Logarithmes : exercices

Calculer sans machine :

1) $\log_7 1$
2) $\log_7 7$
3) $\log_7 0$
4) $\log_7 7^5$
5) $7^{\log_7 5}$
6) $\log_7 \frac{1}{49}$
7) $\log 1000$
8) $10^{\log 3}$
9) $\log 0.0001$
10) $\ln \mathrm{e}^2$
11) $\mathrm{e}^{\ln 4}$
12) $\mathrm{e}^{1+\ln 2}$

Calculer (possible sans machine) :

13) $\log_5 2.5 + \log_5 0.2 + \log_5 50$

14) $\log_7 49 + \log_7 0.7 + \log_7 \sqrt{7} + \log_7 10$

15) $\log_3 27 + \log_3 15 + \log_3 \dfrac{1}{\sqrt[5]{9}} + \log_3 0.6$

16) $10^{(-2\log\sqrt{7})}$
17) $1000^{\log 2}$
18) $\log_{\frac{1}{2}} \sqrt[5]{64}$

A la machine (mais sans fonction de résolution d'équation) calculer x tel que :

19) $\log x = 1.34$
20) $\log x = 0.035$
21) $\log x = -1.234$
22) $\ln x = 1.34$
23) $\ln x = 0.035$
24) $\ln x = -1.234$

Résoudre par rapport à x (on suppose a, b et c positifs) :

25) $2 \cdot a^{3x} = 17$
26) $a + b^{5x} = c$
27) $2\ln(7x) = 34$
28) $a + \ln x = b$

Développer les expressions suivantes (on suppose x, y, z positifs) :

29) $\log \dfrac{3x^2y^4}{2x^5z^3}$

[30)] $\ln \dfrac{x^3 \cdot \sqrt{y}}{y^3 \cdot \sqrt[5]{z}}$

31) $\log \dfrac{\sqrt{x^2y^3}}{\sqrt[3]{x^3y^2}}$

[32)] $\ln \left(x^3 \cdot \sqrt[4]{\dfrac{x^2}{y \cdot \sqrt{z}}} \right)$

[33)] $\ln \dfrac{x^5 \cdot \sqrt[5]{y}}{y^{-2} \cdot \sqrt{x}}$

34) $\ln \left(\dfrac{x}{y^2} \cdot \sqrt[5]{\dfrac{x^3}{y^4 \cdot \sqrt{x}}} \right)$

Ecrire les expressions suivantes sous forme d'un seul logarithme simplifié (on suppose x, y, z positifs) :

35) $\log x + 3\log y - 2\log(xz)$
36) $\frac{1}{2}\ln(x^2z) + \frac{1}{3}\ln y^4 - \frac{5}{2}\ln(x^3z)$

Calculer à la machine (résultats numériques) :

37) $\log \sqrt[4]{17}$
38) $\log 5^{-\frac{3}{4}}$
39) $\ln \sqrt[5]{21}$
40) $\log_3 4$
41) $\log_7 \frac{1}{5}$
42) $\log_2(-8)$
43) $\log_{-3} 7$
44) $\log_{\frac{1}{2}} 15$
45) $\log_{\sqrt{6}} \sqrt[5]{7}$
46) $\mathrm{e}^{1.23}$
47) $\mathrm{e}^{-\sqrt{2}}$
48) $\mathrm{e}^{\frac{\pi}{2}}$

Résoudre les équations suivantes :

49) $\ln(2x+5) = 2\ln(x-5)$

50) $2\log(x-5) = 1 + \log x$

51) $\log x^2 - 1 = \log(x-1)$

52) $3 - \log(2x^2 - 178) = \log \frac{1}{2}$

53) $\dfrac{\ln x - 2}{\ln x} + \dfrac{\ln x - 1}{\ln x + 1} = 2$

54) $\dfrac{\ln(35 - x^3)}{\ln(5-x)} = 3$

55) $\left(\frac{1}{9}\right)^{2x+1} = 27^{3x-1}$

56) $x^2 e^{2x} = 3x e^{2x} + 28 e^{2x}$

57) $7^{2x-3} = 3^{5x+2}$

58) $3 \cdot 3^x + 26 = \dfrac{9}{3^x}$

59) $2\ln(3x) = 3\ln(2x)$

60) $\log(\log(\log x)) = 0$

61) $\log_2(\log_3(\log_4 x)) = 0$

[62)] $2^{(x+3)} = 3^{(x+2)}$

63) $e^x + 6e^{-x} = 5$

64) $5^{2x} = 20 \cdot 5^x + 5^3$

65) $2^{(x+3)} + 2^{(2-x)} = 33$

66) $2\ln(x - e) = 1 + \ln(2x)$

67) Déterminer en combien de temps un capital placé à 7 % aura triplé de valeur.

