

Rappels et compléments de trigonométrie : exercices

1) Calculer les éléments manquants (angles, côtés) dans le triangle ABC rectangle en C , si on a :

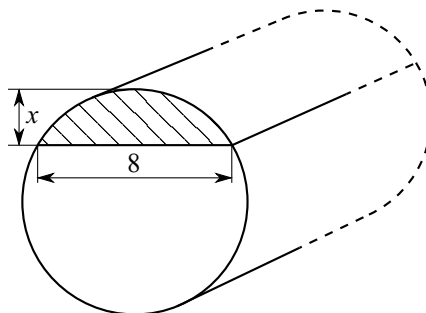
- | | | |
|-----------------------------------|-------------------------------------|-----------------------------------|
| a) $a = 178, b = 171$ | b) $b = 93, \hat{A} = 28^\circ$ | c) $AC = 50, AB = 134$ |
| [d)] $a = 191, \alpha = 76^\circ$ | [e)] $BC = 154, \hat{B} = 12^\circ$ | f) $a = 21, c = 121$ |
| g) $AC = 38, \beta = 69^\circ$ | h) $AB = 133, \alpha = 71^\circ$ | [i)] $c = 141, \hat{B} = 7^\circ$ |

2) Les deux côtés égaux d'un triangle isocèle mesurent 48 cm et l'angle différent des deux autres (angles) est de 70° . Déterminer l'aire de ce triangle.

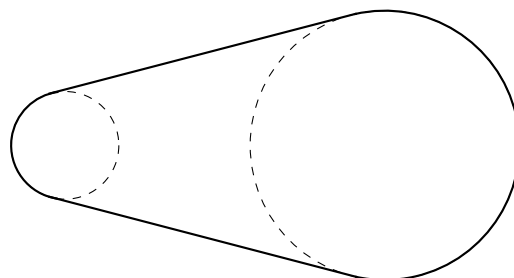
3) Les diagonales d'un rectangle mesurent chacune 70 cm et font entre elles un angle de 20° . Calculer les côtés et l'aire de ce rectangle.

4) Dans une barre ronde de diamètre 12 mm, on désire fraiser un plat de 8 mm de largeur. Quelle est la profondeur de fraisage nécessaire ?

[Note : possible sans trigonométrie]



[[5)] Deux poulies sont reliées par une courroie. Calculer la longueur de cette courroie, sachant que ces poulies ont des rayons respectifs de 10 et de 35 cm et que leurs centres sont distants de 60 cm.



6) Calculer les côtés et les angles manquants dans les triangles quelconques suivants : (dans le (a), calculer en plus l'aire du triangle ainsi que les rayons de ses cercles inscrit et circonscrit; dans le (i), h_A désigne la hauteur issue du sommet A)

- | | |
|--|---|
| a) $a = 12, b = 20, c = 14$ | b) $BC = 9, \hat{B} = 27^\circ, \hat{C} = 34^\circ$ |
| c) $a = 27, b = 19, \hat{A} = 15^\circ$ | d) $a = 15, b = 12, \hat{C} = 34^\circ$ |
| e) $AB = 12, AC = 37, BC = 35$ | f) $c = 23, \hat{B} = 18^\circ, \hat{C} = 87^\circ$ |
| g) $a = 37, b = 18, c = 16$ | h) $AB = 13, BC = 27, \hat{C} = 34^\circ$ |
| i) $a = 17, h_A = 7, \hat{B} = 47^\circ$ | |

7a) Dans un triangle, on a : $\beta = 32^\circ, a = 15$ cm et $b = 10$ cm. Déterminer, dans les deux cas possibles, les éléments manquants de ce triangle.

[7b] Même exercice avec $AB = 9, AC = 13, \hat{C} = 26^\circ$.

