UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MONTES CLAROS
Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas
Engenharia de Sistemas

Sinais e Sistemas

2^o Trabalho

Luana Michelly Aparecida da Costa

Montes Claros, 27 de maio de 2015

Sumário

Capítulo 1

Introdução

1.1 Proposta do Trabalho

1.1.1 Função de convolução de dois sinais

Implementar uma função que realize a convolução entre dois sinais de tempo discreto. A função deve receber como parâmetros de entrada os dois sinais (numpy arrays) e o valor inicial da variável independente(já que o sinal de saída somente começará a aparecer quando os dois sinais se ”encontrarem”, a função trabalha a partir deste ponto) e retornar o sinal resultante (numpy array) e os respectivosvalores da variável independente (numpy array).

1.1.2 Realizar testes com alguns sinais

Realize testes com alguns sinais (escolha os sinais que julgar serem interessantes), apresentando sempre três gráficos:

- Os sinais de entrada,
- O sinal resultante da convolução.

1.2 Objetivos

O objetivo principal deste trabalho, segundo o professor, é permitir que a acadêmica, por meio da utilização de uma ferramenta computacional, consiga compreender a interpretação “rebate, desloca, multiplica e soma” do somatório de convolução. Como objetivo secundário, tem-se o incentivo ao estudo da linguagem Python. Além disso, toma-se como objetivo da acadêmica a continuação do estudo do LaTeX.

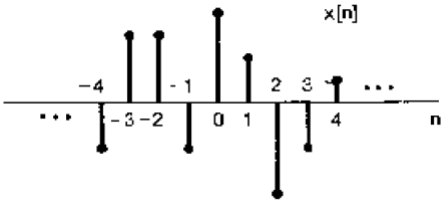


Figura 1.1: Sinal

1.3 Descrição do Problema

1.3.1 Representação de sinais de tempo discreto em termos de impulsos

Intuitivamente podemos pensar em um sinal de tempo discreto como sendo uma sequência de impulsos individuais. Passando isso para uma afirmação matemática, tomemos o sinal da figura 1.1. Podemos considerá-lo como a soma de impulsos deslocados. Como, por exemplo, o tempo -1 pode ser representado como:[3]

$$x[-1]\delta[n+1] = \begin{cases} x[-1], & \text{se } n = -1, \\ 0, & \text{caso contrário .} \end{cases}$$

Logo, podemos representar o sinal da seguinte forma:

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]\delta[n-k].$$

1.3.2 A resposta ao impulso e a representação da Soma de Convolução dos Sistemas LIT(Lineares e Invariantes no Tempo)

Digamos que o operador H denote o sistema ao qual a entrada x[n] é aplicada. Então, ao usar a última equação da secção acima para o sistema, aplicando a propriedade de linearidade e sabendo que ao aplicar um impulso em um sistema a saída é a própria resposta ao impulso, temos que a resposta ao impulso para a equação em questão é:[4]

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[n].$$

Capítulo 2

Desenvolvimento

2.1 Passando a ideia da solução com pseudocódigo

Ao analisar como é formado o vetor resultante da convolução de dois sinais, pôde-se montar mais claramente um algoritmo para realizar tal função, segue abaixo o pseudo-código:

Data: 2 vetores, x e h, representando sinais de tempo discreto
Result: 1 vetor y, que é a convolução dos sinais de entrada
for *i in a range(1:tamanhovetorh)* **do**
  for *j in a range(1:tamanhovetorx)* **do**
    y[i+j] += (h[i]*x[j]);
  end
end

Algorithm 1: Convolução de dois sinais

Explicando de maneira sucinta, ao rebater o sinal cada posição do vetor x irá multiplicar no vetor vetor e aparecer na forma de soma no vetor y em uma posição a frente. Suponhamos um vetor x = [1 2 3 4] e o vetor h = [1 2 3]. Rebatemos o x, ficando [4 3 2 1]. Repare que no vetor y teremos algo como:
y = [x[3]*h[0] x[3]*h[0]+x[2]*h[1] ...]. Se fôssemos utilizar o vetor da maneira como o recebemos na função, podemos perceber que a primeira posição, x[0], será a que multiplicará cada elemento do vetor h e reproduzido essa multiplicação para o vetor y. A partir dos outros elementos do vetor x, haverá um deslocamento quando ele for considerado no vetor y, devido ao deslocamento do impulso comentado anteriormente.