68) Une voiture perd 20 % de sa valeur chaque année; dans combien de temps ne vaudra-t-elle que la moitié de sa valeur d'achat ?

Solutions

1) 0 **2)** 1 **3)** pas défini ($-\infty$) **4)** 5 **5)** 5 **6)** -2 **7)** 3 **8)** 3 **9)** -4 **10)** 2
11) 4 **12)** 2e **13)** 2 **14)** $\frac{7}{2}$ **15)** $\frac{23}{5}$ **16)** $\frac{1}{7}$ **17)** 8 **18)** $-\frac{6}{5}$ **19)** 21.8776
20) 1.0839 **21)** 0.0583 **22)** 3.8190 **23)** 1.0356 **24)** 0.2911 **25)** $x = \frac{\ln 17 - \ln 2}{3 \cdot \ln a}$
26) $x = \frac{\ln(c-a)}{5 \cdot \ln b}$ **27)** $\frac{1}{7}e^{17}$ **28)** e^{b-a} **29)** $\log 3 - \log 2 - 3\log x + 4\log y - 3\log z$
30) $3\ln x - \frac{5}{2}\ln y - \frac{1}{5}\ln z$ **31)** $\frac{5}{6}\log y$ **32)** $\frac{7}{2}\ln x - \frac{1}{4}\ln y - \frac{1}{8}\ln z$
33) $\frac{9}{2}\ln x + \frac{11}{5}\ln y$ **34)** $\frac{3}{2}\ln x - \frac{14}{5}\ln y$
35) $\log\left(\frac{y^3}{x \cdot z^2}\right)$ ou $\log\left(x^{-1}y^3z^{-2}\right)$ **36)** $\ln\left(\frac{\sqrt[3]{y^4}}{\sqrt{x^{13}}.z^2}\right)$ ou $\ln\left(x^{-\frac{13}{2}}y^{\frac{4}{3}}z^{-2}\right)$
37) 0.307612 **38)** -0.524228 **39)** 0.608904 **40)** 1.261860 **41)** -0.827087
42) pas défini **43)** pas défini **44)** -3.906891 **45)** 0.434413 **46)** 3.421230
47) 0.243117 **48)** 4.810477 **49)** $x = 10$ ($x = 2$ à exclure)
50) $x = 10 + 5\sqrt{3}$ ($x = 10 - 5\sqrt{3}$ à exclure) **51)** $x = 5 \pm \sqrt{15}$ **52)** $x = \pm 33$
53) $x = e^{-\frac{1}{2}}$, que l'on peut aussi écrire $\frac{1}{\sqrt{e}}$ **54)** $x = 2$ ou $x = 3$
55) $x = \frac{1}{13}$ **56)** $x = -4$ ou $x = 7$
57) $x = \frac{3\ln 7 + 2\ln 3}{2\ln 7 - 5\ln 3}$, que l'on peut aussi écrire $\frac{\ln 3087}{\ln 49 - \ln 243}$ ou encore d'autres façons
58) $x = -1$ **59)** $x = \frac{9}{8}$ ($x = 0$ à exclure) **60)** $x = 10^{10}$ **61)** $x = 64$
62) $x = \frac{\ln 8 - \ln 9}{\ln 3 - \ln 2}$ (que l'on peut aussi écrire d'autres façons) **63)** $x = \ln 2$ ou $x = \ln 3$
64) $x = 2$ **65)** $x = -3$ ou $x = 2$ **66)** $x = 2e + e\sqrt{3}$ ($x = 2e - e\sqrt{3}$ à exclure)
67) 16.24 années **68)** 3.11 années

Quelques aides et indications

5), 8) et 11) Appliquer la formule : $a^{\log_a x} = x$

12) Se rappeler que $a^{b+c} = a^b \cdot a^c$

13) Utiliser la propriété : $\log_a(u \cdot v) = \log_a u + \log_a v$ dans l'autre sens.

14) et 15) Calculer les log immédiatement calculables et regrouper les autres avec la propriété ci-dessus.

16) et 17) Se rappeler que $(a^b)^c = a^{(bc)} = a^{(cb)}$, puis utiliser la propriété : $a^{\log_a x} = x$

18) Transformer tous les éléments en puissances fractionnaires de 2.

