可能要设法预测离散值 0、1、2 或 3，即没有癌症，或者癌症 1，癌症 2，癌症 3。在分类问题中有另外一种方法来绘制这些数据，如图 1.5 所示，将所有数据都对应下来。

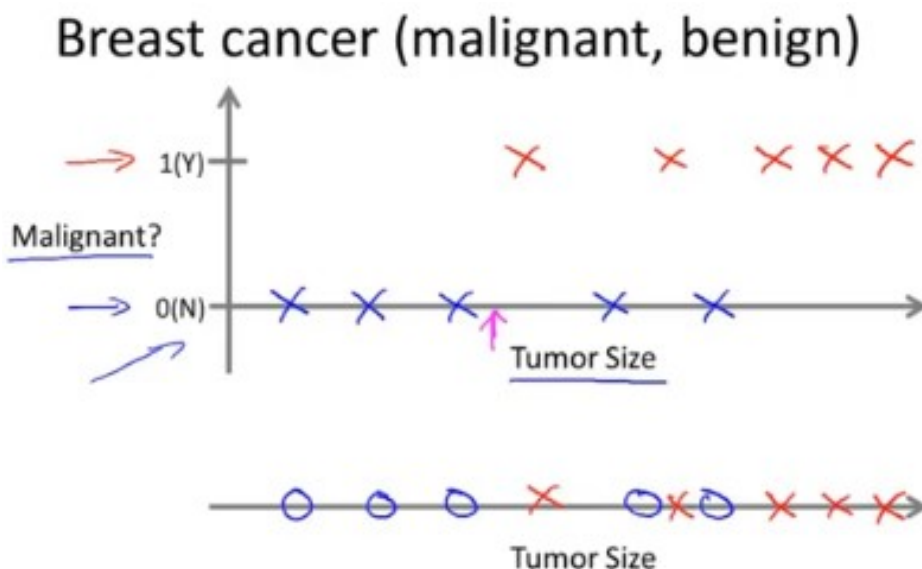


图 1.5: Tumor Prediction figure

在其它的机器学习问题中我们会有多个特征，多个属性，这里有个例子，假设我们不仅知道肿瘤的大小，还知道病人的年纪，在这种情况下数据集会如图 1.6 所示，假设有个朋友不幸的得了肿瘤，他肿瘤位于红色点的位置，我们可以用一条线来分离这两类肿瘤，此时机器算法可以判断该朋友的肿瘤位于良性区域。在其它的机器学习算法中，往往会有更多的特征，我的朋友研究了这样的问题，他们实际上使用了别的





