Nombres complexes : exercices

Effectuer les opérations suivantes et donner la réponse sous la forme $a + bi$, où a et b sont des nombres réels.

1) $(-3+9i)+(-7-8i)$
2) $(-1+3i)-(1-2i)$
3) $(8-7i)-(-1+2i)$
4) $(-4+2i)\cdot(-2+7i)$
5) $(-5-i)\cdot(1+9i)$
6) $(-i)\cdot(-2+3i)\cdot(-9+i)$
7) $(2-5i)^2$
8) $(5-7i)^2$
9) $(2-3i)^3$
10) $(4-i)^3$
11) i^{137}
12) $(-i)^{75}$
13) $\dfrac{-6+2i}{9+4i}$
14) $\dfrac{-6-4i}{7+4i}$
15) $\dfrac{1+9i}{-4+2i}$
16) $\dfrac{1-3i}{5i}$
17) $\dfrac{3}{2+7i}$
18) $\dfrac{15}{-3i}$
19) $\dfrac{-6+2i}{6-2i}$
[20)] $\dfrac{-6-2i}{-6+2i}$
[21)] $\dfrac{-6+2i}{6+2i}$
22) $\dfrac{5-4i}{i}$
[23)] $\dfrac{1}{2-5i}$
24) $\dfrac{2+3i}{1-i}$

25) Résoudre l'équation suivante en sachant que x et y sont des nombres réels :
$(3+2i)x+(4-5i)y=-6+19i$

26) Idem avec : $x-4y-6i=5+2ix$

27) Résoudre le système suivant où x et y sont des nombres complexes :
$$\begin{cases} 2ix+3y=4+2i \\ 2x+5iy=3-7i \end{cases}$$

28*) Idem avec : $\begin{cases} 3x-(6+2i)y=-20+17i \\ 2ix+(4-3i)y=3-11i \end{cases}$

29) Résoudre les équations suivantes où z est un nombre complexe :
a) $3z+8\bar{z}=3+2i$
b) $z^2=-2i$

Donner toutes les solutions (réelles et/ou complexes) des équations suivantes :

30) $z^2-4z+13=0$
31) $z^2-8z+25=0$
32) $z^2-4z+53=0$
33) $z^2-4z+52=0$
[34)] $z^2-8z+20=0$
35) $z^4-16=0$
36) $z^3-8=0$
[37)] $z^3+8=0$
38) $20z^3-8z^2+5z-2=0$
39) $4z^4+25z^2+36=0$
[40)] $z^4+11z^2+28=0$
[41)] $3z^3+z^2+15z+5=0$

Calculer les modules suivants :

42) $|3-4i|$ 43) $|3+4i|$ 44) $|-17i|$ 45) $|i^6|$

Exprimer sous forme trigonométrique (= polaire) :
[Sauf pour le 47, essayer de ne pas calculer les angles, mais de les trouver par un petit dessin (éventuellement mentalement)]

46) $-3-3i$ 47) $-\sqrt{3}+i$ 48) -2 49) 7 50) $-7i$

51) $-4-4i$ 52) $-4+4i$ 53) $-\sqrt{7}$ 54) -7 55) $3i$

Calculer les puissances suivantes et les exprimer sous la forme $a+bi$:

56) $(1-i)^4$ [57)] $(1+i)^5$ 58) $(3-2i)^3$ 59) $(1-2i)^7$ 60) $(2-2i)^{12}$

61) $(-1-2i)^5$ [62)] $(3+i)^5$ [63)] $(3-4i)^6$ [64)] $(2-i)^{11}$

Calculer toutes les solutions possibles pour les racines suivantes et les exprimer sous la forme $a+bi$:

65) $\sqrt[4]{-119+120i}$ 66) $\sqrt[4]{-7-24i}$ 67) $\sqrt{-4i}$

68) $\sqrt{i}$ 69) $\sqrt[3]{-27}$ 70) $\sqrt[3]{-27i}$ [71)] $\sqrt[3]{8i}$

72) $\sqrt[5]{2-3i}$ (nombres à virgule) 73) $\sqrt[4]{-1-i}$ (nombres à virgule)

[74)] $\sqrt[7]{3+2i}$ (nombres à virgule)

Résoudre les équations suivantes dans les nombres complexes :

75) $z^2+5z+27+4iz+5i=0$

76) $3z^2+8z-167=66iz+120i$

77*) $24z^2-22z+4+(7z^2+4z-19)i=0$

78*) $z^4+10z^2+169=0$

79*) Résoudre l'équation $z^4+1=0$ dans les nombres complexes; autrement dit chercher les quatre racines $\sqrt[4]{-1}$. En déduire la factorisation en nombres complexes du polynôme à coefficients complexes $P(z)=z^4+1$. En déduire ensuite la factorisation en nombres réels du polynôme à coefficients réels $P(x)=x^4+1$.

