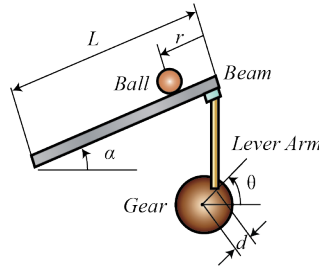


Controllo del sistema ball & beam

Si consideri il sistema in figura, in cui la massa sferica $m = 0.11$ kg è libera di rotolare lungo tutta la sbarra (*beam*) di lunghezza $L = 1$ m.



Come da figura un braccio è connesso ad una estremità della sbarra. All'altro capo, il braccio è connesso ad un ingranaggio motorizzato tale che, se l'ingranaggio ruota di un angolo θ , il braccio modifica l'inclinazione della sbarra di α . Per effetto della forza gravitazionale, questo fa sì che la massa sferica rotoli lungo la sbarra.

Supponendo di misurare la posizione della massa e che il sistema operi in condizioni ideali (la sfera non può scivolare e non c'è attrito tra la sfera ed il piano) l'equazione differenziale che ne descrive il moto è in prima approssimazione:

$$\left(\frac{J}{R^2} + m \right) \ddot{r} = -mg \frac{d}{L} \theta$$

con

- $J = 9.99 \cdot 10^{-6}$ [kg m²]: momento di inerzia della sfera
- $R = 0.015$ [m]: raggio della massa sferica
- $d = 0.03$ [m]: lunghezza del braccio di leva (*lever arm*)
- $L = 1$ [m]: lunghezza della sbarra

Attività da svolgere

PARTE 1: Scrivere il sistema in forma di stato, con ingresso l'angolo $\theta(t)$ e uscita la posizione della massa.

Realizzare in ambiente Matlab/Simulink un modello del sistema con i parametri dati. Effettuare un test sul sistema con variazione a scalino dell'angolo $\theta(t)$.

Calcolare la FDT del sistema con ingresso $\theta(t)$ e uscita $r(t)$. Tracciare la risposta del sistema ad un ingresso a scalino, verificando la coerenza della risposta ottenuta con quella risultante dal test fatto sul sistema in simulazione, commentando i risultati.

Stimare la banda del sistema in anello aperto e caratterizzare la risposta a scalino in termini di valore iniziale, valore finale, tempo di assestamento e entità delle oscillazioni.

- PARTE 2:**
1. Progettare un controllore che permetta di regolare la posizione della massa sferica ad un valore costante desiderato, soddisfacendo i seguenti requisiti:
 - (a) Sistema in anello chiuso asintoticamente stabile.
 - (b) Tempo di assestamento non superiore a 3 s.
 - (c) Sovraelongazione massima $S\% = 5\%$.
 - (d) Errore a transitorio esaurito nullo a fronte di un riferimento a scalino.
 2. In un setting non ideale, la movimentazione dell'ingranaggio può provocare delle vibrazioni. Tenuto conto di ciò, mostrare in simulazione il comportamento del sistema in presenza di disturbi sinusoidali additivi sull'ingresso $u(t)$, dimensionandone ampiezza e pulsazione in modo che il sistema in anello chiuso possa o non possa attenuarli, e discutere i risultati ottenuti.

Note

- Svolgere il progetto sia mostrando in modo preciso il procedimento teorico sia svolgendo le simulazioni necessarie a dimostrare che i requisiti sono soddisfatti in pratica. Per lo svolgimento teorico i calcoli possono essere effettuati con Matlab (non serve fare i conti a mano!) ma i risultati vanno discussi e motivati.
- Per ogni punto da verificare creare i grafici di ingresso e uscita del sistema unitamente alle altre variabili di interesse.
- Preparare un unico script Matlab che generi tutte le figure richieste dopo aver lanciato le simulazioni necessarie del modello sia in anello aperto sia in anello chiuso.
- Consegnare lo script, il report (WORD o LATEX, da salvare poi in pdf) con tutto lo svolgimento del progetto e i commenti alle simulazioni effettuate, e gli schemi Simulink in un unico archivio zip che abbia come nome il nome del gruppo.