Matlab-Übungen zu Deterministische Signale und Systeme 4. Übung

1. Aufgabe

Ab dieser Aufgabe wird nicht mehr explizit darauf hingewiesen, wann es während des Programmierens der Lösungen sinnvoll ist, eine Funktion zu plotten, um die korrekte Funktion der Programme zu überprüfen. Entscheiden Sie selbst, wann das für Sie sinnvoll ist. Plots, die Ergebnisse dokumentieren, werden aber weiterhin in der Aufgabenstellung erwähnt.

In der folgenden Aufgabe soll die Faltung zweier Rechteckfunktionen berechnet werden.

1.1. Zum Lösen dieser Aufgabe benötigen Sie zunächst eine Zeitachse mit $t \in [-2\,\mathrm{s}, 3\,\mathrm{s}]$ bei einer Abtastfrequenz von 100 Hz. Legen Sie die Zeitachse an. Erzeugen Sie nun einen Rechteckimpuls innerhalb dieses Zeitbereichs mit

$$r_1(t) = \begin{cases} 1 & 0\,\mathrm{s} \le t \le 1\,\mathrm{s} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

und einen Zweiten Rechteckimpuls mit

$$r_2(t) = \begin{cases} 1 & 0\,\mathrm{s} \le t \le 2\,\mathrm{s} \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

1.2. Schreiben Sie eine Funktion `cval`, die zwei Signale und deren Zeitachsen übergeben bekommt und die Faltung der beiden Signale berechnet. Die Integration soll dabei durch eine einfache Summenbildung der Funktionswerte realisiert werden, so dass aus dem Faltungsintegral

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\tau) f_2(t-\tau) d\tau$$

der zeitdiskrete Ausdruck

$$f(n) = T_s \sum_{k=-\infty}^{\infty} f_1(k) f_2(n-k).$$

wird. T_s ist hierbei der Abstand zwischen zwei Zeitwerten und entspricht $d\tau$ im Faltungsintegral.

Berechnen Sie nur Werte, die Sie aus den beiden Funktionen auch tatsächlich bestimmen können. (Überlegen Sie sich dafür zunächst, wie eine passende neue Zeitachse aussehen könnte, und implementieren Sie dann die Funktion zur Faltung.)

Hinweis: Funktionswerte, die nicht gegeben sind, können, falls nötig, als 0 angenommen werden.

1.3. Schreiben Sie nun eine weitere Funktion `ctime`, der Sie zwei Funktionen und deren Zeitachsen übergeben und die eine neue Zeitachse für das Ergebnis der Faltung der beiden Funktionen erzeugt.

   Überlegen Sie hierzu, wie man den Anfangszeitpunkt und die Länge des neuen Zeitachsenvektors bestimmen kann.

1.4. Benutzen Sie die beiden Funktionen `ctime` und `cval` um die Faltung der beiden Signale aus Aufgabenteil 1.1 zu berechnen und grafisch darzustellen. Berechnen Sie das Ergebnis zusätzlich »von Hand« und überprüfen Sie damit das Ergebnis aus Matlab.

1.5. Lösen Sie entsprechend Aufgabenteil 1.4 auch die Aufgaben 1 und 4 der 5. Übung zu »Deterministische Signale und Systeme«. Verwenden Sie einen Abstand von 0,1 zwischen zwei Samples. Stimmt die Lösung mit der erwarteten überein oder ergibt sich ein Fehler? Falls sich ein Fehler ergibt, bestimmen Sie dessen Ursache und beschreiben Sie, wie er sich vermeiden lässt.

2. Aufgabe

Sie haben in dieser und der vergangenen Übung nun Funktionen geschrieben, mit deren Hilfe Sie die Fouriertransformation und die Faltung durchführen können.

Gegeben seien das Signal und das System aus Abbildung 1. Die Abtastfrequenz beträgt 100 Hz.

