

Exemples de résolution graphique de systèmes d'inéquations

La résolution des systèmes d'inéquations à plusieurs inconnues donne en général des domaines de solutions qui ne sont facilement exprimables algébriquement. Il est souvent beaucoup plus simple d'exprimer ces solutions graphiquement et même de les déterminer graphiquement.

Méthode générale : remplacer chaque inéquation par une équation et tracer la courbe représentative de cette équation.

Cette courbe divise le plan en plusieurs régions (deux pour une droite ou une parabole, davantage pour des courbes plus complexes).

Dans le cas de d'une droite, les points sur la courbe vérifient l'égalité, les points d'un côté une inégalité, ceux de l'autre côté l'autre inégalité.

On peut essayer de réfléchir pour savoir à quel côté correspond quelle inégalité, mais le plus simple est de prendre un point particulier $(0; 0)$, $(0; 10)$, $(10; 10)$, et de vérifier s'il satisfait à la donnée ou non.

Pour des courbes plus complexes, il suffit d'essayer un point dans chaque région obtenue.

Lorsqu'on a procédé de la même façon avec toutes les inéquations du système, on peut hachurer la région du plan constituant l'ensemble solution.

Note : si la courbe fait partie de la solution, on la trace en plein sinon on la trace en traitillés.

En général, on adjoint encore les coordonnées des points limitant l'ensemble solution (points d'intersection entre les courbes limites + éventuellement d'autres points (voir exemple 5)).

Exemple 1

$$\begin{cases} x - y < 2 \\ 2x + y \leq 3 \\ x + 2 > 0 \end{cases}$$

Droites limite :

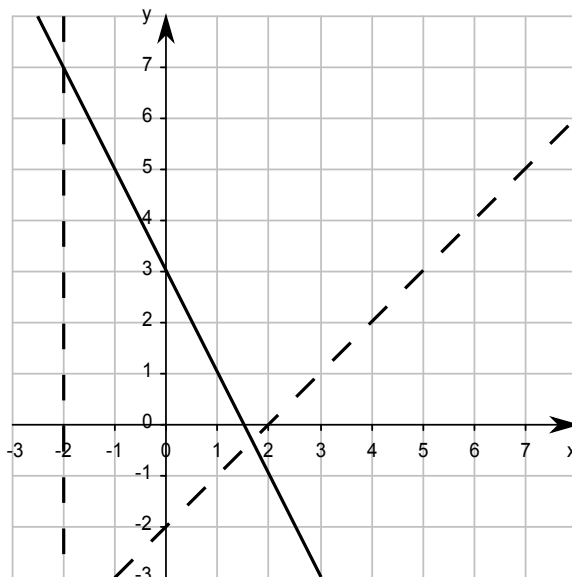
$$y = x - 2$$

$$y = -2x + 3$$

$$x = -2$$

Points d'intersection :

$$(-2; 7), (-2; -4), \left(\frac{5}{3}; -\frac{1}{3}\right)$$



Exemple 2

$$\begin{cases} y - 3 \leq 0 \\ y + 9 < 4x \\ y + x \geq 1 \end{cases}$$

Droites limite :

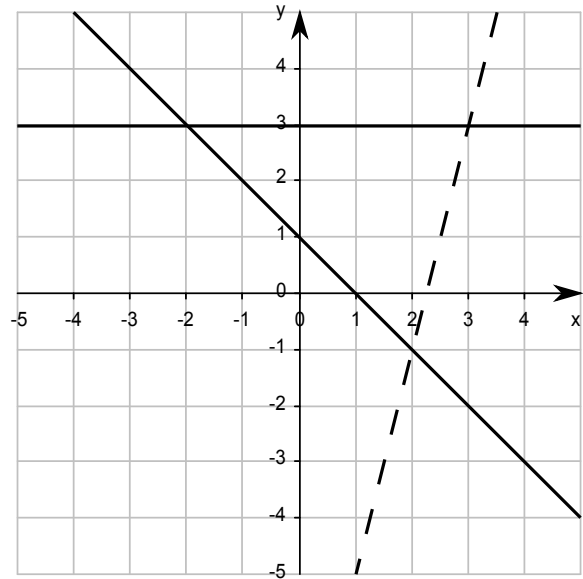
$$y = 3$$

$$y = 4x - 9$$

$$y = -x + 1$$

Points d'intersection :

$$(-2; 3), (2; -1), (3; 3)$$



Exemple 3

$$\begin{cases} x > y \\ y > x^2 \end{cases}$$

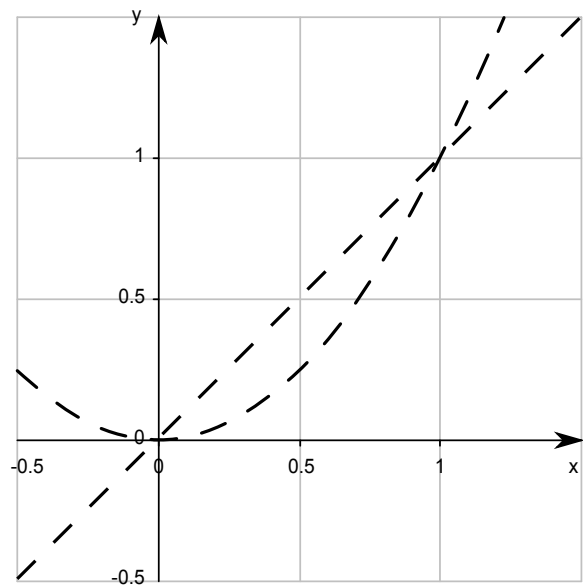
Courbes limite :

$$y = x$$

$$y = x^2$$

Points d'intersection :

$$(0; 0), (1; 1)$$



Exemple 4

$$\begin{cases} x^2 + y^2 < 25 \\ y > x + 1 \end{cases}$$

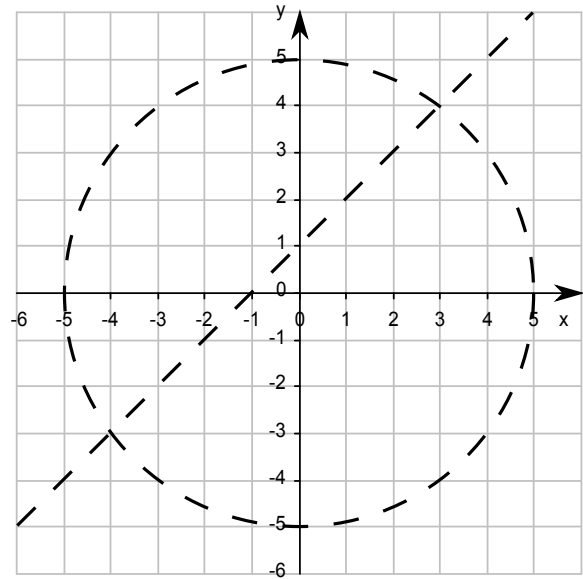
Courbes limite :

$$x^2 + y^2 = 25$$

$$y = x + 1$$

Points d'intersection :

$$(-4; -3), (3; 4)$$



Exemple 5

$$\begin{cases} y < \frac{1}{x} \\ 3y - 2x < 5 \end{cases}$$

Courbes limite :

$$y = \frac{1}{x}$$

$$y = \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$$

Points d'intersection :

$$(-3; -\frac{1}{3}), (\frac{1}{2}; 2)$$

Autre point limite :

$$(0; \frac{5}{3})$$

