Relazione di laboratorio di Fisica - Anno Accademico: 2016/2017

Studente: **Barco Luca** - **234929**

Componenti del gruppo: **Luca Barco**, **Giulia Bartolotti, Francesco Barraco, Angelo Battaglia**

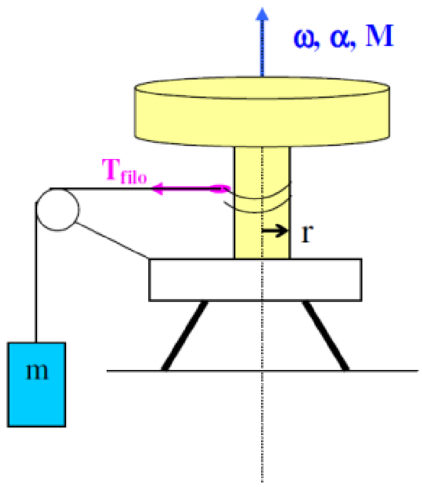
Esperienza: Piattaforma rotante: momenti d'inerzia e Teorema di Huygens-Steiner

Scopo dell'esperienza:

- Valutare il momento d'inerzia di una piattaforma rotante.
- Valutare il momento d'inerzia di un disco forato e confrontarlo con la stima teorica
- Verificare sperimentalmente la validità del teorema di Huygens-Steiner.

Richiami teorici

Lasciamo cadere una massa m attaccata ad un filo inestensibile e soggetta alla sua forza peso e alla tensione del filo stesso. Il moto rettilineo della massa che cade viene trasferito alla piattaforma: il filo infatti, avvolgendosi attorno alla puleggia di raggio r, mette in rotazione la piattaforma causandone la rotazione.



Considerando le equazioni del moto della massa e della piattaforma si ottiene l'accelerazione angolare α

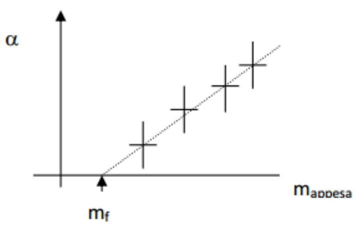
$$\begin{cases} mg - T = ma = mr\alpha \\ Tr - M_f = I\alpha \end{cases} \qquad \begin{cases} T = mg - mr\alpha \\ mgr - mr^2\alpha - M_f = I\alpha \end{cases}$$

$$\alpha = \frac{mgr - M_f}{I + mr^2} \approx \frac{mgr}{I} - \frac{M_f}{I}$$

E ponendo

$$\alpha = 0 \quad \rightarrow \quad M_f = m_f gr$$

Graficamente, rappresentando α in funzione della massa appesa m, si ottiene una retta di equazione



$\boldsymbol{\alpha = \frac{gr}{I} m - \frac{M_f}{I}}$ (per I>>mr² quest'ultimo termine si trascura)

Noti g ed r si ricava il momento d'inerzia I dalla pendenza della retta e l'intercetta per α=0 dà il valore del momento frenante della piattaforma, che si ha per una determinata massa detta massa frenante.

Noto I, si possono ricavare i momenti d'inerzia degli oggetti posti sulla piattaforma come $I_{oggetto} = I_{misurato} - I_{piattaforma}$

Il momento d'inerzia di un cilindro cavo con raggio esterno R_{out} e raggio interno R_{in} e massa M in rotazione coassiale rispetto ad un asse passante per il centro di massa vale $I_c = \frac{1}{2}M\left(R_{in}^2 + R_{out}^2\right)$

I momenti d'inerzia di due corpi in rotazione rispetto allo stesso asse sono additivi, mentre se il corpo viene fatto ruotare rispetto ad un asse parallelo a quello passante per il suo centro di massa distante d da esso, il momento d'inerzia è dato dal **Teorema di Huygens-Steiner** $I_c^{'} = I_c + Md^2$

Materiale utilizzato:

- Piattaforma rotante composta da:
    - *Filo inestensibile con possibilità di avvolgimento su rotori di tre diversi diametri*
    - *Supporto per masse di massa (5±0.01)g*
- Sistema di acquisizione e software per la registrazione dell'angolo θ(t), della velocità angolare ω(t) e dell'accelerazione angolare α(t)
- Disco forato
- Cilindri di alluminio ed ottone
- Bilancia
- Calibro

