4. (**Theoretical**) Muestre con detalle que la sustitución hacia adelante se expresa como:

$$x_i = b_i - \sum_{j=0}^{i-1} A_{ij} x_j \tag{3.48}$$

tenemos que $Lx = b$ siendo L la matriz triangular inferior y b el vector ind.

Entonces:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & 0 \\ \vdots & & & \ddots & 0 \\ a_{n1} & \cdots & \cdots & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

$$\sum_{j=1}^{i} a_{ij} x_j = b_i$$

$$x_1 = \frac{b_1}{a_{11}}$$

$$x_2 = \frac{b_2 - a_{21} x_1}{a_{22}}$$

$$x_3 = \frac{b_3 - [a_{31} x_1 + a_{32} x_2]}{a_{33}}$$

$$a_{ii} x_i + \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} x_j = b_i$$

$$x_i = \frac{b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} x_j}{a_{ii}}$$

Si la matriz es de tipo $\begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & 1 & 0 & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & 1 & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & \cdots & \cdots & 1 \end{bmatrix}$

y tomando que la primera posición en python es 0:

$$\boxed{x_i = b_i - \sum_{j=0}^{i-1} a_{ij} x_j}$$

5. (**Theoretical**) Muestre con detalle que la sustitución hacia atrás se expresa como:

$$x_i = \frac{b_i - \sum_{j=i+1}^{n} A_{ij} x_j}{A_{ii}} \tag{3.49}$$

Para la sustitución para atras: $Ux = b$ siendo U la matriz triangular superior y b el vector $n1$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & a_i [\,\cdots\,] & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

se van a mult todos los u despues de a_{ii}
Por lo que $j = i+1$

$$x_n = \frac{b_n}{a_{nn}}$$

$$x_i = \frac{b_i - \sum_{j=i+1}^{n} u_{ij} x_j}{a_{ii}}$$

entonces

$$x_1 = \frac{b_1 - a_{12}x_2 - a_{13}x_3 - a_{14}x_4 \cdots - a_{1n}x_n}{a_{11}}$$

$$x_1 = \frac{b_1 - \sum_{j=i+1}^{n} a_{ij} x_j}{a_{11}}$$