

Multiplicação e Divisão de Números Binários

Disciplina: Introdução à Arquitetura de Computadores

Luciano Moraes Da Luz Brum

Universidade Federal do Pampa – Unipampa – Campus Bagé

Email: lucianobrum18@gmail.com

Tópicos

- Multiplicação de inteiros-positivos;
- Multiplicação de números em complemento de B;
- Divisão de inteiros-positivos;
- Divisão de números em complemento de B;
- Resumo;

Multiplicação de Inteiros-Positivos

- Na multiplicação com decimais:

$$\begin{array}{r} 63_{10} \\ \times \underline{123}_{10} \\ \hline 189 \\ 126 - \\ + \underline{63 - -} \\ \hline 7749_{10} \end{array}$$

(sem deslocamento: $\times 1 \ (B^0)$)

(um deslocamento: $\times 10 \ (B^1)$)

(dois deslocamentos: $\times 100 \ (B^2)$)

Multiplicação de Inteiros-Positivos

Multiplicando	Multiplicador	Resultado
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Figura 1: Tabela da multiplicação em binário. Fonte: Weber, 2001.

Multiplicação de Inteiros-Positivos

➤ Na multiplicação com binários:

$$\begin{array}{r}
 1110_2 (14_{10}) \\
 \times \quad \underline{1001_2} (09_{10}) \\
 \hline
 1110 \text{ (} \color{red}{14}_{10} \text{)} \\
 0000- \text{ (} 00_{10} \text{)} \\
 0000-- \text{ (} 00_{10} \text{)} \\
 + \underline{1110---} \quad \color{red}{(14_{10} \times 8_{10} = 112_{10})} \\
 \hline
 1111110_2 \text{ (} \color{red}{112_{10} + 14_{10} = 126_{10}} \text{)}
 \end{array}$$

(sem deslocamento: $\times 1 (B^0)$)

(um deslocamento: $\times 2 (B^1)$)

(dois deslocamentos: $\times 4 (B^2)$)

(três deslocamentos: $\times 8 (B^3)$)

Multiplicação de Inteiros-Positivos

- Na multiplicação com binários:

$$\begin{array}{r}
 1110_2 (14_{10}) \\
 \times \quad \underline{1001_2} (09_{10}) \\
 1110 (14_{10}) \quad \text{(sem deslocamento: } \times 1 (B^0) \text{)} \\
 0000- (00_{10}) \quad \text{(um deslocamento: } \times 2 (B^1) \text{)} \\
 0000-- (00_{10}) \quad \text{(dois deslocamentos: } \times 4 (B^2) \text{)} \\
 + \underline{1110---} (14_{10} \times 8_{10} = 112_{10}) \quad \text{(três deslocamentos: } \times 8 (B^3) \text{)} \\
 \hline
 1111110_2 (112_{10} + 14_{10} = 126_{10})
 \end{array}$$

- Sempre que o multiplicador for 1, copia-se o multiplicando para o resultado (e efetuam-se deslocamentos se necessário);

Multiplicação de Inteiros-Positivos

- Na multiplicação com binários:

$$\begin{array}{r}
 1110_2 \ (14_{10}) \\
 \times \ \underline{1001_2} \ (09_{10}) \\
 1110 \ (14_{10}) \\
 + \ 1110 \ \text{---} \ (14_{10} \times 8_{10} = 112_{10}) \\
 \hline
 1111110_2 \ (112_{10} + 14_{10} = 126_{10})
 \end{array}$$

(sem deslocamento: $\times 1 (B^0)$)
(três deslocamentos: $\times 8 (B^3)$)

- Sempre que o multiplicador for 0, o resultado da multiplicação intermediária pode ser eliminado da soma final;

Multiplicação de Inteiros-Positivos

- Na multiplicação com binários:

	1110_2	(14_{10})	
x	$\underline{1101}_2$	(13_{10})	
	1110	(14_{10})	(sem deslocamento: $\times 1 (B^0)$)
+	$\underline{1110--}$	$(14_{10} \times 4_{10} = 56_{10})$	(dois deslocamentos: $\times 4 (B^2)$)
	1000110_2	$(56_{10} + 14_{10} = 70_{10})$	(resultado intermediário)
+	$\underline{1110---}$	$(14_{10} \times 8_{10} = 112_{10})$	(três deslocamentos: $\times 8 (B^3)$)
	10110110_2	$(70_{10} + 112_{10} = 182_{10})$	(resultado final)