19) à 21) Utiliser la propriété : $\log x = y \Leftrightarrow x = 10^y$

22) à 24) Utiliser la propriété : $\ln x = y \Leftrightarrow x = \mathrm{e}^y$

25) et 26) Isoler le terme contenant les x, puis prendre le 'ln' des deux côtés.

27) et 28) Isoler le terme contenant les x, puis utiliser la propriété : $\ln x = y \Leftrightarrow x = \mathrm{e}^y$

29) à 34) Plusieurs méthode possibles; la plus simple : utiliser les propriétés des exposants pour se ramener à une expression de la forme $\log x^{\cdots} y^{\cdots} z^{\cdots}$, puis utiliser les propriétés des log pour *descendre* les exposants et obtenir une expression de la forme : $\vdots\vdots \log x + \vdots\vdots \log y + \vdots\vdots \log z$

35) et 36) Ramener les coefficients multiplicatifs en exposants à l'intérieur des log, puis transformer les sommes de log en log de produits.

49) Transformer $2\ln(\cdots)$ en $\ln(\cdots)^2$

50) Transformer $2\log(\cdots)$ en $\log(\cdots)^2$ et 1 en $\log(\cdots)$

51) Transformer 1 en $\log(\cdots)$

52) Transformer 3 en $\log(\cdots)$

53) Poser $u = \ln x$

54) Amplifier par le dénominateur.

55) Transformer $\frac{1}{9}$ et 27 en puissances de 3.

56) Passer tout à gauche et mettre e^{2x} en évidence.

57) Prendre le 'ln' des deux côtés.

58) Poser $u = 3^x$

59) Transformer $2\ln(\cdots)$ en $\ln(\cdots)^2$ et $3\ln(\cdots)$ en ...

60) Si $\log(\textit{quelque chose}) = 0$ alors ce $\textit{quelque chose} = 1$ (car $\log 1 = 0$) et on procède par étapes en cascade.

61) Méthode analogue à celle utilisée pour l'exercice 60.

62) Méthode analogue à celle utilisée pour l'exercice 57.

63) Poser $u = \mathrm{e}^x$

64) Poser $u = 5^x$

65) Développer les exposants, puis poser $u = 2^x$

66) Analogue au 50

Quelques corrigés

12) $\mathrm{e}^{1+\ln 2} = \mathrm{e}^1 \cdot \mathrm{e}^{\ln 2} = \mathrm{e} \cdot 2 = 2\mathrm{e}$ (par les propriétés : $a^{b+c} = a^b \cdot a^c$ et $a^{\log_a x} = x$)

13) $\cdots = \log_5(2.5 \cdot 0.2 \cdot 50) = \log_5 25 = 2$

14) Regrouper (à la fin) les termes non directement calculables : $\cdots = \log_7 \sqrt{7} + \log_7 49 + \log_7 0.7 + \log_7 10 = \frac{1}{2} + 2 + \log_7(0.7 \cdot 10) = \frac{1}{2} + 2 + \log_7 7 = \cdots$

15) Calcul préliminaire (car un peu plus long que les autres termes) :
$\log_3 \dfrac{1}{\sqrt[5]{9}} = \log_3 \dfrac{1}{\sqrt[5]{3^2}} = \log_3 \dfrac{1}{3^{\frac{2}{5}}} = \log_3 3^{-\frac{2}{5}} = -\dfrac{2}{5}$
Puis regrouper (à la fin) les termes non directement calculables : $\cdots = \log_3 27 + \log_3 \frac{1}{\sqrt[5]{9}} + \log_3 15 + \log_3 0.6 = 3 + (-\frac{2}{5}) + \log_3(15 \cdot 0.6) = 3 - \frac{2}{5} + \log_3 9 = \cdots$

16) En utilisant la propriété des exposants $(a^b)^c = a^{(bc)}$, mais aussi $= a^{(cb)}$, on obtient $\cdots = (10^{\log \sqrt{7}})^{-2} \overset{[*]}{=} (\sqrt{7})^{-2} = \frac{1}{7}$
Passage $[*]$: par la propriété : $a^{\log_a x} = x$

17) $1000^{\log 2} = (10^3)^{\log 2} = 10^{3 \cdot \log 2} = 10^{(\log 2) \cdot 3} = (10^{\log 2})^3 = 2^3 = 8$