2.2 Explicando o algoritmo passo a passo

O código foi objetivamente comentado, então aqui acrescenta-se apenas um comentário a respeito da linha 5, que é sobre a definição do tamanho do vetor indep_values.
Podemos fazer uma analogia à questão já antiga de Física que relaciona um objeto que ultrapassa outro. O caso que nos interessa aqui é o que nenhum dos objetos possa ter ser tamanho considerado desprezível, como por exemplo um trem passando por um túnel. Para calcular o tempo de ultrapassagem, é considerado o tamanho dos dois corpos. Então como nenhum dos sinais tem um tamanho desprezível, os tempos dos impulsos*queemanalogiaseriamostamanhosdosmesmos* dos sinais são somados e subtraídos de um. Isso porque caso não sejam subtraídos seu último valor seria duplicado. Quanto à soma do valor inicial, esta ocorreu para impedir que o tamanho estabelecido seja influenciado pela determinação do início do vetor.

```
def Conv(x,h,valor_inicial):
        #Inicializando algumas variaveis
        lenx = len(x)
        lenh = len(h)
        indep_values = np.arange(valor_inicial, valor_inicial+lenh+lenx-1,1)
        #Mantem o tamanho do vetor, independente do valor_inicial
        y = np.zeros(lenh+lenx-1)
        for i in range(lenh):
                for j in range(lenx):
                        y[i+j] = y[i+j] + (h[i]*x[j])
                #a medida em que os sinais vao se "interceptando",
                #o valor de y se atualiza
        return (y, indep_values)
```

2.3 A escolha dos casos teste

Ao todo foram montados seis casos teste. Em parte aleatórios, mantendo preservado o objetivo inicial ao escolhê-los. De 1 a 3, os testes variam o tempo inicial entre negativo, positivo e nulo, respectivamente. Os outros visam corroborar 3 das propriedades da convolução. O número 4 ratifica a propriedade comutativa, o 5, a distributiva e o 6 o impulso como elemento neutro da convolução.

Teste1 - Valor inicial negativo
x = [5,2,4,5,2,5,7,5]
h = [6,3,5,4,6]
tempo inicial = -4

Teste2 - Valor inicial positivo
x = [6,3,5,4,6]
h = [1,4,2]
tempo inicial = 3

Teste3 - Valor inicial nulo
x = [1,1,-1,0,2,-2]
h = [-2,1,1,1,1]
tempo inicial = 0

