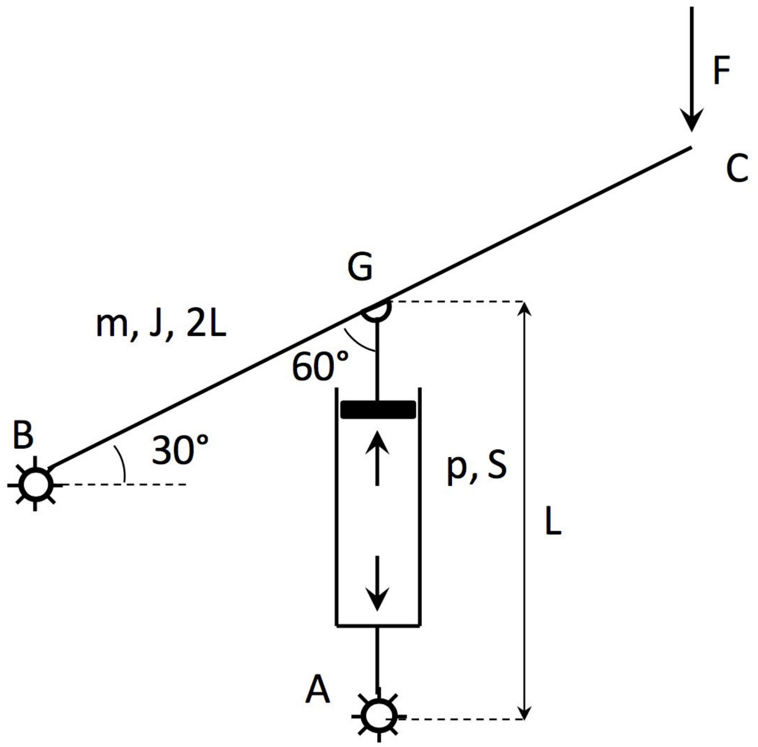
0.0.1 Primo esercizio



$L = 2\,m \quad S = 0.02\,m^2 \quad m = 200\,kg \quad J = 50\,kg m^2 \quad v = 0.2\,m/s \quad F = 5000\,N$

Il sistema rappresentato in figura è posto nel piano verticale. L'asta BC è vincolata a terra con una cerniera in B e ha massa m, momento d'inerzia baricentrico J e lunghezza $2L$. A tale asta, nel baricentro G (posto a metà dell'asta), è collegato un attuatore idraulico (di massa trascurabile), il cui estremo inferiore è incernierato a terra in A. Si consideri pari a S l'area del pistone e pari a p la pressione dell'olio nell'attuatore (si ricorda che le due forze uguali ed opposte esercitate dall'olio sul cilindro e sul pistone hanno modulo pari a $p * S$). Nella posizione considerata, la lunghezza complessiva dell'attuatore è pari ad L. Sull'asta BC, nel punto C, agisce una forza F, diretta come in figura.

Nota la geometria del sistema e assegnate la forza F e la velocità v di sfilo dell'attuatore (costante), si chiede di calcolare:

1. La velocità e l'accelerazione del punto C.
2. La pressione dell'olio all'interno dell'attuatore, necessaria per garantire la condizione di moto assegnata.

0.0.2 Soluzione primo esercizio

Primo punto

La velocità ed accelerazione del punto C possono essere definite tramite i legami cinematici con l'accelerazione e velocità angolare di B.

Equazione di chiusura Utilizzo come equazione di chiusura (B-G) + (G-A) = (B-A)

Definisco $b = BG$, $a = GA$ e $c = BA$, mentre $\beta = \frac{\pi}{6}$ come l'angolo che descrive l'orientamente del segmento BG, $\alpha = \frac{3\pi}{2}$ quello del segmento GA e γ quello del segmento BA.

Spostamento

$$be^{i\beta} + ae^{i\alpha} = ce^{i\gamma}$$

Scompongo in componenti cartesiane:

$$\begin{cases} b\sin\beta + a\sin\alpha = c\sin\gamma \\ b\cos\beta + a\cos\alpha = c\cos\gamma \end{cases} \implies \begin{cases} \gamma = \arctan\left(\dfrac{b\sin\beta + a\sin\alpha}{b\cos\beta + a\cos\alpha}\right) = -\dfrac{\pi}{3} rad \\ c = \dfrac{b\cos\beta + a\cos\alpha}{\cos\gamma} = 3.46\, m \end{cases}$$

Velocità Derivo ed ottengo le velocità, tenendo a mente che β, α e a sono variabili nel tempo.

$$b\dot{\beta}e^{i\left(\frac{\pi}{2}+\beta\right)} + \dot{a}e^{i\alpha} + a\dot{\alpha}e^{i\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)} = 0$$

Scompongo in componenti cartesiane:

$$\begin{cases} b\dot{\beta}\cos\beta + \dot{a}\sin\alpha + a\dot{\alpha}\cos\alpha = 0 \\ -b\dot{\beta}\sin\beta + \dot{a}\cos\alpha - a\dot{\alpha}\sin\alpha = 0 \end{cases}$$

Siccome $\cos\alpha = 0$ in questo caso, e $v = -\dot{a} = 0.2\, m/s$ posso semplificare il sistema:

$$\begin{cases} b\dot{\beta}\cos\beta + \dot{a}\sin\alpha = 0 \\ -b\dot{\beta}\sin\beta - a\dot{\alpha}\sin\alpha = 0 \end{cases} \implies \begin{cases} \dot{\beta} = \dfrac{\dot{a}\sin\alpha}{b\cos\beta} = 0.11\, rad/s \\ \dot{\alpha} = -\dfrac{b\dot{\beta}\sin\beta}{a\sin\alpha} = 0.06\, rad/s \end{cases}$$

Accelerazione Derivo nuovamente ed ottengo l'accelerazione, tenendo presente che β, $\dot{\beta}$, α, $\dot{\alpha}$ e a sono variabili nel tempo.

$$b\ddot{\beta}e^{i\left(\frac{\pi}{2}+\beta\right)} - b\dot{\beta}^2 e^{i\beta} + a\ddot{\alpha}e^{i\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)} - a\dot{\alpha}^2 e^{i\alpha} = 0$$

Scompongo in componenti cartesiane:

$$\{$$