Name: Luca Cordes, 444900

RWTH AACHEN UNIVERSITY

Experimentalphysik III (WS 2023/2024)

Übung 8

Tutorium: 8 Abgabe: 05.12.2023

Aufgabe 1: Quarz-Plättchen
Die Hauptbrechungsindizies für Quarz sind $n_o = 1.5443$ und $n_{ao} = 1.5534$. Wie dick muss ein Quarz-Plättchen sein, damit es für Licht der Wellenlänge 550 nm als $\lambda/4$-Plättchen wirkt?

. . . .

$$\begin{aligned}
\Delta s_{\text{optisch}} &= d\Delta n \\
\frac{\lambda}{4} &= d\Delta n \\
d &= \frac{\lambda}{4\Delta n} \\
&= \frac{550\,\text{nm}}{4 \cdot (1.5534 - 1.5443)} \\
&= 15.1\,\mu\text{m}
\end{aligned}$$

Aufgabe 2: Polarisationsfilter Reihenschaltung
Sie schicken linear polarisiertes Licht durch drei hintereinander stehenden linear Polarisationsfiltern. Die Ausrichtung der Filter sind 30° zum vorherigen Filter gedreht, wobei der Erste gleichermaßen zur Polarisationsrichtung des einfallenden Lichts gedreht ist. Was ergibt sich für die Intensiät des Lichs nachdem dritten Filter?

. . . .

Nach dem Gesetz von Malus gilt:

$$\begin{aligned}
I' &= I \cdot \cos^2 \Delta\theta \\
I'_{\text{rel}} &= \cos^2 \Delta\theta \\
I'_{\text{rel,3-Filter}} &= \left(\cos^2 \Delta\theta\right)^3 = \cos^6 \Delta\theta \\
&= \cos^6 \frac{30 \cdot 2\pi}{360} \\
&\approx 0.422
\end{aligned}$$

Aufgabe 3: Brewster-Winkel
Berechnen Sie den Polarisationsgrad P des reflektierten Lichtes, das mit dem Winkel $\alpha = 45°$ auf einer Glasplatte mit der Brechzahl $n = 1.52$ einfällt.

(a)

Zeigen Sie dazu zunächst, dass für die Intensitäten der zur Einfallsebene parallel p und normalen n Anteile des reflektierten Lichts gilt

$$I_p^r = \frac{I_0}{2}\left(\frac{\tan(\alpha - \beta)}{\tan(\alpha + \beta)}\right)^2 \qquad I_n^r = \frac{I_0}{2}\left(\frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)}\right)^2$$

Mit dem Brechwinkel im Glas β und I_0 der gesamt Intensität des einfallenden unpolarisierten Lichts.

....

Ausgehend von den Fresnel'schen-Formeln gilt:

$$r_n = \frac{n_1 \cos\alpha - n_2 \cos\beta}{n_1 \cos\alpha + n_2 \cos\beta}$$
$$r_p = \frac{n_2 \cos\alpha - n_1 \cos\beta}{n_2 \cos\alpha + n_1 \cos\beta}$$

Und damit:

$$\begin{aligned}
I_n^r &= \frac{E_n^2}{2} \\
&= \frac{E_0^2 r_n^2}{2} \\
&= \frac{I_0^2}{2}\left(\frac{n_1 \cos\alpha - n_2 \cos\beta}{n_1 \cos\alpha + n_2 \cos\beta}\right)^2 \\
&= \frac{I_0^2}{2}\left(\frac{n_1 \cos\alpha - n_1 \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} \cos\beta}{n_1 \cos\alpha + n_1 \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} \cos\beta}\right)^2 \\
&= \frac{I_0^2}{2}\left(\frac{\cos\alpha \sin\beta - \sin\alpha \cos\beta}{\cos\alpha \sin\beta + \sin\alpha \cos\beta}\right)^2 \\
&= \frac{I_0^2}{2}\left(\frac{\sin(\alpha-\beta)}{\sin(\alpha+\beta)}\right)^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_p^r &= \frac{E_p^2}{2} \\
&= \frac{E_0^2 r_p^2}{2} \\
&= \frac{I_0^2}{2}\left(\frac{n_2 \cos\alpha - n_1 \cos\beta}{n_2 \cos\alpha + n_1 \cos\beta}\right)^2 \\
&= \frac{I_0^2}{2}\left(\frac{n_1 \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} \cos\alpha - n_1 \cos\beta}{n_1 \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} \cos\alpha + n_1 \cos\beta}\right)^2 \\
&= \frac{I_0^2}{2}\left(\frac{\sin\alpha \cos\alpha - \sin\beta \cos\beta}{\sin\alpha \cos\alpha + \sin\beta \cos\beta}\right)^2 \\
&= \frac{I_0^2}{2}\left(\frac{\tan(\alpha-\beta)}{\tan(\alpha+\beta)}\right)^2
\end{aligned}$$

(b) Berechnen Sie P.

$$\begin{aligned}
I_p^r &\approx 0.00423 \\
I_n^r &\approx 0.0460 \\
P &= \frac{I_{\text{pol}}}{I_{\text{ges}}} = \frac{\max\left(I_p^r, I_n^r\right)}{I_p^r + I_n^r} = \frac{I_n^r}{I_p^r + I_n^r} \\
&\approx 0.916
\end{aligned}$$

(c) Berechnen Sie den Winkel δ bei der das reflektierte Licht vollständig polarisiert.

$$
\begin{aligned}
0 &\stackrel{!}{=} I_p^r \\
\Longrightarrow \quad 0 &= r_p \\
&= \frac{n_2 \cos\alpha - n_1 \cos\beta}{n_2 \cos\alpha + n_1 \cos\beta} \\
&= n_2 \cos\alpha - n_1 \cos\beta \\
&= n_2 \cos\alpha - n_1 \cos\left(\arcsin\left(\frac{n_1}{n_2}\sin\alpha\right)\right) \\
&= n_2 \cos\alpha - n_1 \sqrt{1 - \frac{n_1^2}{n_2^2}\sin^2\alpha} \\
&= n_2^2 \cos^2\alpha - n_1^2 \left(1 - \frac{n_1^2}{n_2^2}\sin^2\alpha\right) \\
&= \frac{n_2^2}{n_1^2}\cos^2\alpha + \frac{n_1^2}{n_2^2}\sin^2\alpha - 1 \\
&= \frac{n_2^2}{n_1^2}\frac{1}{1+\tan^2\alpha} + \frac{n_1^2}{n_2^2}\frac{\tan^2\alpha}{1+\tan^2\alpha} - 1 \\
&= \frac{n_2^2}{n_1^2} + \frac{n_1^2}{n_2^2}\tan^2\alpha - 1 - \tan^2\alpha \\
&= \frac{n_2^2}{n_1^2} + \left(\frac{n_1^2}{n_2^2} - 1\right)\tan^2\alpha - 1 \\
\alpha &= \arctan\sqrt{\frac{1-\frac{n_2^2}{n_1^2}}{\frac{n_1^2}{n_2^2}-1}} \\
&= \arctan\sqrt{\frac{\frac{n_2^2}{n_1^2}\left(1-\frac{n_2^2}{n_1^2}\right)}{1-\frac{n_2^2}{n_1^2}}} \\
&= \arctan\frac{n_2}{n_1} \\
&\approx 0.983 \approx 56.3^\circ
\end{aligned}
$$

Aufgabe 4: Wollaston-Prisma
Zwei Prismen aus Kalkspat, die so geschnitten sind, dass die optische Achse einmal in der Zeichenebene, zum anderen senkrecht zur Zeichenebene verläuft, werden zusammengeklebt, wobei die optische Wirkung des Klebers selbst vernachhlässigt werden kann. Die Hauptbrechungsindeizes für Kalkspat sind $n_0 = 1.6584$ und $n_{ao} = 1.4864$. Ein unpolarisierter Lichtstrahl, der senkrecht zur optischen Achse der ersten Prismas einfällt, spaltet beim Durchgang durch diese optische System in zwei gebrochene Lichtstrahlen $S1$ und $S2$ auf (siehe Skizze).