Teste4 - Comutativa
x = [1,4,2]
h = [6,3,5,4,6]
tempo inicial = 0

Teste5 - Distributiva
x = [6,6,6,5,2,5,7,5]
h = [6,3,5,4,6]
tempo inicial = 0

Teste6 - Impulso como elemento neutro
x = [6,2,4,9,1] h = [1] tempo inicial = 0

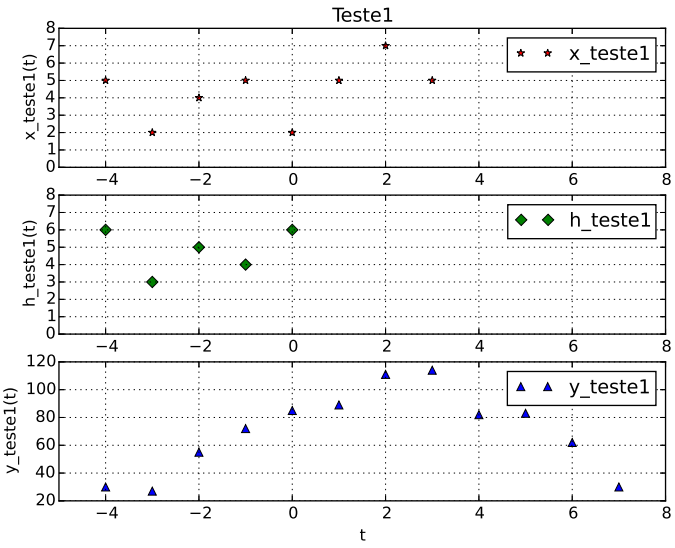
Capítulo 3

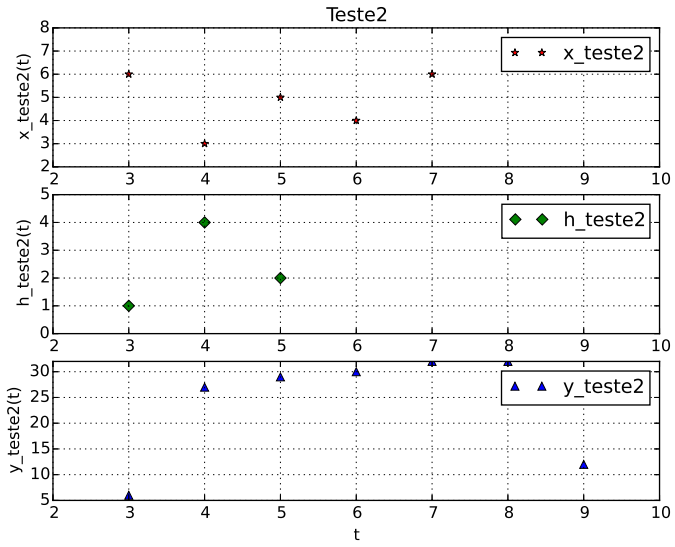
Resultados

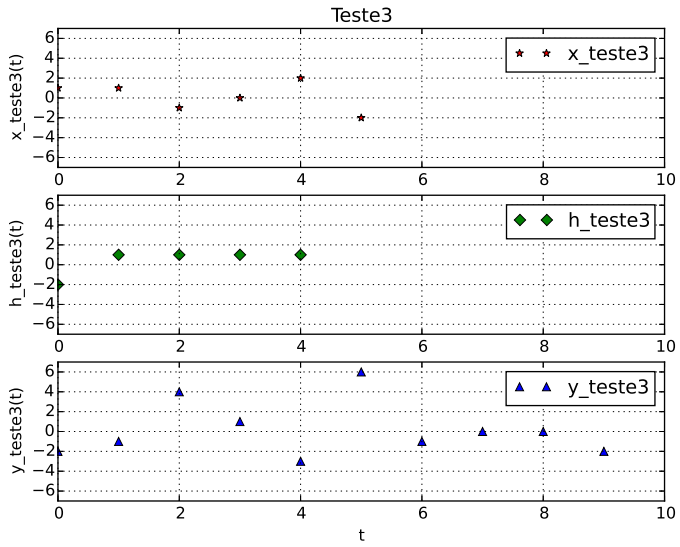
Primeiramente os vetores foram convoluídos pelo software Matlab para efeito de comparação e validação dos resultados. Logo após foram gerados os gráficos, validando o código.

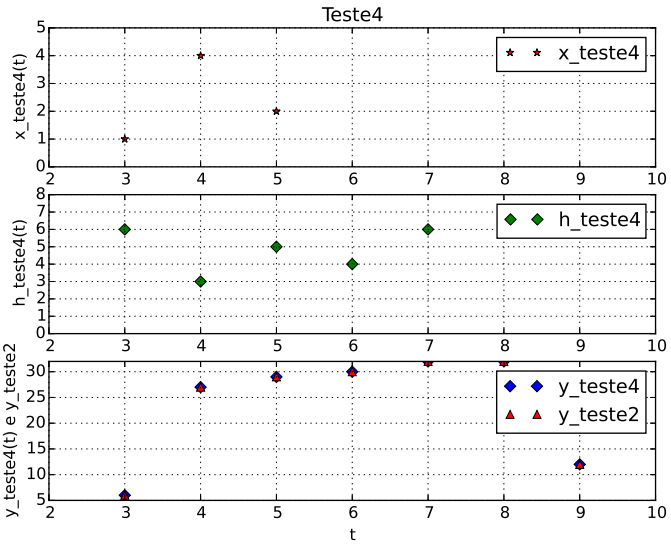
3.1 Gráficos gerados pelo algoritmo

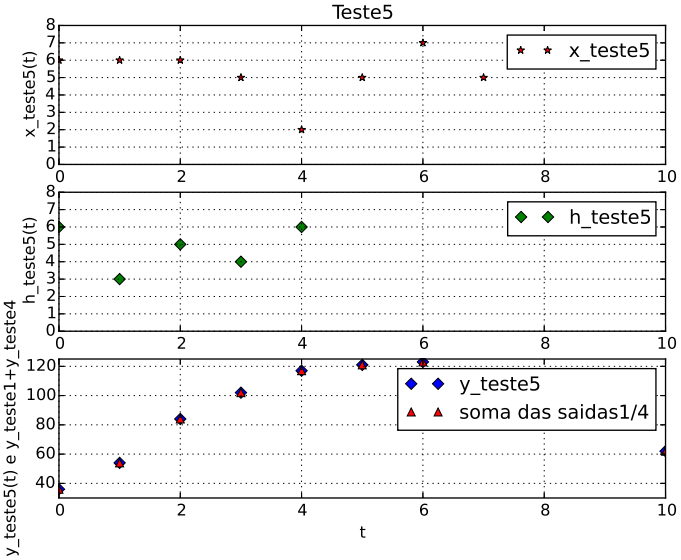
As dimensões dos gráficos foram pseudo-aleatórias, respeitando que os valores resultantes deveriam aparecer. Estão em ordem crescente dos testes como foram apresentados aqui, além de possuir um título para orientação.

