2022

Métrologie

PACI 841

SNI

Luc Marechal

UNIVERSITÉ SAVOIE MONT BLANC

POLYTECH ANNECY-CHAMBÉRY

SYMME

1. Le système international de mesure

- Les unités SI
- Les règles d'écriture

“Si la connerie se mesurait, il servirait de mètre-étalon… Y serait à Sèvres.”
– Michel Audiard –

BIPM
ΜΕΤΡΩ ΧΡΩ

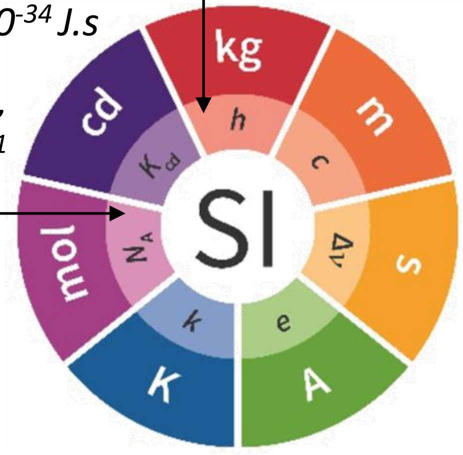
Système S.I.

1948	Étude de l'établissement d'un système pratique d'unités de mesures
1954	Adoption comme unités de base de ce système
1960	Appellation Système International d'unités (S.I.). L'ensemble des unités de mesures est alors réglementé (préfixes, unités dérivées...)
depuis...	Le S.I. a été modifié et étoffé compte-tenu des progrès de la science et des besoins des utilisateurs.
2018	Il a été décidé que le SI serait fondé sur les valeurs numériques fixées d’un ensemble de sept constantes à partir desquelles les définitions des sept unités de base du SI seraient déduites.

Les 7 unités de bases du SI

Constante de Planck,
$h = 6,626\ 070\ 15 \times 10^{-34}$ J.s

Constante d'Avogadro,
$N_A = 6,022\ 140\ 76 \times 10^{23}$ mol^{-1}



- Les constantes sont exprimées avec les unités :

  hertz (Hz), joule (J), coulomb (C), lumen (lm), watt (W)

- Elles sont reliées aux 7 unités de base selon les relations :
  - Hz = s^{-1}
  - J = kg·m²·s^{-2}
  - C = A·s
  - lm = cd·m²·m^{-2} = cd·sr
  - W = kg·m²·s^{-2}

www.bipm.org

7 unités de base

Grandeur	Symbole de la grandeur	Nom de l'unité (SI)	Symbole de l'unité	Dimension
Longueur	l	mètre	m	L
Masse	m	kilogramme	kg	M
Temps	t	seconde	s	T
Intensité du courant électrique	I	ampère	A	I
Température thermodynamique	T	kelvin	K	θ
Quantité de matière	n	mole	mol	N
Intensité lumineuse	I	candela	cd	J

Règles d'écriture : unités et symboles

Les règles classiques de l'algèbre s'appliquent pour former les produits et quotients de symboles d'unités.
La multiplication doit être indiquée par un espace ou un point à mi-hauteur centrée.

Nom commun : accordé, minuscule en première lettre
Pluriel des mots composés
Symbole en minuscule sauf si l'unité provient du nom d'un savant - *exception : litre L ou l.*
Les symboles sont invariables et ne sont pas suivi d'un point
Les symboles sont écrits après la valeur numérique avec un espace entre les deux, sauf pour les unités avec division non décimale
Nom composé pour un produit de grandeurs : un trait d'union pour l'unité, un point pour le symbole : dans certains cas, le trait d'union est supprimé, le point aussi.
Nom composé pour un quotient de grandeurs : « par »

Exemples :

a) Un courant de dix ampères	*10 A*	*10 Ampères*	*10 ampères*
b) Une force de deux newtons et demi	*2 Newtons 5*	*2,5 N*	*2,5 Newtons*
c) Un moment de cinquante newton-mètres	*50 Nm*	*50 N.m*	*50 m.N*
d) Une vitesse de quatre centimètres par seconde	*4 cm.s*	*4 cm.s^{-1}*	*4 cm/s*
e) Une température de «vingt-quatre degré cinq »	*24,5 °*	*24°C 5*	*24,5 °C*
f) Un angle de douze degrés, sept minutes et trois secondes	*12° 7' 3"*	*12,7'*	*12° 7 min 13 s*

Règles d'écriture : nombres et préfixes

	Règle	Exemple
NOMBRE	Le séparateur décimal est la virgule	10,5
	Utiliser les préfixes ou puissance de 10 pour les petits et grands nombres	0,0003 W ▸ 3x10^{e-4} W ou 0,3 mW
	Pour faciliter la lecture, séparer les par tranche de trois à partir de la virgule, pour la partie entière et pour la partie décimale	1234567,89 ▸ 1 234 567,89
PREFIXE	Le préfixe est collé à l'unité	
	Son symbole est collé au symbole de l'unité	
	Éventuelle élision si l'unité commence par une voyelle (mégohm)	

Exemples :

a) Un courant de dix milliampères
b) Une force de deux cent cinquante trois mille newtons et demi
c) Un moment de cinquante méganewton-mètre
d) Une vitesse de quatre centimètres par nanoseconde

10 mAmpères	*10 m.A*	*10 mA*
253 000,5 N	*253 500 N*	*253000 N 5*
50 MNm	*50 MN.m*	*50 M N.m*
4 cm/ns	*4 cmns^{-1}*	*4 cm.ns^{-1}*

Chiffres significatifs et arrondissage

Chiffres significatifs

Les zéros placés en tête ne sont pas significatifs.
Les zéros encadrés ou en queue sont significatifs.
La notation en puissance de 10 met en évidence le nombre de chiffres significatifs.

967 000 000	9 chiffres significatifs
9,67 10^8	3 chiffres significatifs
96 700 10^4	5 chiffres significatifs

Approximation décimale ou arrondissage

Règle de Gauss *(norme NF X 02-001)*

Les chiffres 0, 1, 2, 3 et 4 sont arrondis à l'entier inférieur ; les chiffres 5, 6, 7, 8 et 9 sont arrondis à l'entier supérieur.

Si le nombre se termine par un 5 ou par un 5 suivi de zéros, on choisit le nombre se terminant par un chiffre pair.

nombre	nature de l'approximation	nombre arrondi
12,223	au dixième près	12,2
12,251	au dixième près	12,3
1222,3	À la dizaine près	122 10^1
1225,1	À la dizaine près	123 10^1
1227,5	À la dizaine près	123 10^1

Règle 1 : S'il n'y a qu'un seul multiple entier qui soit le plus voisin du nombre donné, c'est alors ce multiple qui est pris comme nombre arrondi.

Règle 2 : S'il existe deux multiples entiers également voisins du nombre donné, le multiple de rang pair est choisi comme nombre arrondi.

nombre	nature de l'approximation	nombre arrondi
12,25	au dizième près	12,2
12,35	au dizième près	12,4
9909,50	à l'unité près	9910
9908,50	à l'unité près	9908

Analyse dimensionnelle

- Deux grandeurs sont **homogènes** signifie que leurs dimensions sont égales

- L'analyse dimensionnelle permet :
  - de savoir si une expression est homogène
  - de retrouver la dimension d'une grandeur

*La dimension de toute grandeur peut s'exprimer exclusivement à partir des dimensions des **7 unités de base.***

Grandeur	*Nom de l'unité*	*Symbole*	*Dimension*
Longueur	mètre	m	L
Masse	kilogramme	kg	M
Temps	seconde	s	T
Intensité du courant électrique	ampère	A	I
Température thermodynamique	kelvin	K	θ
Quantité de matière	mole	mol	N
Intensité lumineuse	candela	cd	J

Exemples :

a) Vérifier par une analyse dimensionnelle le résultat littéral suivant : $x = \frac{1}{2} g t^2 + v t$ où x est une distance, t un temps, v une vitesse et g l'accélération de la pesanteur

b) *Quelle est la dimension d'une résistance électrique, c'est-à-dire comment se décompose son unité à partir des unités de base ?*