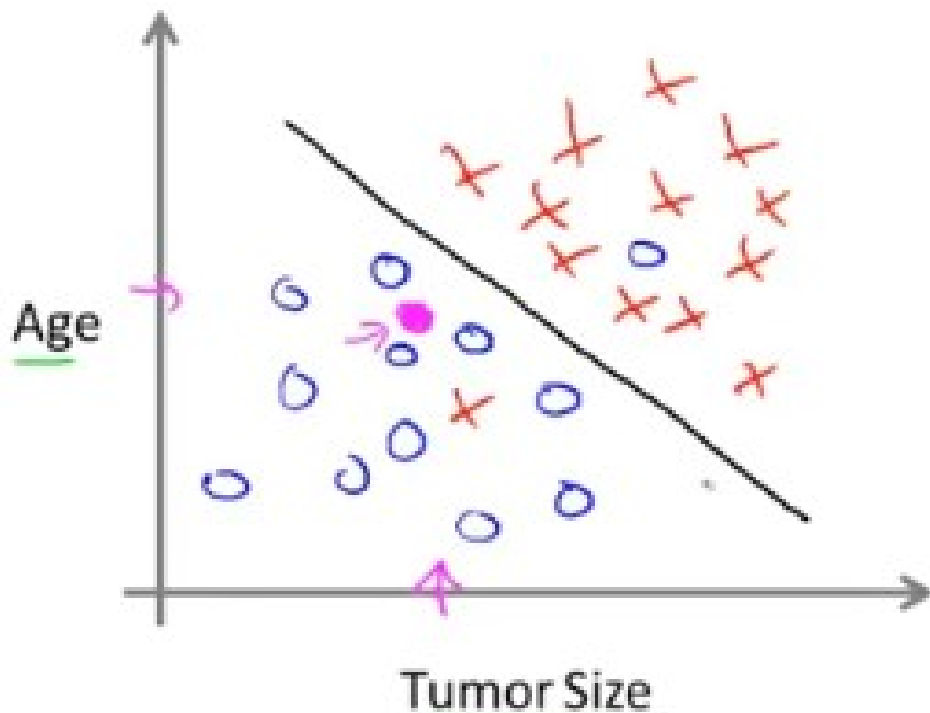


图 1.6: Tumor Area figure

特征，例如肿块的厚度，肿瘤细胞形状的均匀性，以及其它特征，在本课程中我们将看到的最有趣的学习算法是一个不仅仅能处理两个到三个或五个特征，而是能处理无穷多个特征的算法，在本节中只提到了五个不同的特征，但是对于某些机器学习问题，需要处理无穷多个特征，机器学习算法需要用到无穷多的属性，但是计算机明显是不能存储无穷多的特征，因为计算机可能会溢出，以支持向量机为例子，假设我写下无穷长的列表，无限长的特征，其实我们能设计一个算法来处理这种情况。

You're running a company, and you want to develop learning algorithms to address each of two problems.

Problem 1: You have a large inventory of identical items. You want to predict how many of these items will sell over the next 3 months.

Problem 2: You'd like software to examine individual customer accounts, and for each account decide if it has been hacked/compromised.

Should you treat these as classification or as regression problems?

- ☐ Treat both as classification problems.
- ☐ Treat problem 1 as a classification problem, problem 2 as a regression problem.
- ☐ Treat problem 1 as a regression problem, problem 2 as a classification problem.
- ☐ Treat both as regression problems.

图 1.7: Question01

概括一下在这节课上我们讨论了监督学习，想法是在监督学习中，对于数据集中



的每个样本, 我们想要算法预测, 并得出的“正确答案”, 像房子的价格或肿瘤是恶性的还是良性的, 我们也讨论了回归问题, 回归是指我们的目标, 是预测一个连续值输出, 我们还讨论了分类问题, 其目的是预测离散值输出, 最后提一个小问题, 问题如图 1.7 所示。

## 1.4 无监督学习

无监督学习告诉你更多哦。

## 1.5 问题

学习之后就要思考问题。



## 第 2 章 单变量线性回归



故不登高山，不知天之高也；不临深溪，不知地之厚也；不闻先王之遗言，不知学问之大也。

—荀子

### 2.1 模型描述

我们目前都是学生，接触  $\text{\LaTeX}$  的时间也不是很长，因此，对于此模板的错误还请多多包涵！目前，模板的拓展性或者可移植性有待完善，所以，我们强烈建议用户不要大幅修改模板文件，我们的初衷是提供一套模板，让初学者能够使用一些比较美观、优雅的模板。如果在使用过程中，想修改一些简单的东西需要帮忙，请联系我们，我们的邮箱是：[elegantlatex2e@gmail.com](mailto:elegantlatex2e@gmail.com)。我们将竭尽全力提供帮助！

值此版本发行之际，我们 Elegant $\text{\LaTeX}$  项目组向大家重新介绍一下我们的工作，我们的主页是 <http://elegantlatex.tk>，我们这个项目致力于打造一系列美观、优雅、简便的模板方便使用者记录学习历史。其中目前在实施或者在规划中的子项目有书籍模板 ElegantBook、笔记模板 ElegantNote、幻灯片模板 ElegantSlide。这些子项目的名词是一体的，请在使用这些名词的时候不要将其断开（如 Elegant Note 是不正确的写法）。并且，Elegant $\text{\LaTeX}$  Book 指的即是 ElegantBook。

### 2.2 代价函数

基于本模板追求视觉上的美观的角度，强烈建议使用者安装 `./fonts/` 文件夹下的字体。出于版权的考虑，务必不能将此模板用于涉及盈利目的的商业行为，否则，后果自负，本模板带的字体仅供学习使用，如果您喜欢某种字体，请自行购买正版。本文主要使用的字体如下