80*) Résoudre dans les nombres complexes : $27z^6-217iz^3-8=0$

Solutions

1) $-10+i$ **2)** $-2+5i$ **3)** $9-9i$ **4)** $-6-32i$ **5)** $4-46i$ **6)** $-29-15i$
7) $-21-20i$ **8)** $-24-70i$ **9)** $-46-9i$ **10)** $52-47i$ **11)** i **12)** i
13) $-\frac{46}{97}+\frac{42}{97}i$ **14)** $-\frac{58}{65}-\frac{4}{65}i$ **15)** $\frac{14-38i}{20}=\frac{7}{10}-\frac{19}{10}i$ **16)** $-\frac{3}{5}-\frac{1}{5}i$ **17)** $\frac{6}{53}-\frac{21}{53}i$
18) $5i$ **19)** -1 **20)** $\frac{32+24i}{40}=\frac{4}{5}+\frac{3}{5}i$ **21)** $\frac{-32+24i}{40}=-\frac{4}{5}+\frac{3}{5}i$ **22)** $-4-5i$
23) $\frac{2}{29}+\frac{5}{29}i$ **24)** $-\frac{1}{2}+\frac{5}{2}i$ **25)** $x=2$ et $y=-3$ **26)** $x=-3$ et $y=-2$
27) $x=\frac{19}{16}-\frac{41}{16}i$ et $y=-\frac{3}{8}-\frac{1}{8}i$ **28)** $x=4+7i$ et $y=5-i$

29a) $\frac{3}{11} - \frac{2}{5}i$ **29b)** $1 - i$ et $-1 + i$ **30)** $2 \pm 3i$ **31)** $4 \pm 3i$ **32)** $2 \pm 7i$
33) $\frac{4 \pm \sqrt{192}\,i}{2} = 2 \pm 4\sqrt{3}\,i$ **34)** $4 \pm 2i$ **35)** $\pm 2i$ et ± 2 **36)** 2 et $\frac{-2 \pm \sqrt{12}\,i}{2} = -1 \pm \sqrt{3}\,i$
37) -2 et $\frac{2 \pm \sqrt{12}\,i}{2} = 1 \pm \sqrt{3}\,i$ **38)** $\pm \frac{1}{2}i$ et $\frac{2}{5}$ **39)** $\pm 2i$ et $\pm \frac{3}{2}i$ **40)** $\pm 2i$ et $\pm \sqrt{7}\,i$
41) $\pm \sqrt{5}\,i$ et $-\frac{1}{3}$ **42)** 5 **43)** 5 **44)** 17 **45)** 1 **46)** $3\sqrt{2}\,\mathrm{cis}(-135°)$ (Note : $3\sqrt{2} = \sqrt{18}$ et $-135°$ peut aussi s'écrire $225°$) **47)** $2\,\mathrm{cis}(150°)$ **48)** $2\,\mathrm{cis}(180°)$
49) $7\,\mathrm{cis}(0°)$ **50)** $7\,\mathrm{cis}(-90°)$ **51)** $4\sqrt{2}\,\mathrm{cis}(-135°)$ (Note : $4\sqrt{2} = \sqrt{32}$ et $-135°$ peut aussi s'écrire $225°$) **52)** $4\sqrt{2}\,\mathrm{cis}(135°)$ **53)** $\sqrt{7}\,\mathrm{cis}(180°)$ **54)** $7\,\mathrm{cis}(180°)$
55) $3\,\mathrm{cis}(90°)$ **56)** -4 **57)** $-4 - 4i$ **58)** $-9 - 46i$ **59)** $29 - 278i$ **60)** -262144
61) $-41 + 38i$ **62)** $-12 + 316i$ **63)** $11753 + 10296i$ **64)** $2642 + 6469i$
65) $3 + 2i$, $-2 + 3i$, $-3 - 2i$ et $2 - 3i$ **66)** $1 + 2i$, $-2 + i$, $-1 - 2i$ et $2 - i$
67) $\sqrt{2} - \sqrt{2}i \simeq 1.4142 - 1.4142i$ et $-\sqrt{2} + \sqrt{2}i \simeq -1.4142 + 1.4142i$
68) $\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i \simeq 0.7071 + 0.7071i$ et $-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i \simeq -0.7071 - 0.7071i$
69) -3 **et** $\frac{3}{2} \pm \frac{3\sqrt{3}}{2}i \simeq 1.5 \pm 2.5981i$
70) $3i$ **et** $\pm \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2}i \simeq \pm 2.5981 - 1.5i$ **71)** $-2i$ **et** $\pm \sqrt{3} + i \simeq \pm 1.7321 + i$
72) $1.2675 - 0.2524i$, $0.6317 + 1.1275i$, $-0.8771 + 0.9492i$, $-1.1738 - 0.5408i$ et $0.1516 - 1.2835i$
73) $0.9067 - 0.6059i$, $0.6059 + 0.9067i$, $-0.9067 + 0.6059i$ et $-0.6059 - 0.9067i$
74) $1.1968 + 0.1008i$, $0.6674 + 0.9986i$, $-0.3646 + 1.1444i$, $-1.1220 + 0.4285i$, $-1.0346 - 0.6101i$, $-0.1681 - 1.1892i$ et $0.8250 - 0.8729i$
75) $x_1 = -2 + 3i$, $x_2 = -3 - 7i$ **76)** $x_1 = -\frac{2}{3} + 19i$, $x_2 = -2 + 3i$
77) $x_1 = \frac{26}{25} + \frac{7i}{25} = 1.04 + 0.28i$, $x_2 = -\frac{6}{25} - \frac{17i}{25} = -0.24 - 0.68i$
78) $u = -5 \pm 12i \Rightarrow z = \pm 2 \pm 3i$
79) $\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$, $-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$, $-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$ et $\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$
$P(z) = (z - \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i)(z + \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i)(z + \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i)(z - \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i)$
$P(x) = (x^2 + \sqrt{2}x + 1)(x^2 - \sqrt{2}x + 1)$
80) $i - \sqrt{3}, -2i, i + \sqrt{3}, \frac{1}{6}(i - \sqrt{3}), -\frac{i}{3}, \frac{1}{6}(i + \sqrt{3})$