Exemple: Le Volt (symbole V), peut être défini à partir du mètre, du kilogramme, de la seconde et de l'ampère:

$$V = \frac{W}{A} = \frac{N \cdot m \cdot s^{-1}}{A} = \frac{kg \cdot m^2 \cdot s^{-2} \cdot s^{-1}}{A} = \frac{kg \cdot m^2}{A \cdot s^3}$$

2. Exprimer un résultat de mesure

- Concept d’incertitude
- Processus de mesure
- Évaluation des incertitudes

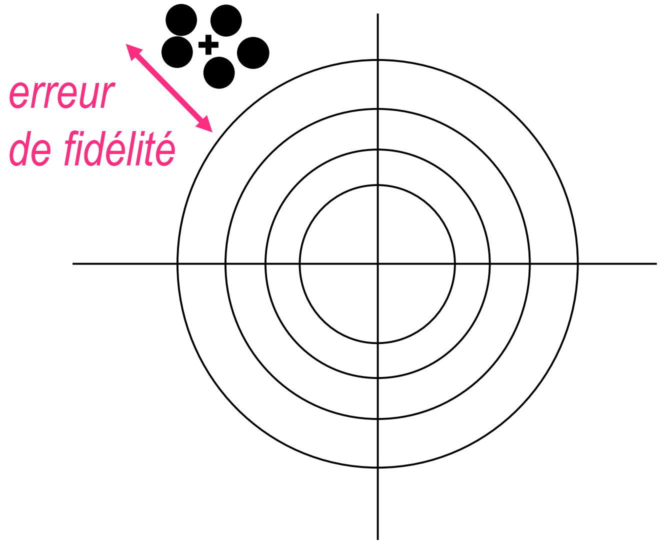
“ Douter de tout ou tout croire, ce sont deux solutions également commodes, qui l'une et l'autre nous dispensent de réfléchir. ”
– Henri Poincaré –

Mesure & métrologie
Vocabulaire de base

Grandeur	Attribut d'un phénomène, d'un corps ou d'une substance qui est susceptible d'être distinguée **qualitativement** et mesurée **quantitativement**
Mesurage	Ensemble d'opérations ayant pour but de déterminer la **valeur d'une grandeur**.
Mesurande	**Grandeur** particulière soumise à un **mesurage**.
Résultat	Valeur attribuée à un mesurande, obtenue par mesurage.
Répétabilité	Étroitesse de l'accord entre les résultats des mesurages successifs du même mesurande, mesurages effectués dans la totalité des mêmes conditions de mesure. Les conditions de répétabilité sont : • même mode opératoire • même observateur • même instrument de mesure utilisé dans les même condition • même lieu • répétition durant une courte période de temps
Reproductibilité	Étroitesse de l'accord entre les résultats des mesurages successifs du même mesurande, mesurages effectués en faisant varier les conditions de mesure. Il faut spécifier les conditions que l'on fait varier, par exemple : • le principe de mesure • l'observateur • l'étalon de référence • les conditions d'utilisation • la méthode de mesure • l'instrument de mesure • le lieu • le temps

Mesure & métrologie

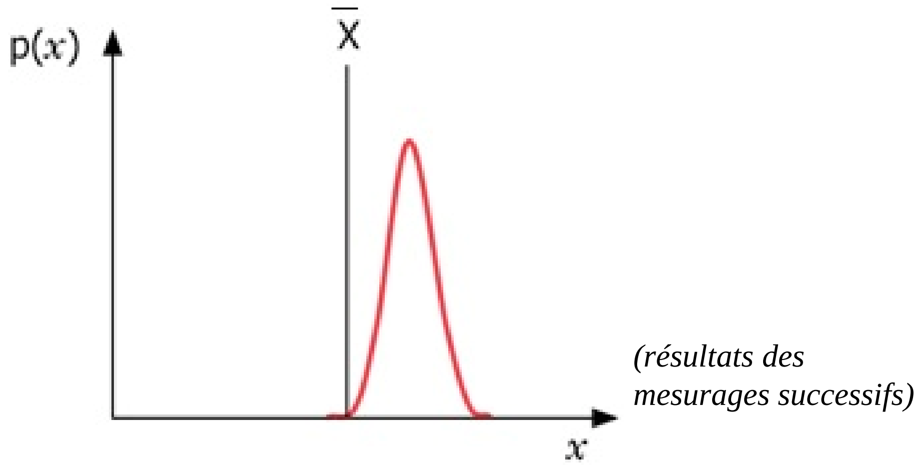
Fidélité (erreur aléatoire)



La **fidélité** est la faculté d'un instrument à donner des mesures **répétables**.

Si on effectue N mesures dans des conditions de répétabilité, chaque mesure m_i est en général différente de la valeur moyenne.

Cette différence est une **erreur aléatoire**.

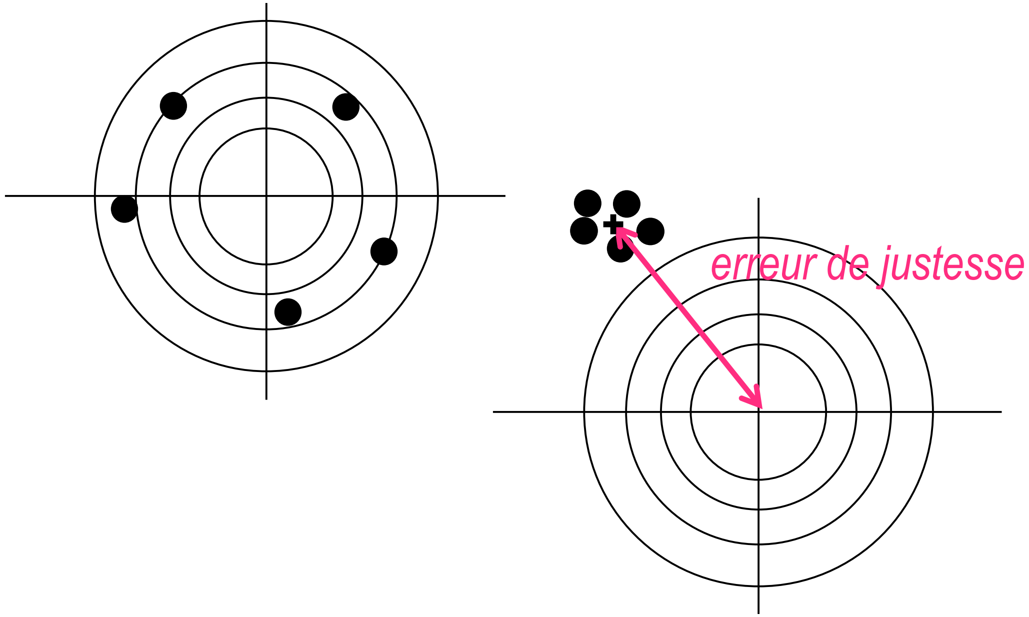


Quantifie l'étroitesse de la courbe

Si la courbe est étroite > *l'instrument est fidèle*

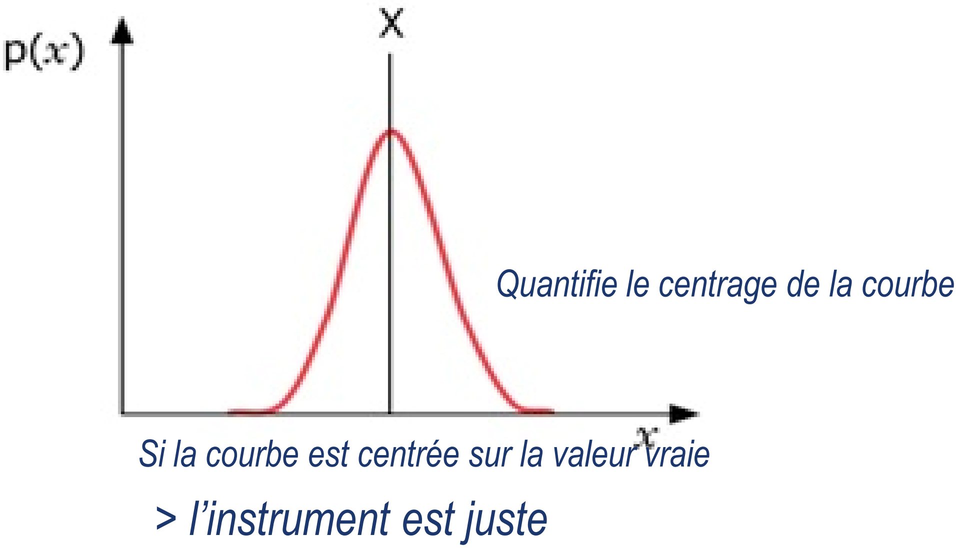
Mesure & métrologie

Justesse (erreur systématique)



