Droites : exercices

---

1) Tracer le graphe et déterminer une équation pour chacune des quatre droites passant par $A(2;3)$ et de pentes respectives : 2, $\frac{1}{2}$, 0 et -2.

2) Prouver que le triangle formé des trois points suivants est rectangle : $A(-1;6)$, $B(1;2)$ et $C(-5;-1)$.

3) Etant donnés les points $A(-2;5)$, $B(5;-2)$, $C(-3;-4)$ et $D(3;3)$, déterminer une équation de la droite par A et B et une équation de la droite par C et D. Déterminer ensuite l'intersection de ces deux droites.

4) Déterminer une équation de la droite parallèle à la droite $2x+3y=4$ et passant par le point $A(5;1)$.

5) Déterminer une équation de la droite coupant l'axe Ox en $x=4$ et l'axe Oy en $y=2$.
Même question pour une droite coupant l'axe Ox en $x=a$ et l'axe Oy en $y=b$ (avec $a \neq 0$).

6) Déterminer une équation de la droite passant par le point $P(5;2)$ et perpendiculaire à la droite d'équation $y=4x+5$.

[7)] Etant donnés les points $A(2;5)$ et $B(3;-2)$, déterminer une équation de la droite passant par A et perpendiculaire à AB.

8) Déterminer une équation de la droite passant par le point $A(2;-5)$ et faisant un angle de $+34°$ avec l'axe des x.

9) Donner en fonction d'un paramètre les équations de toutes les droites passant par le point $A(5;1)$.

10) Déterminer l'équation de la droite que l'on obtient en faisant tourner la droite $y=\frac{3}{4}x$ de $+32°$ autour de l'origine (point $O(0;0)$).

11*) On donne la droite d_1 par son équation $y=\frac{x}{3}-5$ et le point $P(4;6)$.
Déterminer l'équation de la droite d_2 symétrique de la droite d_1 par rapport au point P.

Solutions

1) $y = 2x - 1$, $y = \frac{1}{2}x + 2$, $y = 3$, $y = -2x + 7$
3) $y = -x + 3$, $y = \frac{7}{6}x - \frac{1}{2}$ et $I(\frac{21}{13}; \frac{18}{13})$ ou $I(1.6154; 1.3846)$
4) $y = -\frac{2}{3}x + \frac{13}{3}$
5.1) $y = -\frac{1}{2}x + 2$
5.2) $y = -\frac{b}{a}x + b$ (que l'on peut aussi écrire $bx + ay = ab$ ou encore $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$)
6) $y = -\frac{1}{4}x + \frac{13}{4}$ (ou $x + 4y = 13$) **7)** $y = \frac{1}{7}x + \frac{33}{7}$ (ou $x - 7y = -33$)
8) $y = 0.6745x - 6.3490$
9) $y = mx - 5m + 1$ ou aussi $y = \frac{1}{5}(1 - h)x + h$ (ainsi que la droite $x = 5$ qui ne peut pas s'écrire sous l'une ou l'autre de ces formes)
10) $y = 2.5875x$ **11)** $y = \frac{x}{3} + \frac{43}{3}$

Quelques aides et indications

1) Mettre en place le point $A(2; 3)$, puis compter les carreaux pour les pentes. Déterminer également le h de l'équation en comptant les carreaux.

2) Faire un dessin et calculer la pente des segments qui paraissent perpendiculaires. Autre méthode possible : calculer les longueurs des côtés et vérifier que le théorème de Pythagore est satisfait.

3) Le point d'intersection de deux droites non confondues est le seul point qui se trouve sur les deux droites à la fois et donc qui satisfait les **deux** équations obtenues. Pour trouver les coordonnées de ce point d'intersection, il suffit donc de résoudre le système constitué par les équations des deux droites.

4) Calculer la pente de la droite en explicitant y de l'équation; puis calculer l'équation d'une droite de **même** pente passant par le point donné.

5) Faire un dessin et noter correctement les coordonnées des points; calculer ensuite l'équation de la droite par ces deux points.

6) Comme pour l'exercice 4, mais exprimer le fait que les pentes sont celles de deux droites perpendiculaires.

7) Calculer la pente du segment AB puis terminer comme ci-dessus.

8) Rappel : la pente est la tangente de l'angle par rapport à l'horizontale.