Quelques aides et indications

25) et 26) Développer les parenthèses, regrouper séparément les parties réelles et les parties imaginaires de façon à obtenir deux équations.
On résoudrait de la même façon l'équation vectorielle : $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \end{pmatrix} y = \begin{pmatrix} -6 \\ 19 \end{pmatrix}$

27) Ici, contrairement aux exercices 25 et 26, x et y sont des nombres complexes qui comportent donc une partie réelle et une partie imaginaire chacun; on ne peut donc pas séparer chaque équation en deux. Il faut résoudre le système de la même façon qu'un système linéaire habituel : par substitution ou par combinaison linéaire.

29) Décomposer l'inconnue en deux parties : $z = x + iy$ avec x et y nombres réels; ce qui permet ensuite de décomposer l'équation en deux parties. Ne pas oublier de *reconstituer* la variable z pour la réponse.

35) à 38) Factoriser le polynôme pour décomposer l'équation.
39) et 40) Poser $u = z^2$, puis $\Delta = \cdots$
41) Factoriser le polynôme pour décomposer l'équation.
46) et 48) à 55) Essayer de trouver l'argument sans calcul; juste par un dessin (mental).
Idem pour le module des **48) à 50)** et **53) à 55)**.
61) Attention : $\arg \neq 63.4349°$
72) à 74) Attention aux doubles racines dans les modules.
75) à 77) Attention à ne pas oublier $+180°$ dans le calcul de $\sqrt{\Delta}$.
80) Poser $u = z^3$ d'où $u_1 = 8i$ et $u_2 = \frac{1}{27}\,i$

Quelques corrigés

25) $\cdots \Rightarrow 3x + \underline{\underline{2ix}} + 4y - \underline{\underline{5iy}} = -6 + \underline{\underline{19i}} \Rightarrow \begin{cases} 3x + 4y = -6 \\ 2x - 5y = 19 \end{cases} \Rightarrow x = 2$ et $y = -3$
26) $x - 4y - 6i = 5 + 2ix \Rightarrow \begin{cases} x - 4y = 5 \\ -6 = 2x \end{cases} \Rightarrow x = -3$ et $y = -2$
27) Par combinaison linéaire (= on multiplie chaque équation par... et on additionne) :
$(-1)\cdot$(éq. 1) donne $-2ix - 3y = -4 - 2i$
et $i\cdot$(éq. 2) donne $2ix + 5i^2y = 3i - 7i^2 \Rightarrow 2ix - 5y = 3i + 7$
que l'on additionne $\Rightarrow -8y = 3 + i \Rightarrow y = \frac{-3-i}{8}$
$5i\cdot$(éq. 1) donne $-10x+15iy = 20i-10$ et $(-3)\cdot$(éq. 2) donne $-6x-15iy = -9+21i$
que l'on additionne $\Rightarrow -16x = -19 + 41i \Rightarrow x = \frac{19-41i}{16}$