8) Un quadrilatère convexe $ABCD$ est tel que $AB = 1$ cm, $BC = 2$ cm, $CD = 3$ cm, $DA = 4$ cm.

a) Etablir une relation entre $\cos \hat{A}$ et $\cos \hat{C}$.

b*) En déduire la valeur de \hat{A} pour que le quadrilatère soit inscriptible dans un cercle.
(Voir *aides et indications* pour une propriété des quadrilatères inscriptibles.)

[[9)]] Résoudre les équations suivantes :

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & \sin(3x - \frac{\pi}{4}) = \sin(\frac{\pi}{5} - 4x) \\ \text{b)} & \sin(2x + \frac{\pi}{6}) = -\frac{1}{2} \\ \text{c)} & \cos(4x + \frac{\pi}{7}) = \cos 2x \\ \text{d)} & \tan(\frac{\pi}{3} - x) = \tan(\frac{\pi}{2} + x) \end{array}$$

[[10)]] Résoudre les équations suivantes :

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & \sin 2x = -\sin(x + \frac{\pi}{4}) \\ \text{b)} & \sin(x - \frac{\pi}{3}) = \cos 3x \\ \text{c)} & \sin(x - \frac{\pi}{3}) = -\cos 3x \\ \text{d)} & \cos 5x + \sin x = 0 \\ \text{e)} & \tan(x - \frac{\pi}{4}) = -\tan 4x \end{array}$$

[[11)]] Résoudre les équations suivantes :

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & 2\cos^2(\frac{\pi}{6} - 2x) = 1 \\ \text{b)} & \sin^2 2x = \sin^2(x + \frac{\pi}{4}) \end{array}$$

[[12)]] Résoudre les équations suivantes :

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & \cos^2 x - 2\sin x - 1 = 0 \\ \text{b)} & \cos^2 x - \sqrt{3}\sin x \cos x = 0 \end{array}$$

Solutions

- 1a)** $c = 246.83$, $\alpha = 46.15^\circ$, $\beta = 43.85^\circ$ **1b)** $\hat{B} = 62^\circ$, $a = 49.45$, $c = 105.33$
1c) $BC = 124.32$, $\beta = 21.91^\circ$, $\alpha = 68.09^\circ$ **1d)** $\beta = 14^\circ$, $b = 47.62$, $c = 196.85$
1e) $\hat{A} = 78^\circ$, $AC = 32.73$, $AB = 157.44$ **1f)** $b = 119.16$, $\alpha = 9.99^\circ$, $\beta = 80.01^\circ$
1g) $\alpha = 21^\circ$, $BC = 14.59$, $AB = 40.70$ **1h)** $\beta = 19^\circ$, $BC = 125.75$, $AC = 43.30$
1i) $\hat{A} = 83^\circ$, $b = 17.18$, $a = 139.95$
2) $b = 55.06$ cm, $h = 39.32$ cm, $\mathcal{A} = 1082.53$ cm²
3) $\ell = 12.16$ cm, $L = 68.94$ cm, $\mathcal{A} = 837.95$ cm² **4)** 1.528 mm **5)** 271.9476 cm
6a) $\hat{A} = 36.18^\circ$, $\hat{B} = 100.29^\circ$, $\hat{C} = 43.53^\circ$, $\mathcal{A} = 82.65$, $\rho = 3.59$, $R = 10.16$
6b) $AC = 4.67$, $AB = 5.75$, $\hat{A} = 119^\circ$ **6c)** $c = 44.90$, $\hat{B} = 10.49^\circ$, $\hat{C} = 154.51^\circ$
6d) $c = 8.40$, $\hat{A} = 92.97^\circ$, $\hat{B} = 53.03^\circ$ (Attention : si on trouve $\hat{A} = 87.03^\circ$ et $\hat{B} = 58.97^\circ$, cela signifie que l'on s'est trompé avec \hat{A} qui est en fait obtus.)
6e) $\hat{A} = 71.08^\circ$, $\hat{B} = 90^\circ$, $\hat{C} = 18.92^\circ$ **6f)** $a = 22.25$, $b = 7.12$, $\hat{A} = 75^\circ$
6g) pas de solution **6h)** pas de solution
6i) $b = 12.60$, $c = 9.57$, $\hat{A} = 99.24^\circ$, $\hat{C} = 33.76^\circ$
7a) $\alpha_1 = 52.64^\circ$, $\gamma_1 = 95.36^\circ$, $c_1 = 18.79$ cm; $\alpha_2 = 127.36^\circ$, $\gamma_2 = 20.64^\circ$, $c_2 = 6.65$ cm
7b) $BC = 18.65$, $\hat{A} = 114.71^\circ$, $\hat{B} = 39.29^\circ$ et $B'C = 4.72$, $\hat{A}' = 13.29^\circ$, $\hat{B}' = 140.71^\circ$
8a) $1 = 2\cos \hat{A} - 3\cos \hat{C}$ **8b)** $\hat{A} = 78.4630^\circ$
9a) $x = \frac{9\pi}{140} + \frac{2k\pi}{7}$ et $x = -\frac{21\pi}{20} + 2k\pi$ **9b)** $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi$ et $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$
9c) $x = -\frac{\pi}{14} + k\pi$ et $x = -\frac{\pi}{42} + \frac{k\pi}{3}$ **9d)** $x = -\frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}$
10a) $x = -\frac{\pi}{12} + \frac{2k\pi}{3}$ et $x = \frac{5\pi}{4} + 2k\pi$ **10b)** $x = \frac{5\pi}{24} + \frac{k\pi}{2}$ et $x = -\frac{5\pi}{12} + k\pi$