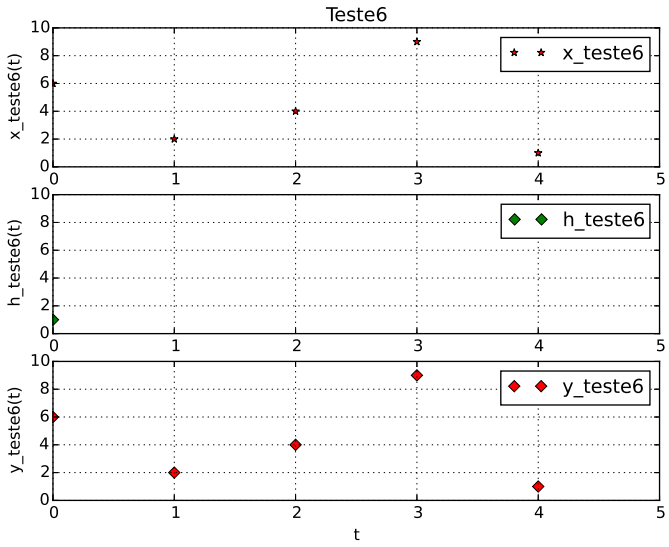



Teste2
x_teste2
h_teste2
y_teste2
x_teste2(t)
h_teste2(t)
y_teste2(t)
t


Teste3
x_teste3
h_teste3
y_teste3
x_teste3(t)
h_teste3(t)
y_teste3(t)
t


Teste4
x_teste4
h_teste4
y_teste4
y_teste2
x_teste4(t)
h_teste4(t)
y_teste4(t) e y_teste2
t


Teste5
x_teste5
h_teste5
y_teste5
soma das saidas1/4
x_teste5(t)
h_teste5(t)
y_teste5(t) e y_teste1+y_teste4
t


Teste6
x_teste6(t)
h_teste6(t)
y_teste6(t)
x_teste6
h_teste6
y_teste6
t
0
1
2
3
4
5
0
2
4
6
8
10

Capítulo 4

Conclusão

De acordo com os resultados apresentados durante o desenvolvimento da documentação, pode-se afirmar que todos os objetivos foram cumpridos. Quanto à elaboração da função, ela funciona adequadamente, gerando os gráficos correspondentes. O estudo das linguagens *Python* e LaTeXvem elevando para que o trabalho possa ser desenvolvido da melhor maneira possível.

Referências Bibliográficas

[1] NumPy Reference. Disponível em: <http://docs.scipy.org/doc/numpy/reference/index.html>. Acesso em: 18 de maio de 2015.

[2] Matplotlib Reference. Disponível em: <http://matplotlib.org/contents.html>. Acesso em: 18 de maio de 2015.

[3] OPPENHEIM, A.V.;WILLSKY,A.S.;NAWAB,S.H.*Signals and Systems*. 2th edition.

[4] HAYKIN, S.; VEEN,B.V. *Sinais e Sistemas*. Tradução: José Carlos Barbosa dos Santos. Porto Alegre, 2001

[5] Demonstração da Soma de Convolução em formato "*.cdf". Wolfram Demonstrations Project.

[6] Vetores e matrizes com numpy. Disponível em: <http://www.pbx-brasil.com/Pesquisa/Ferramentas/ProgramandoPython/aula112/vetoresNumpy.html>. Acesso em: 18 de maio de 2015.

[7] Sistemas lineares e Invariantes. Universidade do Porto, Faculdade de Engenharia, 2007/2008.<http://paginas.fe.up.pt/~mines/SS/Teoricas/SLITs/SS_slits_aula1.pdf>. Acesso em: 18 de maio de 2015.

[8] Computação científica com Python. Disponível em: <http://www.complex.if.uff.br/_media/python_flavio.pdf>. Acesso em 18 de maio de 2015.

[9] Documentação da função *conv* do Matlab. Dis <http://www.mathworks.com/help/matlab/ref/conv.html>. Acesso em: 18 de maio de 2015.

[10] Convolução.Disponível em: <http://pt.wikipedia.org/wiki/Convolufo>. Acesso em: 18 de maio de 2015.

[11] MILES. Not-So-Frequently Asked Questions for LaTeX, 2010. Disponível em: <http://web.mit.edu/rsi/www/pdfs/ifaq.pdf> . Acesso em: 24 de maio e 2015.

[12] Wikibooks-LaTeX. Disponível em: <http://en.wikibooks.org/wiki/LaTeX>. Acesso em: 24 de maio de 2015.

[13] BRITO, Rafael.The algorithms bundle, 2009. Disponível em: <http://repositorios.cpai.unb.br/ctan/macros/latex/contrib/algorithms/algorithms.pdf>. Acesso em: 24 de maio de 2015.