18) $\left(\frac{1}{2}\right)^x = \sqrt[5]{64} \;\Rightarrow\; \left(2^{-1}\right)^x = \left(2^6\right)^{\frac{1}{5}} \;\Rightarrow\; 2^{-x} = 2^{\frac{6}{5}} \;\Rightarrow\; x = -\frac{6}{5}$

25) $2 \cdot a^{3x} = 17 \;\Rightarrow\; a^{3x} = \frac{17}{2} \;\Rightarrow\; \ln(a^{3x}) = \ln(\frac{17}{2}) \;\Rightarrow\; 3x \ln a = \ln 17 - \ln 2 \;\Rightarrow\; x = \frac{\ln 17 - \ln 2}{3 \cdot \ln a}$

26) $a + b^{5x} = c \;\Rightarrow\; b^{5x} = c - a \;\Rightarrow\; \ln(b^{5x}) = \ln(c-a) \;\Rightarrow\; 5x \ln b = \ln(c-a) \;\Rightarrow\; x = \frac{\ln(c-a)}{5 \cdot \ln b}$ (Attention : $\ln(c-a) \neq \ln c - \ln a$!!)

27) $2\ln(7x) = 34 \;\Rightarrow\; \ln(7x) = \frac{34}{2} \;\Rightarrow\; \ln(7x) = 17 \;\Rightarrow\; 7x = \mathrm{e}^{17} \;\Rightarrow\; x = \frac{1}{7}\mathrm{e}^{17}$

28) $a + \ln x = b \;\Rightarrow\; \ln x = b - a \;\Rightarrow\; x = \mathrm{e}^{b-a}$

29) $\cdots = \log\left(\frac{3}{2}x^{2-5}y^4z^{-3}\right) = \log\left(\frac{3}{2}\right) + \log x^{-3} + \log y^4 + \log z^{-3}$
$= \log 3 - \log 2 - 3\log x + 4\log y - 3\log z$

30) $\cdots = \ln\left(x^3 y^{\frac{1}{2}} y^{-3} z^{-\frac{1}{5}}\right) = \cdots$ (fin comme pour le 29)

31) $\cdots = \log \frac{(x^2y^3)^{\frac{1}{2}}}{(x^3y^2)^{\frac{1}{3}}} = \log\left(x^{\frac{2}{2}}y^{\frac{3}{2}}x^{-\frac{3}{3}}y^{-\frac{2}{3}}\right) = \cdots$ (fin comme pour le 29)

32) $\cdots = \ln\left(x^3 \cdot \left(x^2y^{-1}z^{-\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{4}}\right) = \ln\left(x^3x^{\frac{2}{4}}y^{-\frac{1}{4}}z^{-\frac{1}{8}}\right) = \cdots$ (fin comme pour le 29)

33) $\cdots = \ln\left(x^5y^{\frac{1}{5}}y^{-(-2)}x^{-\frac{1}{2}}\right) = \cdots$ (fin comme pour le 29)

34) $\cdots = \ln\left(xy^{-2} \cdot \left(x^3y^{-4}x^{-\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{5}}\right) = \ln\left(xy^{-2}x^{\frac{3}{5}}y^{-\frac{4}{5}}x^{-\frac{1}{10}}\right) = \cdots$ (fin : voir 29)

35) $\cdots = \log x + \log y^3 + \log(xz)^{-2} = \log(xy^3x^{-2}z^{-2}) = \cdots$

36) $\cdots = \ln(x^2z)^{\frac{1}{2}} + \ln(y^4)^{\frac{1}{3}} + \ln(x^3z)^{-\frac{5}{2}} = \ln(x^{\frac{2}{2}}z^{\frac{1}{2}}y^{\frac{4}{3}}x^{-\frac{15}{2}}z^{-\frac{5}{2}}) = \cdots$

49) $\Rightarrow\ \ln(2x+5) = \ln(x-5)^2 \ \Rightarrow\ 2x+5 = (x-5)^2 \ \Rightarrow\ 2x+5 = x^2-10x+25 \ \Rightarrow$
$0 = x^2-12x+20 \ \Rightarrow\ x = 10$ (et $x = 2$ à exclure, car incompatible avec $\ln(x-5)$)

50) $\Rightarrow\ \log(x-5)^2 = \log 10 + \log x \ \Rightarrow\ \log(x-5)^2 = \log(10x) \ \Rightarrow\ (x-5)^2 = 10x \ \Rightarrow$
$\cdots \ \Rightarrow\ x^2-20x+25 = 0 \ \Rightarrow\ x = 10+5\sqrt{3}$ (et $x = 10-5\sqrt{3}$ qu'il faut exclure)