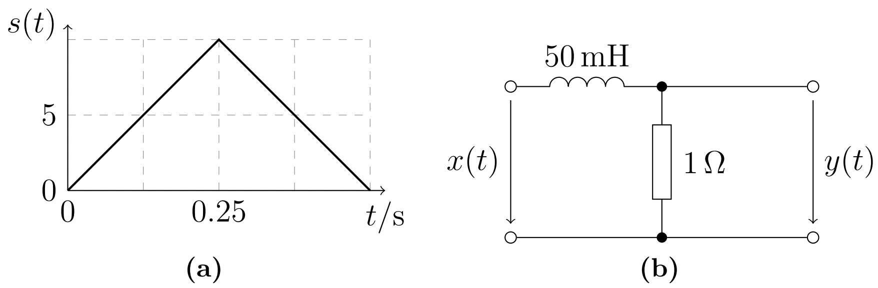

Abbildung 1: Signal und System.

2.1. Berechnen Sie die Impulsantwort des Systems aus der Abbildung von Hand. Um was für ein System handelt es sich? Wie wirkt sich das System auf Eingangssignale aus?

2.2. Das Signal $s(t)$ wird nun als Eingangssignal für das System aus Abbildung 1 verwendet. Berechnen Sie das Ausgangssignal $y(t)$ einmal mittels Fouriertransformation und ein zweites Mal mittels Faltung.

Verwenden Sie hierfür eine Zeitachse mit $t \in [-1\,\mathrm{s}, 1\,\mathrm{s}]$, innerhalb dieser 400 Abtastwerte dargestellt werden sollen. Verwenden Sie weiter einen Frequenzbereich mit $\omega \in [-500\,\mathrm{s}^{-1}, 500\,\mathrm{s}^{-1}]$.

Für die Faltung können Sie die Funktion aus der vorangegangenen Aufgabe verwenden. Benutzen Sie außerdem Ihre analytisch bestimmte Impulsantwort.

Für die Lösung mittels Transformation müssen Sie zuerst eine Funktion für die Fourierrücktransformation schreiben. Orientieren Sie sich dabei an der Lösung zur ersten Aufgabe der dritten Übung. Verwenden Sie zur Transformation des Signals in den Frequenzbereich die Funktion zur Fouriertransformation aus der dritten Übung.

Stellen Sie beide Lösungen gemeinsam mit den beiden Impulsantworten in einem Diagramm dar.

Hinweis: Durch Rundungsfehler können Sie komplexe Zeitsignale bekommen, was Matlab beim Plotten mit einer Warnung quittiert. Das können Sie ignorieren, solange der komplexe Anteil klein gegenüber dem reellen ist.

2.3. Berechnen Sie die »Fehlerleistung«, also die quadrierte Abweichung der beiden Lösungen voneinander in Abhängigkeit von der Zeit und in Abhängigkeit von der Frequenz und stellen Sie beide grafisch dar (Sie müssen dafür die erste Lösung in den Frequenzbereich transformieren, was natürlich für neue Fehler sorgt, dies soll hier aber nicht weiter stören). Die beiden Graphen sollen dabei untereinander in der gleichen Abbildung stehen. Verwenden Sie hierfür den Befehl `subplot`.

2.4. Bestimmen Sie die Zeit, die Matlab benötigt, um die Fouriertransformierte der Zeitbereichslösung in der vorangegangenen Aufgabe zu bestimmen. Bestimmen Sie die Zeit ein zweites Mal, diesmal aber mit 800 Abtastwerten. Wie hat sich die benötigte Zeit geändert?

3. Aufgabe

Matlab ist eine unter wenigen Programmiersprachen, bei der Funktionen mehrere Rückgabewerte haben können (ein weiteres prominentes Beispiel ist die Programmiersprache »Python«).

