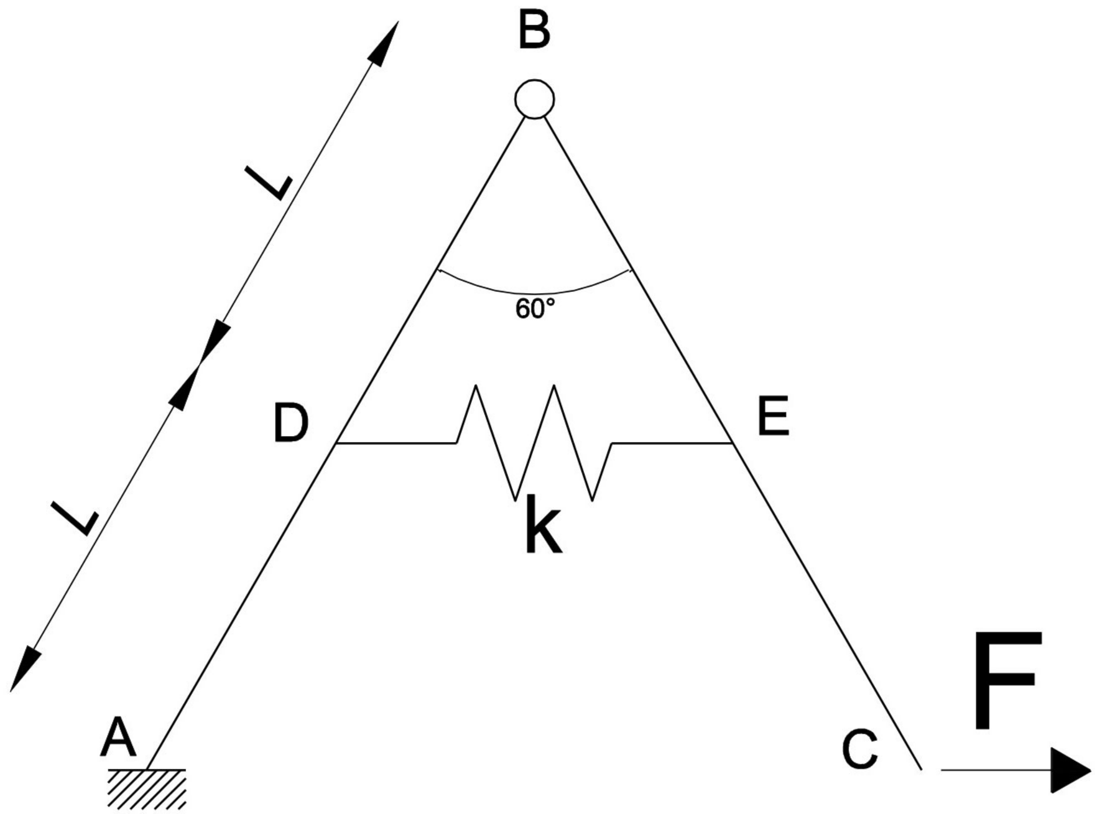
0.0.1 Secondo esercizio



Nel sistema rappresentato in figura una molla di rigidezza incognita collega i punti medi delle due aste AB e BC. Una forza F, nota, è applicata in direzione orizzontale nel punto C. Si chiede di:

1. Calcolare la rigidezza k della molla affinché il sistema in figura sia nella posizione di equilibrio (si consideri pari $\frac{L}{2}$ la lunghezza L_0 della molla indeformata);
2. Disegnare i diagrammi delle azioni interne nell'asta AB.

0.0.2 Soluzione secondo esercizio

Osservazioni

1. La struttura è formata da due aste, un vincolo a incastro, un vincolo a cerniera e la molla, che si comporta come una biella trasmettendo l'azione assiale.
2. La struttura è identificabile come un triangolo equilatero, per l'angolo a $\dfrac{\pi}{3}$ in B.

Analisi dei vincoli

Tramite il computo dei gradi di vincolo possiamo fare una verifica preliminare si isostaticità:

$$gdv: \begin{cases} gdv_{molla} = 1 \\ gdv_{incastro} = 3 \\ gdv_{cerniera} = 2(2-1) = 2 \end{cases}$$

(a) Gradi di vincolo del sistema.

$$gdl: \begin{cases} gdl_{aste} = 6 \end{cases}$$

(b) Gradi di libertà del sistema.

Figure 1: Verifica preliminare di isostaticità.

Per la verifica preliminare, la struttura risulta isostatica.