Sensibilità degli strumenti di misura

	Sensibilità
Bilancia	*0,01 grammi*
Calibro	*0,00002 metri*

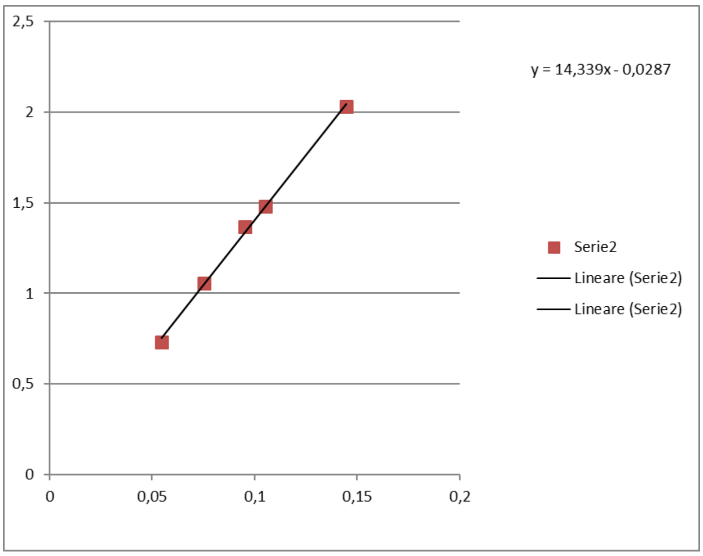
Raggio della puleggia r=(18.93±0.02)mm → r=(0.01893±0.00002)m

Esperienza 1: Calcolo del momento d'inerzia della piattaforma rotante

Mettendo in bolla la piattaforma, abbiamo ripetuto 25 misure dell'accelerazione angolare della piattaforma durante la caduta della massa, 5 per ogni massa; con l'ausilio di un software, ottenendo i seguenti dati:

	m1	m2	m3	m4	m5
massa (kg)	0,0497	0,1002	0,1396	0,0903	0,0702
M = massa + poggiapesi (kg)	0,0547	0,1052	0,1446	0,0953	0,0752
α media	0,7321	1,4800	2,0287	1,3686	1,0580
Deviazione standard della media	0,0031	0,0061	0,0130	0,0041	0,0051

Graficamente, facendo un fit lineare delle coppie di dati (M,α)secondo la relazione $\boldsymbol{\alpha = \frac{gr}{I} m - \frac{M_f}{I}}$, si ottiene il seguente grafico



La retta interpolante i nodi ha equazione y=Ax+b, con

A (*)	B (*)
14,34	-0,029
dA	dB
0,37	0,036

(*)= valori sperimentali

Da $\boldsymbol{A} = \frac{\boldsymbol{gr}}{\boldsymbol{I}} = \boldsymbol{14,34}$ si può ricavare il momento d'inerzia della piattaforma I, con la sua incertezza data da $\boldsymbol{\delta_I} = |\boldsymbol{I}|\sqrt{\frac{\boldsymbol{\delta_r}^2}{\boldsymbol{r}^2} + \frac{\boldsymbol{\delta_A}^2}{\boldsymbol{A}^2}}$, ottenendo

$$\boldsymbol{I = (0.0130 \pm 0.0003)kg \cdot m^2}$$

Ponendo y=0 calcolo x come $x = \frac{0.029}{14.339} = 2 \cdot 10^{-3}$,che coincide con la massa frenante $m_f=2\cdot10^{-3}kg$, con incertezza $\boldsymbol{\delta_m} = |\boldsymbol{m_f}|\sqrt{\frac{\boldsymbol{\delta_A}^2}{\boldsymbol{A}^2} + \frac{\boldsymbol{\delta_B}^2}{\boldsymbol{B}^2}} = 7.76 \cdot 10^{-5}$,

$$\boldsymbol{m_f = (0.00202 \pm 0.00008)kg}$$

Da questa ricavo il momento frenante $M_f = m_f gr = 3.71 \cdot 10^{-4} Nm$

con $\boldsymbol{\delta}_{M_f} = |M_f|\sqrt{\frac{\boldsymbol{\delta_{m_f}}^2}{\boldsymbol{m_f}^2} + \frac{\boldsymbol{\delta_r}^2}{\boldsymbol{r}^2}}=7.76\cdot10^{-5}$

$$\boldsymbol{M_f = (0.00037 \pm 0.00008)Nm}$$

Da $\boldsymbol{B} = -\frac{\boldsymbol{M_f}}{\boldsymbol{I}} = \boldsymbol{-0.029}$ si può ricavare nuovamente $\boldsymbol{I} = -\frac{\boldsymbol{M_f}}{\boldsymbol{B}}$, con $\boldsymbol{\delta_I} = |\boldsymbol{I}|\sqrt{\frac{\boldsymbol{\delta_{M_f}}^2}{\boldsymbol{M_f}^2} + \frac{\boldsymbol{\delta_B}^2}{\boldsymbol{B}^2}}$, ottenendo

$$\boldsymbol{I = (0.013 \pm 0.016)kg \cdot m^2}$$

Abbiamo così valutato il momento d'inerzia in due diversi modi ottenendo due risultati che, valutando le incertezze, risultano coerenti; osserviamo però che nel secondo caso l'incertezza è in valore assoluto maggiore della misura, che è quindi affetta da grandi errori.

Osserviamo inoltre che, prendendo la maggiore massa usata $mr^2 = 5.18 \cdot 10^{-5} kg \cdot m^2$ e risulta $I>>mr^2$, perciò si può giustificare l'approssimazione fatta inizialmente eliminando dalla equazione di α il termine mr^2.

