v1.2

Matlab-Übungen zu Deterministische Signale und Systeme 6. Übung

1. Aufgabe

1.1. Stellen Sie die Ausgangsgleichung eines Systems auf, dessen Ausgangswert die halbe Summe des aktuellen und des letzten Eingangswertes ist.

1.2. Zeichnen Sie ein Blockschaltbild für das im letzten Aufgabenteil bestimmte System.

1.3. Implementieren Sie eine Matlab-Funktion `mittelwert2`, die 2 oder 3 Werte übergeben bekommt und die die Antwort des oben bestimmten Systems auf eine Eingangsfolge berechnet. Dabei können Sie annehmen, daß die Eingangsfolge nur für $n \geq 0$ existiert und für alle Werte $n = (0, 1, \ldots, N-1)$ gegeben ist. Implementieren Sie das Verhalten mithilfe einer for-Schleife.

Wenn der Funktion zwei Argumente übergeben werden, so handelt es sich dabei um den Vektor mit den Zeitwerten n und den Vektor mit den Signalwerten x. Sind 3 Werte gegeben, so wird zusätzlich zuerst ein Vektor mit den Anfangswerten (die Sie sicher brauchen werden) übergeben.

Als Anfangswerte sind Werte zu verstehen, die Sie benötigen, um schon für den ersten Zeitschritt eine Ausgabe zu erzeugen, obwohl noch nicht genug Werte vorhanden sind, um den Mittelwert zu bilden. Sie können das beispielsweise implementieren, indem Sie ein Schieberegister für die Eingangswerte bilden und dort am Anfang schon Werte geladen haben.

1.4. Gegeben seien ein Vektor mit Zeitwerten

$$n = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

und die Eingangsfolgen

$$x_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$
$$x_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

und

$$x_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie mit Hilfe der soeben geschriebenen Funktion die Antworten y_1 bis y_3 des Systems auf die Eingansfolgen x_1 bis x_3. Bei x_2 sollten Sie zusätzlich einen Durchlauf mit einem Anfangswert von 1 machen.

1.5. Schreiben Sie eine weitere Funktion `mittelwert3`, die ein System implementiert, das analog zu dem bisher in dieser Aufgabe betrachteten System funktioniert, aber einen weiteren vergangenen Eingangswert in die Mittelwertbildung mit einbezieht.

1.6. Können Sie aus einer der Ausgangsfolgen schließen, um was für ein Filter es sich bei `mittelwert2` und `mittelwert3` handelt (Hoch- oder Tiefpass)? Wenn ja, aus welcher?

1.7. Um wieviel Schritte »verzögern« die beiden Filter den »Mittelpunkt« des gegebenen Eingangsimpulses x_3?

1.8. Finden Sie ein Filter, das das gegenteilige Verhalten zu dem gebebenen im Frequenzbereich zeigt und dabei auch 2 Eingangswerte verarbeitet (Also ein Hoch- statt ein Tiefpass bzw. umgekehrt, je nachdem, was für ein Filter bisher betrachtet wurde. Es ist dabei nicht wichtig, daß das Filter genau invers zu dem anderen ist, es soll nur die grundlegende Charakteristik zeigen.). Implementieren Sie auch dieses Filter und testen Sie es mit den gegebenen Eingangsfolgen.

2. Aufgabe

2.1. Schreiben Sie eine Funktion `ztrf`, die die z-Transformierte eines gegebenen Systems berechnet. Gehen Sie davon aus, dass nur kausale Systeme vorkommen und dass der Ausgang nur von den Eingangswerten abhängt. Die Funktion bekommt einen Vektor mit Zeitindizes `n`, einen Vektor `x` mit dazu passenden Funktionswerten, einen Vektor `re_z` mit den zu berechnenden Stellen auf der reellen Achse des z-Bereichs und einen Vektor `im_z` mit den zu berechnenden Stellen auf der imaginären z-Achse übergeben.

Ein weiteres optionales Argument soll dafür benutzt werden, die berechnete Funktion ab einem gewissen Betrag abzuschneiden, falls sie gegeben ist. benutzen Sie hierfür das Schlüsselwort `varargin`. Dieses Vorgehen ist nötig, da eventuelle Polstellen bei einem Plot zu einer schlecht interpretierbare Skalierung der z-Achse führen.

Die Funktionsdefinition sieht also so aus: `function X = ztrf(n,x,re_z,im_z,varargin)`.

`X` ist also eine Matrix, die zu jeder Kombination von `re_z` und `im_z` den entsprechenden Wert der z-Transformierten enthält.