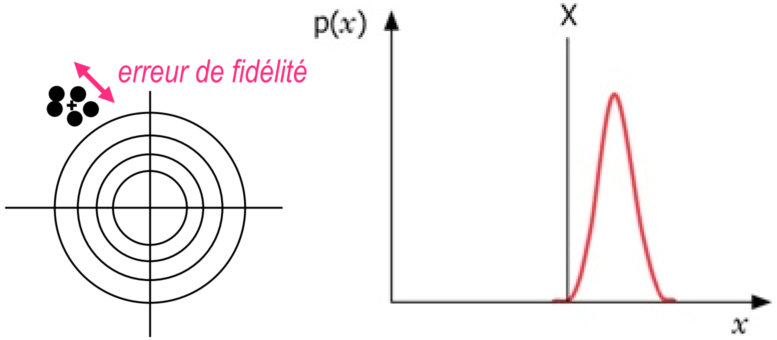
La **justesse** est la faculté d'un instrument à donner des mesures dont la moyenne est proche de la valeur vraie (quantifie la reproductibilité de l'instrument).

Cette erreur est une **erreur systématique**, qui s'ajoute souvent à l'erreur aléatoire de fidélité.



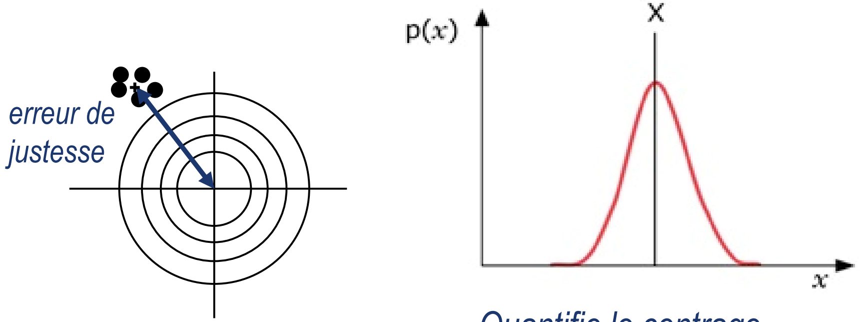
Mesure & métrologie
Concept d'exactitude

Fidélité



Quantifie l'étroitesse de la courbe

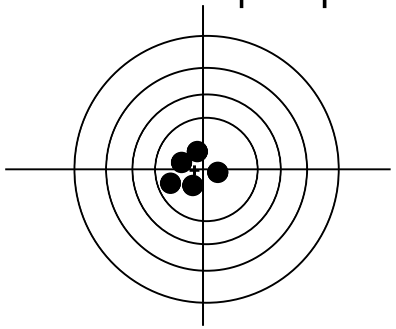
Justesse



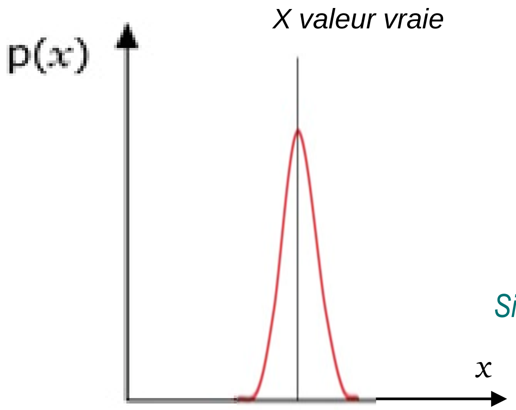
Quantifie le centrage de la courbe

Exactitude

Concept qualitatif qui combine **la justesse** et **la fidélité** (qui sont des concepts quantitatifs).



Etroitesse de l'accord entre le résultat d'un mesurage et la valeur vraie du mesurande.



Si la courbe est étroite et centrée sur la valeur vraie
> l'instrument est exact

L'idéal est bien sûr une mesure à la fois juste et fidèle.
Les erreurs les plus difficiles à détecter sont les erreurs systématiques.

“ Précision ”

- Le mot **précision** n’existe pas dans la version française du Vocabulaire International de Métrologie (VIM). En effet dans la version anglaise, le VIM parle de « measurement precision » ce qui se traduit dans la version française par « fidélité de mesure ».
- Il est conseillé de ne pas utiliser le mot « précision » afin d’éviter tout malentendu. On utilisera plutôt le terme « fidélité de mesure »

- La précision s’emploie en parlant de capteur. C’est l’aptitude d’un appareil à indiquer avec le minimum d’erreur la valeur vraie de la variable mesurée.

$$\boxed{P = \frac{Erreur\ à\ l'étalonnage\ (\varepsilon)}{Etendue\ de\ mesure\ (E)}}$$

- **Classe de précision** : La classe d'un appareil de mesure correspond à la valeur en % du rapport entre la plus grande erreur possible sur l'étendue de mesure.

$$\boxed{Classe = \frac{Plus\ grande\ erreur\ possible}{Etendue\ de\ mesure} * 100}$$

Erreur ou incertitude ?

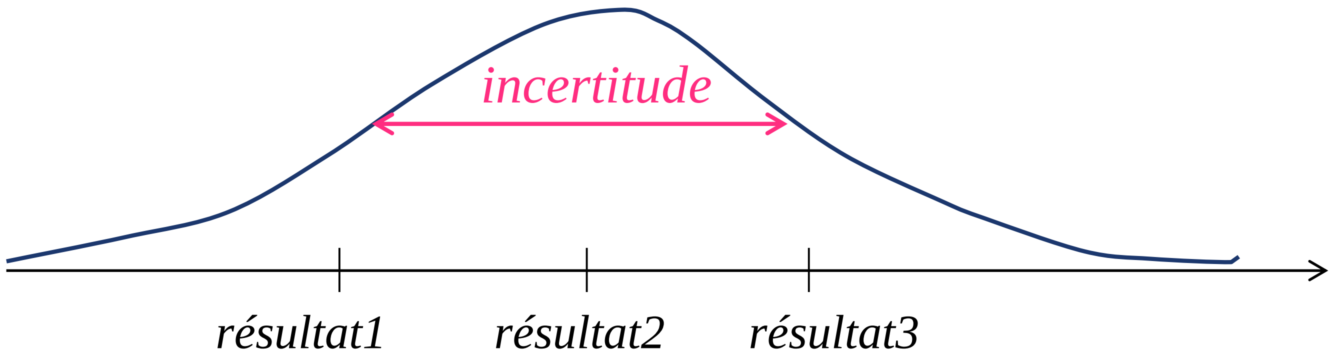
- L'erreur de mesure est la différence entre la valeur mesurée et la valeur vraie. Or cette valeur est inconnue !
(si elle l'était, il ne serait plus nécessaire de faire des mesures !)

- L'incertitude d'une mesure traduit les tentatives scientifiques permettant d'estimer l'importance de l'erreur commise.

- On peut donc considérer que l'incertitude est inéluctable lorsque l'on réalise une mesure et qu'un des rôles de la métrologie est de donner les outils permettant d'appréhender de manière concrète l'importance de l'erreur commise.

Notion d'incertitude

- Le résultat de mesure n'est pas une valeur unique, mais une distribution de valeurs.



