Optimierung

- Optimierungsansätze:
  1. Algorithmische/mathematische Optimierungen
  2. Wahl der Programmiersprache
  3. Compiler-spezifische Optimierungen
  4. Hardware-spezifische Optimierungen

- Optimierungsziele: Laufzeit – aber auch: Speicherplatz, etc.

Optimierung - Tradeoffs

- Optimierter Code ist meist
  - aufwändiger zu schreiben
  - schwerer zu lesen/warten
  - komplizierter zu testen/debuggen
- *Nur performanzkritischen Code optimieren!*

Fibonacci-Reihe Definition

$$f_n = f_{n-1} + f_{n-2}\ , \quad \text{mit } f_0 = 0,\ f_1 = 1$$

		f_0		f_1		f_2		f_3		f_4		f_5		f_6
f_0	=	0												
f_1	=			1										
f_2	=	0	+	1	=	1								
f_3	=			1	+	1	=	2						
f_4	=					1	+	2	=	3				
f_5	=							2	+	3	=	5		
f_6	=									3	+	5	=	8

Fibonacci: Rekursiv

```c
#include <stdint.h>

uint64_t fib1(uint64_t n) {
    if (n <= 1) {
        return n;   // fib(0) = 0, fib(1) = 1
    }

    return fib1(n - 1) + fib1(n - 2);
}
```

Laufzeit Fibonacci (Rekursiv)

n	Laufzeit
0 . . . 39	$<$ 0.50s
40	0.55s
42	1.42s
44	3.73s
46	9.74s
48	26.00s
50	67.49s
52	$>$ 2 min
53 . . . 93	sehr lange

Quiz: Laufzeit Fibonacci (Rekursiv)

Warum steigt die Laufzeit dieser Implementierung so schnell?

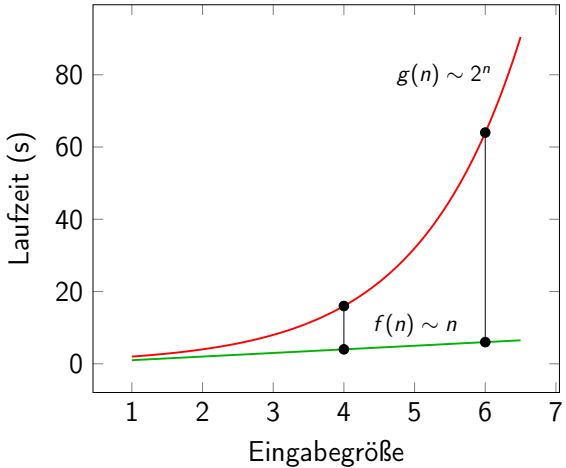
- ☐ Die Lösung verbraucht noch zu viele Zeilen Code
- ☐ Es wird mit `uint64_t` statt mit `int64_t` Werten gerechnet
- ☐ Aufgrund der Berechnung mittels doppelter Rekursion
- ☐ Das Programm wurde in C und nicht in Assembly geschrieben

Laufzeitklassen

- (Komplexe) Laufzeit eines Algorithmus: $f(n)$
- $f(n)$ wächst vergleichbar zu einer "simplen" Funktion $K(n)$
  - $K(n)$ ist Laufzeitklasse des Algorithmus

K(n)	**Laufzeitklasse**
2^n	exponentiell
n^2	quadratisch
n	linear
$\log n$	logarithmisch
1	konstant

Laufzeitklassen - n vs 2^n



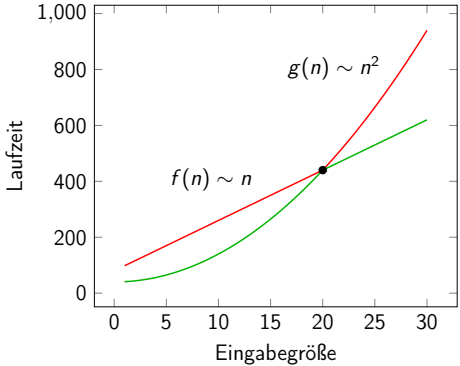
n	f(n)	g(n)
1	1s	2s
2	2s	4s
4	4s	16s
6	6s	64s
8	8s	4min
10	10s	17min
15	15s	9h
20	20s	12d

Optimierungen - Laufzeitklassen

- Laufzeitklasse des Algorithmus entscheidend
  - Erst Laufzeitkomplexität optimieren!
- Andere Optimierungen zunächst unnötig
  - Insb. von frühzeitigen Mikrooptimierungen absehen!

