

Signal Processing

Enzo Scossa-Romano

24 Juli 2014

Contents

1 Acustica: SPL, Schalleistungspegel	1
1.1 Definitionen aus Kontinuumsmechanik	1
1.2 Messung und digitale Auswertung	3
2 Frequenzanalyse im continuum	3

1 Acustica: SPL, Schalleistungspegel

1.1 Definitionen aus Kontinuumsmechanik

Ein Schallfeld ist vollständig beschrieben durch die Feldgrößen

$$p_g(x, t) = p_0 + p(x, t) \quad \text{und} \quad \vec{v}(x, t) \quad x \in U \subseteq \mathbb{R}^3, \quad t \in \mathbb{R}. \quad (1)$$

dabei ist die Leistung pro Fläche oder Intensität wie folgt gegeben.

$$\vec{I}(x, t) = p(x, t) \vec{v}(x, t). \quad (2)$$

Schallgrößen

- Der *Schallintensitätspegel* $L(t)$ zu einem Zeitpunkt t in einem gegebenen Punkt (x weglassen) wird berechnet aus der Intensität $\vec{I}(x, t)$. Da die Leistung \vec{I} eine variierende Größe ist, wird besser durch den Mittelwert dargestellt. Damit ist die Definition des Schallintensitätspegels mit

$$L_I(t) = 10 \cdot \log_{10} \frac{\bar{I}(t)}{I_0}, \quad I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2 \quad (3)$$

Der Mittelwert auf einem Zeitintervall T ist $\bar{I} = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+T} |\vec{I}(s)| ds = \frac{E}{T}$. E ist die vom Schallfeld geleistete Energie auf 1 m^2 während T .

In Fernfeld sind Schallgeschwindigkeit und Druck in Phase, es gilt $\vec{v}(x, t) = p(x, t)/Z$ wobei $Z = \rho_0 c \approx 400 \text{ Pa s/m}$ ist Schallkennimpedanz oder Schallwiderstand genannt. Somit ist die Schallintensität $\vec{I}(x, t) = \frac{p(x, t)^2}{\rho_0 c}$ und damit lässt sich der Schallintensitätspegel allein aus dem Druck bestimmen mit

$$L_I(t) = 10 \cdot \log_{10} \frac{p_{rms}^2(t)}{\rho_0 c \cdot I_0}. \quad (4)$$

- Der *Schalldruckpegel*(SPL) ist definiert mit

$$L(t) = 20 \cdot \log_{10} \frac{p_{eff}(t)}{p_0}, \quad p_0 = 2 \cdot 10^{-5} Pa \quad (5)$$

beachte dass $\frac{p_0^2}{Z} = I_0$. Damit ist der Zusammenhang mit der Schallintensitätspegel

$$L(t) = L_I(t) \quad (6)$$

- Der *Schalleistung* einer Quelle ist definiert durch die emittierte Leistung $P(t)$ der Quelle. Diese wird mithilfe einer umhüllende Fläche Ω berechnet. Es gilt $P(t) = \int_{\Omega} \vec{I}(x, t) d\vec{\sigma}$. Aus dieser Leistung lässt sich ein Mittelwert \bar{P} berechnen und damit definiert der Schalleistungspegel

$$L_W(t) = 10 \cdot \log_{10} \frac{\bar{P}(t)}{P_0} \quad P_0 = 10^{-12} W \quad (7)$$

Für rotationssymmetrische Quellen mit Schallintensitätspegel L_I bei $r = 1$ ist $\bar{P} = 4\pi I_0 10^{\frac{L_I}{10}}$ und damit $L_W = 10 \log_{10} 4\pi + L_I$. Beachte dass für kleine Flächen oder Konstante Intensität lässt sich approximieren durch $P(x, t) \approx \vec{I}(x, t) d\vec{\sigma}$. Bei einer Messung ist sigma die Fläche des Mikrophon.

- Der *äquivalenter Dauerschallpegel* $L_{eq, \Delta T}$ ist gegeben durch energetische Integrierung¹ der Schallintensitätspegel (oder Schalldruckpegel(SPL))

$$L_{eq, \Delta T} = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{1}{\Delta T} \int_{\Delta T} 10^{\frac{L(t)}{10}} dt \right) \quad (8)$$

Ähnlich Definiert werden SEL und TEL indem das Faktor $\frac{1}{\delta T}$ modifiziert wird.

¹Zeitintervalle ΔT gross im Vergleich zu RMS integrierung

1.2 Messung und digitale Auswertung

L'SPL si definisce tramite l'intensità media o la pressione RMS nel modo seguente

$$L = 10 \cdot \log_{10} \frac{\bar{I}}{I_0}, \quad I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2 \quad (9)$$

$$= 20 \cdot \log_{10} \frac{p_{eff}}{p_0}, \quad p_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Pa} \quad (10)$$

nella seconda riga si è utilizzata la relazione $\vec{I}(x, t) = \frac{p(x, t)^2}{\rho_0 c}$ e quindi $\bar{I} = \frac{p_{rms}^2}{\rho_0 c}$ dove $Z = \rho_0 c = \frac{p_0^2}{I_0} \approx 400 \text{ Pa s/m}$.

Utilizzando le definizioni

$$\bar{I} = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+T} |\vec{I}(s)| ds = \frac{E}{T} \quad (11)$$

Otteniamo

$$\bar{I} = \frac{(\rho_0 c)^2}{N} |x|^2 \quad (12)$$

$$= \frac{(\rho_0 c)^2}{N} |x|^2 \quad (13)$$

$$= \frac{(\rho_0 c)^2}{N} |x|^2 \quad (14)$$

$$(15)$$

oppure con la definizione di p_{eff}

$$I_{eff} = \frac{I_0}{p_0^2} p_{eff}^2 = \frac{I_0}{p_0^2} c \cdot x_{eff}^2$$

si può passare a S_{rms} in ogni istante moltiplicando per la costante A_2

2 Frequenzanalyse im continuum

nimmt man einem kleinem Zeitintervall Δt während sich der Schall sich wenig verhält (langzeitveränderung, es gibt immer eine frequenzveränderung), dann macht man eine fouriertransformierte der frequenz der Druck man kriegt die $p(x, \omega)$ (keine zeitabhängigkeit der frequenz mehr). Dann lässt sich der RMS Druck berechnen mit

$$p_{eff}^2 = \int p(\omega)^2 d\omega \quad (16)$$

und

$$L = 10 \cdot \log_{10} \frac{\sum_{\omega} p(\omega)^2}{p_0^2} \quad (17)$$

Die frequenzabhängigen Pegel sind dann definiert durch $L_{\omega} = 10 \cdot \log_{10} \frac{p(\omega)^2}{p_0^2}$ und es gilt

$$L = 10 \cdot \log_{10} \left(\sum_{\omega} 10^{\frac{L_{\omega}}{10}} \right).$$