- L'incertitude de mesure est le paramètre qui, associé à la moyenne des résultats obtenus par le processus de mesure, caractérise la dispersion de ces résultats :

C'est le doute sur le résultat de la mesure : *u pour « uncertainty »*

Exemple : Le temps de chute d'une masse a été mesuré 20 fois dans des conditions de répétabilité.
On note t le temps de chute moyen et u(t) l'incertitude sur cette valeur moyenne.

Evaluer l'incertitude

- Document de référence :

  Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement (GUM 1995)

  Publié en 1999 sous la forme d'une norme française NF ENV 13005

  En développement continu (dernière mise à jour octobre 2012).

- Objectif : exprimer le doute sur le résultat puis le fiabiliser
  - en caractérisant la loi de répartition des résultats des mesures
  - en répétant les mesures
  - en appliquant des corrections

Expression du résultat d’une mesure

$$\boxed{X = (\, x_{moy} \pm U(x)\,)\ \text{unité SI}}$$

$$\boxed{\text{Avec } U(x) = k.u(x)}$$

mean ± **SEM**

(SEM = standard error of the mean)

⬇

$$\boxed{X = (\, x_{moy} \pm 2\, u(x)\,)\ \text{unité SI}}$$

u(x) incertitude sur x
on prend par convention
un facteur d’élargissement k = 2

$P(\,\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma\,) = 0{,}954$

- Règles à adopter
  - un ou deux chiffres significatifs pour l’incertitude
  - un nombre de chiffres significatifs cohérent pour la valeur numérique annoncée
  - les unités pour la valeur et l’incertitude

exemples :

x = (21 ± 1) cm
x = (21,0 ± 0,1) cm
x = (21,00 ± 0,01) cm
x = (21,21 ± 0,13) cm

exemple : mesure de temps

t_{moy} = 1,07221… s
u(t) = 0,00262… s

$t = (1{,}072\cancel{2}\cancel{1} \pm 0{,}005\cancel{2}\cancel{4})\ s$

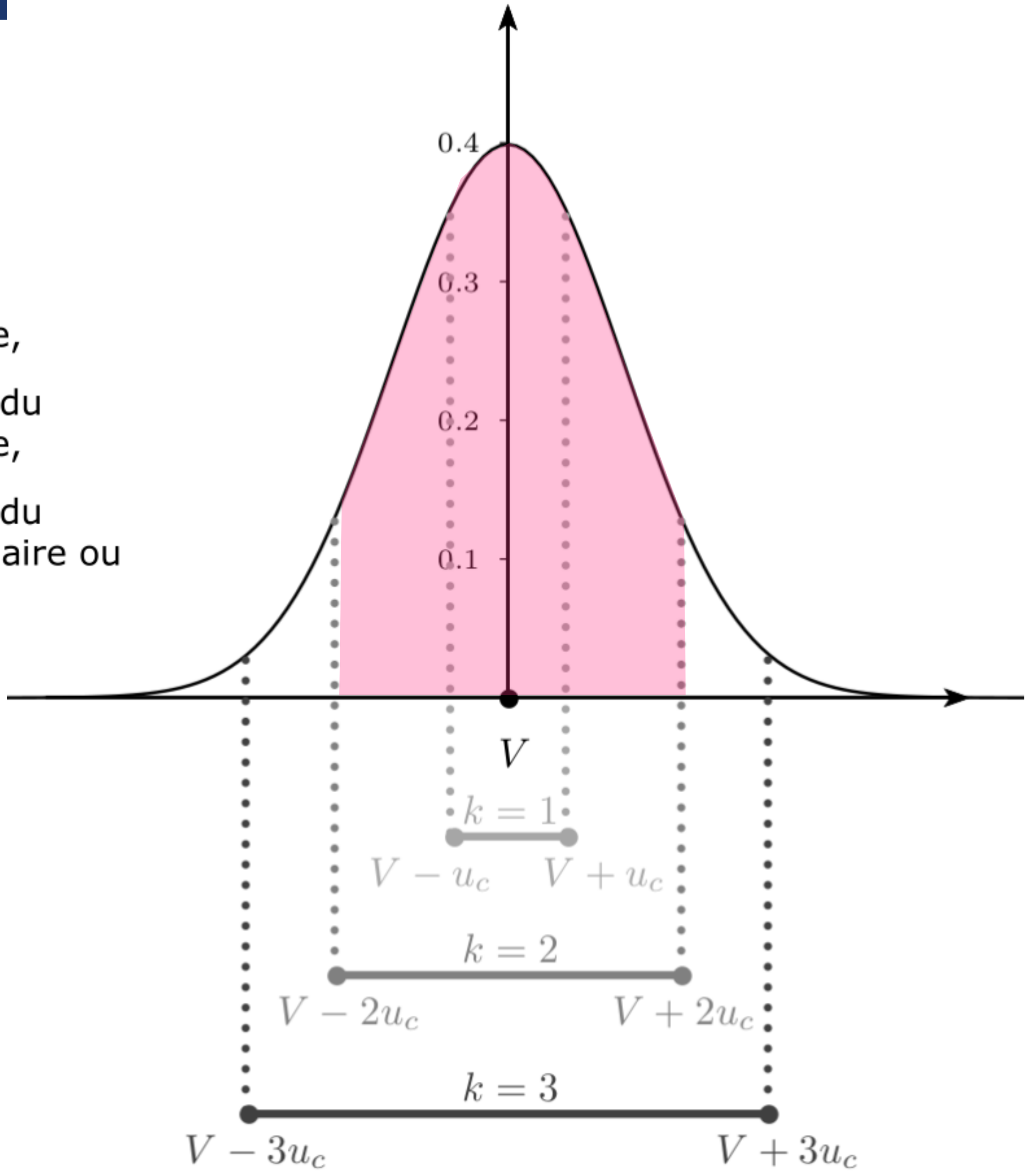
Facteur d'élargissement
Distribution normale

U(x)=2σ, ce qui correspond à 95% de chance d'avoir la valeur vraie du mesurande comprise entre *x*-Δ*x* et *x*+Δ*x* pour une distribution normale,

ou **U(x)=3σ**, ce qui correspond à 99% de chance d'avoir la valeur vraie du mesurande comprise entre *x*-Δ*x* et *x*+Δ*x* pour une distribution normale,

ou **U(x)=a**, ce qui correspond à 100% de chance d'avoir la valeur vraie du mesurande comprise entre *x*-Δ*x* et *x*+Δ*x* pour une distribution triangulaire ou uniforme.

Niveau de confiance	Facteur d'élargissement
68,3 %	1,00
90,0 %	1,64
95,0 %	1,96
95,4 %	2,00
99,0 %	2,58
99,7 %	3,00



Mesurage direct et indirect

- **Mesurage direct**

  Le mesurande est mesuré directement

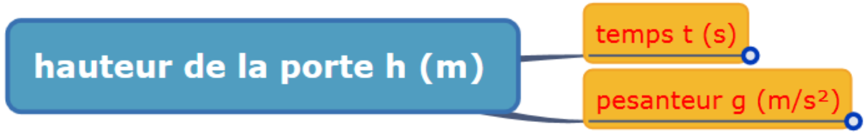
  Exemple: mesure d’une résistance avec un Ohmmètre.

- **Mesurage indirect**

  Le mesurande est calculé à partir de plusieurs mesures directes.

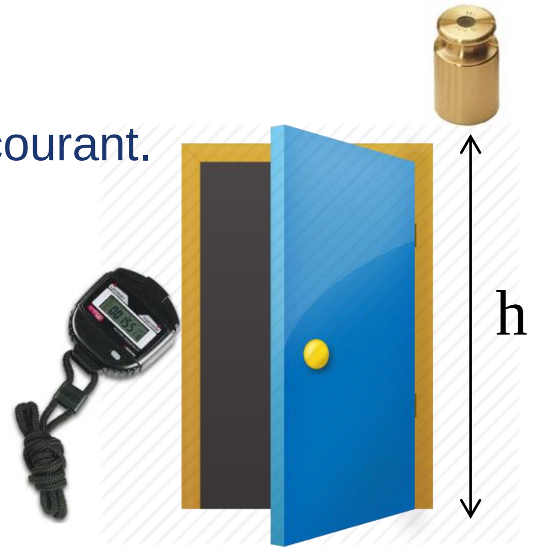
  Exemple: mesure d’une résistance à partir de la mesure de la tension et du courant.