51) $\Rightarrow\ \log x^2 - \log 10 = \log(x-1) \ \Rightarrow\ \log(\frac{x^2}{10}) = \log(x-1) \ \Rightarrow\ \cdots$
$\Rightarrow\ x^2-10x+10 = 0 \ \Rightarrow\ \cdots$

52) $\Rightarrow\ \log 1000 - \log(2x^2-178) = \log\frac{1}{2} \ \Rightarrow\ \log 1000 = \log(2x^2-178) + \log\frac{1}{2} \ \Rightarrow$
$\log 1000 = \log\frac{2x^2-178}{2} \ \Rightarrow\ 1000 = x^2-89 \ \Rightarrow\ x^2 = 1089 \ \Rightarrow\ x = \pm 33$

53) Posons $u = \ln x$; l'équation devient : $\frac{u-2}{u} + \frac{u-1}{u+1} = 2 \ \Rightarrow$
$\frac{(u-2)(u+1)}{u(u+1)} + \frac{u(u-1)}{u(u+1)} = \frac{2u(u+1)}{u(u+1)} \ \Rightarrow\ (u-2)(u+1)+u(u-1) = 2u(u+1) \ \Rightarrow\ \cdots$
$\Rightarrow\ 4u+2 = 0 \ \Rightarrow\ u = -\frac{1}{2} \ \Rightarrow\ x = \mathrm{e}^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{\mathrm{e}}}$

54) $\Rightarrow\ \ln(35-x^3) = 3\ln(5-x) \ \Rightarrow\ \ln(35-x^3) = \ln(5-x)^3 \ \Rightarrow\ 35-x^3 = (5-x)^3 \ \Rightarrow$
$35-x^3 = 125-75x+15x^2-x^3 \ \Rightarrow\ \cdots \ \Rightarrow\ 0 = x^2-5x+6 \ \Rightarrow\ x = 2$ ou $x = 3$

55) $\Rightarrow\ \left(3^{-2}\right)^{2x+1} = (3^3)^{3x-1} \ \Rightarrow\ 3^{-2(2x+1)} = 3^{3(3x-1)} \ \Rightarrow\ -2(2x+1) = 3(3x-1)$
$\Rightarrow\ \cdots$

56) $\Rightarrow\ x^2\mathrm{e}^{2x} - 3x\mathrm{e}^{2x} - 28\mathrm{e}^{2x} = 0 \ \Rightarrow\ \mathrm{e}^{2x}(x^2-3x-28) = 0 \ \Rightarrow$ deux cas :
Cas I : $\mathrm{e}^{2x} = 0 \ \Rightarrow$ pas de solution
Cas II : $x^2-3x-28 = 0 \ \Rightarrow\ x = -4$ ou $x = 7$

57) $\Rightarrow\ \ln(7^{2x-3}) = \ln(3^{5x+2}) \ \Rightarrow\ (2x-3)\ln 7 = (5x+2)\ln 3 \ \Rightarrow$
$2x\ln 7 - 3\ln 7 = 5x\ln 3 + 2\ln 3 \ \Rightarrow\ 2x\ln 7 - 5x\ln 3 = 3\ln 7 + 2\ln 3 \ \Rightarrow\ \cdots$
[Se rappeler que $\ln 3$ et $\ln 7$ sont des nombres et qu'on les traite chacun comme un seul bloc dans les équations.]

58) Posons $u = 3^x$; l'équation devient : $3u+26 = \frac{9}{u} \ \Rightarrow\ 3u^2+26u = 9 \ \Rightarrow\ \cdots$
$\Rightarrow$ deux cas : (I) $u = \frac{1}{3} \ \Rightarrow\ x = -1$ ou (II) $u = -9 \ \Rightarrow$ pas de solution

59) $\Rightarrow\ \ln((3x)^2)=\ln((2x)^3)\ \Rightarrow\ (3x)^2=(2x)^3\ \Rightarrow\ 9x^2=8x^3$ (Ici, attention à ne pas simplifier par x : on risquerait de perdre des solutions. Méthode correcte : tout passer d'un côté et mettre en évidence) $9x^2-8x^3=0\ \Rightarrow\ x^2(9-8x)=0\ \Rightarrow$ deux cas :
Cas I : $x^2=0\ \Rightarrow\ x=0$ (à exclure)
Cas II : $9-8x=0\ \Rightarrow\ x=\frac{9}{8}$