- O computador efetua as somas de 2 em 2 parcelas;
- É muito complexo para o computador somar diversas parcelas;

Multiplicação de Inteiros-Positivos

- Na multiplicação com binários:

(4 bits)		1110 ₂	(14 ₁₀)	
(4 bits)	x	<u>1101</u> ₂	(13 ₁₀)	
		1110	(14 ₁₀)	(sem deslocamento: x 1 (B ⁰))
	+	<u>1110--</u>	(14 ₁₀ x 4 ₁₀ = 56 ₁₀)	(dois deslocamentos: x 4 (B ²))
		1000110 ₂	(56 ₁₀ + 14 ₁₀ = 70 ₁₀)	(resultado intermediário)
	+	<u>1110---</u>	(14 ₁₀ x 8 ₁₀ = 112 ₁₀)	(três deslocamentos: x 8 (B ³))
(8 bits)		10110110 ₂	(70 ₁₀ + 112 ₁₀ = 182 ₁₀)	(resultado final)

- De modo geral, “n bits” x “m bits” = “n+m bits”;
- Para computadores que trabalham com números de “n” bits, a multiplicação gera resultado de “2n” bits;

Tópicos

- Multiplicação de inteiros-positivos;
- Multiplicação de números em complemento de B;
- Divisão de inteiros-positivos;
- Divisão de números em complemento de B;
- Resumo;

Multiplicação Com Números em Complemento de B

- 3 casos: 2 números positivos, 2 números negativos e números com sinais opostos;
- 1º caso: Dois números positivos:

$$\begin{array}{r}
 0111_2 \quad (7_{10}) \\
 \times \quad 0111_2 \quad (7_{10}) \\
 \hline
 0111 \quad (7_{10}) \\
 0111- \quad (7_{10} \times 2_{10} = 14_{10}) \\
 + \quad 0111-- \quad (7_{10} \times 4_{10} = 28_{10}) \\
 \hline
 00110001_2 \quad (7_{10} + 14_{10} + 28_{10} = 49_{10})
 \end{array}$$

(sem deslocamento: $\times 1 (B^0)$)
 (um deslocamento: $\times 2 (B^1)$)
 (dois deslocamentos: $\times 4 (B^2)$)

Multiplicação Com Números em Complemento de B

➤ 2º caso: Dois números negativos:

$$\begin{array}{rcl}
 & 111_2 & (-1_{10}) \rightarrow \\
 \times & \underline{111}_2 & (-1_{10}) \rightarrow \\
 \hline
 & & 001_2 \quad (1_{10}) \\
 & & \underline{001}_2 \quad (1_{10}) \\
 & & 000001_2 \quad (1_{10})
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
 & 101_2 & (-3_{10}) \rightarrow \\
 \times & \underline{111}_2 & (-1_{10}) \rightarrow \\
 \hline
 & & 011_2 \quad (3_{10}) \\
 & & \underline{001}_2 \quad (1_{10}) \\
 & & 000011_2 \quad (3_{10})
 \end{array}$$

Obs: O número não pode ser o maior número negativo (estouro!);

Multiplicação Com Números em Complemento de B

➤ 3º caso: Dois números com sinais opostos:

$$\begin{array}{rcl}
 & 101_2 & (-3_{10}) \rightarrow \\
 \times & \underline{001_2} & (+1_{10}) \rightarrow \\
 \hline
 & &
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{rcl}
 & 011_2 & (+3_{10}) \\
 \times & \underline{001_2} & (+1_{10}) \\
 \hline
 & &
 \end{array}$$

$000011_2 \ (3_{10}) \Rightarrow 111101_2 \ (-3_{10})$

$$\begin{array}{rcl}
 & 010_2 & (+2_{10}) \rightarrow \\
 \times & \underline{101_2} & (-3_{10}) \rightarrow \\
 \hline
 & &
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{rcl}
 & 010_2 & (+2_{10}) \\
 \times & \underline{011_2} & (+3_{10}) \\
 \hline
 & &
 \end{array}$$

