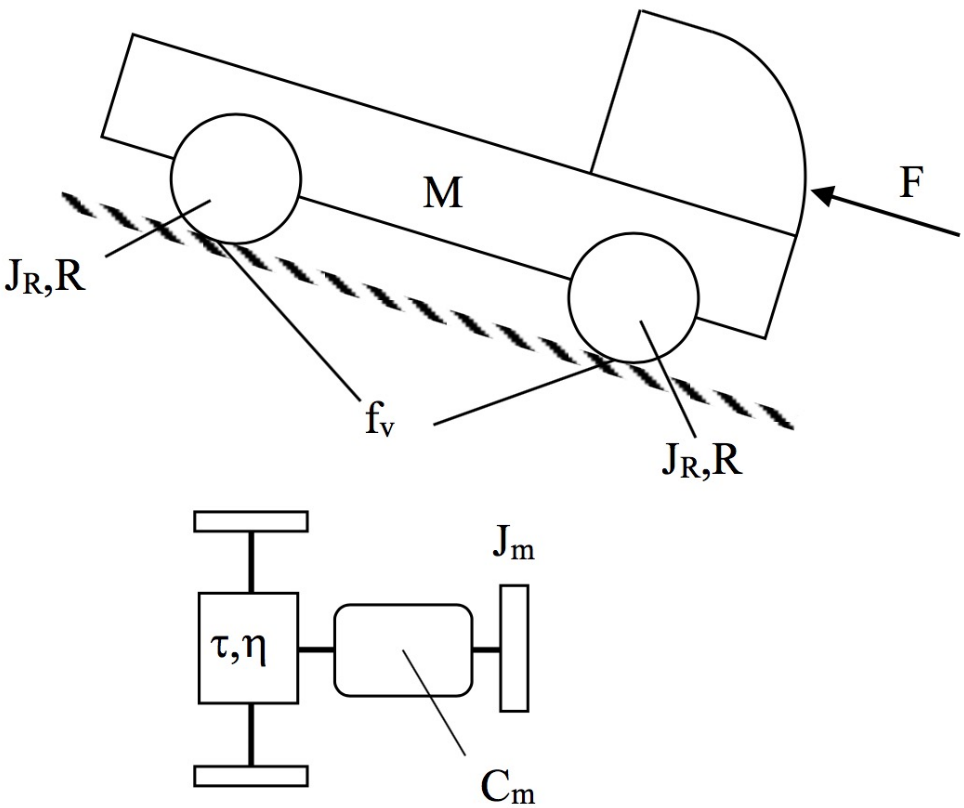
### 0.0.1 Terzo esercizio




$$M = 1800\,kg \quad \mu_d = 0.9 \quad J_R = 3\,kgm^2 \quad \mu_r = 0.8 \quad J_m = 0.8\,kgm^2$$

$$f_v = 0.05 \quad R = 0.4\,m \quad F = 250\,N \quad \tau = \frac{1}{4} \quad \alpha = 5\,\mathrm{deg}$$

Il veicolo rappresentato in figura è posto nel piano verticale ed avanza in discesa lungo un piano inclinato di $\alpha$ rispetto al piano orizzontale. Il veicolo è movimentato tramite un motore longitudinale avente momento d'inerzia $J_m$ e in grado di generare una coppia motrice $C_m$.

Al motore è collegata una trasmissione, di cui sono noti il rapporto di trasmissione $\tau$, il rendimento in moto diretto $\mu_d$ e il rendimento in moto retrogrado $\mu_r$.

Si consideri pari a M la massa totale del veicolo (comprensiva anche della massa delle ruote), pari a R il raggio delle ruote, pari a $J_R$ il momento d'inerzia di ciascuna coppia di ruote (anteriori e posteriori) e pari a $f_v$ il coefficiente di attrito volvente delle ruote stesse.

Sul veicolo agisce una forza aerodinamica $F$, di cui è noto il valore per la velocità di avanzamento assegnata.

Si chiede di calcolare:

1. La coppia motrice $C_m$ considerando il veicolo a regime.
2. La coppia motrice necessaria affinché il veicolo abbia un'accelerazione pari a $0.5\,m/s^2$.

### 0.0.2 Soluzione terzo esercizio

#### Primo punto

#### Calcolo della potenza motrice

$$W_m = Cm * \omega_m$$

**Calcolo della potenza resistente** Calcolo per prima cosa la potenza resistente per poter identificare il tipo di moto.