28) Quelques notes :
a) aussi possible par déterminants;
b) si on cherche x par combinaison linéaire,
ne pas multiplier les nombres qui éliminent les y;
$\Rightarrow 8x + 3ix = 11 + 68i$
c) méthode la plus simple : y par combinaison linéaire, puis x par substitution.
• combinaison linéaire : étape intermédiaire :
$2i$ fois Eq 1 : $6ix - 12iy + 4y = -40i - 34$
(-3) fois Eq 2 : $-6ix - 12y + 9iy = -9 + 33i$
d'où : $-3iy - 8y = -43 - 7i$
• par substitution (pour x) : étape intermédiaire : $3x = -20 + 17i + (6 + 2i)(5 - i)$
$\Rightarrow 3x = 12 + 21i$
• déterminant du système : $8 + 3i$,
d'où les solutions avant simplification : $x = \frac{11+68i}{8+3i}$ et $y = \frac{43+7i}{8+3i}$.

29a) Poser $z = x + iy$, donc $\bar{z} = x - iy$ et l'équation devient :
$3(x + iy) + 8(x - iy) = 3 + 2i \Rightarrow 3x + 3iy + 8x - 8iy = 3 + 2i \overset{(*)}{\Rightarrow} \begin{cases} 3x + 8x = 3 \\ 3iy - 8iy = 2i \end{cases} \Rightarrow$
$\Rightarrow x = \frac{3}{11}$ et $y = -\frac{2}{5} \Rightarrow z = \frac{3}{11} - \frac{2}{5}i$
(*) : on sépare les parties réelles des parties imaginaires

29b) Poser $z = x+iy$, l'équation devient : $(x+iy)^2 = -2i \Rightarrow x^2+2ixy+(iy)^2 = -2i \Rightarrow$
$\Rightarrow x^2 + 2ixy - y^2 = -2i \Rightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 = 0 & \text{(parties réelles)} \\ 2ixy = -2i & \text{(parties imaginaires)} \end{cases}$

Equation 1 : $x^2 - y^2 = 0 \Rightarrow x^2 = y^2 \Rightarrow x = \pm y$

Premier cas $(x = y)$: la deuxième équation devient : $2iy^2 = -2i \Rightarrow y^2 = -1$, ce qui n'est pas possible, vu que y est supposé être un nombre réel

Deuxième cas $(x = -y)$: la deuxième équation devient : $-2iy^2 = -2i \Rightarrow y^2 = 1 \Rightarrow y = \pm 1$

Premier sous-cas : $y = 1 \Rightarrow x = -1$ et $z = -1 + i$

Deuxième sous-cas : $y = -1 \Rightarrow x = 1$ et $z = 1 - i$

30) $\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 13 = 16 - 52 = -36 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = \sqrt{-36} = 6i$ et ainsi $z_{1,2} = \frac{-(-4)\pm 6i}{2} = 2 \pm 3i$

31 à 34) Méthode analogue

35) $\cdots \Rightarrow (z^2)^2 - 4^2 = 0 \Rightarrow (z^2-4)(z^2+4) = 0 \Rightarrow \cdots$

36) $z^3 - 8 = 0 \Rightarrow z^3 - 2^3 = 0 \Rightarrow (z-2)(z^2+2z+4) = 0$

produit nul $\Rightarrow \begin{cases} \text{(I) } z - 2 = 0 \Rightarrow z = 2 \\ \text{(II) } z^2 + 2z + 4 = 0 \Rightarrow \cdots \text{ (par } \Delta = \cdots) \end{cases}$

37) Méthode analogue

38) $20z^3 - 8z^2 + 5z - 2 = 0 \Rightarrow 4z^2(5z-2) + 1(5z-2) = 0 \Rightarrow (4z^2+1)(5z-2) = 0 \Rightarrow \cdots$