Optimierung für kleine Eingabewerte

- Schlechtere Laufzeitklassen möglicherweise schneller
  - Konstante Faktoren und Offsets ausschlaggebend
- Muss *individuell* getestet werden



Quiz: Laufzeitklassen (1)

Welche der folgenden Optimierungsmöglichkeiten sollte in der Regel zuerst betrachtet werden?

- ☐ Speicherzugriffe und Cacheverhalten
- ☐ Die Anzahl verwendeter Variablen
- ☐ Die Auswahl des Algorithmus (Verbesserung der Laufzeitklasse)
- ☐ Die Länge des Codes

Quiz: Laufzeitklassen (2)

Was haben (frühzeitige) Mikrooptimierungen meist zur Auswirkung?

- ☐ Der Code wird schwerer zu lesen und zu warten
- ☐ Die Laufzeit des Algorithmus verbessert sich um mehrere Größenordnungen
- ☐ Der Code wird fehleranfälliger und komplizierter zu debuggen
- ☐ Der Code wirkt professioneller, was wiederum zu einer Gehaltserhöhung führt

Quiz: Laufzeitklassen (3)

Was gilt für zwei Algorithmen A und B, wobei sich Algorithmus A in einer besseren Laufzeitklasse befindet als Algorithmus B?

- ☐ Algoritmus A braucht für alle Eingabewerte weniger Zeit
- ☐ Algorithmus A braucht vor allem für große Eingabewerte weniger Zeit
- ☐ Für kleine Eingabewerte kann Algorithmus B schneller sein
- ☐ In der Praxis kann die Verwendung von Algorithmus B oft ausreichend sein

Fibonacci: Lineare Schleife

- Doppelte Rekursion (exponentiell) → Lineare Schleife

```
uint64_t fib2(uint64_t n) {
    if (n == 0) {
        return 0;
    }
    if (n > 93) {
        return UINT64_MAX;
    }

    uint64_t a = 0;
    uint64_t b = 1;
    ...
    ...
    uint64_t i = 1;
    for (; i < n; i++) {
        uint64_t tmp = b;
        b += a;
        a = tmp;
    }

    return b;
}
```

Ausblick: Formel von Binet

$$\texttt{fib(n)} = \frac{1}{\sqrt{5}}\left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n\right)$$

+ Logarithmische Laufzeit (mit schneller Exponentiation)
- Fließkommazahlen mit begrenzten Nachkommastellen
  - Genauigkeitsverluste

Optimierung mittels Lookuptabelle (LUT)

- Nur 94 Fibonaccizahlen mit `uint64_t` darstellbar
- Vorberechnung der Zahlen mit implementiertem Algorithmus
  - Speichern in Lookuptabelle (LUT)
- Algorithmus schlägt Werte einfach in LUT nach

Fibonacci: LUT

```
1  // All 94 64-bit fibonacci numbers (n = 0,...,93)
2  uint64_t lut[] = {
3      0,1,1,2,3,5,8,13,21,34,55,89,144,233,377,...,
4      7540113804746346429,12200160415121876738};
5
6  uint64_t fib3(uint64_t n) {
7      if (n > 93) {
8          return UINT64_MAX;
9      }
10
11     return lut[n];
12 }
```

Quiz: Optimierung mittels LUTs

Wann sind LUTs zur Optimierung meist gut geeignet?

- ☐ Für eine bekannte und "überschaubare" Menge an benötigten Werten
- ☐ Für nicht-deterministische Algorithmen
- ☐ Für Algorithmen mit unendlich vielen möglichen Eingabe- und Ausgabewerten
- ☐ Für häufig auftretende, identische Berechnungen

Speicherplatzoptimierung

+ Mittels LUT konstante “Berechnungszeit”
- Nur verwendbar, wenn alle gewünschten Fibonacci-Zahlen bereits vorberechnet sind
- Lookuptabelle potentiell sehr groß
  - Hoher Speicherplatzverbrauch
  - Nicht für sehr große n praktikabel/möglich

Speicherplatzoptimierung: LUT verkleinern

- Lookuptabelle in Abschnitte unterteilen
  - Erste zwei Werte jeden Abschnitts speichern
  - Restlichen Werte ab Abschnittanfang dynamisch zur Laufzeit berechnen
- Z.B. 6 Abschnitte mit je 16 (14 im letzen Abschnitt) Zahlen
  - Lookuptabelle schrumpft von 94 Einträgen auf 12