9) Le plus simple : choisir la pente comme paramètre et écrire l'équation d'une droite de pente donnée passant par un point donné. Autres possibilités : voir corrigé ci-dessous.

10) Se rappeler que la pente d'une droite est égale à la tangente de l'angle par rapport à l'horizontale; calculer l'angle à partir de la pente, ajouter 32°, calculer la nouvelle pente...

Quelques corrigés

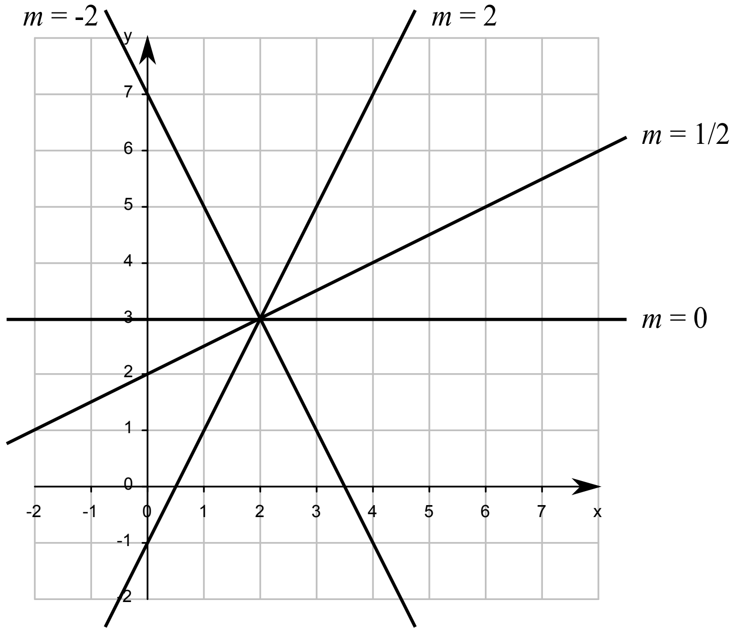
1)

$y = 2x - 1$

$y = \frac{1}{2}x + 2$

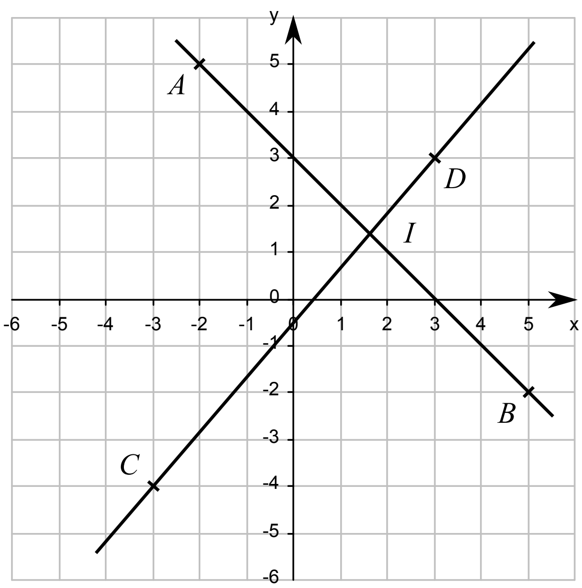
$y = 3$

$y = -2x + 7$



2) Pente de AB : $m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{2-6}{1-(-1)} = -2$; pente de BC : $m_{BC} = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \frac{-1-2}{-5-1} = \frac{1}{2}$; et on a bien $m_{AB} \cdot m_{BC} = -1$ donc droites perpendiculaires.

3) Equation de la droite AB :
$\frac{y-y_A}{x-x_A} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \Rightarrow \frac{y-5}{x-(-2)} = \frac{-2-5}{5-(-2)}$
$\Rightarrow \frac{y-5}{x+2} = -\frac{7}{7} \Rightarrow y - 5 = -(x+2)$
$\Rightarrow y = -x + 3$
Equation de la droite CD :
$\frac{y-y_C}{x-x_C} = \frac{y_D - y_C}{x_D - x_C} \Rightarrow \frac{y-(-4)}{x-(-3)} = \frac{3-(-4)}{3-(-3)}$
$\Rightarrow \frac{y+4}{x+3} = \frac{7}{6} \Rightarrow y + 4 = \frac{7}{6}(x+3)$
$\Rightarrow \cdots \Rightarrow y = \frac{7}{6}x - \frac{1}{2}$
Pour trouver le point d'intersection (voir aussi l'aide ci-dessus), résoudre le système : $\begin{cases} y = \cdots \\ y = \cdots \end{cases}$