39) Poser $u = z^2 \Rightarrow u^2 = z^4$ et l'équation devient $4u^2 + 25u + 36 = 0 \Rightarrow \Delta = \cdots = 49 \Rightarrow u_{1,2} = \frac{-25\pm\sqrt{49}}{2\cdot 4} = \cdots = \begin{cases} -4 \\ -\frac{9}{4} \end{cases}$ On revient à z : $\begin{cases} \text{(I) } z^2 = -4 \Rightarrow z = \pm 2i \\ \text{(II) } z^2 = -\frac{9}{4} \Rightarrow z = \pm\frac{3}{2}i \end{cases}$

40) Méthode analogue

41) $3z^3 + z^2 + 15z + 5 = 0 \Rightarrow z^2(3z+1) + 5(3z+1) = 0 \Rightarrow (z^2+5)(3z+1) = 0 \Rightarrow \cdots$

44) $-17i$ est sur un des axes donc sa *longueur* vaut 17.

45) Selon les différentes valeurs de n, i^n peut valoir i, -1, $-i$ ou 1; mais dans ces quatre cas le module vaut 1.

56) $\cdots = (\sqrt{2}\,\mathrm{cis}(-45°))^4 = 4\,\mathrm{cis}(-180°) = -4$

◇ Aussi possible par le développement du binôme, mais attention aux signes; pour cela, utiliser de préférence la formule avec des "+" et calculer le signe dans les puissances : $(1-i)^4 = 1^4 + 4\cdot 1^3 \cdot (-i) + 6 \cdot 1^2 \cdot (-i)^2 + 4 \cdot 1 \cdot (-i)^3 + (-i)^4 = \cdots = 1 + 4 \cdot 1 \cdot (-i) + 6 \cdot 1 \cdot (-1) + 4 \cdot 1 \cdot i + 1 = 1 - 4i - 6 + 4i + 1 = -4$

◇ Encore plus simple par le carré du carré :
$(1-i)^4 = ((1-i)^2)^2 = (1^2 - 2i + i^2)^2 = (1 - 2i - 1)^2 = (-2i)^2 = 4i^2 = -4$

57) $\cdots = (\sqrt{2}\,\mathrm{cis}(45°))^5 = 4\sqrt{2}\,\mathrm{cis}(225°) = -4 - 4i$

58) $\cdots = (\sqrt{13}\,\mathrm{cis}(-33.6901°))^3 = (\sqrt{13})^3\,\mathrm{cis}(-101.0702°) = -9 - 46i$

Aussi possible par le développement du binôme, mais attention aux signes; pour cela, utiliser de préférence la formule avec des "+" et calculer le signe dans les puissances : $(3-2i)^3 = 3^3 + 3\cdot 3^2 \cdot (-2i) + 3 \cdot 3 \cdot (-2i)^2 + (-2i)^3 = \cdots = 27 + 3 \cdot 9 \cdot (-2i) + 3 \cdot 3 \cdot (-4) + 8i = 27 - 54i - 36 + 8i = -9 - 46i$