10c) $x = \frac{11\pi}{24} + \frac{k\pi}{2}$ et $x = \frac{\pi}{12} + k\pi$ **10d)** $x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}$ et $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{3}$ **10e)** $x = \frac{\pi}{20} + \frac{k\pi}{5}$

11a) $x = -\frac{\pi}{24} + k\pi$, $x = \frac{5\pi}{24} + k\pi$, $x = -\frac{7\pi}{24} + k\pi$ et $x = \frac{11\pi}{24} + k\pi$ (que l'on peut réduire à deux groupes (1 et 4)(2 et 3) avec $\frac{k\pi}{2}$) (ou alors $2\cos^2 \alpha - 1 = \cos(2\alpha)$ et directement deux groupes)

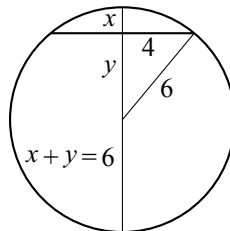
11b) $x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$ (contenues dans les suivantes), $x = \frac{\pi}{4} + \frac{2k\pi}{3}$, $x = -\frac{\pi}{12} + \frac{2k\pi}{3}$ et $x = \frac{5\pi}{4} + 2k\pi$ (contenues dans les précédentes)

12a) $x = k\pi$

12b) $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ et $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$

Quelques aides et indications

4)) Faire un dessin divisé par son axe de symétrie et travailler dans le triangle rectangle obtenu.



5) Rappel 1 : les tangentes à un cercle sont perpendiculaires au rayon au point de tangence.

Rappel 2 : pour construire les tangentes à un cercle depuis un point extérieur donné, on utilise le cercle de Thalès dont le diamètre est donné par le point et le centre du cercle donné.

Rappel 3 : pour construire les tangentes communes extérieures à deux cercles, on construit dans le grand cercle un cercle de même centre et de rayon $R - r$, on construit les tangentes par la méthode du rappel 2 et les tangentes cherchées leur sont parallèles. [Note : pour les tangentes intérieures, il faudrait prendre un cercle auxiliaire de rayon $R + r$.]

Indication pour l'exercice : travailler dans le triangle rectangle dont les sommets sont les deux centres et le point de tangence sur le cercle de rayon $R - r$.

6) Se rappeler que le troisième angle peut toujours se calculer par soustraction des deux autres à 180° .

8a) Diviser le quadrilatère en deux par sa diagonale BD et exprimer cette diagonale de deux façons à l'aide du théorème du cosinus.

