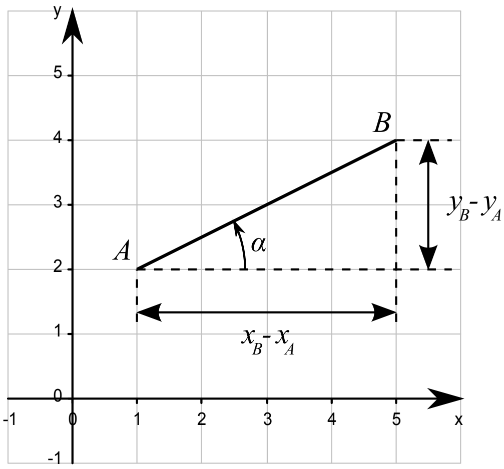
# Droites : cours

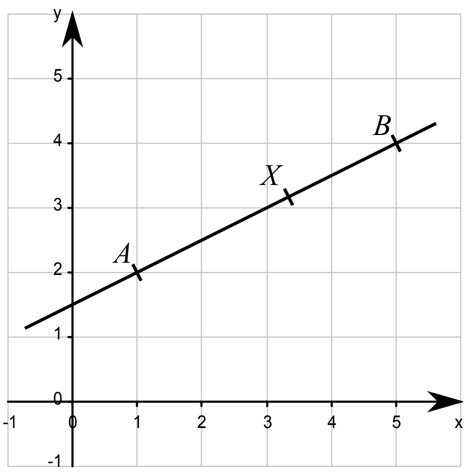
## 1. Pente d'un segment




Pente de $AB$ : $m_{AB} = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

La pente est donc égale à la tangente de l'angle par rapport à l'horizontale : $m_{AB} = \tan\alpha$

## 2. Equation d'une droite donnée par deux points




Si $X(x;y)$ est un point quelconque de la droite, alors :
pente de $AX$ = pente de $AB$
ainsi $\dfrac{y - y_A}{x - x_A} = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

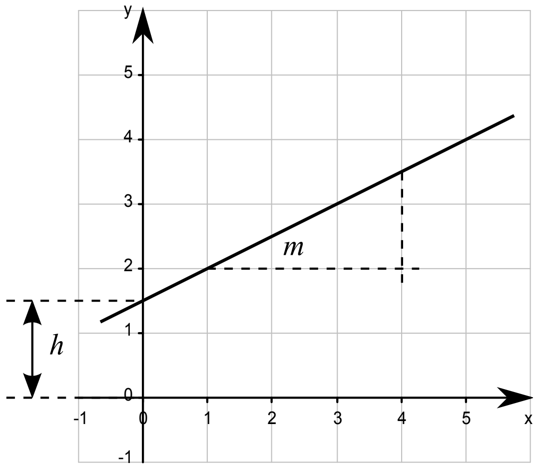
**Exemple :** droite par $A(1;2)$ et $B(5;4)$ (comme sur le dessin ci-dessus)
En remplaçant dans la formule ci-dessus :
$\frac{y-2}{x-1} = \frac{4-2}{5-1} \Rightarrow \frac{y-2}{x-1} = \frac{2}{4} \Rightarrow y - 2 = \frac{2}{4}(x-1) \Rightarrow y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} + 2 \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$
On obtient ainsi l'équation **explicite** de la droite (explicite : car $y$ a été explicité).
(Astuce : pour ne pas mélanger les données dans la première étape : écrire la formule vide $\frac{y-...}{x-...} = \frac{...-...}{...-...}$, puis insérer les coordonnées de $A$, puis celles de $B$.)

## 3. Equation d'une droite donnée par sa pente et un point

La formule est la même qu'au paragraphe 2 ci-dessus,
sauf que la pente est déjà calculée : $\dfrac{y - y_A}{x - x_A} = m$

## 4. Equation cartésienne générale sous forme explicite

L'équation explicite que l'on a obtenue à l'exemple du paragraphe 2 montre la forme générale de l'équation (cartésienne) explicite d'une droite :
$y = m \cdot x + h$
où $m$ est la pente de la droite
et $h$ l'ordonnée à l'origine,
autrement dit la position de l'intersection de la droite avec l'axe $Oy$
ou encore la valeur que prend la fonction lorsque $x = 0$.




## 5. Droites horizontales et verticales

Les droites **horizontales** ont une pente **nulle**; leurs équations se réduisent donc à $y = h$.

Les droites **verticales** ont une pente **infinie**; on ne peut donc pas écrire leurs équations sous la forme $y = mx + h$. On les écrira alors sous la forme $x =$ nombre.

## 6. Equation cartésienne générale à deux variables

Si l'on désire pouvoir donner une forme générale d'équation valable pour toutes les droites (y compris les verticales), on utilisera la forme $ax + by + c = 0$
(Forme que l'on peut ensuite généraliser pour obtenir les équations des plans dans l'espace : $ax + by + cz + d = 0$.)

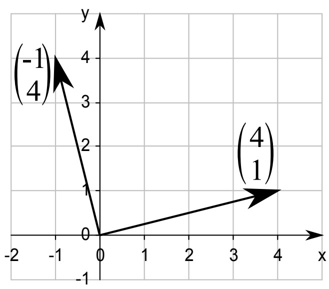
## 7. Droites parallèles

Si deux droites sont parallèles, elles ont la même pente et ainsi dans leurs équations, on aura $m = m'$.

## 8. Droites perpendiculaires

Si deux droites sont perpendiculaires, on voit facilement (en se souvenant de la rotation de 90° des vecteurs) que leurs pentes sont liés par $m' = -\frac{1}{m}$ (*l'inverse changé de signe*) (ou encore par $m \cdot m' = -1$).

Vecteur $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ : pente $\frac{1}{4}$,
tourné de 90°, on obtient le vecteur $\begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$
qui a une pente de $\frac{4}{-1} = -4$



## Remarques générales

◇ Dans les formules faisant intervenir un ou deux points, l'ordre des $y$, $y_A$, $y_B$, n'est pas important, pourvu qu'on prenne le **même ordre** avec les $x$ et les $y$ et qu'on laisse les $y$ au numérateur et les $x$ au dénominateur.

$$\begin{array}{l} y \rightarrow \\ x \rightarrow \end{array} \underset{\substack{\uparrow\\ A}}{\frac{y - y_A}{x - x_A}} = \underset{\substack{\uparrow\;\uparrow\\ B\;A}}{\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}}$$

◇ Au lieu d'utiliser les formules des paragraphes 2 et 3, on peut aussi calculer la pente de la droite, puis écrire l'équation explicite avec un coefficient $h$ inconnu que l'on détermine en remplaçant $x$ et $y$ par les coordonnées d'un point.

◇ Voir aussi le fichier Excel : `10-Droites.xls`

MCN / 8.2.2015