Fibonacci: Kleine LUT (1)

```
1  #include <stdint.h>
2
3  // LUT for n = {0,16,32,48,64,80}
4  uint64_t lut0[] = {
5      0,987,2178309,4807526976,10610209857723,
6      23416728348467685};
7
8  // LUT for n = {1,17,33,49,65,81}
9  uint64_t lut1[] = {
10     1,1597,3524578,7778742049,17167680177565,
11     37889062373143906};
12 ...
```

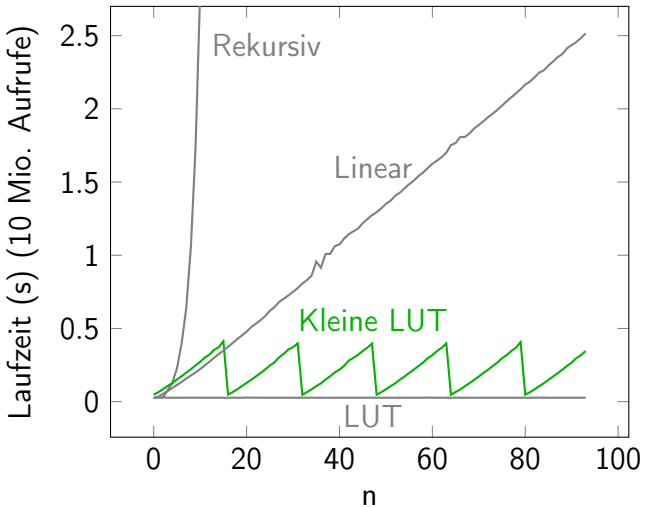
Fibonacci: Kleine LUT (2)

```
12 ...
13 uint64_t fib4(uint64_t n) {
14     if (n > 93) {
15         return UINT64_MAX;
16     }
17
18     uint64_t index = n / 16;
19     uint64_t a = lut0[index];
20     uint64_t b = lut1[index];
21     ...
```

Fibonacci: Kleine LUT (3)

```
21      ...
22      index *= 16;
23      if (index == n)
24          return a;
25
26      index++;
27      for (; index < n; index++) {
28          uint64_t tmp = b;
29          b += a;
30          a = tmp;
31      }
32
33      return b;
34  }
```

Laufzeit der Fibonacci Implementierungen im Vergleich



Laufzeitvergleich der Fibonacci Algorithmen

	Rekursiv	**Schleife**	**LUT**	**Kleine LUT**
Laufzeitklasse	Exponentiell	Linear	Konstant	Konstant[1]
Wiederholungen	1	——	10.000.000	———
`f(40)`	0.55s	1.13s	0.03s	0.23s
`f(45)`	6.02s	1.27s	0.03s	0.36s
`f(50)`	67.49s	1.40s	0.03s	0.09s
`f(93)`	—	2.70s	0.03s	0.36s

[1] Je weniger Werte die LUT umfasst, desto mehr hat die worst-case Laufzeit linearen "Charakter"

Quiz: Fibonacci (Kleine LUT) (1)

Um welchen Faktor können wir eine LUT ungefähr verkleinern, wenn wir sie mit der eben besprochenen Speicherplatzoptimierung (speziell für die Fibonacci Zahlen) in 8 Abschnitte aufteilen?

- ☐ ≈ 6
- ☐ ≈ 8
- ☐ ≈ 12
- ☐ ≈ 16

Quiz: Fibonacci (Kleine LUT) (2)

Für welche Eingabewerte hat die Laufzeit der kleinen LUT ihr

Minimum		Maximum
☐	Für die Werte am Anfang jedes Abschnitts	☐
☐	$n \in \{0, 16, 32, 48, 64, 80\}$	☐
☐	Für die Werte am Ende jedes Abschnitts	☐
☐	$n \in \{15, 31, 47, 63, 79\}$	☐

Quiz: Vergleich der Implementierungen

Welche Implementierung ist jeweils am besten auf (1) Laufzeit, (2) Speicherplatz, und (3) Laufzeit *und* Speicherplatz optimiert?

	1	2	3
Rekursiv	☐	☐	☐
Lineare Schleife	☐	☐	☐
LUT	☐	☐	☐
Kleine LUT	☐	☐	☐