4) Pente de la droite donnée : $2x+3y = 4 \Rightarrow 3y = -2x+4 \Rightarrow y = \frac{-2x}{3} + \cdots$; la pente de la droite est donc $m = -\frac{2}{3}$. On calcule ensuite l'équation d'une droite de même pente par le point $A(5;1)$: $\frac{y-y_A}{x-x_A} = m \Rightarrow \frac{y-1}{x-5} = -\frac{2}{3} \Rightarrow y - 1 = -\frac{2}{3}(x-5) \Rightarrow \cdots \Rightarrow y = -\frac{2}{3}x + \frac{13}{3}$

5.1) Coordonnées des points : $A(4;0)$ et $B(0;2)$; pente de la droite : $m = \frac{2-0}{0-4} = -\frac{1}{2}$, ordonnée à l'origine $h = 2$ (intersection avec l'axe des y !); d'où l'équation : $y = -\frac{1}{2}x+2$
5.2) Coordonnées des points : $A(a;0)$ et $B(0;b)$; etc.

6) Pente de la droite donnée : $m = 4$. Pente d'une droite perpendiculaire : $m' = -\frac{1}{m} = -\frac{1}{4}$, puis calcul de l'équation d'une droite de pente $-\frac{1}{4}$ par le point donné.

7) Pente du segment AB : $m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-2-5}{3-2} = -7$. Pente des droites perpendiculaires à AB : $m_\perp = -\frac{1}{-7} = \frac{1}{7}$. Puis droite de pente $\frac{1}{7}$ par A

8) Pente de la droite (égale à la tangente de l'angle) : $m = \tan 34° = 0.6745$; d'où l'équation $y = 0.6745x + h$ dans laquelle il ne reste plus qu'à trouve h en utilisant le point A.

9) Avec la pente comme paramètre : $\frac{y-y_A}{x-x_A} = m \Rightarrow \frac{y-1}{x-5} = m \Rightarrow y - 1 = m(x-5) \Rightarrow y = mx - 5m + 1$.
Autre possibilité : choisir l'ordonnée à l'origine comme paramètre : droite $y = mx + h$ passant par $A(5;1) \Rightarrow 1 = 5m + h \Rightarrow 1 - h = 5m \Rightarrow m = \frac{1-h}{5}$, d'où l'équation de la droite : $y = \frac{1}{5}(1-h)x + h$.
Remarque : les deux solutions ci-dessus donnent toutes les droites par le point $A(5;1)$, sauf la verticale; il faut donc ajouter l'équation de celle-ci ($x = 5$) à l'ensemble des solutions.
Si on désire donner une solution tout à fait générale comprenant aussi la droite verticale, il faut prendre comme paramètre l'angle que fait la droite par rapport à l'axe des x (par exemple); on obtient alors la solution : $x\sin\alpha - y\cos\alpha - 5\sin\alpha + \cos\alpha = 0$.

10) Angle par rapport à l'horizontale : $\alpha = \arctan(\frac{3}{4}) = 36.8699°$, nouvel angle : $\beta = \alpha + 32 = 68.8699°$ d'où la nouvelle pente $m' = \tan\beta = 2.5875$ et l'équation cherchée : $y = 2.5875x$.

11) Etre d'abord conscient que la deuxième droite aura la même pente que la première (donc $\frac{1}{3}$); ensuite, plusieurs méthodes sont possibles :
1) faire par P une perpendiculaire à d_1; calculer le point d'intersection, puis le symétrique de ce point, puis par ce point une parallèle à d_1
2) faire par P une parallèle à d_1; les deux ordonnées à l'origine permettent de calculer l'ordonnée à l'origine de la droite cherchée
3) mais le plus simple : chercher le point de d_1 qui est situé juste en dessous de P (donc avec $x = 4$ (comme P)), on trouve $D(4;-\frac{11}{3})$; le symétrique de D par rapport à P est $D'(4;\frac{47}{3})$ et la droite de pente $\frac{1}{3}$ par ce point est $y = \frac{x}{3} + \frac{43}{3}$
4) ou encore : comme (3) ci-dessus, mais avec le point $(0;-5)$ de d_1