A partir de la loi physique qui régit la chute d’une masse,
on veut déterminer la hauteur de chute h.



$$m\vec{a} = m\vec{g}$$

$$h = \frac{1}{2} g\, t^2$$



Le type de mesurage, direct ou indirect est important pour le calcul des incertitudes.

Dans le cas de mesurages indirects, l’incertitude du mesurande est calculée à partir des incertitudes des mesurages directs ayant permis de déterminer le mesurande

Méthode d'évaluation de l'incertitude de mesure

> un paramètre
> une source

L'incertitude issue d'une source d'incertitude sur un paramètre peut être caractérisée par un écart-type. *(On parle d'incertitude ou d'incertitude-type.)*

Evaluation d'une incertitude à partir de la distribution **statistique** des résultats d'une série de mesurage.

Cette méthode est utilisée lorsqu'une grandeur est :

- mesurée dans des conditions de **répétabilité**,

ou

- lorsque l'on estime **l'incertitude sur les coefficients d'une droite de régression linéaire**.

type A

Evaluation des incertitudes en admettant des distributions de probabilité d'après **l'expérience acquise** ou d'autres informations (classe de l'appareil de mesure, etc.).

Cette méthode est utilisée lorsqu'il est impossible de faire une étude statistique (cas de la mesure unique par exemple).

type B

Incertitude de type A

> un paramètre
> une source

- Cas d'utilisation :
  - Calcul de l'incertitude d'une grandeur mesurée dans des **conditions de répétabilité**
  - Calcul de l'incertitude sur les coefficients d'une droite de **régression linéaire**

- Évaluation de l'incertitude d'une grandeur x mesurée n fois dans des conditions de répétabilité :

Fonction ECARTYPE sous Excel

l'incertitude type u sur le mesurande x est évaluée par l'écart-type sur la moyenne de n observations estimé par :

$$u(x) = \frac{\sigma_{n-1}}{\sqrt{n}} \quad \text{avec} \quad \sigma_{n-1} = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$$

Exemple :

Le temps a été mesuré 6 fois dans des conditions de répétabilité.
Les valeurs sont reportées en s : 0,685 ; 0,683 ; 0,687 ; 0,681; 0,689 ; 0,687.
Évaluer l 'incertitude sur le temps de chute.

σ_{n-1}= 0,0029439.. s ; u(t)= 0,00120185.. s

Incertitude de type A

Evaluation de l'incertitude sur les coefficients d'une droite de régression linéaire

- Régression linéaire de type y=ax+b

L'incertitude sur les coefficients a ou b est évalué par l'écart-type

$$\sigma(a) = \sqrt{\frac{\sigma_0^2}{N\sigma_{Nx}^2}}$$

$$\sigma(b) = \sqrt{\frac{\sigma_0^2}{N} + \left(1 + \frac{(\bar{x})^2}{\sigma_{Nx}^2}\right)}$$

- On peut utiliser la fonction **DROITEREG** sur les tableurs

Il faut sélectionner une matrice 6 cases et faire **insertion / fonction / DROITEREG**
ou taper = DROITEREG(données Y;données X;1;1) : sélectionner les données Y et X
dans les deux cas, valider avec **ctrl maj entrée.**

On obtient :

pente : a	-0,0459	9,2133	b
u(a)	0,0006	0,0327	u(b)
R^2	0,9990	0,0466	σ_0

a	b
u(a)	u(b)
R^2	σ_0

Exemples

a) Pour mesurer l'épaisseur e d'une rondelle, on a effectué 50 mesures dans des conditions de répétabilité. La valeur moyenne de ces 50 mesures est 4,0325 mm et l'écart type estimé est 0,21536 mm.

u(e)=………0,0304………………mm

b) On fait varier la tension U aux bornes d'une résistance R grâce à une source de tension et on lit le courant I *qui traverse la résistance avec un ampèremètre. En déduire la valeur de la résistance R.*

- Loi physique : U = R I
- Modélisation par la méthode des moindres carrés, x ? y ?

D2 f_x {=DROITEREG(B2:B6;A2:A6;1;1)}

	A	B	C	D	E	F
1	U (V)	I (A)				
2	1,0	0,012	a	0,0096	0,0018	b
3	2,0	0,021	u(a)	0,00034641	0,00114891	u(b)
4	3,0	0,030	R^2	0,99610895	0,00109545	σ_0
5	4,0	0,039				
6	5,0	0,051				
7						

$$a = \frac{I}{U} = R^{-1}$$

R^{-1} = (0,0096 ± 0,0007) Ω^{-1}

R = (99 ± ?) Ω

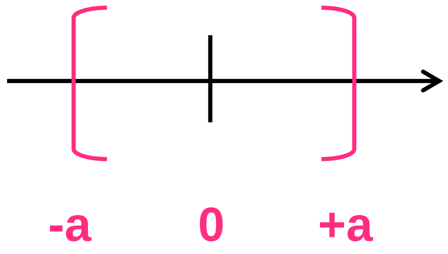
Incertitude de type B

> un paramètre
> une source

Quelles limites ?

Étendue de variations possible de la grandeur

- C'est l'intervalle de valeurs qui comprend, a priori, tous les résultats possibles du mesurage.
- On parle de demi-étendue a

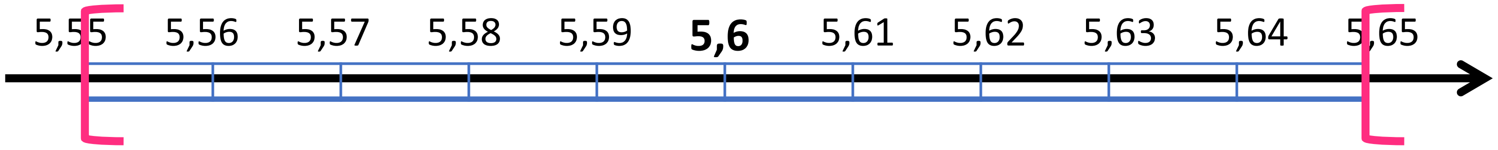


Sur les fiches techniques des capteurs, l'étendue correspond à ce qui est appelé « tolérance » ou « précision » ou…

Exemple :

On lit sur un voltmètre à affichage numérique la tension U= 5,6 V.

Du fait du nombre de chiffres significatifs donnés par l'appareil, dans quel intervalle le résultat de la mesure se trouve-t-il a priori ?



Incertitude de type B

> un paramètre
> une source

Cette méthode est basée sur des données physiques:

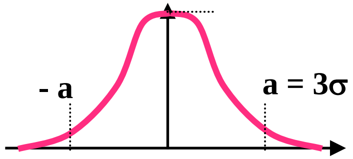
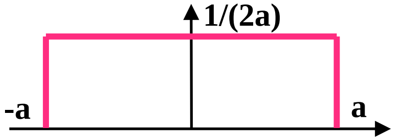
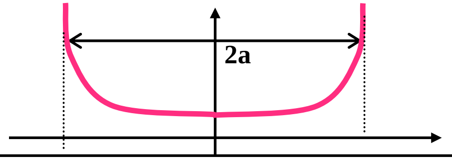
- objectives (certificat d'étalonnage, notice constructeur, bibliographie)
- subjectives (expérience et savoir faire de l'opérateur)

On doit s'interroger sur les valeurs extrêmes pouvant raisonnablement être atteintes [-a; +a] et sur la loi de probabilité présumée pour cette mesure, généralement une des trois lois suivantes:

L'incertitude est égale à l'écart type de la fonction de distribution:

$$u(x) = \sigma = \sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 p(x)\,dx}$$

Incertitude évaluée par :

Loi	Fonction de distribution	Utilisation	u(x)
Normale		Erreur dépendant d'un nombre important de paramètres, de faible effet individuel. *Ex : données constructeurs*	$\frac{a}{3}$
Uniforme		Résolution d'un indicateur numérique – Hystérésis - Instrument vérifié conforme à une classe	$\frac{a}{\sqrt{3}}$
Dérivée Arc Sinus		Grandeur d'influence variant de façon sensiblement sinusoï-dale entre deux extremums *Ex : température régulée, pot vibrant*	$\frac{a}{\sqrt{2}}$

Incertitude de type B – en pratique

> un paramètre
> une source

En pratique pour un mesurage direct, on se reporte à la documentation de l'appareil de mesure pour déterminer u(x) ou U(x)

Exemples:

Appareil analogique de classe C et de calibre x_{max}:

$$\boxed{U(x) = \frac{Cx_{max}}{100}}$$

un ampèremètre de classe 2 utilisé sur le calibre 500 mA induit une erreur absolue de 2/100 x 500 = 10 mA.