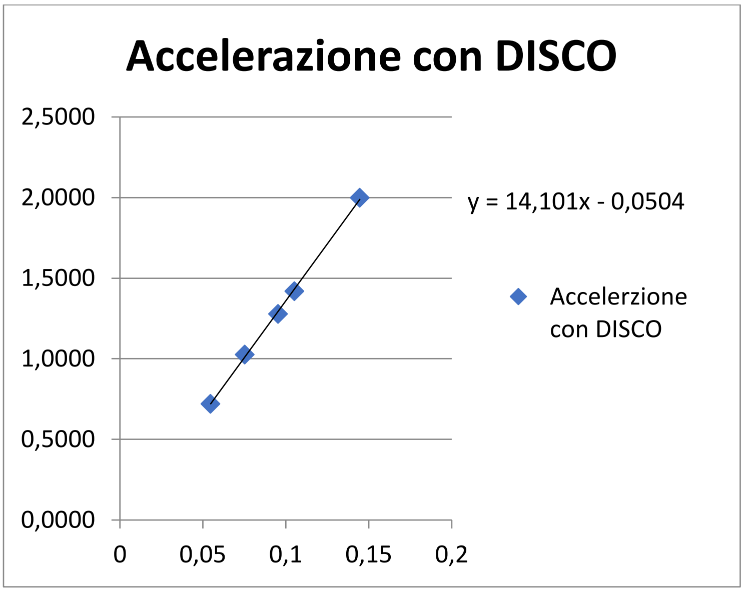
Esperienza 2: Calcolo del momento d'inerzia di un oggetto tramite la piattaforma rotante

Disco forato:

- M=(0.2014±0.0001)Kg
- R_{out}=(0.09940±0.00002)m
- Rin=(0.01990±0.00002)m

	m1	m2	m3	m4	m5
massa (kg)	0,0497	0,1002	0,1396	0,0903	0,0702
massa + poggiapesi (kg)	0,0547	0,1052	0,1446	0,0953	0,0752
α media	0,7219	1,4204	1,9988	1,2785	1,0267
deviazione standard della α media	0,0031	0,0013	0,0221	0,0048	0,0036

Graficamente, facendo un fit lineare delle coppie di dati (M,α)secondo la relazione $\boldsymbol{\alpha = \frac{gr}{I} m - \frac{M_f}{I}}$, si ottiene il seguente grafico



A (*)	B (*)
14.10	-0.05
dA	dB
0,24	0,024

Con un procedimento analogo a quello dell'esperienza 1 trovo che la massa frenante è pari a

$$\boldsymbol{m_f = (0.00357 \pm 0.00171) kg}$$

e che il momento d'inerzia totale (disco forato + piattaforma) è dato da

$$\boldsymbol{I_{tot} = (0.01317 \pm 0.00023) kg \cdot m^2}$$

(sono considerate più cifre significative per ottenere calcoli più precisi)

Il momento d'inerzia della piattaforma è, dalla esperienza 1,

$$\boldsymbol{I = (0.01295 \pm 0.00033) kg \cdot m^2}$$

Perciò quello dell'oggetto sarà dato da $I_{oggetto} = I_{misurato} - I_{piattaforma}$

Ottenendo

$$\boldsymbol{I_{disco} = (0.0002 \pm 0.0004) kg \cdot m^2}$$

Osserviamo che l'incertezza è in valore assoluto maggiore della misura, che è quindi affetta da grandi errori probabilmente dovuti alla raccolta dei dati.
La misura non è quindi efficacemente confrontabile con il valore calcolato direttamente.

Da un punto di vista teorico comunque il momento d'inerzia del disco è dato da

$$I_c = \frac{1}{2} M\left(R_{in}^2 + R_{out}^2\right)$$

Da questa formula di ottiene che $\boldsymbol{I_{disco} = 1.0352 \cdot 10^{-3} kg \cdot m^2}$

Calcoliamo ora la sua incertezza:

calcoliamo il termine seguente $R^2\ tot = R^2 in + R^2 out = \mathbf{0.0103}\boldsymbol{m}$

e la relativa incertezza, applicando la formula per l'incertezza di somme e considerando che $\delta(R^2\ in) = \delta(R^2 out)$,

$$\delta(R^2 tot) = \sqrt{(\delta(R^2\ in))^2 + (\delta(R^2\ out))^2}\ = \sqrt{2} * \delta(R^2 in)$$

$$\delta_{I_{disco}} = |I_{disco}|\sqrt{\frac{\delta_M{}^2}{M^2} + \frac{\delta(R^2\ tot)^2}{R^2\ tot}} = \mathbf{2.896 \cdot 10^{-7}}$$

Dal calcolo tramite formula otteniamo quindi

$$\boldsymbol{I_{disco} = (0.0010352 \pm 0.0000003) kg \cdot m^2}$$

<u>Esperienza 3:</u> <u>Calcolo del momento d'inerzia di un oggetto spostato rispetto all'asse</u>

Per motivi di tempo questa parte dell'esperienza in laboratorio non è stata completata, e i dati raccolti non erano sufficienti per l'elaborazione richiesta