Die Funktion soll die Transformierte nicht nur berechnen, sondern auch mittels eines `surf`-Plots plotten. Dabei soll die »Grundstellung« des Plots eine Ansicht von oben sein, so dass Sie die Höhe der Funktion nur über die Farbe ablesen können. Blenden Sie als Ablesehilfe einen Farbbalken (»colorbar«) ein (dafür gibt es einen entsprechenden Button im Plot-Fenster). Außerdem soll die Skalierung der x- und y-Achse gleich sein, was Sie durch den Aufruf von `axis equal` nach dem Plot erreichen.

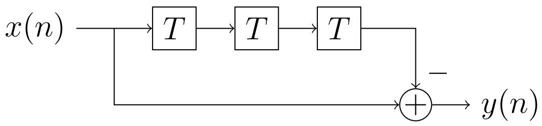

Abbildung 1: System im diskreten Zeitbereich.

2.2. Gehen Sie von dem Mittelwertfilter mit zwei Koeffizienten aus der ersten Aufgabe aus. Transformieren Sie dieses Filter (von Hand) in den z-Bereich und bestimmen Sie Pole und Nullstellen.

Lassen Sie sich von Ihrer Funktion `ztrf` die Transformierte des Filters im Bereich $\Re(z) \in [-2{,}1]$ und $\Im(z) \in [-1{,}1]$ darstellen (wählen Sie dabei für die Achsen selbst eine geeignete Auflösung).

Überprüfen Sie nun das Ergebnis mit den von Ihnen berechneten Polen und Nullstellen.

2.3. Benutzen Sie die Matlab-Funktion `zplane`, um die von Ihnen bestimmten Pole und Nullstellen zu überprüfen.

Die Funktion `zplane` bekommt dabei zwei Parameter `b` und `a` übergeben, wobei `b` einen Vektor mit den Koeffizienten des Zählerpolynoms und `a` einen Vektor mit den Koeffizienten des Nennerpolynoms enthält. Dabei sind diese Vektoren nach folgendem Schema zu bilden:

$$H(z) = \frac{b(1) + b(2)z^{-1} + b(3)z^{-2} + \cdots}{a(1) + a(2)z^{-1} + a(3)z^{-2} + \cdots}$$

$b(2)$ meint hier das zweite Element des Vektors `b` (für `a` entsprechend).

2.4. Berechnen Sie analog zu den vorangegangenen Teilaufgaben die z-Transformierte des Systems aus Abbildung 1 und überprüfen Sie auch hier die Lage der Pole und Nullstellen mit der Funktion `zplane`.

2.5. Mit der Funktion `freqz` können Sie den Frequenzgang eine Systems nach Betrag und Phase anzeigen lassen. Um was für ein Filter es sich bei dem Mittelwertfilter handelt, haben Sie schon zuvor geklärt. Finden Sie heraus, bei welcher »normierten Frequenz« (also im Bereich zwischen 0 und 1) sich der Amplitudenwert $-3\,\mathrm{dB}$ ergibt.

Um was für ein Filter handelt es sich bei einem System mit

$$H_2(z) = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}z^{-1}?$$

3. Aufgabe

3.1. Schreiben Sie eine Funktion `stabiz`, die die Stabilität und Kausalität von Systemen im z-Bereich überprüfen soll.

Die Funktion soll hier erst auf Kausalität prüfen und nur im Falle eines kausalen Systems auch die Stabilität überprüfen.

Stellen Sie hierfür zuerst die Bedingungen für Stabilität und Kausalität unter den genannten Voraussetzungen auf.

3.2. Implementieren Sie nun die Funktion `stabiz`, die ein Zähler- und ein Nennerpolynom übergeben bekommt und eine Bildschirmausgabe mit dem Ergebnis der Überprüfung auf Kausalität und Stabilität generiert.

3.3. Überprüfen Sie die folgenden Systeme auf Stabilität und Kausalität. Wenden Sie die Kriterien zur Kontrolle auch von Hand an.

$$H_1(z) = \frac{1 + 2z^{-1}}{7 - 4z^{-1} + 3z^{-5}}$$
$$H_2(z) = \frac{1 + z^{-1} + z^{-2} + z^{-3}}{1 - 2z^{-1}}$$
$$H_3(z) = \frac{1 + 2z^{-1}}{-4z^{-1} + z^{-6}}$$

3.4. Erweitern Sie die Funktion `stabiz` so, dass im Falle eines nicht-kausalen Systems dieses durch eine entsprechende Verzögerung in ein kausales System überführt und dann auf Stabilität untersucht wird.