8b) Se souvenir que dans un quadrilatère inscrit dans un cercle, les angles opposés sont supplémentaires; ainsi $\hat{A} = 180^\circ - \hat{C}$; et donc $\cos \hat{A} = -\cos \hat{C}$; ce qui, introduit dans la relation trouvée dans la partie (a) permet de calculer les angles.

9) Utiliser les équivalences du cours (ou du formulaire).

10) Transformer les équations en utilisant les relations trigonométriques pour se ramener à des équations avec deux mêmes fonctions.

11) Utiliser les propriétés des carrés pour transformer les équations en deux nouvelles.

12a) Transformer le $\cos^2 x$ en $\sin^2 x$, puis résoudre l'équation obtenue en posant $u = \dots$ (dans le cas général) ou par mise en évidence dans ce cas-ci.

12b) Faire une mise en évidence.

Quelques corrigés

5) En travaillant dans le triangle proposé dans les indications : $R - r = 25$.

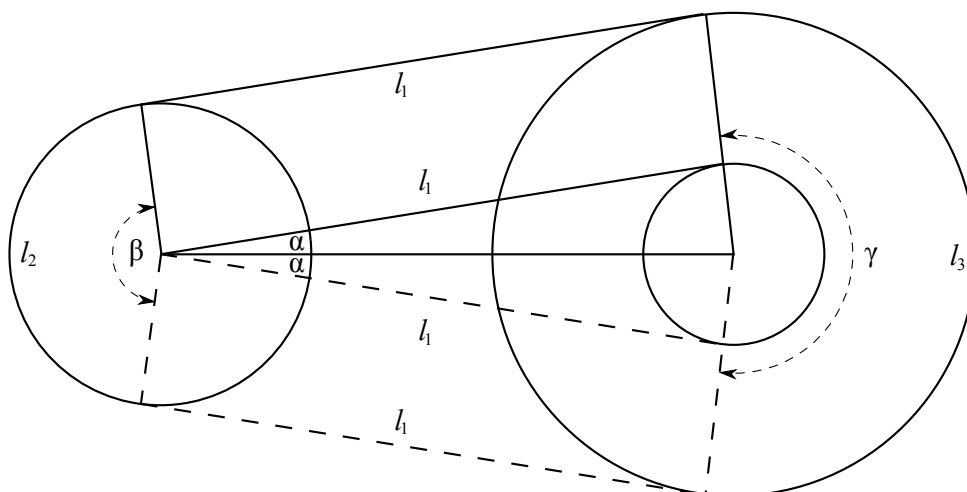
Petit angle du triangle : $\sin \alpha = \frac{25}{60} \Rightarrow \alpha = 24.6243^\circ$

Longueur de la portion tangente (par Pythagore) : $l_1 = \sqrt{60^2 - 25^2} = 54.5436$

Longueur de la portion autour de la petite poulie : angle $\beta = 360^\circ - 90^\circ - 2\alpha - 90^\circ = 130.7514^\circ$, d'où : $l_2 = 2\pi r \frac{\beta}{360^\circ} = 22.8204$

Longueur de la portion autour de la grande poulie : angle $\gamma = 90^\circ + 2\alpha + 90^\circ = 229.2486^\circ$, d'où : $l_3 = 2\pi R \frac{\gamma}{360^\circ} = 140.0400$

Longueur totale de la courroie : $L = 2 \cdot l_1 + l_2 + l_3 = 271.9476$



6a) Le côté b est le plus grand, donc l'angle β sera le plus grand, donc le seul qui risque d'être obtus. Calculons-le donc en premier par le théorème du cosinus :

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta \Rightarrow \dots \Rightarrow \cos \beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = -0.178571 \Rightarrow \beta = 100.29^\circ$$

On calcule ensuite α (ou γ) par le théorème du sinus :