- Adobe Garamond Pro
- Minion Pro & Myriad Pro & Inconsolata
- 方正字体
- 华文中宋



**Note:** 中文正文使用了华文中宋, *Minion Pro* 为英文衬线字体 (`\rmfamily`), *Myriad Pro* 为英文非衬线字体 (`\sffamily`), *Inconsolata* 为英文打字机字体 (`\ttfamily`)。

并且, 如果系统内安装了 *Adobe* 字体, 大家可以把模板中使用到的黑体, 楷体, 宋体等字替换成 *Adobe* 字体, 这样可以达到最佳效果。

## 2.3 代价函数 (一)

### 2.3.1 编译方式

本模板基于 book 文类, 所以 book 的选项对于本模板也是有效的。但是, 只支持  $\text{Xe}\text{L}\text{A}\text{T}\text{E}\text{X}$ , 编码为 UTF-8, 推荐使用  $\text{T}\text{E}\text{Xlive}$  编译。作者编写环境为 Win8.1(64bit)+ $\text{T}\text{E}\text{Xlive}$  2013, 由于使用了参考文献, 所以, 编译顺序为  $\text{X}\text{e}\text{L}\text{A}\text{T}\text{E}\text{X}\rightarrow\text{B}\text{i}\text{B}\text{T}\text{E}\text{X}\rightarrow\text{X}\text{e}\text{L}\text{A}\text{T}\text{E}\text{X}\rightarrow\text{X}\text{e}\text{L}\text{A}\text{T}\text{E}\text{X}$ 。

本文特殊选项设置共有 3 类, 分为颜色、数学字体以及章标题显示风格。

### 2.3.2 选项设置

第一类为颜色主题设置, 内置 3 组颜色主题, 分别为 green (默认), cyan, blue, 另外还有一个自定义的选项 nocolor, 用户必须在使用模板的时候选择某个颜色主题或选择 nocolor 选项。调用颜色主题 green 的方法为 `\documentclass[green]{elegantbook}` 或者使用 `\documentclass[color=green]{elegantbook}`。需要改变颜色的话请选择 nocolor 选项或者使用 `color=none`, 然后在导言区定义 main、seco、thid 颜色, 具体的方法如下:

```
\definecolor{main}{RGB}{70,70,70}    %定义main颜色值
\definecolor{seco}{RGB}{115,45,2}     %定义seco颜色值
\definecolor{thid}{RGB}{0,80,80}      %定义thid颜色值
```

第二类为数学字体设置, 有两个可选项, 分别是 mathpazo (默认) 和 mtpro2 字体, 调用 mathpazo 字体使用 `\documentclass[mathpazo]{elegantbook}`, 调用 mtpro2 字体时需要把 mathpazo 换成 mtpro, mathpazo 不需要用户自己安装字体, mtpro2 的字体需要自己安装。

第三类为章标题显示风格, 包含 hang (默认) 与 display 两种风格, 区别在于章标题单行显示 (hang) 与双行显示 (display), 本说明使用了 hang。调用方式为 `\documentclass[hang]{elegantbook}` 或者 `\documentclass[titlestyle=hang]{elegantbook}`。

综合起来, 同时调用三个选项使用 `\documentclass[color=X,Y,titlestyle=Z]{elegantbook}`。其中 X 可以选择 green,cyan,blue,none; Y 可以选择 mathpazo 或者 mtpro; Z 可以选择 hang 或者 display。



	green	cyan	blue	主要使用的环境
main	<div></div>	<div></div>	<div></div>	newthem newlemma newcorol
seco	<div></div>	<div></div>	<div></div>	newdef
thid	<div></div>	<div></div>	<div></div>	newprop

表 2.1: ElegantBook 模板中的三套颜色主题

2.3.3 数学环境简介

在我们这个模板中，定义了三大类环境

1. 定理类环境，包含标题和内容两部分。根据格式的不同分为 3 种
- newthem、newlemma、newcorol 环境，颜色为主颜色 main，三者编号均以章节为单位；

