

Modellizzazione della resistenza di diodi a giunzione PN per alte correnti di lavoro

L. Ciucci(*)

S. Bruzzesi(*)

B. Tomelleri(*)

2020/11/01

Riassunto: — Tramite la piattaforma di sviluppo Arduino[1] studiamo campionamenti digitali, di segnali ai capi di diodi in silicio PN. Discutiamo la struttura di base e i comportamenti attesi del sistema e ne illustriamo il funzionamento con qualche esempio pratico.

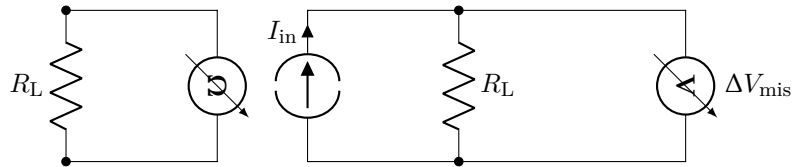
PACS 01.40.-d – Education.

PACS 01.50.Pa – Laboratory experiments and apparatus.

1 RESISTENZA DEL DIODO

Consideriamo il nostro multimetro digitale come un ottimo voltmetro¹: dunque supponiamo che, per far leva su questo, misuri indirettamente la resistenza di un componente imprimendo su di esso una corrente I_{in} generata (dunque nota) dallo strumento stesso, quindi misurando la caduta di tensione che si determina ai capi del carico resistivo considerato R_L . Per materiali ohmici la misura di resistenza si ottiene appunto invertendo la legge di Ohm:

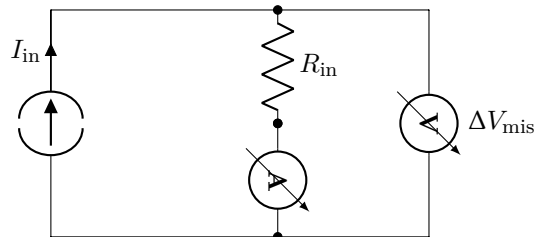
$$I_{in} = \frac{\Delta V_{mis}}{R_L} \implies R_L = \frac{\Delta V_{mis}}{I_{in}} \quad (1)$$



Si nota subito dalla (1) come, per misurare cadute di tensione perlomeno dello stesso ordine di grandezza, al crescere della resistenza si debbano far scorrere correnti sempre meno intense su R_L , in quanto:

$$\Delta V_{const.} = R \nearrow I \searrow \quad (2)$$

A conferma di questo si possono misurare con un amperometro le correnti di prova iniettate dall'ohmmetro, che quindi misurerà a sua volta la resistenza interna R_{in} del primo multimetro in serie alla corrente, come illustrato nel seguente schema e riportato nella tabella 1:



*Dipartimento di Fisica E. Fermi, Università di Pisa - Pisa, Italy

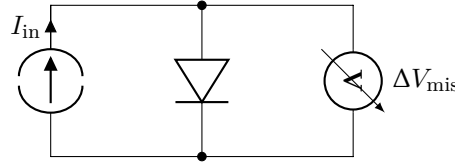
¹ Nel senso di dotato di resistenza in ingresso molto alta $R_{in} = 10 \text{ M}\Omega$ nominali

Se la scala di riferimento di d.d.p. del multimetro è (sperabilmente) quella che garantisce la massima risoluzione sulla misura, dunque la più bassa: 200mV, allora la misura di una resistenza a fondo scala 200M Ω richiederebbe correnti dell'ordine di 1nA, due ordini di grandezza inferiori alla sensibilità dello strumento, $I_{\min} = 0.1\mu\text{A}$. Nell'ultima scala allora il multimetro, che sta misurando -contemporaneamente- intensità di corrente e tensione, aumenta la propria scala di riferimento² a 20 V e inietta una corrente maggiore nel componente, così da aumentare la propria portata, al costo di una ridotta precisione e prontezza di risposta. Poiché a trovarsi tra i puntali dell'ohmmetro

f.s. [Ω]	R [Ω]	f.s. [μA]	I [μA]
200 Ω	$99.9 \pm 0.8 \Omega$	2mA	$0.355 \pm 0.002 \text{ mA}$
2 k Ω	$0.999 \pm 0.008 \text{ k}\Omega$	200 μA	$184 \pm 1.4 \mu\text{A}$
20 k Ω	$1.000 \pm 0.013 \text{ k}\Omega$	200 μA	$46.6 \pm 0.25 \mu\text{A}$
200 k Ω	$10.00 \pm 0.13 \text{ k}\Omega$	20 μA	$5.03 \pm 0.11 \mu\text{A}$
2 M Ω	$0.010 \pm 0.001 \text{ M}\Omega$	20 μA	$0.55 \pm 0.05 \mu\text{A}$
20 M Ω	$0.01 \pm 0.02 \text{ M}\Omega$	20 μA	$0.05 \pm 0.05 \mu\text{A}$
200 M Ω	$1.1 \pm 0.2 \text{ M}\Omega$	20 μA	$2.93 \pm 0.08 \mu\text{A}$

