RICERCA OPERATIVA

Prof. Marco Trubian
6 CFU

Luca Cappelletti

Lecture Notes
Year 2017/2018

Magistrale Informatica
Università di Milano
Italy
2 novembre 2017

Indice

Capitolo 1

Introduzione

1.1 Libri adottati

1. Lezioni di ricerca operativa (M. Fischetti)
2. 120 esercizi di ricerca operativa (M. Dell'Amico)

1.2 Risorse extra

È possibile ottenere le video lezione all'indirizzo `https://vc.di.unimi.it/?courseid=57`.

1.3 Di cosa si occupa la Ricerca Operativa

Vengono realizzati **modelli prescrittivi**, cioè modelli di problemi di ottimizzazione che ci suggeriscono cosa fare. La ricerca operativa affronta la risoluzione di processi decisionali complessi tramite modelli matematici ed algoritmi.

1.4 Programmazione matematica

Significa ottimizzare una funzione di più variabili, spesso soggette ad un insieme di vincoli $\min f(x_1,...,x_n)\text{s.t.}false \in \mathbb{X}$.

1.4.1 Risoluzione di un problema di programmazione matematica

1. Analisi del problema e scrittura di un modello matematico.
2. Definizione ed applicazione di un metodo di soluzione.

A seconda del tipo di modello si utilizzano tipi di programmazione distinti (in grassetto quelle prese in considerazione in questo corso):

1. **Programmazione lineare continua**
2. **Programmazione lineare intera**
3. **Programmazione booleana**
4. Programmazione non lineare
5. Programmazione stocastica

Capitolo 2

Modelli di programmazione lineare e programmazione lineare intera

In questo capitolo vedremo una serie di modelli che vengono risolto utilizzando la **programmazione lineare (PL)** e la **programmazione lineare intera**.

2.1 Problema di assegnamento

Dati n lavoratori, n attività e considerando maggiore o uguale di zero il tempo impiegato dal lavoratore i per svolgere l'attività j ($t_{ij} > 0$), assegnare a ciascun lavoratore una ed una sola attività in modo che tutte le attività vengano svolte.

Obbiettivo: minimizzare la somma dei tempi impiegati per svolgere le attività.

Variabili: utilizzo solo una variabile booleana per indicare se il lavoro i-esimo è svolto dal lavoratore j-esimo:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se il lavoro } i \text{ è svolto da } j \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

2.1.1 Modello

$$\min \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} t_{ij} x_{ij}$$

Figura 2.1: Funzione di cui calcolare il minimo, pari alla somma dei tempi per eseguire ogni azione

$$\sum_{i=1}^{n} x_i j = 1 \forall j = 1 \ldots n$$

Figura 2.2: Ogni attività viene svolta da un lavoratore.

$$\sum_{j=1}^{n} x_i j = 1 \forall j = 1 \ldots n$$

Figura 2.3: Ogni lavoratore svolge un'attività.

2.2 Problema del mix produttivo

Dato un sistema produttivo caratterizzato da:

1. m risorse produttive limitate.
2. b_j, con $i = 1...m$ quantità massima della risorsa i.
3. n diversi prodotti che ottengo dalle risorse.
4. a_{ij} assorbimento unitario di risorsa i per il prodotto j (quantità di risorsa i che utilizzo per produrre un'unità di j).
5. c_j profitto unitario per il prodotto j.

Sia data inoltre l'ipotesi aggiuntiva che tutta la produzione venga venduta e non sono costretto a produrre tutti i prodotti. Si chiede di determinare quali prodotti produrre e in quali quantità.

Obbiettivo: massimizzare il profitto complessivo.

Variabili: definisco una variabile intera che rappresenta il numero di unità di prodotte di un determinato prodotto.

$$X_j \geq 0$$

2.2.1 Modello

$$\max \sum_{i=1}^{n} x_j c_j$$

Figura 2.4: Funzione da massimizzare.

$$\sum_{j=1}^{n} x_j a_{ij} \leq b_i \forall i = 1...m$$

Figura 2.5: Numero di unità per ogni prodotto.

2.2.2 Esempio 1

	Modello light	Modello plus	Ore uomo
Profitto unitario	30	20	#
Assemblaggio	8	4	640
Finitura	4	6	540
Controllo qualità	1	1	100