Appareil numérique, en général de la forme suivante, avec a et b donnés par le constructeur:

$$\boxed{U(x) = a\%\ \text{lecture} + b\ \text{dernier digit}}$$

Eprouvette graduée:

$$\boxed{U(x) = \text{graduation} / 2}$$

Type A ou Type B ?

> un paramètre
> une source

☑ Conditions de répétabilité ?
☑ Cœfficients de droite de régression linéaire ?

oui → Méthode de type A

☑ Répétabilité : $u(x)= \sigma_{n-1}(x) / \sqrt{n}$
☑ Droite de régression linéaire :
$u(a)= \sigma (a)$
$u(b)= \sigma (b)$

non → Méthode de type B

1) Choisir l'intervalle de variation [-a ;+a] : d'où la demi étendue a
2) Choisir la loi de probabilité, d'où la formule : $u(x) = a / 3$ ou $a/\sqrt{3}$ ou $a/\sqrt{2}$

Cependant….

- *Une méthode de type B se fondant sur une longue expérience peut être préférable à une répétition qui ne respecte pas réellement les conditions de répétabilité.*
- *Et inversement, si on possède trop peu d'information, seules les répétitions répétables permettent d'évaluer correctement l'incertitude.*

mesurande ou paramètre étudié	valeur moyenne	unité	source d'incertitude	méthode d'évaluation : type A / type B	loi choisie : normale, uniforme, …?	σ_{n-1} OU valeur de la demi-étendue a	incertitude u(x)
x							

Exemples

Evaluer l'incertitude

a) Pour mesurer la température d'un liquide, on a utilisé un capteur résistif conditionné avec écran à affichage numérique. On lit sur l'écran : T = 15,3 °C.

méthode de type B ; 2a = 0,1 °C ; loi uniforme ;
u(T)=0,05/ √3 = 0,02887 °C

b) Le diamètre interne du tube a été mesuré avec un pied à coulisse à vernier : on lit D = 13,90 mm. Il est gravé sur le vernier : « précision 0,02 mm ».

méthode de type B, 2a = 0,02 mm ; loi normale ;
u(T)=0,01/ 3 = 0,0033 mm

c) La longueur d'onde du laser est donnée par le constructeur avec une incertitude de 3 % : λ = 470 nm

méthode de type A ou B,
u(λ)=0,03 x 470 = 14,1 nm

Composition des incertitudes

> un paramètre
> plusieurs sources

Incertitude issue de plusieurs sources:

On évalue l'incertitude $u_i(x)$ pour chacune des sources et on détermine l'incertitude globale par la relation:

$$\boxed{u(x)^2 = \sum u_i(x)^2}$$

exemple : $u^2(x) = u^2_{répétabilité}(x) + u^2_{affichage}(x) + u^2_{précision}(x)$

Incertitude issue de plusieurs paramètres (mesurages indirects)

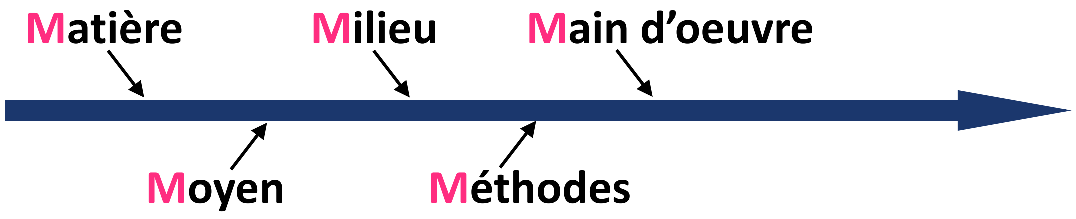
Si les grandeurs d'entrée correspondent à une relation du type $y=f(x_1,x_2,\ldots,x_n)$, l'incertitude composée u_c sur y est obtenue par:

$$\boxed{u_C(y)^2 = \sum\left[\left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 u(x_i)^2\right]}$$

Attention, les grandeurs x_i doivent être décorrélées !
Cette expression se simplifie généralement, en fonction du type de relation entre y et les grandeurs x_i

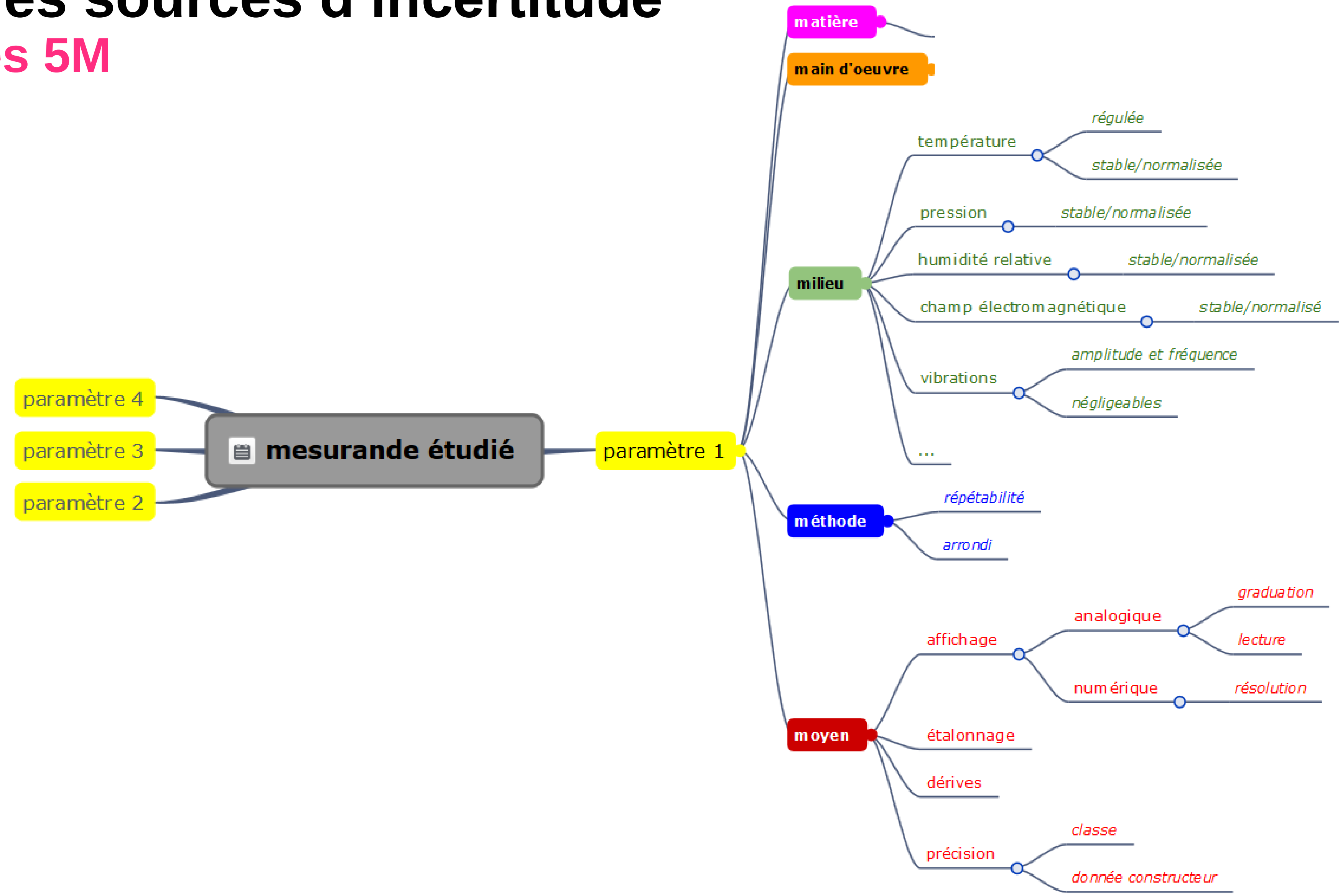
Identifier les sources d'incertitude
Méthode des 5M

- Les sources d'incertitudes sur un paramètre sont les éléments qui apportent un doute sur la valeur du mesurande de ce paramètre.