Tabella 1: Misure dell'intensità di corrente al variare del fondo scala dell'ohmmetro

ora non è più un componente facilmente modellabile come carico resistivo, ma un diodo in silicio a giunzione bipolare PN, questo metodo di misura, che presuppone una risposta (sotto forma di differenza di potenziale) di tipo lineare al passaggio di corrente, fornisce risultati di interpretazione non immediata in termini di grandezze fisiche.



Tralasciamo volutamente il caso "semplice" in cui il diodo invertito non lascia passar corrente (almeno entro il regime operativo, in cui ai capi del diodo si trovi una differenza $< 100 \text{ [V]} = V_{BR}$) per cui effettivamente la resistenza misurata del multimetro arriva sempre a fondo scala, come ci si aspetterebbe per un circuito/interruttore aperto.

Quando si esegue la stessa misura con il diodo orientato nel verso della corrente, si osserva come, effettivamente la resistenza che il diodo oppone al passaggio della corrente dipende dalle condizioni di lavoro in cui questo viene a trovarsi. In particolare, al diminuire del fondo scala della resistenza, dunque all'aumentare dell'intensità di corrente impressa, man mano che il diodo si avvicina al regime di conduzione diminuisce la propria resistenza, come si vede geometricamente nella curva caratteristica 2 dalla diminuzione della cotangente del triangolo con cateti I e ΔV e dalle misure riportate nella tabella 2.

Per quanto visto prima, non sorprende che la misura alla scala 200M Ω costituisca un'eccezione alla regola delle prime 4 letture: la maggiore corrente impressa dà origine a questa nuova diminuzione della caduta di potenziale/resistenza misurata ai capi del diodo. Il fatto che la misura di resistenza del diodo e quella del resistore interno al tester da 10k Ω diano lo stesso risultato di $1.1 \pm 0.2 \text{ M}\Omega$ è indice del fatto che entrambe non sono apprezzabili nella scala da 200M Ω . Ingenuamente direi allora che come misure non abbiano particolare significato e non saprei trarvi altre conclusioni, in quanto non mi risulta chiaro neanche quale sia l'incertezza ad esse associata. =(

² La minima d.d.p. per cui, alla scala di 200M Ω , passano correnti apprezzabili dal tester digitale: $\frac{20 \text{ V}}{200 \text{ M}\Omega} = 0.1\mu\text{A} = I_{\min}$

f.s. [Ω]	R [Ω]
200 k Ω	136.6 ± 1.1 k Ω
2 M Ω	0.668 ± 0.007 M Ω
20 M Ω	2.93 ± 0.03 M Ω
200 M Ω	1.1 ± 0.2 M Ω

Tabella 2: Valori della resistenza del diodo misurati al variare del fondo scala del multimetro

2 CURVA CARATTERISTICA DEL DIODO

Da un *fit* con la legge di Shockley:

```
def sck(V, I0, VT):
    return I0*(np.exp(V/(VT)) -1)
```

Lasciando liberi entrambi i parametri I_0 e V_T si ottengono i valori:

$$\begin{aligned} I_0 &= 4.1 \pm 0.5 \text{ nA} \\ V_T &= 47.7 \pm 0.5 \text{ mV} \\ \text{norm_cov}_{(I_0, V_T)} &= 0.99 \\ \chi^2 &= 332/255 \\ \text{abs_sigma} &= \text{False} \end{aligned}$$

Ed il grafico 1

Da un secondo *fit*, con un lo stesso modello, Lasciando liberi i parametri I_0 e V_T , propagando gli errori sulla variabile indipendente, rimuovendo i punti che assumono andamento "a scalino" e gli altri outlier a più di 3 barre d'errore, si ottengono i valori:

$$\begin{aligned} I_0 &= 3.9 \pm 0.4 \text{ nA} \\ V_T &= 47.6 \pm 0.4 \text{ mV} \\ \text{norm_cov}_{(I_0, V_T)} &= 0.99 \\ \chi^2 &= 216/243 \\ \text{abs_sigma} &= \text{False} \end{aligned}$$

Ed il grafico 2:

In entrambi casi impostando `abs_sigma = False` in quanto l'errore non statistico è predominante sulle misure.

2.1 Nota sul metodo di fit

Per determinare i parametri ottimali e le rispettive varianze si è implementato un metodo di fit basato sui minimi quadrati mediante la funzione `curve_fit` di Python.