• newdef 环境，含有一个可选项，编号以章节为单位，颜色为 seco；

• newprop 环境，含有一个可选项，编号以章节为单位，颜色为 thid。
2. 证明类环境，有newproof、note、remark、solution 环境，特点是，有引导符和引导词，并且 newproof、solution 环境有结束标志。
3. 结论类环境，有conclusion、assumption、property 环境，三者均以粗体的引导词为开头，和普通段落格式一致。
4. 示例类环境— example、exercise环境，编号以章节为单位，其中 exercise 环境有引导符。
5. 自定义环境— custom，带一个必选参数，格式与 conclusion 环境很类似。

2.3.4 可编辑的字段

在模板中，可以编辑的字段分别为作者\author、\email、\zhtitle、\zhend、\entitle、\enend、\version。并且，可以根据自己的喜好把封面水印效果的cover.pdf 替换掉，以及封面中用到的logo.pdf。



## 2.4 代价函数 (二)

## 2.5 梯度下降

## 2.6 梯度下降知识点总结

## 2.7 线性回归的梯度下降

## 2.8 本章课程总结



## 第3章 线性回归回顾



为往圣继绝学，为万世开太平！

—张载

### 3.1 矩阵和向量

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

考虑如下的随机动态规划问题

$$\begin{aligned} \max(\min) \quad & \mathbb{E} \int_{t_0}^{t_1} f(t, x, u) dt \\ \text{s.t.} \quad & dx = g(t, x, u)dt + \sigma(t, x, u)dz \\ & k(0) = k_0 \text{ given} \end{aligned}$$

where  $z$  is stochastic process or white noise or wiener process.

#### Definition 3.1 Wiener Process

If  $z$  is wiener process, then for any partition  $t_0, t_1, t_2, \dots$  of time interval, the random variables  $z(t_1) - z(t_0), z(t_2) - z(t_1), \dots$  are independently and normally distributed with zero means and variance  $t_1 - t_0, t_2 - t_1, \dots$



Fusce mauris. Vestibulum luctus nibh at lectus. Sed bibendum, nulla a faucibus semper, leo velit ultricies tellus, ac venenatis arcu wisi vel nisl. Vestibulum diam. Aliquam pellentesque, augue quis sagittis posuere, turpis lacus congue quam, in hendrerit risus eros eget felis. Maecenas eget erat in sapien mattis porttitor. Vestibulum porttitor. Nulla facilisi. Sed a turpis

eu lacus commodo facilisis. Morbi fringilla, wisi in dignissim interdum, justo lectus sagittis dui, et vehicula libero dui cursus dui. Mauris tempor ligula sed lacus. Duis cursus enim ut augue. Cras ac magna. Cras nulla. Nulla egestas. Curabitur a leo. Quisque egestas wisi eget nunc. Nam feugiat lacus vel est. Curabitur consectetur.

**Example 3.1:**  $E$  and  $F$  be two events such that  $\mathbf{P}(E) = \mathbf{P}(F) = 1/2$ , and  $\mathbf{P}(E \cap F) = 1/3$ , let  $\mathcal{F} = \sigma(Y)$ ,  $X$  and  $Y$  be the indicate function of  $E$  and  $F$  respectively. How to compute  $\mathbb{E}[X \mid \mathcal{F}]$ ?

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

❖ **Exercise 3.1:** let  $S = l^\infty = \{(x_n) \mid \exists M \text{ such that } \forall n, |x_n| \leq M, x_n \in \mathbb{R}\}$ ,  $\rho_\infty(x, y) = \sup_{n \geq 1} |x_n - y_n|$ , show that  $(l^\infty, \rho_\infty)$  is complete.

