

Transformação entre Bases Numéricas

Disciplina: Introdução à Arquitetura de Computadores

Luciano Moraes Da Luz Brum

Universidade Federal do Pampa – Unipampa – Campus Bagé

Email: lucianobrum18@gmail.com

Tópicos



- **Representação dos números;**
- **Transformações entre bases;**
 - **Método polinomial;**
 - **Método de subtrações;**
 - **Método das divisões;**
 - **Método da substituição direta;**
- **Números fracionários;**
- **Resumo;**

Representação dos Números

➤ Os sistemas de numeração formam os números através da seguinte fórmula:

➤
$$a = \sum_{i=-m}^{n-1} (x_i \cdot b^i)$$

➤ Onde:


- O 'a' representa o número propriamente dito;
- O 'b' representa a base do sistema de numeração ($b \geq 2$);
- O ' x_i ' representa os algarismos ($0 \leq x_i < b$);
- O intervalo $(-m, n-1)$ representa o número de posições;

Representação dos Números

➤ Exemplo:

$$\text{➤ } \mathbf{a} = \sum_{i=-m}^{n-1} (x_i \cdot b^i)$$

➤ Número 321 na base 10;


$$\text{➤ } \mathbf{321} = 3_2 * 10^2 + 2_1 * 10^1 + 1_0 * 10^0$$

➤ Número 12,56 na base 10;

$$\text{➤ } \mathbf{12,56} = 1_1 * 10^1 + 2_0 * 10^0 + 5_{-1} * 10^{-1} + 6_{-2} * 10^{-2}$$

(10) + (2) + (5 * 0,1) + (6 * 0,01)

Tópicos



- Representação dos números;
- Transformações entre bases;
 - Método polinomial;
 - Método de subtrações;
 - Método das divisões;
 - Método da substituição direta;
- Números fracionários;
- Resumo;

Transformação entre bases

- Os computadores atuais utilizam somente o **sistema de numeração binário** ($B = 2$), com os algarismos 0 e 1;
- **Todos computadores** utilizam internamente o sistema binário para **armazenamento e manipulação de dados e instruções**;
- Para o tratamento de números representados em outras bases são efetuadas rotinas de **codificação** e **decodificação**;

Transformação entre bases

- As bases 8 (sistema octal) e 16 (sistema hexadecimal), por exemplo, **compactam** significativamente a representação de números binários.
- Ex: $1100\ 0000\ 0000\ 0000_2 = 14000_8 = A000_{16}$
- A base 2 é útil por conta dos circuitos lógicos, porém documentar números grandes apenas com 0 e 1s é complicado;
- As bases 8 (sistema octal) e 16 (sistema hexadecimal) compactam significativamente a representação de números binários.

Tópicos



- Representação dos números;
- Transformações entre bases;
 - Método polinomial;
 - Método de subtrações;
 - Método das divisões;
 - Método da substituição direta;
- Números fracionários;
- Resumo;

Método Polinomial

- Os números são representados como **polinômios** e para passar de uma base para outra basta interpretar esse número como polinômio usando a **aritmética da base destino** ($\sum_{i=-m}^{n-1} (x_i \cdot b^i)$).

- Exercício: Qual o valor do número 100 nas bases 2, 8, 10 e 16?

Número	Posição 2	Posição 1	Posição 0	Resultado (base = 10)
100_2	$1 * 2^2$ (4) +	$0 * 2^1$ (0) +	$0 * 2^0$ (0) =	4
100_8	$1 * 8^2$ (64) +	$0 * 8^1$ (0) +	$0 * 8^0$ (0) =	64
100_{10}	$1 * 10^2$ (100) +	$0 * 10^1$ (0) +	$0 * 10^0$ (0) =	100
100_{16}	$1 * 16^2$ (256) +	$0 * 16^1$ (0) +	$0 * 16^0$ (0) =	256

Tópicos



- Representação dos números;
- Transformações entre bases;
 - Método polinomial;
 - Método de subtrações;
 - Método das divisões;
 - Método da substituição direta;
- Números fracionários;
- Resumo;

Método de Subtrações

- Selecionamos a **maior potência elevada na base destino** que podemos **subtrair** do número e **multiplicamos pelo maior valor do algarismo da base de destino;**
- Com o número resultante **efetuamos o mesmo processo** até obtermos o número **zero** como resposta;
- O resultado são todos **os algarismos multiplicados pela base destino em cada subtração, de cima para baixo, da direita para esquerda;**

Método de Subtrações

- Exercício: Qual o valor do número 681 nas bases 2 e 8?
- Resposta na Base 2: **1010101001**.