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- [1] I. D. I. Ivrea *et al.* Arduino: Open-source electronic prototyping platform. Ivrea, Italy. [Online]. Available: <https://www.arduino.cc/>

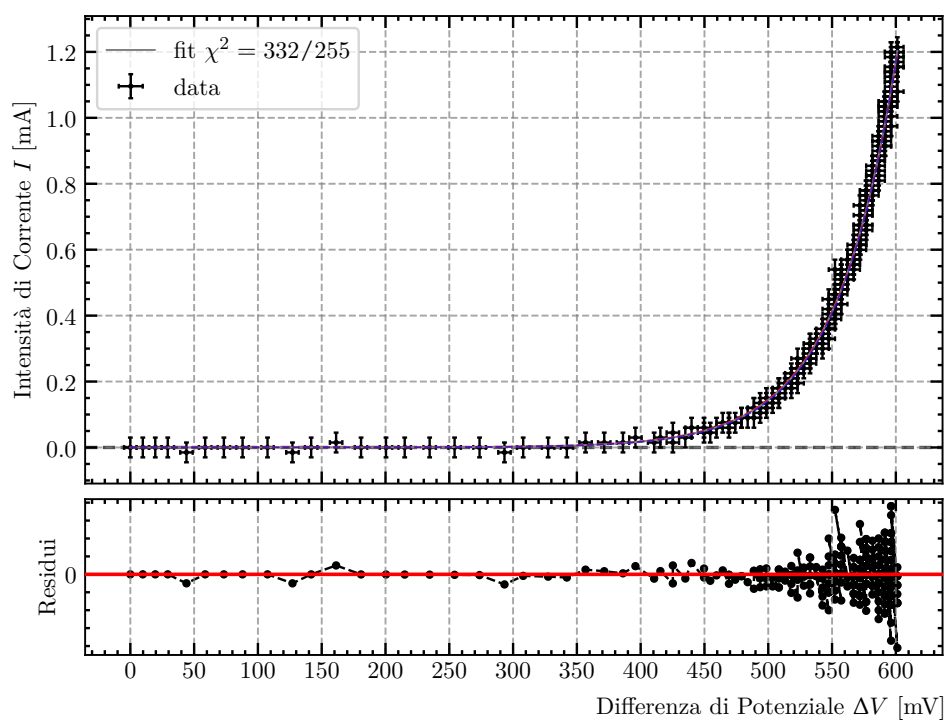


Figura 1: Fit della corrente rispetto alla d.d.p. V_2 in scala lineare

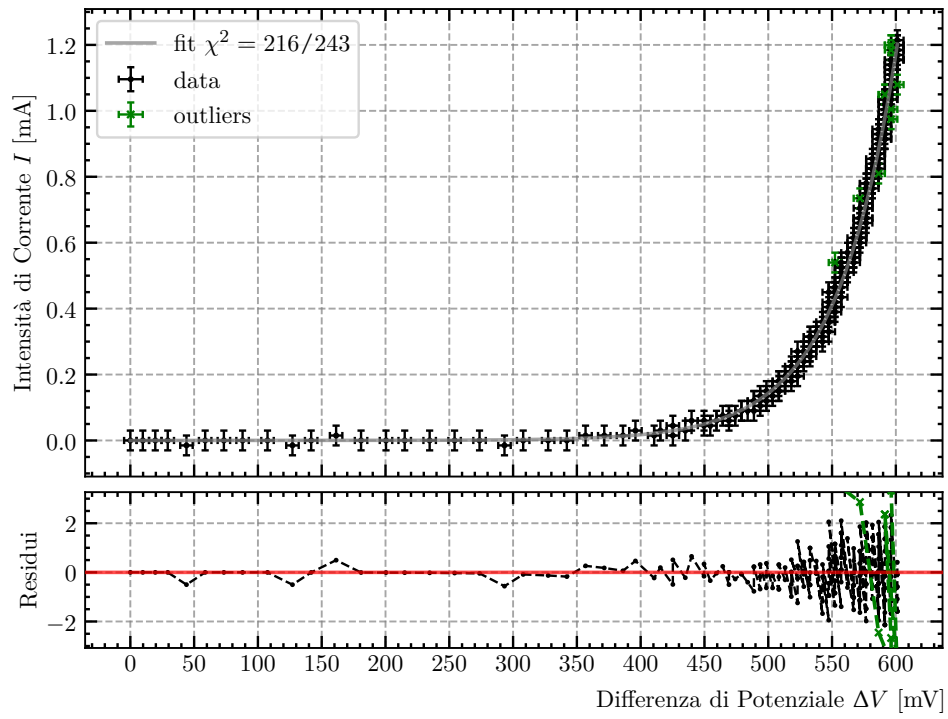


Figura 2: Fit della corrente rispetto alla d.d.p. V_2 in scala lineare