59) $\cdots = (\sqrt{5}\operatorname{cis}(-63.4349°))^7 = (\sqrt{5})^7\operatorname{cis}(-444.0446°) = 29 - 278i$
60) $\cdots = (\sqrt{8}\operatorname{cis}(-45°))^{12} = (\sqrt{8})^{12}\operatorname{cis}(-540°) = -262144$
61) $\cdots = (\sqrt{5}\operatorname{cis}(-116.5651°))^5 = (\sqrt{5})^5\operatorname{cis}(-582.8253°) = -41 + 38i$ (Attention : $\arg \neq 63.4349°$)
62) $\cdots = (\sqrt{10}\operatorname{cis}(18.4349°))^5 = (\sqrt{10})^5\operatorname{cis}(92.1747°) = -12 + 316i$
63) $\cdots = (5\operatorname{cis}(-53.1301°))^6 = 5^6\operatorname{cis}(-318.7806°) = 11753 + 10296i$
64) $\cdots = (\sqrt{5}\operatorname{cis}(-26.5651°))^{11} = (\sqrt{5})^{11}\operatorname{cis}(-292.2156°) = 2642 + 6469i$
65) $\sqrt[4]{-119+120i} = \sqrt[4]{169\operatorname{cis}(134.7603°)} = \sqrt[4]{169}\operatorname{cis}(33.6901° + k\cdot 90°) = \pm(3+2i)$ et $\pm(2-3i)$ (Attention : $\arg \neq -45.2397°$)
66) $\sqrt[4]{-7-24i} = \sqrt[4]{25\operatorname{cis}(-106.2602°)} = \sqrt[4]{25}\operatorname{cis}(-26.5651° + k\cdot 90°) = \pm(1+2i)$ et $\pm(2-i)$ (Attention : $\arg \neq 73.7398°$)
67) $\sqrt{-4i} = \sqrt{4\operatorname{cis}(-90°)} = \sqrt{4}\operatorname{cis}(-45° + k\cdot 180°) = \sqrt{2} - \sqrt{2}i \simeq 1.4142 - 1.4142i$ et $-\sqrt{2} + \sqrt{2}i \simeq -1.4142 + 1.4142i$
68) $\sqrt{i} = \sqrt{1\operatorname{cis}(90°)} = \sqrt{1}\operatorname{cis}(45° + k\cdot 180°) = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i \simeq 0.7071 + 0.7071i$ et $-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i \simeq -0.7071 - 0.7071i$
69) $\sqrt[3]{-27} = \sqrt[3]{27\operatorname{cis}(180°)} = \sqrt[3]{27}\operatorname{cis}(60° + k\cdot 120°) = \frac{3}{2} \pm \frac{3\sqrt{3}}{2}i \simeq 1.5 \pm 2.5981i$ et -3
70) $\sqrt[3]{-27i} = \sqrt[3]{27\operatorname{cis}(-90°)} = \sqrt[3]{27}\operatorname{cis}(-30° + k\cdot 120°) = \pm\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2}i \simeq \pm 2.5981 - 1.5i$ et $3i$
71) $\sqrt[3]{8i} = \sqrt[3]{8\operatorname{cis}(90°)} = \sqrt[3]{8}\operatorname{cis}(30° + k\cdot 120°) = \pm\sqrt{3} + i \simeq \pm 1.7321 + i$ et $-2i$
72) $\sqrt[5]{2-3i} = \sqrt[5]{\sqrt{13}\operatorname{cis}(-56.3099°)} = \sqrt[5]{\sqrt{13}}\operatorname{cis}(-11.2620° + k\cdot 72°) = 1.2675 - 0.2524i$, $0.6317 + 1.1275i$, $-0.8771 + 0.9492i$, $-1.1738 - 0.5408i$ et $0.1516 - 1.2835i$
73) $\sqrt[4]{-1-i} = \sqrt[4]{\sqrt{2}\operatorname{cis}(-135°)} = \sqrt[4]{\sqrt{2}}\operatorname{cis}(-33.75° + k\cdot 90°) = 0.9067 - 0.6059i$, $0.6059 + 0.9067i$, $-0.9067 + 0.6059i$ et $-0.6059 - 0.9067i$ (Attention : $\arg \neq 45°$)
74) $\sqrt[7]{3+2i} = \sqrt[7]{\sqrt{13}\operatorname{cis}(33.6901°)} = \sqrt[7]{\sqrt{13}}\operatorname{cis}(4.8129° + k\cdot 51.4286°)$
$= 1.1968 + 0.1008i$, $0.6674 + 0.9986i$, $-0.3646 + 1.1444i$, $-1.1220 + 0.4285i$,
$-1.0346 - 0.6101i$, $-0.1681 - 1.1892i$ et $0.8250 - 0.8729i$
75) $\Delta = -99 + 20i$ (Attention : $\arg \neq -11.4212°$), $\sqrt{\Delta} = \pm(1+10i)$, $x_1 = -2 + 3i$, $x_2 = -3 - 7i$
76) $\Delta = -2288 + 384i$ (Attention : $\arg \neq -9.5273°$), $\sqrt{\Delta} = \pm(4+48i)$, $x_1 = -\frac{2}{3} + 19i$, $x_2 = -2 + 3i$
77) $\Delta = -448 + 1536i$ (Attention : $\arg \neq -73.7398°$), $\sqrt{\Delta} = \pm(24+32i)$,
$x_1 = \frac{26}{25} + \frac{7i}{25} = 1.04 + 0.28i$, $x_2 = -\frac{6}{25} - \frac{17i}{25} = -0.24 - 0.68i$
79) $\sqrt[4]{-1} = \sqrt[4]{1\operatorname{cis}(180°)} = 1\operatorname{cis}(45° + k\cdot 90°) = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$, $-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$, $-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$ et $\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$;
ainsi $P(z) = z^4 + 1 = (z - \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i)(z + \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i)(z + \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i)(z - \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i)$;
et en multipliant les termes contenant des nombres conjugués :
$P(x) = (x^2 + \sqrt{2}x + 1)(x^2 - \sqrt{2}x + 1)$.