$000110_2 \ (+6_{10}) \Rightarrow 111010_2 \ (-6_{10})$

Obs: O número não pode ser o maior número negativo (estouro!);

Tópicos

- Multiplicação de inteiros-positivos;
- Multiplicação de números em complemento de B;
- Divisão de inteiros-positivos;
- Divisão de números em complemento de B;
- Resumo;

Divisão de Inteiros-Positivos

- Na divisão com binários:

$$\begin{array}{r} 001101_2 (13_{10}) \div 011_2 (3_{10}) \\ - 011 \\ \hline 000 \\ 001_2 (1_{10}) \end{array}$$

$100_2 (4_{10})$

- O Dividendo é representado com '2n' bits e o Divisor, Quociente e Resto com 'n' bits;

Tópicos

- Multiplicação de inteiros-positivos;
- Multiplicação de números em complemento de B;
- Divisão de inteiros-positivos;
- Divisão de números em complemento de B;
- Resumo;

Divisão de Números em Complemento de B

➤ 1º Caso: dois operandos positivos;

$$\begin{array}{r} 000110_2 (6_{10}) \div \underline{011}_2 (3_{10}) \\ - \underline{011} \qquad \qquad \textcolor{red}{0}10_2 (2_{10}) \\ \hline 000 \\ \qquad \qquad \qquad 000_2 (0_{10}) \end{array}$$

➤ Mesmo caso dos inteiros-positivos, apenas corrige o sinal;

Divisão de Números em Complemento de B

- 2º Caso: dois operandos com sinais opostos;

$$\begin{array}{rcl}
 00000111_2 (7_{10}) \div \underline{1101_2 (-3_{10})} & \rightarrow & 00000111_2 (7_{10}) \div \underline{0011_2 (3_{10})} \\
 & & \underline{-0011} \qquad \qquad 0010_2 (2_{10}) \rightarrow \mathbf{1110_2 (-2_{10})} \\
 & & 0000 \\
 & & 0001_2 (1_{10})
 \end{array}$$

- Transforma o número negativo em positivo, divide normalmente e complementa o quociente para ajustar o sinal;

Divisão de Números em Complemento de B

➤ 3º Caso: dois operandos com sinais negativos;

$$\begin{array}{rcl}
 11111010_2 (-6_{10}) \div \underline{1110}_2 (-2_{10}) & \rightarrow & \mathbf{0110}_2 (6_{10}) \div \mathbf{\underline{0010}_2 (2_{10})} \\
 & & \underline{-010}_2 \qquad \mathbf{0011}_2 (3_{10}) \\
 & & 001 \\
 & & 0010_2 \\
 & & \underline{-0010}_2 \\
 & & \mathbf{0000}_2
 \end{array}$$

➤ Transformam-se os números negativos em positivos e divide-se normalmente;

Tópicos

- Multiplicação de inteiros-positivos;
- Multiplicação de números em complemento de B;
- Divisão de inteiros-positivos;
- Divisão de números em complemento de B;
- Resumo;

Resumo

- Funcionamento das operações de multiplicação e divisão;
- Multiplicação e Divisão em inteiros-positivos e em complemento de B;

1. Efetue as seguintes multiplicações e mostre o resultado em decimal (Inteiro-Positivos):

I. $1001_2 \times 1101_2$

II. $1110_2 \times 0010_2$

III. $11010_2 \times 10101_2$

IV. $110_2 \times 001_2$

V. $0111_2 \times 0111_2$

2. Efetue as seguintes multiplicações e mostre o resultado em decimal (Complemento de B):

I. $1001_2 \times 1101_2$

II. $1110_2 \times 0010_2$

III. $11010_2 \times 10101_2$

IV. $110_2 \times 001_2$

V. $0111_2 \times 0110_2$

4. Efetue as seguintes divisões (Inteiro-Positivos):

a) $0100_2 / 10_2$

b) $0111_2 / 10_2$

c) $100111_2 / 101_2$

d) $001111_2 / 100_2$



Dúvidas ?