Identifier les sources d'incertitude

Méthode des 5M



Identifier les sources d'incertitude

Exemple

Mesure de la longueur L réalisée 10 fois dans des conditions de répétabilité avec un capteur à affichage numérique de type X,XXX et de précision 0,005 m (donnée fiche technique)

Le mesurande x admet 3 sources d'incertitude dues à : (1) la répétabilité, (2) l'affichage, (3) la précision,

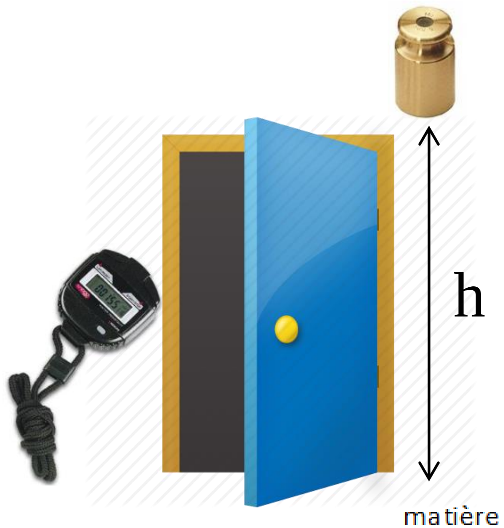
alors $u^2(x) = u^2_{\text{répétabilité}}(x) + u^2_{\text{affichage}}(x) + u^2_{\text{précision}}(x)$

paramètre x	unité	valeur moyenne	source d'incertitude	méthode d'évaluation : type A/ type B	σ_{n--1} OU valeur de la demi-étendue a	loi choisie : normale, uniforme, ...?	u(x)	u²(x)
longueur L	m	1,32514	répétabilité	A	9,4257E-03		2,9807E-03	8,8844E-G6
			aff. numérique	B	5,0000E-03	uniforme	2,8868E-03	8,3333E-06
			précision capteur	B	2,5000E-03	normale	8,3333E-04	6,9444E-07
		1,32514	totale	composition			4,2323E-03	1,7912E-05[1]

2u(L) = 0,084.. m

$L = (1{,}33 \pm 0{,}08)$ m

Identifier les sources d'incertitude
Exemple



- ***temps t*** : mesure issue du chronomètre

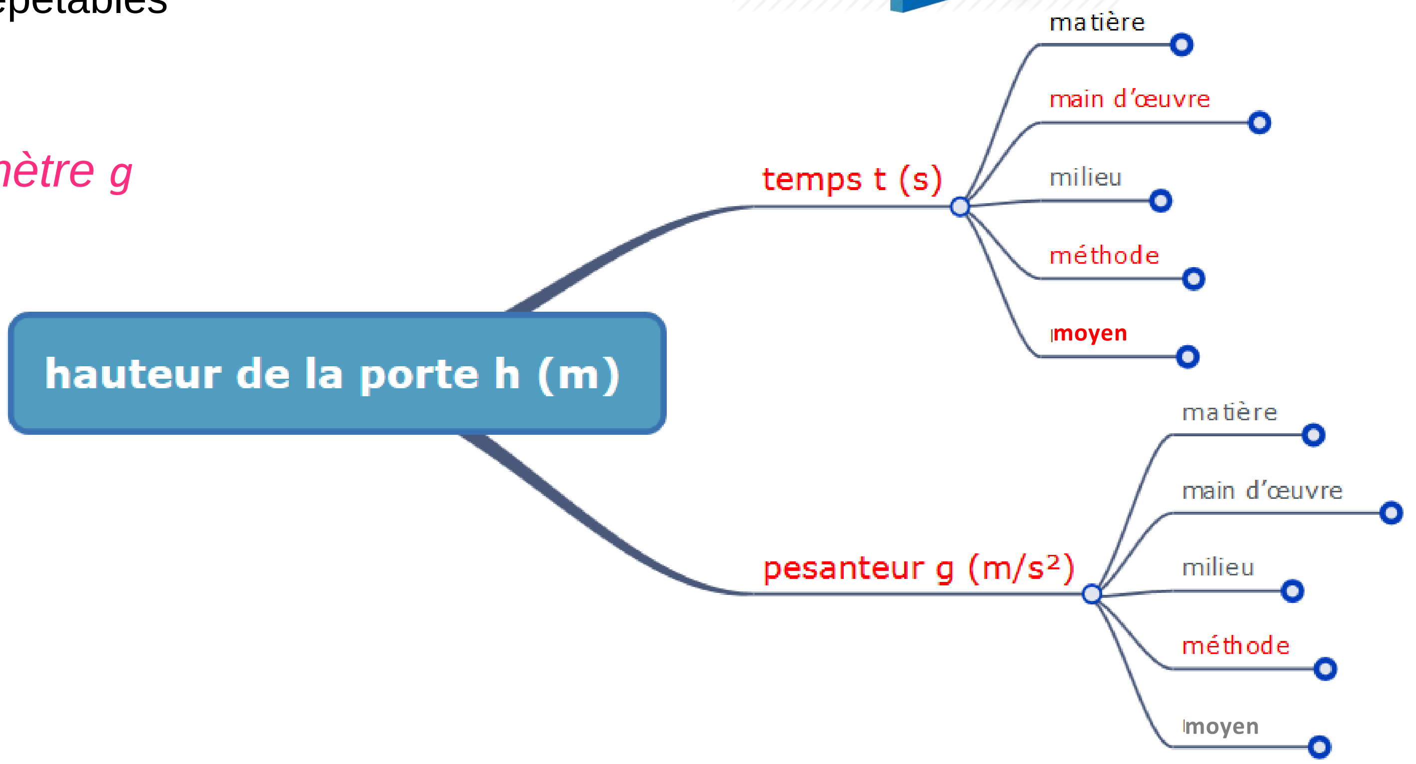
  2 sources d'incertitude sur le paramètre t

  > caractéristiques du chronomètre Lextronic: *"mesure au 1/1000 e de seconde"*
  > processus de mesure : 3 mesures répétables

- ***accélération de la pesanteur*** *g* :

  1 source d'incertitude sur le paramètre g

  > valeur arrondie g = 9,81 $m.s^{-2}$



Propagation des incertitudes
Cas particuliers

> plusieurs paramètres
> mesurage indirect

Multiple d'un paramètre

$y = K.x$ Constante numérique

$$\boxed{u(y) = K.u(x)}$$

Somme de paramètres

$y = x_1 + x_2$ *ou* $y = x_1 - x_2$

$$\boxed{u^2(y) = u^2(x_1) + u^2(x_2)}$$

Produit de paramètres

$y = K.\ x_1^{\alpha}\ .\ x_2^{\beta}$ Constantes numériques

$$\boxed{\left(\frac{u(y)}{y}\right)^2 = \alpha^2\left(\frac{u(x_1)}{x_1}\right)^2 + \beta^2\left(\frac{u(x_2)}{x_2}\right)^2}$$

Exemples

Inverse d'un paramètre : $y = x^{-1}$ $\longrightarrow$ $\frac{u(y)}{y} = \frac{u(x)}{x}$ incertitudes relatives égales

Carré d'un paramètre : $z = a^2$ $\longrightarrow$ $u(z) = u(a^2) = 2\ a\ .\ u(a)$

Hauteur de porte : $h = \frac{1}{2} g\ t^2 = K.g.t^2$ $\longrightarrow$ $\left(\frac{u_c(h)}{h}\right)^2 = \left(\frac{u(g)}{g}\right)^2 + 2^2\left(\frac{u(t)}{t}\right)^2$

Analyser les incertitudes prépondérantes

- La source prépondérante d'incertitude permet de savoir sur quelle source de quel paramètre agir pour minimiser l'incertitude globale sur l'expérience.

