



# Grafos: Ordenação Topológica

Disciplina: Laboratório de Programação II

Professor: Luciano Brum

Email: [lucianobrum18@gmail.com](mailto:lucianobrum18@gmail.com)

Site: <https://sites.google.com/view/brumluciano>

**Assunto da aula de hoje:**

# **Grafos: Ordenação Topológica**

# Tópicos

- Conceito Básico.
- Algoritmo de Ordenação Topológica.
- Exemplo e aplicações.
- Resumo.

# Conceitos Básicos

- Será demonstrado como o algoritmo de **busca em profundidade** pode auxiliar na **ordenação topológica de grafos acíclicos orientados** (gao).
- Definição: uma **ordenação topológica** de um gao  $G = (V,E)$  é uma ordenação linear de **todos seus vértices**, tal que se  $G$  contém uma aresta  $(u,v)$ , então  **$u$  aparece antes de  $v$  na ordenação**.

# Conceitos Básicos

- Os vértices topologicamente ordenados aparecem na ordem inversa de seu tempo de término.
- Para obter os tempos de término de cada vértice, portanto, é necessária a execução do algoritmo BFS.

# Conceitos Básicos

- Observações importantes:
  - Impossível de executar o algoritmo em grafos cíclicos.
  - A ordenação não é necessariamente única.

# Conceitos Básicos

- Duas possíveis soluções para implementação da ordenação topológica:
  - Utilizando a busca em profundidade;
  - Utilizando o método de eliminação de vértices (Algoritmo de Kahn);

# Conceitos Básicos

- Alguns exemplos de grafos acíclicos orientados:
  - Hierarquia de herança entre classes em orientação a objetos;
  - Pré-requisitos de uma disciplina;
  - Restrições de cronograma em tarefas de um projeto;



# Tópicos

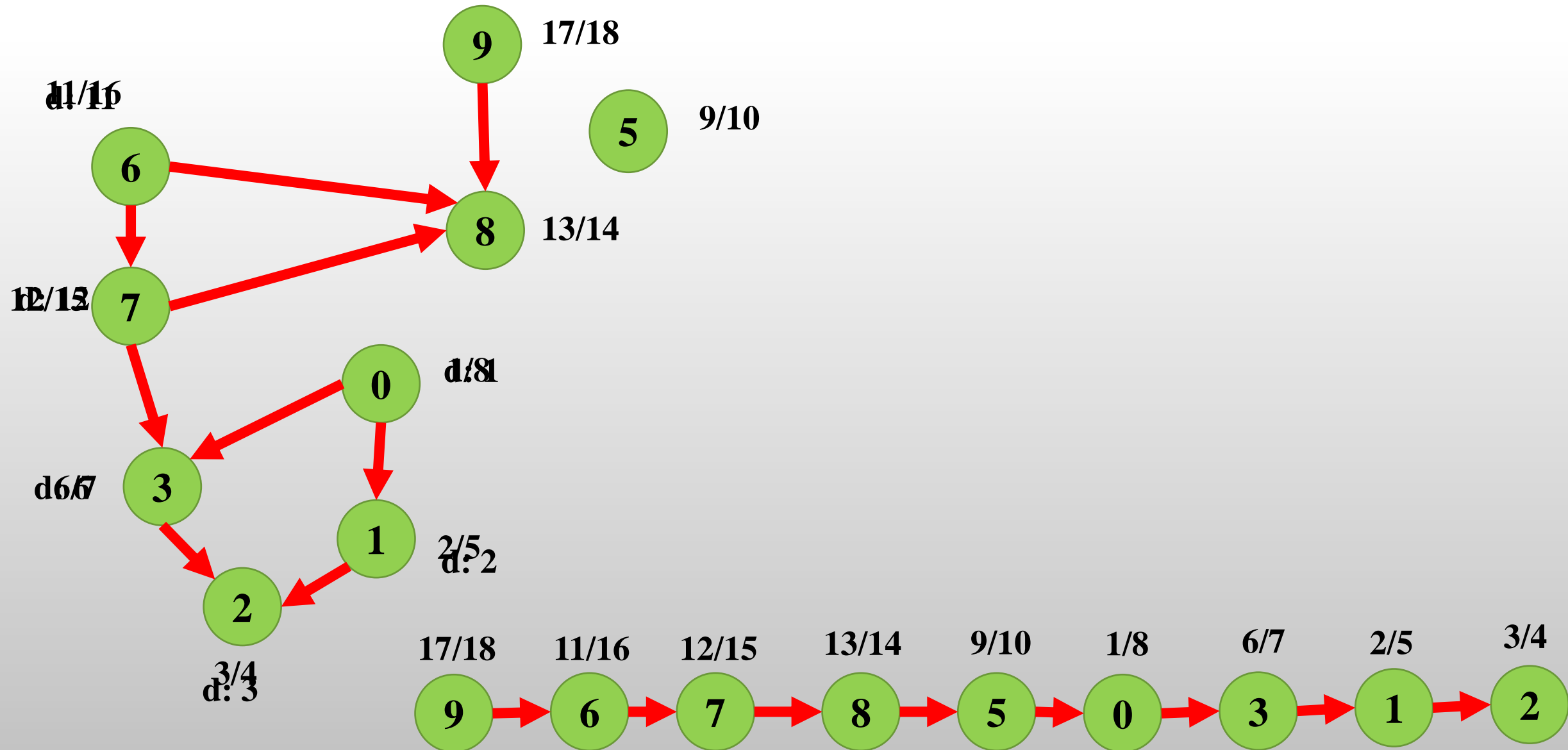
- ~~• Conceito Básico.~~
- Algoritmo de Ordenação Topológica (usando DFS).
- Exemplo e aplicações.
- Resumo.