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{a \sin \beta}{b} = 0.590356 \Rightarrow \alpha = 36.18^\circ$$

$$\text{D'où } \gamma = 180^\circ - \alpha - \beta = 43.53^\circ$$

Aire : $\mathcal{A} = \frac{1}{2}ab \sin \gamma = 82.65$ ou mieux par la formule de Héron (qui n'utilise dans ce cas que les données de départ) : $p = \frac{a+b+c}{2} = 23$ et $\mathcal{A} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = 82.65$

Rayon du cercle inscrit : à partir de l'aire : $\mathcal{A} = p \cdot \rho \Rightarrow \rho = \frac{\mathcal{A}}{p} = 3.59$

Rayon du cercle circonscrit : par la fin du théorème du sinus : $\frac{a}{\sin \alpha} = \dots = 2R \Rightarrow R = \frac{a}{2 \sin \alpha} = 10.16$

6b) Réécrire la donnée avec les notations plus simples : $a = 9$, $\beta = 27^\circ$, $\gamma = 34^\circ$

Calcul du troisième angle : $\alpha = 180^\circ - \beta - \gamma = 119^\circ$

Théorème du sinus : $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} \Rightarrow b = \frac{a \sin \beta}{\sin \alpha} = 4.67$

Théorème du sinus : $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{c}{\sin \gamma} \Rightarrow c = \frac{a \sin \gamma}{\sin \alpha} = 5.75$

6c) Réécrire la donnée avec les notations plus simples : $a = 27$, $b = 19$, $\alpha = 15^\circ$

Théorème du sinus : $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} \Rightarrow \sin \beta = \frac{b \sin \alpha}{a} = 0.182132 \Rightarrow \beta = 10.49^\circ$

Note : $a > b \Rightarrow \alpha > \beta$ (donc β ne risque pas d'être obtus).

Troisième angle : $\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta = 154.51^\circ$

Théorème du sinus : $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{c}{\sin \gamma} \Rightarrow c = \frac{a \sin \gamma}{\sin \alpha} = 44.90$

6d) Réécrire la donnée avec les notations plus simples : $a = 15$, $b = 12$, $\gamma = 34^\circ$

Théorème du cosinus : $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma = 70.546474 \Rightarrow c = 8.40$

Attention : a étant le plus grand côté, l'angle α risque d'être obtus. Il ne faut donc pas le calculer par son sinus. Calculons donc β .

Théorème du sinus : $\frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} \Rightarrow \sin \beta = \frac{b \sin \gamma}{c} = 0.798924 \Rightarrow \beta = 53.03^\circ$

Et ainsi : $\alpha = 180^\circ - \beta - \gamma = 92.97^\circ$

6e) Réécrire la donnée avec les notations plus simples : $c = 12$, $b = 37$, $a = 35$

Le côté b est le plus grand, donc l'angle β sera le plus grand, donc le seul qui risque d'être obtus. Calculons-le donc en premier par le théorème du cosinus :

$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta \Rightarrow \dots \Rightarrow \cos \beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = 0 \Rightarrow \beta = 90^\circ$

On calcule ensuite α (ou γ) par le théorème du sinus (ou comme dans un triangle rectangle vu que $\beta = 90^\circ$) :

$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{a \sin \beta}{b} = 0.945946 \Rightarrow \alpha = 71.08^\circ$

D'où $\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta = 18.92^\circ$

6f) Réécrire la donnée avec les notations plus simples : $c = 23$, $\beta = 18^\circ$, $\gamma = 87^\circ$

Calcul du troisième angle : $\alpha = 180^\circ - \beta - \gamma = 75^\circ$

Théorème du sinus : $\frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} \Rightarrow b = \frac{c \sin \beta}{\sin \gamma} = 7.12$

Théorème du sinus : $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{c}{\sin \gamma} \Rightarrow a = \frac{c \sin \alpha}{\sin \gamma} = 22.25$

6g) On remarque que $b + c = 18 + 16 = 34 < a$, or dans un triangle, la somme des longueurs de deux côtés est toujours plus grande que la longueur du troisième côté; ce triangle est donc impossible. Si on ne le remarque, on commence par le théorème du cosinus et on obtient des cosinus supérieurs à 1 ou inférieurs à -1 , ce qui n'est pas possible.