(a) Wie sind die beiden Lichtstrahlen polarisiert?

Die beiden Lichtstrahlen sind zu 100% polarisiert, wobei $S1$ in der Ebene schwingt (ordentlich im ersten Keil) und die Schwingung von $S2$ aus der Ebene raus kommt (außerordentlich im ersten Keil).

(b) Wie groß ist der Winkel zwischen den beiden Strahlen $S1$ und $S2$, wenn der Keilwinkel

$\gamma = 15°$?

. . . .

Der Anteil des Lichtstrahls, der im ersten Keil ordentlich ist, d.h. aus der Ebene schwingt, wird im Übergang zum zweiten Keil außerordentlich, es gilt daher nach dem Snell'schen Gesetz:

$$n_o \sin \alpha_o = n_{ao} \sin \beta_o$$

Und analog für den Teil des Strahls, der im ersten Keil außerordentlich ist:

$$n_{ao} \sin \alpha_{ao} = n_o \sin \beta_{ao}$$

Aus der Geometrie folgt außerdem:

$$\alpha_o = \alpha_{ao} = \gamma$$

Damit gilt:

$$\beta_o = \arcsin\left(\frac{n_o}{n_{ao}} \sin \gamma\right) \approx 0.293$$
$$\beta_{ao} = \arcsin\left(\frac{n_{ao}}{n_o} \sin \gamma\right) \approx 0.234$$

Beim Austritt aus dem zweiten Keil, werden die beiden Lichtstrahlen erneut gebrochen, es gilt aufgrund der Geometrie:

$$\alpha' = \beta - \gamma$$

und somit:

$$\beta_o' = \arcsin\left(n_{ao} \sin(\beta_o - \gamma)\right) \approx 0.0463$$
$$\beta_{ao}' = \arcsin\left(n_o \sin(\beta_{ao} - \gamma)\right) \approx -0.0459$$

Damit ist $\alpha = \beta_o' - \beta_{ao}' \approx 0.0922 \approx 5.28°$.

Aufgabe 5: 3D-Brillen

(a)

Dass man der Filter vor dem offenen Auge im Spiegel schwarz erscheint, lässt sich wie folgt erklären:

1. Das vom Auge reflektierte Licht ist zunächst unpolarisiert, und wird auf dem Weg durch die 3D-Brille zirkular polarisiert. Dafür muss die Brille entweder aus einem linearen Polfilter bestehen, hinter dem ein $\lambda/4$-Plättchen geklebt ist, oder aus einem chiralem Molekül hergestellt worden sein.

2. Trifft das Licht auf den Spiegel, wird es nicht nur reflektiert, es wechselt sich auch die Richtung der Polarisation, wie an der folgenden Skizze nachvollzogen werden kann:

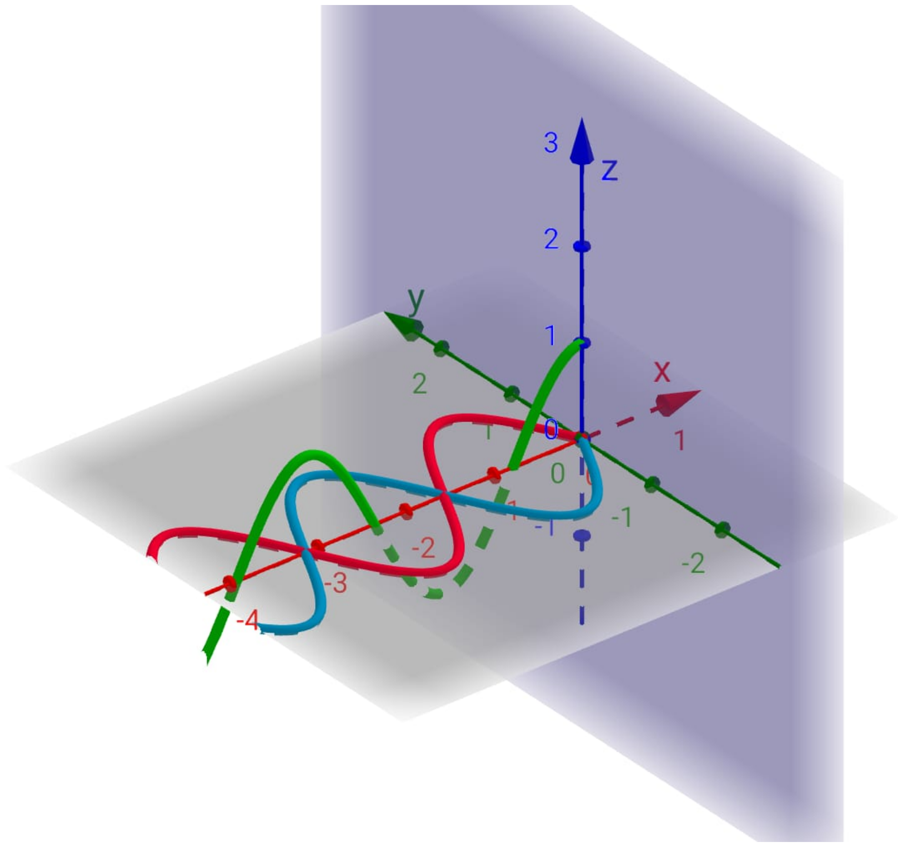

Abbildung 1: Skizze der Reflektion eines zirkular polarisierten Lichtstrahls

Man sieht auf der Skizze einen zirkular polarisierten Lichtstrahl, als Superposition zweier entgegengesetzter linear polarisierter Lichtstrahlen (rot/grün). Der Strahl ist zu diesem Zeitpunkt linkdrehend. Wird der Strahl nun an der eingezeichneten Ebene reflektiert, erfährt die rote Welle einen 180° Phasensprung (die rückkehrende Welle ist grün eingezeichnet); Die blaue Welle hingegeben behält ihre Phase bei. Schaut man sich die zurückkehrende Welle in der Gesamtheit an, fällt auf, dass sie nun rechtsdrehend ist, die Polarisation hat sich also gewechselt.

3. Das zurückkehrende Licht kann nun nicht mehr durch das Brillenglas des offenen Auges, da die Polarisation genau entgegengesetzt ist. Das Glas des offenen Auge erscheint daher schwarz.

Dass das Brillenglas des geschlossenen Auges weiterhin durchsichtig ist, liegt daran, dass der Filter auf diesem Auge entgegengesetzt polarisiert ist. Nach dem gleichem Schema wie oben ergibt sich daher, dass der zurückkehrende Strahl die gleiche Polarisation wie der Filter des offenen Auges hat, man kann daher durch den Filter durchschauen.

(b)

Dreht man die Brille um, würde das Licht von hinter den Brillengläsern erst das $\lambda/4$-Plättchen passieren, und dann den linearen Polfilter. Das Licht, dass am Spiegel reflektiert wird ist somit in diesem Fall nicht zirkular, sondern linear polarisiert, und wechselt daher am Spiegel die Polarisation nicht. Das Licht des offenen Auges, kann daher ohne Probleme wieder den Filter passieren, anders als das Licht, welches vom geschlossenen Auge ausgeht, dieses wird nun vom Filter des offenen Auges absorbiert. Nach meiner Erklärung würde das Umdrehen der Brille somit zur Folge haben, dass das sichtbare Auge sich wechselt. Realisiert man den zirkularen Filter hingegen mit einem chiralen Molekül, würde sich die Beobachtung durch drehen der Brille nicht ändern, da diese Art Filter symmetrisch ist, d.h. es wäre immer das ungeöffnete Auge zu sehen.