60) Pour résoudre $\log(\log(\log x))=0$, posons $\log(\log x)=a$ [*], l'équation de départ devient $\log a=0$ et donc $a=1$; ce qui transforme l'équation [*] en $\log(\log x)=1$ [**]. Posons alors $\log x=b$ [***], l'équation [**] se transforme en $\log b=1$ et donc $b=10$, ce qui, placé dans [***] donne $\log x=10$, d'où la solution $x=10^{10}$

61) $\log_2(\log_3(\log_4 x))=0\ \Rightarrow\ \log_3(\log_4 x)=1\ \Rightarrow\ \log_4 x=3\ \Rightarrow\ x=4^3=64$

62) Méthode analogue à celle de l'exercice 57 : $\Rightarrow\ \ln(2^{(x+3)})=\ln(3^{(x+2)})\ \Rightarrow$
$(x+3)\ln 2=(x+2)\ln 3\ \Rightarrow\cdots$

63) Posons $u=\mathrm{e}^x$ donc $\mathrm{e}^{-x}=\frac{1}{\mathrm{e}^x}=\frac{1}{u}$ et l'équation devient : $u+6\cdot\frac{1}{u}=5$ d'où, en amplifiant par u : $u^2+6=5u\ \Rightarrow\ \cdots\ \Rightarrow\ u=2\ \Rightarrow\ x=\ln 2$ ou $u=3\ \Rightarrow\ x=\ln 3$

64) Posons $u=5^x$, ainsi $u^2=(5^x)^2=5^{2x}$ et l'équation devient : $u^2=20u+125\ \Rightarrow\ \cdots\ \Rightarrow\ u=25\ \Rightarrow\ x=2$ ou $u=-5\ \Rightarrow$ pas de solution

65) Développons les exposants : $\Rightarrow\ 2^x\cdot 2^3+2^2\cdot 2^{-x}=33\ \Rightarrow\ 8\cdot 2^x+\frac{4}{2^x}=33$
Rappel, attention : $a\cdot b^x\neq(ab)^x$ donc ici $8\cdot 2^x\neq 16^x$!!
On pose alors $u=2^x$, d'où l'équation : $8u+\frac{4}{u}=33\ \Rightarrow\ 8u^2+4=33u\ \Rightarrow\cdots\Rightarrow$
$u=\frac{1}{8}\ \Rightarrow\ x=-3$ ou $u=4\ \Rightarrow\ x=2$

66) $\Rightarrow\ \ln(x-\mathrm{e})^2=\ln\mathrm{e}+\ln(2x)\ \Rightarrow\ \ln(x-\mathrm{e})^2=\ln(2\,\mathrm{e}\,x)\ \Rightarrow\ (x-\mathrm{e})^2=2\,\mathrm{e}\,x\ \Rightarrow\ x^2-2\,\mathrm{e}\,x+\mathrm{e}^2=2\,\mathrm{e}\,x\ \Rightarrow\ x^2-4\,\mathrm{e}\,x+\mathrm{e}^2=0\ \Rightarrow\ \Delta=(-4\,\mathrm{e})^2-4\cdot 1\cdot\mathrm{e}^2=12\,\mathrm{e}^2\ \Rightarrow\ x=\frac{4\,\mathrm{e}\pm\sqrt{12\,\mathrm{e}^2}}{2}=\frac{4\,\mathrm{e}\pm 2\sqrt{3}\,\mathrm{e}}{2}=2\,\mathrm{e}\pm\mathrm{e}\sqrt{3}$ avec $2\,\mathrm{e}-\mathrm{e}\sqrt{3}$ à exclure

67) On applique la formule du cours $C_n=(1+\frac{t}{100})^n\cdot C_0$ avec $t=7$:
$C_n=(1+\frac{7}{100})^n\cdot C_0\ \Rightarrow\ C_n=1.07^n\cdot C_0$. Mais on cherche n tel que $C_n=3C_0$, d'où l'équation : $1.07^n\cdot C_0=3C_0\ \Rightarrow\ \ln(1.07^n)=\ln 3\ \Rightarrow\ n\ln 1.07=\ln 3\ \Rightarrow\ n=\frac{\ln 3}{\ln 1.07}\simeq 16.24$

68) Comme ci-dessus, mais avec $t=-20$ (%) et on cherche n tel que $C_n=\frac{1}{2}C_0$, d'où l'équation : $(1-0.2)^n\cdot C_0=\frac{1}{2}C_0\ \Rightarrow\ 0.8^n\cdot C_0=\frac{1}{2}C_0$, etc