6h) Réécrire la donnée avec les notations plus simples : $c = 13$, $a = 27$, $\gamma = 34^\circ$

Théorème du sinus : $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{c}{\sin \gamma} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{a \sin \gamma}{c} = 1.161401$, ce qui n'est pas possible : le côté c est trop petit par rapport à l'autre côté et à l'angle. [On se trouve dans le cas 1 des quatre cas illustrés dans le cours.]

6i) Le triangle ABH (où H est le pied de la hauteur issue de A) est un triangle rectangle; on a donc $\sin \hat{B} = \frac{h_A}{c}$ ce qui permet de calculer le côté c : $c = \frac{h_A}{\sin \hat{B}} = 9.57$

Ensuite : théorème du cosinus : $b^2 = a^2 + c^2 + 2ac \cos \hat{B} = 158.671044 \Rightarrow b = 12.60$

Attention : a étant le plus grand côté, l'angle \hat{A} risque d'être obtus. Il ne faut donc pas le calculer par son sinus. Calculons donc \hat{C} .

Théorème du sinus : $\frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} \Rightarrow \sin \hat{C} = \frac{c \sin \hat{B}}{b} = 0.555711 \Rightarrow \hat{C} = 33.76$

Et ainsi $\hat{A} = 180^\circ - \hat{B} - \hat{C} = 99.24$

7a) Vu les éléments connus, on est obligé de commencer par le théorème du sinus (ou alors d'utiliser une équation du 2e degré, ce qui n'est pas pratique) :

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{a \sin \beta}{b} \Rightarrow \alpha = 52.643819^\circ$$

Mais vu que rien ne permet de savoir si α est aigu ou obtus, on est obligé de considérer les deux possibilités donc aussi $\alpha_2 = 180^\circ - \alpha = 127.356181^\circ$

D'où ensuite deux possibilités pour γ : $\gamma_1 = 180^\circ - \beta - \alpha_1 = 95.356181^\circ$

et $\gamma_2 = 180^\circ - \beta - \alpha_2 = 20.64381^\circ$

Et finalement deux possibilités pour le côté c (par le théorème du sinus) :

$$\frac{a}{\sin \alpha_1} = \frac{c_1}{\sin \gamma_1} \Rightarrow c_1 = \frac{a \sin \gamma_1}{\sin \alpha_1} = 18.788403 \text{ et de même } c_2 = 6.653040$$

8a) Théorème du cosinus : $BD^2 = AB^2 + DA^2 - 2 \cdot AB \cdot DA \cdot \cos \hat{A} = 1 + 16 - 2 \cdot 4 \cdot \cos \hat{A} = 17 - 8 \cos \hat{A}$; dans l'autre triangle : $BD^2 = BC^2 + CD^2 - 2 \cdot BC \cdot CD \cdot \cos \hat{C} = 4 + 9 - 2 \cdot 6 \cdot \cos \hat{C} = 13 - 12 \cos \hat{C}$; d'où la relation : $17 - 8 \cos \hat{A} = 13 - 12 \cos \hat{C} \Rightarrow 4 = 8 \cos \hat{A} - 12 \cos \hat{C} \Rightarrow 1 = 2 \cos \hat{A} - 3 \cos \hat{C}$

[Note : attention à la hiérarchie des opérations : $17 - 8 \cos \hat{A} \neq 9 \cos \hat{A}$!!]