Um mehrere Werte zurückzugeben, wird bei der Funktionsdefinition statt einer Variablen einfach ein Vektor mehrerer Variablen als Rückgabewert angegeben.

```
function [r1, r2] = berechne(p1, p2, p3)
```

definiert also eine Funktion mit den beiden Rückgabewerten `r1` und `r2` und den drei übergebenen Parametern `p1`, `p2` und `p3`. In der Funktion müssen allen verwendeten Rückgabewerten Werte zugewiesen werden.

Beim Aufrufen der Funktion muss die Zuweisung auch an einen Vektor der entsprechenden Größe weitergegeben werden. Gemäß obigem Beispiel muss die Funktion als

```
[a, b] = berechne(1, 2, 3);
```

aufgerufen werden. Dabei wird der Rückgabewert `r1` in `a` und `r2` wird in `b` gespeichert.

3.1. Schreiben Sie eine Funktion `drahtwiderstand`, der Sie einen Skalar, einen String und einen zweiten Skalar übergeben. Die Funktion soll den Durchmesser, den Umfang, die Querschnittsfläche und den Widerstand eines runden Kupferdrahtes der Länge l berechnen und alle vier Werte (in dieser Reihenfolge) zurückgeben. Dabei soll die Länge in Metern und ein beliebiger der drei restlichen geometrischen Werte (in Metern bzw. Quadratmetern) an die Funktion übergeben werden. Um zu unterscheiden, was übergeben wurde, soll der String verwendet werden. Wird als zweites Argument ein »d« übergeben, ist das nächste Argument der Durchmesser, wird ein »u« übergeben, ist der Umfang gemeint und ein »A« beschreibt die Fläche. Auch die Eingabe des Radius (»r« als Kennzeichen) soll möglich sein, allerdings soll intern nur mit dem Durchmesser gerechnet werden.

     Ein Beispiel: Wird die Funktion als `drahtwiderstand(5, 'u', 3e-3)` aufgerufen, hat der Draht eine Länge von 5 m und einen Umfang von 3 mm und die restlichen Werte sollen berechnet werden.

     Hinweis: Eine mögliche Lösungsstrategie ist es, den Variablen `u`*,* `d` *und* `A` *zunächst den Wert* `NaN` *zuzuweisen (was es mit* `NaN` *auf sich hat, sagt Ihnen die Hilfe) und dann die Variable für den gegebenen Wert zu überschreiben. Später kann man mit einer Abfrage testen, ob* `NaN` *oder ein Zahlenwert vorliegt (etwa mit der Funktion* `isnan`*) und so bestimmen, welche Werte berechnet werden müssen.*

     Die spezifische Leitfähigkeit von Kupfer beträgt $58 \cdot 10^6\,\mathrm{S\,m^{-1}}$.

3.2. Welcher Wert wird zurückgegeben, wenn die Zuweisung an einen Skalar erfolgt (also `x = drahtwiderstand(...)`)? Ordnen Sie die zurückgegebenen Werte gegebenenfalls so an, daß in diesem Fall der Widerstand zurückgegeben wird.

3.3. Sie möchten dem Weihnachtsbaum im Garten eine Lichterkette spendieren. Um die Leitungsverluste zu berechnen, möchten Sie den Widerstand der Zuleitung wissen. Sie verwenden ein Kabel des Typs »H05VVF 3G0,75«, bei dem die Aderquerschnittsfläche $0{,}75\,\mathrm{mm}^2$ beträgt. Der Baum befindet sich 50 m von der nächsten Steckdose entfernt.

4. Aufgabe

4.1. Kombinieren Sie die Funktionen zur Zeitachsenberechnung und zur Faltung aus der 1. Aufgabe zu einer neuen Funktion `tconv`, die Zeitachse und Faltungsergebnis gleichzeitig zurückgibt. Wird das Ergebnis einem Skalar zugewiesen, soll nur das Faltungsergebnis zurückgegeben werden.

4.2. Testen Sie die Funktion anhand der Aufgabe 2.4 der 5. Übung zu »Deterministische Signale und Systeme«. Verwenden Sie dabei einen Kondensator von 1 µF und einen Widerstand von 1 MΩ.