

Windenergienutzung I - Cheat Sheet

Statistik

Basics

Mittelwert $\bar{x} = \sum_{i=1}^n x_i$

Varianz $\sigma^2 = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$

Kovarianz

$$r_{xy} := \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}, \quad r_{xy} \in [-1, 1]$$

Lineare Korrelation zweier Messreihen wenn $|r_{xy}| \approx 1$

Lineare Regression

Geradengleichung $y = b_1 \cdot x + b_0$

$$\text{Koeffizienten } b_1 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

$$b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{x}$$

Berechnung von Wind

Rauhigkeitshöhe	z_0	m
Messhöhe	z_1	m
Nabenhöhe	z_2	m
Universelle Gaskonstante	R	m ² /s ² K
Radius	r	m
Dichte	ρ	kg/m ³
Rauhigkeitsexponent	α	-
Widerstandsbeiwert	c_W	-
Auftriebsbeiwert	c_A	-
Windrichtung	γ	°
Jahresmittel der Windgeschwindigkeit	v_m	m/s
Mittlere Windgeschwindigkeit (10 min)	\bar{v}	m/s

Logarithmische Geschwindigkeitsverteilung $v_2 = v_1 \cdot \frac{\ln(z_2/z_0)}{\ln(z_1/z_0)}$

Rauhigkeitsexponent $z_0 \approx 15.25 \text{ m} \cdot \exp(-\frac{1}{\alpha})$

Powerlaw Geschwindigkeitsverteilung $v_2 = v_1 \cdot (\frac{z_2}{z_1})^\alpha$

Ideale Gasgleichung $\rho = \frac{p}{R \cdot T}$

Windleistung $P_{\text{Wind}} = \frac{\rho}{2} v_1^3 \pi r^2$

Leistungsbeiwert $c_P = \frac{P_{\text{Rotor}}}{P_{\text{Wind}}}$

Maximaler Leistungsbeiwert $c_{P,max} = \frac{16}{27} \cdot \cos^3 \gamma$

Turbulenzintensität $I_T = \frac{\sigma_v}{\bar{v}}$

Weibullverteilung

Skalierungsparameter	A	m/s
Formfaktor	k	-

Verteilungsdichtefunktion $f(v) = \frac{k}{A} (\frac{v}{A})^{k-1} \cdot \exp(-(\frac{v}{A})^k)$

Kumulative Verteilung $F(v) = 1 - \exp(-(\frac{v}{A})^k)$

Jahresmittel Windgeschwindigkeit $v_m \approx A \cdot (0.568 + \frac{0.434}{k})^{\frac{1}{k}}$

Annahme bei Umrechnung $k_2 = k_1$

Logarithmisches Windprofil $A_2 = A_1 \cdot \frac{\ln(z_2/z_0)}{\ln(z_1/z_0)}$

Gumbelverteilung

Für sehr hohe Windgeschwindigkeiten.

Euler Konstante $\gamma = 0.5772$

Kumulative Verteilung

$$F_{\text{Gumbel}}(v) = \exp \left[-\exp \left(-\gamma + \frac{\pi}{\sqrt{6}} \frac{v - m_{\text{extreme}}}{\sigma_{\text{extreme}}} \right) \right]$$

$$m_{\text{extreme}} = \frac{\gamma - k \cdot \ln(A)}{k}$$
$$\sigma_{\text{extreme}} = \frac{\pi}{k \cdot \sqrt{6}}$$

Brutto Jahresenergieertrag

Zeitraum	T	s
Leistung	P	W

Jahresenergieertrag

$$AEP = 8760 \text{ h} \cdot \sum_{i=1}^n \left[(F(v_i) - F(v_{i-1})) \left(\frac{P_{i-1} + P_i}{2} \right) \right]$$

Energieertrag (Weibull) $E_i = f(v_i) \cdot P_i \cdot T, \quad E_{\text{ges}} = \sum E_i$

Netto Jahresenergieertrag

Netto AEP \approx Brutto AEP - 10% durch Verschmutzung, Wartung, Netzverluste und Windparkeffekte.

Auslastung

Der Anzahl der jährlichen Volllaststunden Q_1 und der Auslastungsfaktor Q_2 sind ein Maß für die Güte des Standortes und die Anpassung der Anlage.

$$\text{Volllaststunden } Q_1 = \frac{\text{Tatsächlicher Jahresertrag [kWh]}}{\text{Nennleistung [kW]}}$$

$$\text{Auslastungsfaktor } Q_2 = \frac{Q_1}{8760 \text{ h}}$$

Der Auslegungsfaktor sollte idealerweise zwischen 20-70% liegen, normalerweise liegt er um die 25-30%.

Aerodynamik

Energie und Leistung

Fläche	F	m ²
Geschwindigkeit vor Rotor	v_1	m/s
Geschwindigkeit am Rotor	v_2	m/s
Geschwindigkeit nach Rotor	v_3	m/s

Kinetische Energie $E = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2$

Massendurchsatz $\dot{m} = \rho \cdot F \cdot v$

Windleistung $P_{\text{Wind}} = \dot{E} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot F \cdot v_1^3$

Kontinuitätsbedingung $\dot{m} = \text{const}$

Rotorschub $S = \dot{m} \cdot (v_1 - v_3)$

Windgeschwindigkeit am Rotor $v_2 = (v_1 + v_3)/2$

Maximaler Wirkungsgrad nach Betz

Leistungsbeiwert $c_P = \frac{1}{2} \cdot (1 + \frac{v_3}{v_1}) \cdot (1 - (\frac{v_3}{v_1})^2)$

Rotorleistung $P_{\text{Rotor}} = P_{\text{Wind}} \cdot c_P$

Optimale Abbremsung wenn $v_3 = v_1/3$, damit folgt

$v_2 = 2/3 \cdot v_1$ am Rotor. Daraus ergibt sich der maximale

Leistungsbeiwert zu $c_{P,\text{Betz}} = \frac{16}{27} = 0.593$

Actuator Disk Theorie

Abrupter statischer Druckabfall am Rotor durch Rotorschub.

