Fonctions et graphiques : exemples corrigés

Corrigé des exemples de la page 3 du cours

1) $f(x) = \frac{1}{x-3}$ La seule valeur à exclure est 3, donc $\mathrm{D}_{\text{déf}} = \mathbb{R} - \{3\}$ que l'on peut aussi écrire simplement $x \neq 3$
Méthode de calcul : $x - 3 \neq 0 \;\Rightarrow\; x \neq 3$

2) $f(x) = \sqrt{x-3}$ L'argument d'une racine carrée ne doit pas être négatif, mais il peut être nul ($\sqrt{0} = 0$), ainsi $\mathrm{D}_{\text{déf}} = [3; +\infty[$ que l'on peut aussi écrire simplement $x \geq 3$
Méthode de calcul : $x - 3 \geq 0 \;\Rightarrow\; x \geq 3$

3) $f(x) = \ln(x-3)$ L'argument d'un log naturel doit être strictement positif, ainsi $\mathrm{D}_{\text{déf}} =]3; +\infty[$ que l'on peut aussi écrire simplement $x > 3$
Méthode de calcul : $x - 3 > 0 \;\Rightarrow\; x > 3$

4) $f(x) = \frac{x^2-9}{x-3}$ Exactement comme dans l'exemple 1 : $\mathrm{D}_{\text{déf}} = \mathbb{R} - \{3\}$ ou $x \neq 3$
Mais ici la situation est un peu différente : si on pose $x = 3$ dans l'exemple 1, on obtient une impossibilité du type $\frac{1}{0}$, alors qu'ici, on obtient une indétermination du type $\frac{0}{0}$, ce qui est beaucoup plus ennuyeux. On aurait aussi pu penser à simplifier la fraction : $\frac{x^2-9}{x-3} \overset{(*)}{=} \frac{(x-3)(x+3)}{x-3} = x + 3$ qui est défini partout et dont le $\mathrm{D}_{\text{déf}}$ est donc égal à $\mathbb{R}$. Malheureusement le passage (*) n'est autorisé que si $x - 3 \neq 0$ et on retrouve la valeur interdite. (Voir plus loin dans le cours : 'Notions de limites')

Corrigé des exemples de la page 4 du cours

1) $f(x) = 4x^2 + 5x + 3$ On remplace x par $(-x)$ et on calcule : $f(-x) = 4(-x)^2 + 5(-x) + 3 = 4x^2 - 5x + 3$ qui n'est pas égal à $f(x)$ ni à $-f(x)$, donc la fonction est ni paire, ni impaire.

2) $f(x) = 7x^4 - 3x^2 + 11$ On remplace x par $(-x)$ et on calcule : $f(-x) = 7(-x)^4 - 3(-x)^2 + 11 = 7x^4 - 3x^2 + 11$ qui est égal à $f(x)$, donc la fonction est paire.

3) $f(x) = 6x^3 - 8x$ On remplace x par $(-x)$ et on calcule : $f(-x) = 6(-x)^3 - 8(-x) = -6x^3 + 8x = -(6x^3 - 8x) = -f(x)$, donc la fonction est impaire.

4) $f(x) = \frac{7x^4-3x^2+11}{6x^3-8x}$ On remplace x par $(-x)$ et on calcule : $f(-x) = \frac{7(-x)^4-3(-x)^2+11}{6(-x)^3-8(-x)} = \frac{7x^4-3x^2+11}{-6x^3+8x} = \frac{7x^4-3x^2+11}{-(6x^3-8x)} = -\frac{7x^4-3x^2+11}{6x^3-8x} = -f(x)$, donc la fonction est impaire.

5) $f(x) = \frac{16x^3+18x}{6x^3-8x}$ On remplace x par $(-x)$ et on calcule : $f(x) = \frac{16(-x)^3+18(-x)}{6(-x)^3-8(-x)} = \frac{-16x^3-18x}{-6x^3+8x} = \frac{-(16x^3+18x)}{-(6x^3-8x)} = \frac{16x^3+18x}{6x^3-8x} = f(x)$, donc la fonction est paire.