### Theorem 3.1 勾股定理

勾股定理的数学表达 (Expression) 为

$$a^2 + b^2 = c^2$$

其中  $a, b$  为直角三角形的两条直角边长,  $c$  为直角三角形斜边长。

📌 **Note:** 在本模板中, 引理 (lemma), 推论 (corollary) 的样式和定理的样式一致, 包括颜色, 仅仅只有计数器的设置不一样。在这个例稿中, 我们将不给出引理推论的例子。

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

### Proposition 3.1 最优性原理

如果  $u^*$  在  $[s, T]$  上为最优解, 则  $u^*$  在  $[s, T]$  任意子区间都是最优解, 假设区间为  $[t_0, t_1]$  的最优解为  $u^*$ , 则  $u(t_0) = u^*(t_0)$ , 即初始条件必须还是在  $u^*$  上。





Fusce mauris. Vestibulum luctus nibh at lectus. Sed bibendum, nulla a faucibus semper, leo velit ultricies tellus, ac venenatis arcu wisi vel nisl. Vestibulum diam. Aliquam pellen-tesque, augue quis sagittis posuere, turpis lacus congue quam, in hendrerit risus eros eget felis. Maecenas eget erat in sapien mattis porttitor. Vestibulum porttitor. Nulla facilisi. Sed a turpis eu lacus commodo facilisis. Morbi fringilla, wisi in dignissim interdum, justo lectus sagittis dui, et vehicula libero dui cursus dui. Mauris tempor ligula sed lacus. Duis cursus enim ut augue. Cras ac magna. Cras nulla. Nulla egestas. Curabitur a leo. Quisque egestas wisi eget nunc. Nam feugiat lacus vel est. Curabitur consectetur.

Suspendisse vel felis. Ut lorem lorem, interdum eu, tincidunt sit amet, laoreet vitae, arcu. Aenean faucibus pede eu ante. Praesent enim elit, rutrum at, molestie non, nonummy vel, nisl. Ut lectus eros, malesuada sit amet, fermentum eu, sodales cursus, magna. Donec eu purus. Quisque vehicula, urna sed ultricies auctor, pede lorem egestas dui, et convallis elit erat sed nulla. Donec luctus. Curabitur et nunc. Aliquam dolor odio, commodo pretium, ultricies non, pharetra in, velit. Integer arcu est, nonummy in, fermentum faucibus, egestas vel, odio.

### Corollary 3.1

假设  $V(\cdot, \cdot)$  为值函数, 则跟据最大值原理, 有如下推论

$$V(k, z) = \max \left\{ u(zf(k) - y) + \beta \mathbb{E}V(y, z') \right\}$$

**Proof:** 因为  $y^* = \alpha\beta z k^\alpha$ ,  $V(k, z) = \alpha/1 - \alpha\beta \ln k_0 + 1/1 - \alpha\beta \ln z_0 + \Delta$ .

$$\begin{aligned} \text{右边} &= \left\{ u(zf(k) - y) + \beta \mathbb{E}V(y, z') \right\} \\ &= \ln(zk^\alpha - \alpha\beta z k^\alpha) + \beta \mathbb{E} \left[ \frac{\alpha}{1 - \alpha\beta} \ln y + \frac{1}{1 - \alpha\beta} \ln z' + \Delta \right] \\ &= \ln(1 - \alpha\beta) z k^\alpha + \beta \left\{ \mathbb{E} \left[ \frac{\alpha}{1 - \alpha\beta} \ln \alpha\beta z k^\alpha \right] + \frac{1}{1 - \alpha\beta} \mathbb{E}[\ln z'] + \Delta \right\} \end{aligned}$$

利用  $\mathbb{E}[\ln z'] = 0$ , 并将对数展开得

$$\begin{aligned} \text{右边} &= \ln(1 - \alpha\beta) + \ln z + \alpha \ln k + \frac{\alpha\beta}{1 - \alpha\beta} [\ln \alpha\beta + \ln z + \alpha \ln k] + \frac{\beta}{1 - \alpha\beta} \mu + \beta \Delta \\ &= \frac{\alpha}{1 - \alpha\beta} \ln k + \frac{1}{1 - \alpha\beta} \ln z + \Delta \end{aligned}$$

所以左边 = 右边, 证毕。 □

**Properties:** Properties of Cauchy Sequence

1.  $\{x_k\}$  is cauchy sequence then  $\{x_k^i\}$  is cauchy sequence.
2.  $x_k \in \mathbb{R}^n$ ,  $\rho(x, y)$  is Euclidean, then cauchy is equivalent to convergent,  $(\mathbb{R}^n, \rho)$  metric space is complete.