# Algoritmo de Ordenação Topológica

TOPOLOGICAL-SORT( $G$ )

1. Chamar **DFS( $G$ )** para calcular o tempo de término  **$f[v]$**  para cada vértice  $v$ .
2. À medida que cada vértice é terminado, inserir o vértice no início de uma lista encadeada.
3. **return** a lista encadeada de vértices.

# Algoritmo de Ordenação Topológica



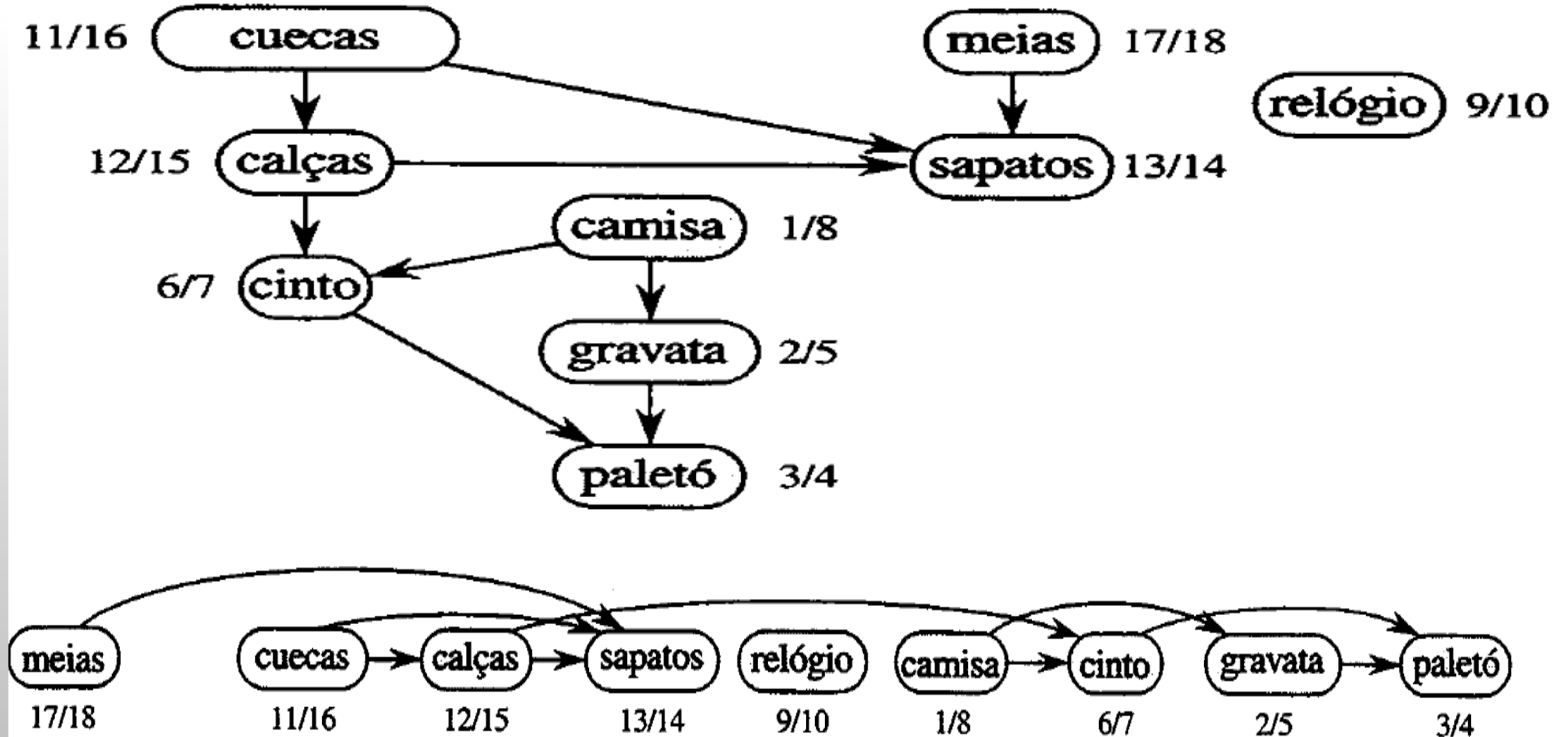
# Tópicos

- ~~• Conceito Básico.~~
- ~~• Algoritmo de Ordenação Topológica (usando DFS).~~
- Exemplo e aplicações.
- Resumo.

# Exemplos e Aplicações

- Grafos acíclicos orientados têm muitas aplicações para indicar precedência de eventos.
- Podemos adaptar o exemplo mostrado anteriormente, apenas trocando as informações dos vértices.
- Em vez de números, cada vértice informa um tipo de roupa que devemos vestir. Cada aresta  $(u,v)$  indica que devemos vestir a roupa **u** antes de **v**.

