

# CI1238 - Otimização

## Primeiro Trabalho Prático

14 de março de 2024

### 1 Introdução

O trabalho consiste em modelar e implementar, por programação linear, uma solução para o problema de “Transporte de carga com pacotes de recursos”.

A resolução do trabalho, ou seja, a descrição do problema, da modelagem e da implementação, deve estar em um texto claro em formato de um artigo e em pdf. Este texto deve conter o nome dos autores (alunos da equipe), uma introdução com o problema, a modelagem e sua explicação (de por que essa modelagem resolve o problema). Todas as referências que forem usadas devem estar citadas corretamente no texto.

Não se espera a implementação do método simplex. A tarefa principal de implementação consiste em gerar uma saída para ser usada pelo resolvidor `lp.solve`. Seu programa deve compilar e executar nas servidoras do DINF. A implementação deve estar descrita no texto que contém a resolução do trabalho e deve apresentar exemplos de uso e outras informações que os autores julguem necessário.

O trabalho deve ser entregue com um **makefile** de forma que ao digitar o comando **make** o executável **transporte** seja construído no diretório corrente.

Você deve entregar um arquivo compactado (no formato **tar.gz**) com os nomes dos alunos da equipe (ou logins) com os seguintes arquivos no diretório raiz:

- texto (em pdf);
- os fontes (podem estar em subdiretórios);
- makefile;
- exemplos usados no texto (podem estar em subdiretórios).

A entrega deve ser feita por e-mail para `andre@inf.ufpr.br`, em um arquivo compactado com todos os arquivos do trabalho, com assunto “Otimização-trabalho 1” (exatamente). O trabalho pode ser feito individualmente ou em dupla.

## 2 O problema

### Transporte de carga com pacotes de recursos

Uma empresa tem uma fábrica, em uma cidade (origem), e um depósito, em uma outra cidade (destino). Esta empresa produz um tipo de produto que se vende em peso (toneladas).

Considerando que a empresa vai conseguir vender toda a sua produção e terá um ganho fixo (descontado o custo de produção) de  $p$  para cada tonelada transportada até o depósito, a empresa quer enviar o máximo possível de seu produto para o depósito (por dia).

Para isso precisa usar uma rede de transporte. Esta rede é formada por  $n$  cidades  $\{1, 2, \dots, n\}$  (incluindo as cidades origem, 1, e destino,  $n$ ) e  $m$  rotas (não importa o meio de transporte) ligando duas cidades. Cada rota  $e = (i, j)$  liga as cidades  $i$  e  $j$  da rede e tem uma capacidade de carga diária limitada em  $c_e$  toneladas por dia.

Para atravessar uma rota é exigido um certo conjunto mínimo de recursos que a empresa deve ter. Ou seja, existe um conjunto de  $k$  recursos  $\{1, 2, \dots, k\}$  e para uma rota  $e$  é necessário que a empresa tenha uma quantidade do recurso  $\ell$  que seja maior ou igual a  $r_{e\ell}$  por tonelada transportada. Após usar a rota  $e$ , essa quantidade do recurso é usada.

Os recursos só podem ser comprados pela empresa (no mercado de recursos) em pacotes. Cada tipo de pacote tem uma certa quantidade de cada recurso e tem um custo (em dinheiro). Ou seja, existe no mercado  $q$  tipos de pacotes,  $\{1, 2, \dots, q\}$ . Cada pacote de recursos  $u$  tem  $s_{u\ell}$  do recurso  $\ell$  e custa  $v_u$ .

O lucro final da empresa será o ganho da venda do produto menos o custo com os pacotes de recursos. Ou seja, se a empresa conseguir enviar  $W$  toneladas do produto e tiver gasto  $C$  na compra dos pacotes de recursos, terá um lucro de  $pW - C$ .

### 2.1 Formato de entrada e saída

Os formatos de entrada e saída, são descritos a seguir e devem ser usados a entrada e a saída padrões (STDIN e STDOUT).

A entrada é formada de um conjunto de números inteiros. Os números podem estar separados por 1 ou mais espaços, tabs ou fim de linha.

**Entrada:** Inicia com 5 números  $n$ ,  $m$ ,  $k$ ,  $q$  e  $p$  indicando a quantidade de cidades, rotas, recursos, e pacotes e o ganho por tonelada transportada, respectivamente. Em seguida temos  $m$  linhas, cada uma com os dados de uma rota. Cada rota é descrita com  $k + 3$  números indicando as cidades  $i$  e  $j$  (extremos da rota), a capacidade e os valores dos recursos necessários  $r_{i,j,t}$ , com  $t = 1, 2, \dots, k$ . Em seguida temos  $q$  linhas, cada uma com os dados de um pacote de recursos. Cada pacote é descrito com  $k + 1$  números indicando o valor do pacote ( $v_u$ ) e as quantidades de cada recurso  $s_{u,t}$ , com  $t = 1, 2, \dots, k$ .

**Saída:** um arquivo no formato de entrada do `lp_solve` com a descrição do programa linear que resolve o problema para a instância dada. O formato de entrada do `lp_solve` está descrito na URL abaixo:

<http://lpsolve.sourceforge.net/5.5/lp-format.htm>

## 2.2 Exemplo de entrada

Considere  $n = 4$  cidades,  $m = 5$  rotas,  $k = 3$  recursos,  $q = 2$  pacotes e  $p = 100$  de ganho. As rotas e os pacotes são descritos na tabela abaixo:

recursos	rotas					pacotes	
	1, 2	1, 3	2, 3	2, 4	3, 4	1	2
1	1	2	1	2	3	4	5
2	1	2	2	1	4	2	2
3	5	0	0	0	6	0	1
	5	2	5	2	5	10	20
	capacidades					custos	

O arquivo de entrada seria como abaixo.

```
4 5 3 2 100
1 2 5 1 1 5
1 3 2 2 2 0
2 3 5 1 2 0
2 4 2 2 1 0
3 4 5 3 4 6
10 4 2 0
20 5 2 1
```

Para este exemplo um plano ótimo tem ganho de 150, onde são comprados 5 pacotes do tipo 1 e passando 2 toneladas, de 1 para 3, de 3 para 2 e de 2 para 4 e 0 nas outras rotas.

## 2.3 Exemplo de entrada do `lp_solve`

Um exemplo, tirado de outro problema, pode ser visto abaixo.

$$\text{min : } 100x_{31} + 100x_{32};$$

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} = 10;$$

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} = 20;$$

$$x_{11} + x_{12} \leq 5;$$

$$x_{21} + x_{22} \leq 10;$$

$$x_{31} + x_{32} \leq 50;$$

$$x_{21} = 0;$$