$$P = a_1 P_1 + a_2 P_2$$

$a_1 + a_2 = 1$

P_1, P_2 dos medidas de probabilidad

$a_1, a_2 \in \mathbb{R}^+$

Axiomas de Kolmogórov:

1. ¿$P(\Omega) = 1$?

$$P(\Omega) = a_1 P_1(\Omega) + a_2 P_2(\Omega)$$

$$P_1(\Omega) = P_2(\Omega) = 1$$

porque P_1 y P_2 cumplen con el axioma

$$\rightarrow P(\Omega) = a_1 + a_2$$

$$a_1 + a_2 = 1$$

$$P(\Omega) = 1$$

2. ¿$\forall A \in \mathcal{F} \quad P(A) \geq 0$?

$$P(A) = a_1 P_1(A) + a_2 P_2(A)$$

$\forall A: \quad P_1(A) \geq 0 \wedge P_2(A) \geq 0$

porque P_1, P_2 cumplen con el axioma

$\rightarrow \quad P(A) = a_1 b_1 + a_2 b_2$

donde $b_1, b_2 \in \mathbb{R}^+$

$a_1, a_2 \in \mathbb{R}^+$ por definición

$\rightarrow (a_1 b_1, a_2 b_2) \in \mathbb{R}^+$

$\rightarrow a_1 b_1 + a_2 b_2 \in \mathbb{R}^+$

$\rightarrow P(A) \geq 0$

3. ¿$P\left(\bigcup_i^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i)$ si $A_i \cap A_j = 0$ $\forall i \neq j$?

$$P\left(\cup_i^{\infty} A_i\right)$$
$$= a_1 P_1\left(\cup_i^{\infty} A_i\right) + a_2 P_2\left(\cup_i^{\infty} A_i\right)$$
si $A_i \cap A_j \neq 0 \ \forall i \neq j$

$$\therefore P\left(\cup_i^{\infty} A_i\right)$$
$$= a_1 \sum_{i=1}^{n} P_1(A_i) + a_2 \sum_{i=1}^{n} P_2(A_i)$$

$$\sum_{i=1}^{n} P(A_i) = \sum_{i=1}^{n}\left(a_1 P_1(A_i) + a_2 P_2(A_i)\right)$$
$$\Rightarrow = \sum_{i=1}^{n} a_1 P_1(A_i) + \sum_{i=1}^{n} a_2 P_2(A_i)$$
$$= \sum_{i=1}^{n}\left(a_1 P_1(A_i) + a_2 P_2(A_i)\right)$$
$$= \sum_{i=1}^{n} P(A_i)$$

Como se cumplen las tres leyes P es una medida de probabilidad.