Sed commodo posuere pede. Mauris ut est. Ut quis purus. Sed ac odio. Sed vehicula hendrerit sem. Duis non odio. Morbi ut dui. Sed accumsan risus eget odio. In hac habitasse platea dictumst. Pellentesque non elit. Fusce sed justo eu urna porta tincidunt. Mauris felis odio, sollicitudin sed, volutpat a, ornare ac, erat. Morbi quis dolor. Donec pellentesque, erat ac sagittis semper, nunc dui lobortis purus, quis congue purus metus ultricies tellus. Proin et quam. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Praesent sapien turpis, fermentum vel, eleifend faucibus, vehicula eu, lacus.

✂ **Application:** This is one example of the custom environment, the key word is given by the option of custom environment.

Suspendisse vel felis. Ut lorem lorem, interdum eu, tincidunt sit amet, laoreet vitae, arcu. Aenean faucibus pede eu ante. Praesent enim elit, rutrum at, molestie non, nonummy vel, nisl. Ut lectus eros, malesuada sit amet, fermentum eu, sodales cursus, magna. Donec eu purus. Quisque vehicula, urna sed ultricies auctor, pede lorem egestas dui, et convallis elit erat sed nulla. Donec luctus. Curabitur et nunc. Aliquam dolor odio, commodo pretium, ultricies non, pharetra in, velit. Integer arcu est, nonummy in, fermentum faucibus, egestas vel, odio.

### Definition 3.2 Contraction mapping

$(S, \rho)$  is the metric space,  $T : S \rightarrow S$ , If there exists  $\alpha \in (0, 1)$  such that for any  $x$  and  $y \in S$ , the distance

$$\rho(Tx, Ty) \leq \alpha \rho(x, y) \quad (3.1)$$

Then  $T$  is a *contraction mapping*.

### ✿ Remarks:

1.  $T : S \rightarrow S$ , where  $S$  is a metric space, if for any  $x, y \in S$ ,  $\rho(Tx, Ty) < \rho(x, y)$  is not contraction mapping.
2. Contraction mapping is continuous map.

**Conclusions:** 看到一则小幽默，是这样说的：别人都关心你飞的有多高，只有我关心你的翅膀好不好吃！说多了都是泪啊！



## 3.2 加法和标量乘法

## 3.3 矩阵向量乘法

## 3.4 矩阵乘法

## 3.5 矩阵乘法特征

## 3.6 逆和转制



## 第 4 章 配置



为往圣继绝学，为万世开太平！

—张载

### 4.1 安装 **MTLAB** 并设置编程任务环境

### 4.2 安装 **MATLAB**

### 4.3 在 **Windows** 上安装 **Octave**

### 4.4 在 **Mac OS X** 上安装 **Octave**

### 4.5 **GNU/Linux** 上安装 **Octave**

### 4.6 更多 **Octave/MATLAB** 资源

## 第 5 章 多变量线性回归



**5.1** 多功能

**5.2** 多元梯度下降法

**5.3** 多元梯度下降法演练 I-特征缩放

**5.4** 多元梯度下降法演练 II-学习率

**5.5** 特征和多项式回归

**5.6** 正规方程 (区别于迭代方法的直接解决)

**5.7** 正规方程在矩阵不可逆情况下的解决方法

**5.8** 完成并提交编程作业

## 第 6 章 Octave/Matlab 教程



### 6.1 基本操作

### 6.2 移动数据

### 6.3 计算数据

### 6.4 数据绘制

### 6.5 控制语句:**for, while, if** 语句

### 6.6 矢量

### 6.7 本章课程总结

## 第 7 章 Logistic 回归



**7.1** 分类

**7.2** 假设陈述

**7.3** 决策界限

**7.4** 代价函数

**7.5** 简化代价函数与梯度下降

**7.6** 高级优化

**7.7** 多元分类: 一对多

**7.8** 本章课程总结

## 第 8 章 正则化



### 8.1 过拟合问题

### 8.2 代价函数

### 8.3 线性回归的正则化

### 8.4 Logistic 回归的正则化



## 参考文献



- [1] T. M. Mitchell, “Machine learning,” 1999.