Primo punto

Analisi dei vincoli esterni L'unico vincolo a terra è l'incastro nel punto A:

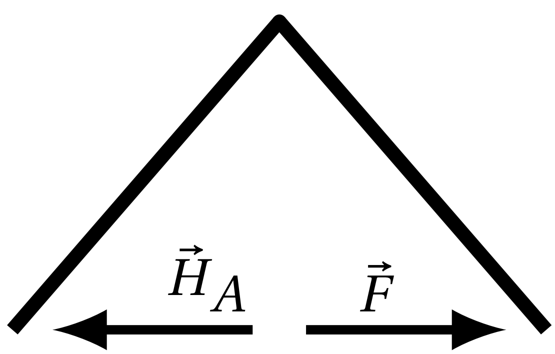


Figure 2: Reazioni vincolari dei vincoli esterni

$$\begin{cases} F - H_A = 0 \\ V_A = 0 \\ M_A = 0 \end{cases} \implies \begin{cases} H_A = F \\ V_A = 0 \\ M_A = 0 \end{cases}$$

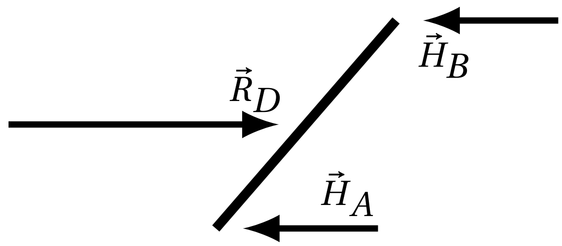


Figure 3: Reazioni vincolari nell'asta AB

Analisi delle reazioni vincolari nell'asta AB

$$\begin{cases} H_A + R_D + H_B = 0 \\ LR_{t_D} - 2LH_{t_B} = 0 \\ R_{t_D} = R_D * \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \\ H_{t_B} = H_B * \sin\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) \end{cases} \implies \begin{cases} F + R_D + H_B = 0 \\ LR_{t_D} - 2LH_{t_B} = 0 \\ R_{t_D} = -\frac{\sqrt{3}}{2} R_D \\ H_{t_B} = \frac{\sqrt{3}}{2} H_B \end{cases} \implies \begin{cases} F + R_D + H_B = 0 \\ R_{t_D} = 2H_{t_B} \\ R_D = -\frac{2}{\sqrt{3}} R_{t_D} = -2H_B \\ H_B = \frac{2}{\sqrt{3}} H_{t_B} = \frac{R_{t_D}}{\sqrt{3}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} F - 2H_B + H_B = 0 \\ R_{t_D} = 2H_{t_B} \\ R_D = -\frac{2}{\sqrt{3}} R_{t_D} = -2H_B \\ H_B = \frac{2}{\sqrt{3}} H_{t_B} = \frac{R_{t_D}}{\sqrt{3}} \end{cases} \implies \begin{cases} H_B = F \\ R_{t_D} = 2H_{t_B} \\ R_D = -2F \\ H_B = 2H_{t_B} = R_{t_D} \end{cases}$$

Sapendo che la formula della forza elastica è:

$$F_{el} = -k\Delta L$$

Figure 4: Formula forza elastica

E che la lunghezza corrente della molla è di L, possiamo calcolare il delta come $\Delta L = L - \frac{L}{2} = \frac{L}{2}$

$$-2F = -k\Delta L \tag{1}$$

$$2f = k\frac{L}{2} \tag{2}$$

$$k = \frac{4F}{L} \tag{3}$$

punto

Separo le componenti dei 3 vettori, in *sforzo normale* e *taglio*:

Sforzo normale

$$N = \frac{F}{2}$$

Nella parte inferiore la scomposizione dei vettori H_A e R_D danno luogo ad una trazione, per cui lo sforzo è positivo, mentre nella parte superiore si ha una contrazione, per cui lo sforzo è negativo.

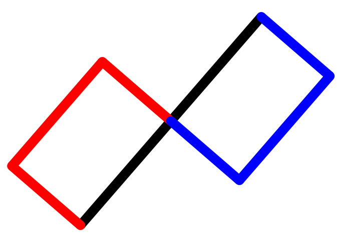


Figure 5: Grafico sforzo normale nell'asta AB

Taglio

$$T = \frac{\sqrt{3}F}{2}$$

Nella parte inferiore la scomposizione dei vettori H_A e R_D danno luogo ad una rotazione oraria, per cui il taglio è positivo, mentre nella parte superiore si ha una rotazione antioraria, per cui il taglio è negativo.

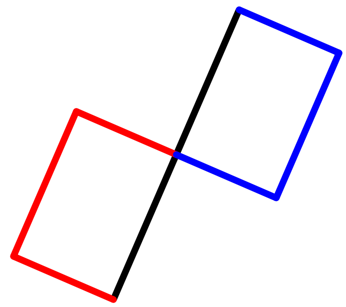


Figure 6: Grafico taglio nell'asta AB

Momento flettente

$$M_{max} = L\frac{\sqrt{3}F}{2}$$

Il momento aumenta linearmente fino a raggiungere il massimo nel punto D, in cui la forza R_D viene applicata, che impone un momento negativo e porta a decrescere linearmente il momento flettente sino a raggiungere 0 nell'estremo opposto.

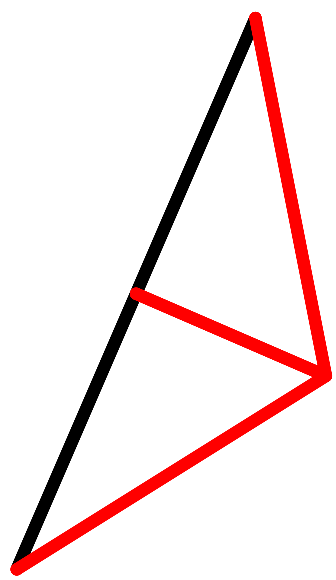


Figure 7: Grafico momento flettente nell'asta AB