COMPLEMENTI DI RICERCA OPERATIVA

Prof. Marco Trubian
6 CFU

Luca Cappelletti

Lecture Notes
Year 2017/2018

Magistrale Informatica
Università di Milano
Italy
19 aprile 2018

Indice

1 Programmazione non lineare **2**

2 Programmazione lineare intera **3**

1
Programmazione non lineare

Definizione 1.0.1 (Insieme convesso). Un insieme $X \subset \mathbb{R}^n$ è convesso se comunque presi due punti $\underline{\boldsymbol{x}}, \underline{\boldsymbol{y}} \in X$, allora $\lambda \underline{\boldsymbol{x}} + (1-\lambda)\underline{\boldsymbol{y}} \in X$, per ogni $\lambda \in [0,1]$.

La proprietà di convessità è invariante rispetto alle operazioni di moltiplicazione con uno scalare, unione e intersezione con un altro insieme convesso.

Definizione 1.0.2 (Funzione convessa). Una funzione $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ è convessa se il suo dominio è un insieme convesso $X \subseteq \mathbb{R}^n$ e comunque presi due punti $\underline{\boldsymbol{x}}, \underline{\boldsymbol{y}} \in X$ vale la relazione:

$$f(\lambda \underline{\boldsymbol{x}} + (1-\lambda)\underline{\boldsymbol{y}}) \leqslant \lambda f(\underline{\boldsymbol{x}}) + (1-\lambda) f(\underline{\boldsymbol{y}}) \qquad \forall \lambda \in [0,1]$$

La proprietà di convessità è invariante rispetto a moltiplicazione con uno scalare e somma tra funzioni convesse.

Vale inoltre che la funzione max di una o più funzioni convesse e che il luogo dei punti $\underline{\boldsymbol{x}}$ per i quali vale che $f(\underline{\boldsymbol{x}}) \leqslant \alpha$ è convesso.

Definizione 1.0.3 (Problema convesso). Un problema di ottimizzazione con funzione obiettivo e regione ammissibile entrambe convesse viene detto problema convesso.

Definizione 1.0.4 (Minimo globale). Un punto $\underline{\boldsymbol{x}}^* \in X$ è un punto di minimo globale di $f(\underline{\boldsymbol{x}})$ se:

$$f(\underline{\boldsymbol{x}}^*) \leqslant f(\underline{\boldsymbol{x}}) \quad \forall \underline{\boldsymbol{x}} \in X$$

Definizione 1.0.5 (Minimo locale). Un punto $\underline{\boldsymbol{x}}^* \in X$ è un punto di minimo locale di $f(\underline{\boldsymbol{x}})$ se esiste un intorno aperto $I(\underline{\boldsymbol{x}}^*, \epsilon)$ di $\underline{\boldsymbol{x}}^*$ avente raggio $\epsilon > 0$ tale che:

$$f(\underline{\boldsymbol{x}}^*) \leqslant f(\underline{\boldsymbol{x}}) \quad \forall \underline{\boldsymbol{x}} \in X \cap I(\underline{\boldsymbol{x}}^*, \epsilon)$$

2
Programmazione lineare intera