681	$681 - 1 \cdot 2^9$	681 - 512	169
169	$169 - 0 \cdot 2^8$	169 - 0.256	169
169	$169 - 1 \cdot 2^7$	169 - 128	41
41	$41 - 0 \cdot 2^6$	41 - 0.64	41
41	$41 - 1 \cdot 2^5$	41 - 32	9
9	$9 - 0 \cdot 2^4$	9 - 0.16	9
9	$9 - 1 \cdot 2^3$	9 - 8	1
1	$1 - 0 \cdot 2^2$	1 - 0.4	1
1	$1 - 0 \cdot 2^1$	1 - 0.2	1
1	$1 - 1 \cdot 2^0$	1 - 1	0

Método de Subtrações

- Exercício: Qual o valor do número 681 nas bases 2 e 8?
- Resposta na Base 8: **1251**.

681	$681 - 1 \cdot 8^3$	$681 - 512$	169
169	$169 - 2 \cdot 8^2$	$169 - 128$	41
41	$41 - 5 \cdot 8^1$	$41 - 40$	1
1	$1 - 1 \cdot 8^0$	$1 - 1$	0

Tópicos




- Representação dos números;
- Transformações entre bases;
 - Método polinomial;
 - Método de subtrações;
 - Método das divisões;
 - Método da substituição direta;
- Números fracionários;
- Resumo;

Método de Divisões

- O número a ser convertido é **dividido pela nova base** (na aritmética da base origem);
- O **resto da divisão** forma o algarismo mais a **direita** do número convertido;
- O quociente é novamente dividido até o quociente ser **zero**. A **sequência de todos os restos** forma o novo número;

Método de Divisões

- Exercício: Qual o valor dos números: 53 na base 2 e 56 na base 16?
- Resposta na Base 2: $53_{10} = 110101_2$.



53/2	26	Resta 1
26/2	13	Resta 0
13/2	6	Resta 1
6/2	3	Resta 0
3/2	1	Resta 1
1/2	0	Resta 1

Método de Divisões

- Exercício: Qual o valor dos números: 53 na base 2 e 56 na base 16?
- Resposta na Base 16: $56_{10} = 38_{16}$.

56/16	3	Resta 8
3/16	0	Resta 3

Tópicos



- Representação dos números;
- Transformações entre bases;
 - Método polinomial;
 - Método de subtrações;
 - Método das divisões;
 - Método da substituição direta;
- Números fracionários;
- Resumo;

Método de Substituição Direta

BASE 10	BASE 2	BASE 8	BASE 16
1	0001	1	1
2	0010	2	2
3	0011	3	3
4	0100	4	4
5	0101	5	5
6	0110	6	6
7	0111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

Método de Substituição Direta

BAS E 10	BASE 2	BAS E 8	BAS E 16
1	0001	1	1
2	0010	2	2
3	0011	3	3
4	0100	4	4
5	0101	5	5
6	0110	6	6
7	0111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

➤ Funciona somente entre bases que são potências inteiras entre si (octal para binário e vice-versa e hexadecimal para binário e vice-versa);

➤ Seja $B1 = B2^m$:

➤ Para converter de B1 para B2 ($B1 > B2$), cada algarismo de B1 é substituído por ' m ' algarismos equivalentes de B2;

➤ Exemplo:

➤ $517_8 \Rightarrow B1 = B2^m \Rightarrow 8 = 2^3 \Rightarrow 101\ 001\ 111_2$

➤ $70C_{16} \Rightarrow B1 = B2^m \Rightarrow 16 = 2^4 \Rightarrow 0111\ 0000\ 1100_2$

Método de Substituição Direta

- Para converter de B1 para B2 ($B1 < B2$), agrupam-se 'm' algarismos de B1 e este é transformado em um novo algarismo da base B2;

➤ Exemplo:

➤ $1111\ 0001\ 1000_2 = F\ 1\ 8_{16}$

➤ $101\ 100_{16} = 5\ 4_8$

BASE 10	BASE 2	BASE 8	BASE 16
1	0001	1	1
2	0010	2	2
3	0011	3	3
4	0100	4	4
5	0101	5	5
6	0110	6	6
7	0111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

Método de Substituição Direta

- Obs: Pode-se converter da base octal para hexadecimal e vice-versa, usando a base binária como terceira base;

- Exemplo:

➤ $5\ 1\ 7_8 = 1\ 0100\ 1111_2 = 1\ 4\ F_{16}$

➤ $7\ 0\ C_{16} = 011\ 100\ 001\ 100_2 = 3\ 4\ 1\ 4_8$

BASE 10	BASE 2	BASE 8	BASE 16
1	0001	1	1
2	0010	2	2
3	0011	3	3
4	0100	4	4
5	0101	5	5
6	0110	6	6
7	0111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

Tópicos



- **Representação dos números;**
- **Transformações entre bases;**
 - **Método polinomial;**
 - **Método de subtrações;**
 - **Método das divisões;**
 - **Método da substituição direta;**
- **Números Fracionários;**
- **Resumo;**

Números Fracionários

➤ Exercício: Qual o valor do número 10,11 nas bases 2, 8, 10 e 16?

Número	Posição 1	Posição 0	Posição -1	Posição -2	Resultado
$10,11_2$	$1 * 2^1$ (2)	$0 * 2^0$ (0)	$1 * 2^{-1}$ (0,5)	$1 * 2^{-2}$ (0,25)	2,75
$10,11_8$	$1 * 8^1$ (8)	$0 * 8^0$ (0)	$1 * 8^{-1}$ (0,125)	$1 * 8^{-2}$ (0,015625)	8,140625
$10,11_{10}$	$1 * 10^1$ (10)	$0 * 10^0$ (0)	$1 * 10^{-1}$ (0,1)	$1 * 10^{-2}$ (0,01)	10,11
$10,11_{16}$	$1 * 16^1$ (16)	$0 * 16^0$ (0)	$1 * 16^{-1}$ (0,0625)	$1 * 16^{-2}$ (0,00390625)	16,06640625

➤ Lembrando: $x^{-1} = \frac{1}{x}$ e $y^{-2} = \frac{1}{y^2}$

Números Fracionários

➤ Exercício: Qual o valor do número 6,125 na base 2?

➤ Resposta na Base 2: **110,001**.

6,125	$6,125 - 1 \cdot 2^2$	$6,125 - 1.4$	2,125
2,125	$2,125 - 1 \cdot 2^1$	$2,125 - 1.2$	0,125
0,125	$0,125 - 0 \cdot 2^0$	$0,125 - 0$	0,125
0,125	$0,125 - 0 \cdot 2^{-1}$	$0,125 - 0.0,5$	0,125
0,125	$0,125 - 0 \cdot 2^{-2}$	$0,125 - 0.0,25$	0,125
0,125	$0,125 - 1 \cdot 2^{-3}$	$0,125 - 0,125$	0

Números Fracionários

- Exercício: Qual o valor do número 6,8125 na base 8?
- Resposta na Base 8: 6,64.

6,8125	$6,8125 - 6 * 8^0$	$6,8125 - 6$	0,8125
0,8125	$0,8125 - 6 * 8^{-1}$	$0,8125 - 0,75$	0,0625
0,0625	$0,0625 - 4 * 8^{-2}$	$0,0625 - 4.0,015625$	0,125

Números Fracionários

- Exercício: Qual o valor do número 0,828125 da base 10 para a base 2?
- Resposta na Base 2: $0,828125_{10} = 0,110101_2$.

0,828125 * 2	1,65625	Parte Inteira = 1	Fração = 0,1
0,65625 * 2	1,3125	Parte Inteira = 1	Fração = 0,11
0,3125 * 2	0,625	Parte Inteira = 0	Fração = 0,110
0,625 * 2	1,25	Parte Inteira = 1	Fração = 0,1101
0,25 * 2	0,5	Parte Inteira = 0	Fração = 0,11010
0,5 * 2	1	Parte Inteira = 1	Fração = 0,110101

Tópicos



- Representação dos números;
- Transformações entre bases;
 - Método polinomial;
 - Método de subtrações;
 - Método das divisões;
 - Método da substituição direta;
- Números fracionários;
- Resumo;

Resumo

- Foi apresentada a fórmula geral que forma os sistemas de numeração atuais;
- Foram apresentados os quatro processos de transformações entre bases numéricas;
- Foram apresentadas as transformações entre bases numéricas com valores fracionários;

Sugestões de Leitura

- Canal de Ensino do prof. Dr. Sandro Camargo:
<https://www.youtube.com/user/scamargo10/videos>
- Leitura do capítulo 1 do livro Fundamentos de Arquitetura de Computadores (Raul Fernando Weber).

Dúvidas ?