8b) Vu la remarque des indications ci-dessus : $\hat{A} = 180^\circ - \hat{C} \Rightarrow \cos \hat{A} = \cos(180^\circ - \hat{C}) = -\cos \hat{C}$ (par les propriétés du cosinus); ce qui, introduit dans la relation trouvée en (a), donne : $1 = 2 \cos \hat{A} - 3(-\cos \hat{A}) \Rightarrow 1 = 5 \cos \hat{A} \Rightarrow \cos \hat{A} = \frac{1}{5} \Rightarrow \hat{A} = 78.4630^\circ$

9a) Si deux sinus sont égaux, alors leurs arguments sont égaux (I) ou supplémentaires (II), à un certain nombre de tours près :

$$\text{I) } 3x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{5} - 4x + 2k\pi \Rightarrow \dots$$

$$\text{II) } 3x - \frac{\pi}{4} = \pi - (\frac{\pi}{5} - 4x) + 2k\pi \Rightarrow \dots$$

9b) On a $\arcsin(-\frac{1}{2}) = -\frac{\pi}{6}$ et l'équation devient $\sin(2x + \frac{\pi}{6}) = \sin(-\frac{\pi}{6})$ que l'on résout comme ci-dessus.

9c) Si deux cosinus sont égaux, alors leurs arguments sont égaux (I) ou opposés (II), à un certain nombre de tours près :

$$\text{I) } 4x + \frac{\pi}{7} = 2x + 2k\pi \Rightarrow \dots$$

$$\text{II) } 4x + \frac{\pi}{7} = -2x + 2k\pi \Rightarrow \dots$$

9d) Si deux tangentes sont égales, alors leurs arguments sont égaux, à un certain nombre de **demi-tours** près :

$$\frac{\pi}{3} - x = \frac{\pi}{2} + x + k\pi \Rightarrow \dots$$

10a) Transformer le membre de droite en utilisant par exemple la relation

$$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha, \text{ d'où l'équation } \sin 2x = \sin(-x - \frac{\pi}{4})$$

10b) Transformer par exemple le membre de droite en utilisant la relation

$$\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \cos \alpha, \text{ d'où l'équation } \sin(x - \frac{\pi}{3}) = \sin(\frac{\pi}{2} - 3x)$$

10c) Transformer par exemple le membre de gauche en utilisant la relation

$$\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha) = -\sin \alpha, \text{ d'où l'équation } -\cos(\frac{\pi}{2} + x - \frac{\pi}{3}) = -\cos 3x$$

10d) Transformer en $\sin x = -\cos 5x$ et continuer comme ci-dessus.

10e) Transformer le membre de droite en utilisant par exemple la relation

$$\tan(-\alpha) = -\tan \alpha, \text{ d'où l'équation } \tan(x - \frac{\pi}{4}) = \tan(-4x)$$

11a) $\dots \Rightarrow \cos^2(\frac{\pi}{6} - 2x) = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos(\frac{\pi}{6} - 2x) = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$, d'où deux équations de type de base.

11b) Si deux carrés sont égaux, les nombres sont égaux ou opposés :

$$a^2 = b^2 \Rightarrow a = b \text{ ou } a = -b, \text{ d'où deux équations :}$$

I) $\sin 2x = \sin(x + \frac{\pi}{4})$ que l'on résout de façon habituelle.

II) $\sin 2x = -\sin(x + \frac{\pi}{4})$ que l'on transforme en $\sin 2x = \sin(-x - \frac{\pi}{4})$

12a) Transformer le $\cos^2 x$ à l'aide de la relation fondamentale $\cos^2 + \sin^2 = 1$, on obtient l'équation $1 - \sin^2 x - 2 \sin x - 1 = 0 \Rightarrow -\sin^2 x - 2 \sin x = 0 \Rightarrow -\sin x(\sin x + 2) = 0$, d'où deux cas :

I) $-\sin x = 0 \Rightarrow \dots$

II) $\sin x + 2 = 0 \Rightarrow \sin x = -2 \Rightarrow$ pas de solution.

12b) $\Rightarrow \cos x(\cos x - \sqrt{3} \sin x) = 0$, d'où deux cas :

I) $\cos x = 0 \Rightarrow$

II) $\cos x - \sqrt{3} \sin x = 0 \Rightarrow \cos x = \sqrt{3} \sin x \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sin x}{\cos x} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan x \Rightarrow \dots$