- Elle correspond au terme le plus grand de la somme issue de la loi de propagation qui permet le calcul final de l'incertitude composée

Exemples

$$\left(\frac{u_c(h)}{h}\right)^2 = \left(\frac{u(g)}{g}\right)^2 + 2^2\left(\frac{u(t)}{t}\right)^2$$

$$= 3{,}46\ 10^{-7} + 1{,}23\ 10^{-5}$$

terme prépondérant

t a deux sources d'incertitude

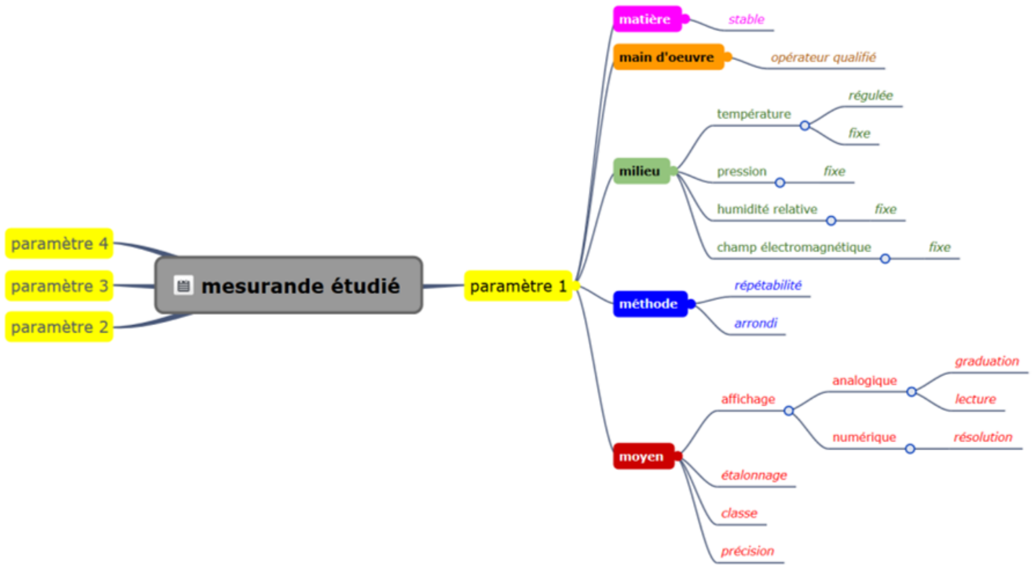
$u^2(t) = u^2_{source1}(t) + u^2_{source2}(t)$

agir sur la source prépondérante pour améliorer l'expérience

agir sur la mesure de t pour améliorer la qualité de la mesure de h

Synthèse : démarche de travail

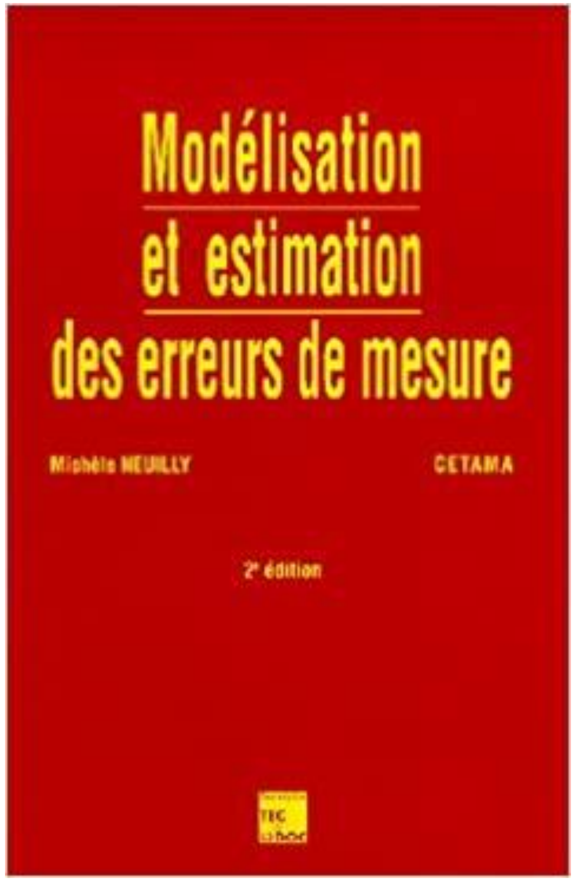
1) Déterminer le mesurande
2) Déterminer les paramètres physiques qui permettent d'accéder à la mesure
3) Identifier les sources d'incertitudes sur chaque paramètre
4) Sur chaque paramètre : évaluer les incertitudes
   – une seule source d'incertitude : méthode de type A ou B
   – plusieurs sources > composition des incertitudes
5) Si plusieurs paramètres : propager les incertitudes
6) Rechercher l'incertitude prépondérante et éventuellement améliorer le processus de mesure
7) Exprimer le résultat … assorti de son incertitude !

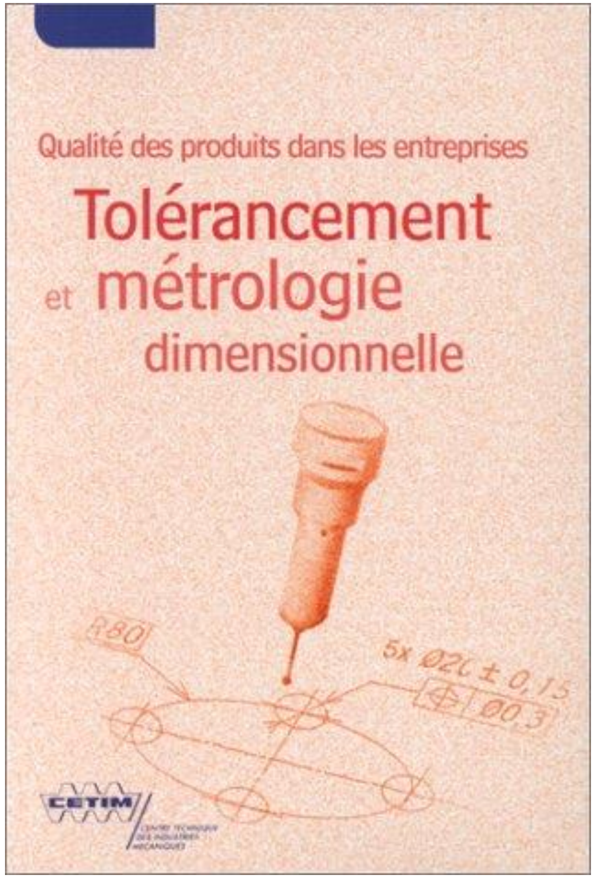


$$X = (\, x_{moy} \pm 2\, u(x)\,)\ \text{unité SI}$$

- un ou deux chiffres significatifs pour l'incertitude
- un nombre de chiffres significatifs cohérent pour la valeur numérique annoncée
- les unités pour la valeur et l'incertitude

Relevant books





Contact Information

Université Savoie Mont Blanc

Polytech' Annecy Chambery
Chemin de Bellevue
74940 Annecy
France

https://www.polytech.univ-savoie.fr

Lecturer

Dr Luc Marechal (luc.marechal@univ-smb.fr)
SYMME Lab (Systems and Materials for Mechatronics)

Acknowledgement

Pr Christine Barthod
SYMME Lab (Systems and Materials for Mechatronics)
for the original writing of this lecture