Prendo quindi in considerazioni l'effetto di *forze peso*, *attriti* e *forze applicate*.

$$W_{resistente} = M\vec{g} \bullet \vec{v} + \vec{F} \bullet \vec{v} + \vec{F_v} \bullet \vec{v}$$

La velocità del veicolo è inclinata a $-\alpha$ gradi. Risolvo il **prodotto scalare** ed ottengo:

1. La forza peso è inclinata verso il basso e forma un angolo di $\frac{\pi}{2} - \alpha$ con il vettore velocità.
2. La forza $F$ e la forza $F_v$ sono orientate in senso opposto rispetto alla velocità, per cui formano un angolo di $\pi$.

$$W_{resistente} = Mgv \cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) + Fv \cos \pi + F_v v \cos \pi$$
$$W_{resistente} = Mgv \sin(\alpha) - Fv - F_v v$$

Calcolo la forza d'attrito volvente $F_v$:

$$F_v = f_v(N_{ant_{dx}} + N_{ant_{sx}} + N_{pos_{dx}} + N_{pos_{sx}})$$

La sommatoria delle forze normali è pari alla componente normale della forza peso del veicolo.

$$F_{g_y} = N_{ant_{dx}} + N_{ant_{sx}} + N_{pos_{dx}} + N_{pos_{sx}}$$

La componente normale della forza peso risulta pari a:

$$F_{g_y} = F_g \sin(\frac{\pi}{2} + \alpha) = F_g \cos\alpha$$

$$F_v = f_v F_{g_y} = f_v F_g \cos\alpha = f_v M g \cos\alpha$$

$$W_{resistente} = Mgv\sin(\alpha) - Fv - v f_v M g \cos\alpha$$

Definisco la velocità $v$ con cui il veicolo si muove sfruttando il legame cinematico con la velocità angolare $\omega_r$ della ruota, che a sua volta è legata con un parametro $\tau$ alla velocità angolare motrice $\omega_m$.

$$v = R\omega_r = R\tau\omega_m$$

Raccolgo la velocità e sostituisco:

$$W_{resistente} = R\tau\omega_m(Mg\sin(\alpha) - F - f_v M g \cos\alpha)$$

Semplifico e raccolgo il coefficiente della forza peso:

$$W_{resistente} = R\tau\omega_m(Mg(\sin\alpha - f_v\cos\alpha) - F)$$

Calcolo il valore del coefficiente:

$$Mg(\sin\alpha - f_v\cos\alpha) - F \approx 409N > 0$$

Il coefficiente ha segno positivo, e siccome son in condizioni di regime è dimostrazione sufficiente per dire che il moto risulta **retrogrado**.

**Calcolo della potenza perduta** Poichè siamo in condizioni di **moto retrogrado**, usiamo la formula potenza resistente e $\mu_r$ per calcolare la potenza perduta. Ricordando che siamo in condizioni di regime, la variazione di energia cinetica sarà pari a 0.

$$W_p = -(1-\mu_r)(W_r - \frac{dEc}{dt})$$
$$W_p = -(1-\mu_r)W_r$$

**Bilancio delle potenze** Per calcolare la coppia motrice $C_m$ vado ad usare la formula del **bilancio delle potenze** ricordando che siamo in condizioni di regime.

$$W_m + W_r + W_p = \frac{dEc}{dt}$$
$$W_m + W_r + W_p = 0$$

$$C_m\omega_m + W_r - (1-\mu_r)W_r = 0 \quad (1)$$

$$C_m\omega_m + \mu_r W_r = 0 \quad (2)$$

$$C_m\omega_m + \mu_r R\tau\omega_m(Mg(\sin\alpha - f_v\cos\alpha) - F) = 0 \quad (3)$$

$$C_m + \mu_r R\tau(Mg(\sin\alpha - f_v\cos\alpha) - F) = 0 \quad (4)$$

$$C_m = -\mu_r R\tau(Mg(\sin\alpha - f_v\cos\alpha) - F) \quad (5)$$

$$C_m = -32.75\,Nm \quad (6)$$

**Secondo punto**

Si tratta di calcolare una $C_m$ tale per cui la $a = \dot{\omega}_m\tau R = 0.5\,m/s^2$

**Calcolo energia cinetica totale** considero le masse in moto e i momenti di inerzia di masse in rotazione.

$$E_c = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}J_m\omega_m^2 + J_R(\tau\omega_m)^2$$

Sostituisco il legame cinematico della velocità, $v = R\tau\omega_m$:

$$E_c = \frac{1}{2}M(R\tau\omega_m)^2 + \frac{1}{2}J_m\omega_m^2 + J_R(\tau\omega_m)^2$$

