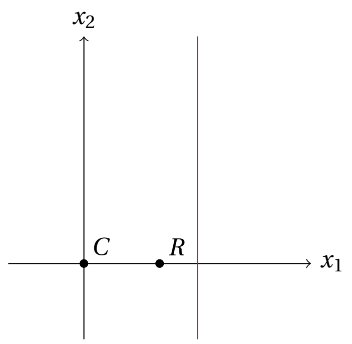
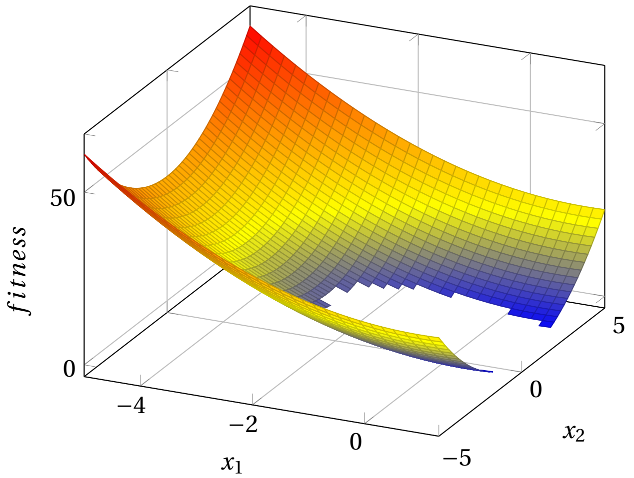
Minimizzo $f(x)$, con la condizione di $g_j(x) \leq 0 \forall j = 1 \ldots n$.

Supponiamo di voler identificare la posizione migliore di una discarica, e che il punto in cui i rifiuti vengono prodotti sia $R = (1,0)$, che in punto $C = (0,0)$ vi sia in una città e che si debba avere una distanza di almeno 2 dalla città. Inoltre, la nostra discarica deve trovarsi a sinistra di $\frac{3}{2}$, cioè $x_0 < \frac{3}{2}$, perché li vi è un confine.



La funzione di minimo che vado a definire risulta:

$$\min f(x) = \begin{cases} (x_1 - 1)^2 + x_2^2 \\ x_1^2 + x_2^2 = 4 \\ x_1 < \frac{3}{2} \end{cases}$$



0.1 Programmazione matematica

Definizione 0.1.1 *Ottimo locale* $\tilde{x}$ *ottimo locale* $\Leftrightarrow f(x) \geq f(\tilde{(x)}) \forall x \in \mathbb{U}_{\tilde{x},\epsilon}$

Dato $\tilde{x}$ come un **ottimo locale**, e $\xi(\alpha)$ un **arco ammissibile** con la caratteristica di:

$$\xi(0) = \tilde{x} \qquad \xi(alpha) \in X \forall \alpha \in [0, \hat{\alpha})$$

Allora vale che ξ risulta **non migliorante**:

$$f(\xi(\alpha)) \geq f(\tilde{x}) = f(\xi(0)) \forall \alpha \in [0, \hat{\alpha})$$

La formula sovra riportata può essere espressa più semplicemente tramite:

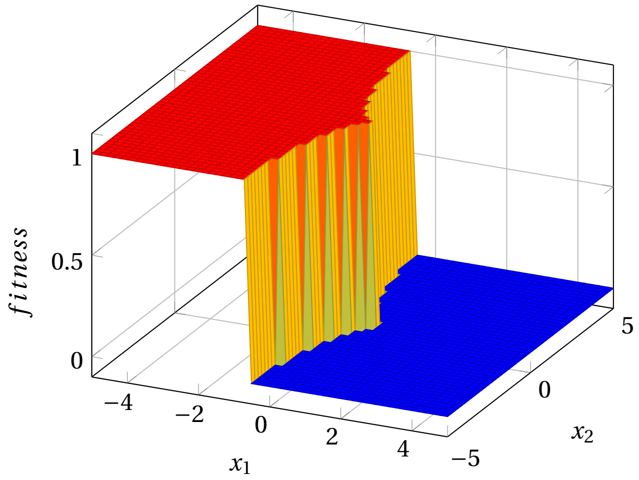
$$[\nabla f(\tilde{x})]^T P_\xi \geq \emptyset$$

Definizione 0.1.2 (Punti non regolari)

$$\tilde{x} \text{ regolare } \Leftrightarrow \nabla g_j(\tilde{x}) \text{per } g_j \text{ attivo, con le varie funzioni } g_j \text{ linearmente indipendenti}$$

Definizione 0.1.3 (Punti non regolari) *Sono dei punti per cui non vale*

$$[\nabla g_j \tilde{()}]^T P_\xi(\tilde{x}) \geq 0 \text{ per } g_j \text{ attivo} \Leftarrow \begin{cases} \xi \text{ arco ammissibile} \\ \tilde{x} \text{ ottimo locale} \end{cases} \Rightarrow [\nabla f(\tilde{x})]^T P_\xi \geq \emptyset$$



0.2 Lemma di Farkas

Non ho capito a che serve

$$C_j = \{p \in \mathbb{R}^2 : g_j^T p \leq 0 \forall j\}$$

Figure 1: Cono direzioni "opposte" ai vettori g_j

$$C_f = \{p \in \mathbb{R}^2 : f^T p \leq 0 \forall j\}$$

Figure 2: Cono direzioni "opposte" a f

Se $\exists \mu_j \geq 0 : f = \sum_j \mu_j g_j \Leftrightarrow (C_g \subseteq C_f) - f^T p \leq 0 \forall p : g_j^T p \leq 0 \forall j$

Posso riscrivere questa formula usando i gradienti:

Se $\exists \mu_j \geq 0 : \nabla f = \sum_j \mu_j \nabla g_j \Leftrightarrow (C_g \subseteq C_f) - \nabla f^T p \leq 0 \forall p : \nabla g_j^T p \leq 0 \forall j$

che cosa è la combinazione lineare? e convessa? e conica?

0.3 Altra roba che non capisco

Se $\tilde{(}x)$ è un **ottimo locale** e **regolare**, allora $\exists \mu_j \geq 0 : \nabla f(\tilde{x}) + \sum_{j:g_j \text{ attivo}} \mu_j \nabla g_j = \emptyset$

Questo viene posto a sistema con $\mu_j g_j(\tilde{x}) = \emptyset \forall j = 1 \ldots n$:

$$\begin{cases} \exists \mu_j \geq 0 : \nabla f(\tilde{x}) + \sum_{j:g_j \text{ attivo}} \mu_j \nabla g_j = \emptyset \\ \mu_j g_j(\tilde{x}) = \emptyset \forall j = 1 \ldots n \\ g_j(\tilde{x}) < 0 \Rightarrow \mu_j = 0 \\ g_j(x) \leq 0 \forall j = 1 \ldots m \end{cases}$$