# Algoritmo de Ordenação Topológica

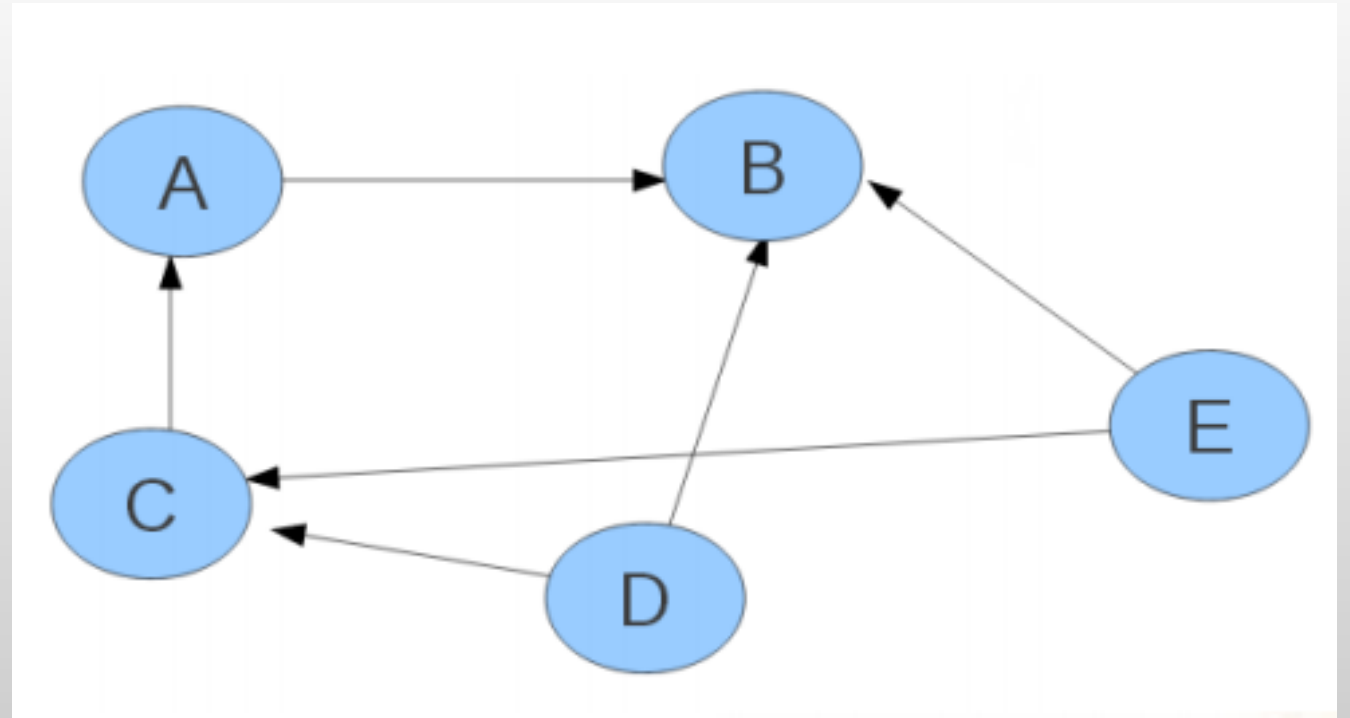


# Exemplos e Aplicações

- Um conjunto de  $N$  tarefas precisam ser executadas.
- Tarefas são dependentes:
  - Exemplo: tarefa B só pode ser executada depois de A;
- Podemos modelar o problema como um grafo direcionado.
- Problema: Qual ordem de execução não viola as dependências?

# Exemplos e Aplicações

- Exemplo:
  - B depende de A
  - A depende de C
  - C depende de D
  - B depende de E
  - B depende de D
  - C depende de E

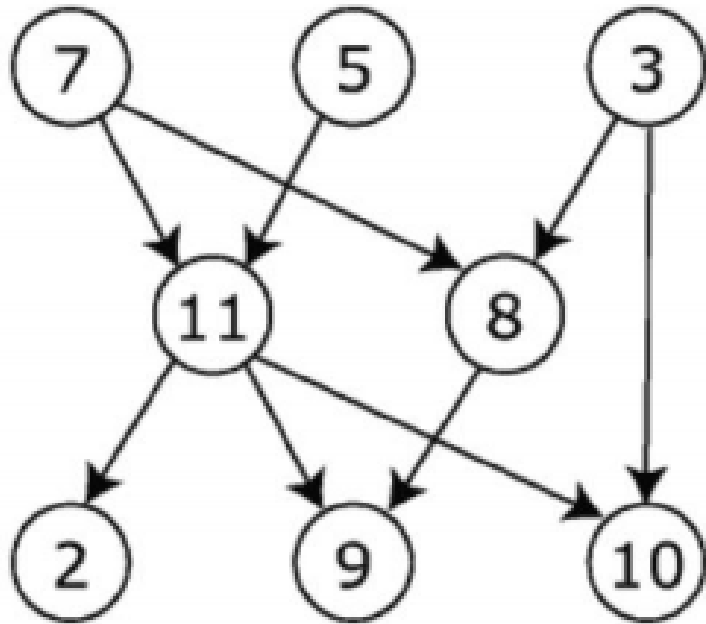


- **Basta aplicar o algoritmo de ordenação topológica !!**



# Exemplos e Aplicações

- Como dito, a ordenação topológica não é necessariamente única.



- 7, 5, 3, 11, 8, 2, 9, 10
- 3, 5, 7, 8, 11, 2, 9, 10
- 3, 7, 8, 5, 11, 10, 2, 9
- 5, 7, 3, 8, 11, 10, 9, 2
- 7, 5, 11, 3, 10, 8, 9, 2
- 7, 5, 11, 2, 3, 8, 9, 10

# Tópicos

- ~~• Conceito Básico.~~
- ~~• Algoritmo de Ordenação Topológica (usando DFS).~~
- ~~• Exemplo e aplicações.~~
- Resumo.

# Resumo

- Foi demonstrado o algoritmo de ordenação topológica utilizando o DFS.
- Foram demonstradas características da ordenação topológica e aplicações.
- Foram apresentados diversos exemplos e ‘passo a passo’ da execução do algoritmo.

# Referências Bibliográficas

- CORMEN, Thomas H. **Algoritmos: teoria e prática**. 3<sup>o</sup> ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2012. xvi, 926 p.

# Dúvidas?

Professor Luciano Brum  
email: [lucianobrum18@gmail.com](mailto:lucianobrum18@gmail.com)  
<https://sites.google.com/view/brumluciano>