Axialer Induktionsfaktor a -

Induzierte Geschwindigkeit $v_i = v_1 - v_2 = a \cdot v_1$

Schubbeiwert $c_S = \frac{\text{Schub}}{\text{Staudruck} \cdot \text{Fläche}} = \frac{S}{\frac{\rho}{2} \cdot v_1^2 \cdot F} = 4a \cdot (1 - a)$

Betz-Optimum bei $a = 1/3, \quad c_S = 8/9$

Rotorleistung $P_{\text{Rotor}} = \frac{\rho}{2} \cdot F \cdot v_1^3 \cdot (4a \cdot (1 - a)^2)$

Leistungsbeiwert $c_P = 4a \cdot (1 - a)^2$

Dimensionslose Kenngrößen

Winkelgeschwindigkeit	Ω	rad/s
Rotordrehmoment	M	Nm
Kinematische Viskosität	ν	m ² /s
Profiltiefe	t	Nm

Schnelllaufzahl $\lambda = \frac{r \cdot \Omega}{v_1}, \quad \lambda \approx 1 \text{ Kraft}, \quad \lambda > 5 \text{ Leistung}$

Momentenbeiwert $c_M = \frac{M}{\frac{\rho}{2} v_1^2 \pi r^3} = \frac{c_P}{\lambda}$

Reynoldszahl $Re = \frac{\text{Trägheitskraft}}{\text{Zähigkeitskraft}} = \frac{v \cdot t}{\nu}$

Auftrieb und Widerstand

Gravitationskonstante	g	m/s ²
Höhe	z	m
Flügelfläche	S	m ²

Bernoulli Gleichung $p + \rho g z + \frac{\rho}{2} v^2 = \text{const.}$

Auftrieb $A = \frac{\rho}{2} c_A v^2 S$

Widerstand $W = \frac{\rho}{2} c_W v^2 S$

Gleitzahl $\epsilon = c_W / c_A$

Rotorauslegung nach Betz

Vorgabe der Entwurfsschnelllaufzahl λ_A , Auftriebsbeiwertes c_A , Entwurfsanstellwinkels α_A und der Anzahl der Blätter z . Ergebnis ist dann der Profiltiefenverlauf $t(r)$ und die Profilwindung $\alpha(r)$.

Dimensionsloser Radius	r/R	-
Rotorradius	R	m

Profiltiefenverteilung $t(r) = 2\pi R \frac{1}{z} \cdot \frac{8}{9 \cdot c_a} \cdot \frac{1}{\lambda_A \cdot \sqrt{\lambda_A^2 \cdot (\frac{r}{R})^2 + \frac{4}{9}}}$

Profilwindung $\alpha(r) = \arctan(\frac{2}{3 \cdot \lambda_A \cdot r/R}) - \alpha_A$

Rotorauslegung nach Schmitz

Drallverluste aus Diagramm $\propto \frac{1}{\lambda_A^2}$

Profilwiderstandsverluste $\eta_{\text{Profil}} = 1 - \frac{3}{2} \frac{r}{R} \frac{\lambda_A}{r/R}$

Tipverluste $\eta_{\text{Tip}} \approx 1 - \frac{1.84}{z \lambda_A}$ für $\lambda_A > 2$

Profiltiefenverteilung $t(r) = \frac{1}{z} \frac{16\pi}{c_a} \cdot r \cdot \sin^2(\frac{\alpha_1}{3})$

mit $\alpha_1 = \arctan(\frac{R}{\lambda_A \cdot r})$

Unterschiede der beiden Verfahren vor allem im Blattwurzelbereich (< 1% des Rotorradius).

Bestimmung des $c_{P,\text{real}}$ aus Diagramm, dann

$c_{P,\text{max,real}} = c_{P,\text{real}} \cdot \eta_{\text{Profil}} \cdot \eta_{\text{Tip}} < c_{P,\text{Betz}}$

Strukturdynamik

Einteilung von Belastungen

Stationär	Eigengewicht, Fliehkraft	
Transient	Bremskräfte	
Periodisch	Massenunwucht	
Stochastisch	Windturbulenz, Böen	
Kraft	F	N
Hebelarm	L	m
Zeit	t	s

Moment an der Gondel $M = F \cdot L \cdot \sin(\Omega \cdot t)$

→ Periodische Anregung der Gondel durch Ω

Periodisches Gondelmoment bei Ein- und Zweiblattrotoren.
Bei Drei- und Vierblattrotoren löscht sich die Periodizität aus,
sodass ein konstantes Gondelmoment vorliegt, solange
konstante Windverhältnisse vorliegen.

Editorial

Created by Christian Mollière.
Last updated May 22, 2019.
Feel free to share and edit!

Rotational Sampling

Jede Böe wird mehrmals durch die Rotorblätter
durchschnitten. Aus Sicht des Blattes wird die Belastung

durch die Böe so wiederholt abgetastet. Die Anregung der Böe
wird somit mit der Rotationsfrequenz des Blattes überlagert.