

Edge-Preserving Image Denosing and Estimation of Discontinuous Surface (基于梯度的单边局部线性核估计)

作者: Irene Gijbels, Alexandre Lambert, Peihua Qiu

时间: 2006.7 2017.6.30 阅

期刊: IEEE Transactions on pattern and machine intelligence

摘要: 在本文中, 作者对处理从带噪数据中估计不连续曲面感兴趣, 基于局部线性核光滑提出了一种新方法, 在这个方法中, 局部邻域被应用不用在根据观测数据度量的曲面的局部光滑性中, 因此这个方法可以在曲面的连续区域取出噪声, 同时也可以保留不连续, 由于图像可以被看做是由图像强度函数的构成的曲面, 并且在物体的边界处有不连续面, 所以这个方法可以直接应用到图像去噪, 与其他现存的方法相比, 数值模拟可以说明其效果很好。

关键字: 角, 边缘, 保跳估计, 局部线性拟合, 噪声, 非参数回归, 光滑, 曲面拟合, 加权均方误差。

文章布局: 第一节: 说明; 第二节: 方法详述; 第三节: 数值模拟比较和异方差情况; 第四节: 保角估计; 第五节: 运用于各个数据集; 第六节: 非均匀设计区域; 第七节: 结论和讨论

主要思想: 首先说明了局部线性核估计 (1-3), 并给出了核的具体形式, 这个方法对于估计连续面效果很好, 但是对于估计那些邻域内有边缘点的点时, 结果是有偏的, 基于此, 提出了单边局部线性核估计, 根据过目标点且垂直于目标点梯度方向的直线将核的支撑集分为两个半圆, 在这两个半圆分别进行局部线性核估计, 加上原来的估计量, 一个得到了三个估计值, 然后分别计算这三个估计值的 WRMS (加权均方误差) (4), 然后构造 diff 统计量, 来进行估计量的选择, 所以只有窗宽 h 和阈值 u 两个参数需要选择, 本文主要用的是留一交叉验证的方式进行的参数选择。对于统计量的质量通过 $MISE/MISE_e$ (5) 来度量。对于异方差的情况, 这个方法表现依旧不错。对于存在角的情况, 改进了这个方法, 主要是核的支撑集的旋转和伸缩变化 (6) (主要思想是窗宽 H 的选择), 基于各向异性度量指标, 对角的度量 c 的估计, 当 c 的估计值超过一定的阈值 C , 则用上述 H 的变换作为窗宽并结合对于对应的 WRMS 进行估计量的选择, 最后模拟也说明作者提

出要的方法在在缺失图像的补全方面效果尚可。

思考：异方差的存在合理性？（考虑异方差的原因？）方差带跳？（对残差估计，修改误差）变系数？

相关公式：

$$\begin{aligned} & (\hat{a}_c(x, y), \hat{a}_{c,x}(x, y), \hat{a}_{c,y}(x, y)) \\ & = \arg \min_{a,b,c} \sum_{i=1}^n (Z_i - a - b(X_i - x) - c(Y_i - y))^2 \\ & * K_B((X_i - x), (Y_i - y)) \end{aligned} \quad (1)$$

其中，

$$K_B(x, y) = \frac{1}{|B|} K(B^{-1} \cdot (x, y)^t)$$

B 是一个 2×2 的全局窗宽矩阵，|B| 是其行列式的值，K(x,y) 是一个全对称的二元核，并存在一个紧支撑集 $\{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\}$

通常我们取：

$$\begin{aligned} K(x, y) = & ((\exp(-(x^2 + y^2)/2) \\ & - \exp(-0.5)) / (2\pi - 3\pi \exp(-0.5))) \end{aligned} \quad (2)$$

原因在于考虑 $m(X_i, Y_i)$ 在点 (x,y) 处的一阶泰勒展开：

$$\begin{aligned} m(X_i, Y_i) = & m(x, y) + \frac{\partial m}{\partial x}(x, y)(X_i - x) \\ & + \frac{\partial m}{\partial y}(x, y)(Y_i - y) + \dots \end{aligned} \quad (3)$$

对于存在边缘的情况，在不同的邻域内，分别进行局部线性核估计，然后通过加权均方误差（MRMS）进行比较选择：

$$\begin{aligned} WRMS_j(x, y) = & \frac{1}{\sum_i K_B(i)} \sum_i [Z_i - \hat{a}_j(x, y) \\ & - \hat{a}_{j,x}(x, y)(X_i - x) - \hat{a}_{j,y}(x, y)(Y_i - y)]^2 K_B^{(j)}(i) \end{aligned} \quad (4)$$

($j = 0, 1, 2$)

对于统计量质量的度量主要采用 MISE 和 $MISE_e$ ：

$$M\hat{I}SE_e = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{m}(X_i, Y_i) - m(X_i, Y_i))^2 I[(X_i, Y_i) \in B(m, h)]}{\sum_{i=1}^n I[(X_i, Y_i) \in B(m, h)]} \quad (5)$$

最后对于角的情况，主要是根据各向异性度量和窗宽 H 的旋转与伸缩：

$$\begin{pmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h/k_1 & 0 \\ 0 & hk_2 \end{pmatrix} \quad (6)$$