Semplifico l'espressione:

$$E_c = \omega_m^2(\frac{1}{2}MR^2\tau^2 + \frac{1}{2}J_m + J_R\tau^2)$$

Derivo:

$$\frac{E_c}{dt} = \omega_m\dot{\omega}(MR^2\tau^2 + J_m + 2J_R\tau^2)$$

**Tipo del moto** Verifico il tipo del moto tramite la disequazione:

$$W_r - \frac{dE_{c_r}}{dt} > 0$$

Se essa vale, allora il moto risulta retrogrado, altrimenti diretto.

$$R\tau\omega_m(Mg(\sin\alpha - f_v\cos\alpha) - F) - \omega_m\dot{\omega}_m(MR^2\tau^2 + 2J_R\tau^2) > 0$$

Semplifico velocità angolare:

$$R\tau(Mg(\sin\alpha - f_v\cos\alpha) - F) - \dot{\omega}_m(MR^2\tau^2 + 2J_R\tau^2) > 0$$

Sfruttando il legame cinematico dell'accelerazione angolare, sostituisco con l'accelerazione fornita, $a = \dot{\omega}_m\tau R \longleftrightarrow \dot{\omega} = \frac{a}{\tau R}$:

$$R\tau(Mg(\sin\alpha - f_v\cos\alpha) - F) - \frac{a}{\tau R}(MR^2\tau^2 + 2J_R\tau^2) > 0$$

Semplifico nuovamente i termini in comune:

$$R(Mg(\sin\alpha - f_v\cos\alpha) - F) - \frac{a}{R}(MR^2 + 2J_R) > 0$$

Sostituisco numericamente ed ottengo:

$$-203.7 > 0$$

La disequazione risulta falsa, e quindi il moto è **diretto**.

**Calcolo potenza perduta in moto diretto**

$$W_p = -(1-\mu_d)(W_m - \frac{dE_{c_m}}{dt}) = -(1-\mu_d)(W_m - Jm\omega_m\dot{\omega}_m)$$

**Applico il bilancio delle potenze**

$$W_m + W_r + W_p = \omega_m\dot{\omega}(MR^2\tau^2 + J_m + 2J_R\tau^2)$$

$$W_m + W_r - (1-\mu_d)(W_m - J_m\omega_m\dot{\omega}_m) = \omega_m\dot{\omega}(MR^2\tau^2 + J_m + 2J_R\tau^2)$$

$$W_r + \mu_d(W_m - J_m\omega_m\dot{\omega}_m) = \omega_m\dot{\omega}(MR^2\tau^2 + J_m + 2J_R\tau^2)$$

$$R\tau\omega_m(Mg(\sin\alpha - f_v\cos\alpha) - F) + \mu_d(C_m\omega_m - J_m\omega_m\dot{\omega}_m) = \omega_m\dot{\omega}(MR^2\tau^2 + J_m + 2J_R\tau^2)$$

Semplifico per $\omega_m$:

$$R\tau(Mg(\sin\alpha - f_v\cos\alpha) - F) + \mu_d(C_m - J_m\dot{\omega}_m) = \dot{\omega}(MR^2\tau^2 + J_m + 2J_R\tau^2)$$

Risolvo per $C_m$:

$$R\tau(Mg(\sin\alpha - f_v\cos\alpha) - F) + \mu_d C_m - \mu_d J_m\dot{\omega}_m = \dot{\omega}(MR^2\tau^2 + J_m + 2J_R\tau^2)$$

$$C_m = \frac{\dot{\omega}(MR^2\tau^2 + J_m + 2J_R\tau^2) + \mu_d J_m\dot{\omega}_m - R\tau(Mg(\sin\alpha - f_v\cos\alpha) - F)}{\mu_d}$$

Semplifico quanto possibile l'espressione:

$$C_m = \frac{\dot{\omega}(\tau^2(MR^2 + J_m + 2J_R) + \mu_d J_m) - R\tau(Mg(\sin\alpha - f_v\cos\alpha) - F)}{\mu_d}$$

Sostituisco $\dot{\omega}_m = \dfrac{a}{\tau R}$:

$$C_m = \frac{\dfrac{a}{\tau R}(\tau^2(MR^2 + J_m + 2J_R) + \mu_d J_m) - R\tau(Mg(\sin\alpha - f_v \cos\alpha) - F)}{\mu_d}$$

Infine sostituisco numericamente:

$$C_m = 60.86 Nm$$

**IL RISULTATO VARIA LEGGERMENTE DA QUELLO RIPORTATO SULLA SOLUZIONE DEL TEMA D'ESAME ($C_m = 60.6\,Nm$). DOPO AMPIA RICERCA DI ERRORI NON SONO STATO IN GRADO DI TROVARNE, SE NE IDENTIFICASTE VI PREGO DI NOTIFICARMI PER AGGIORNARE PRONTAMENTE LA DISPENSA.**