Name: Luca Cordes, 444900

Experimentalphysik II (SS 2023/2024)
Übung 2

Tutorium: 2 Abgabe: 21.04.2023

1. **Wärmeleitung I**

   (a)

$$\vec{j}_Q = -\lambda \cdot \vec{\nabla} T$$
$$j_Q = \lambda \frac{|\Delta T|}{d}$$

$$= 0.8 \, \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{mK}} \frac{40\,^\circ\mathrm{K}}{5 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}}$$
$$= 6400 \, \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$$

   (b) Die Temperatur der äußeren Seite der inneren Scheibe ist gleich der Innentemperatur, analog dazu ist die Temperatur der äußere Seite der äußeren Scheibe gleich der Außentemperatur. Dies liegt daran das der der Temperaturverlauf stetig ist, da der Formel nach ein abrupter Temperaturwechsel zu einer unendliche Wärmestromdichte führen würde:

$$\lim_{d \to 0} j_Q = \lim_{d \to 0} \lambda \frac{|\Delta T|}{d} = \infty \quad \text{, für } \Delta T > 0$$

   (c)

$$j_Q = \lambda \frac{|\Delta T|}{d}$$
$$\Delta T_i = \frac{j_Q d_i}{\lambda_i}$$
$$\sum_i \Delta T_i = |T_1 - T_2| = j_Q \sum_i \frac{d_i}{\lambda_i}$$
$$j_Q = \frac{\Delta T}{\sum_i \frac{d_i}{\lambda_i}}$$

2. **Spezifische Wärme**

$$
\begin{aligned}
E_{th} &= E'_{th} \\
T_1\left(c_{\mathrm{H_2O}} m_{\mathrm{H_2O}} + c_{\mathrm{Cu}} m_{\mathrm{Cu},1}\right) + T_2 c_{\mathrm{Cu}} m_{\mathrm{Cu},2} &= T_3\left(c_{\mathrm{H_2O}} m_{\mathrm{H_2O}} + c_{\mathrm{Cu}}(m_{\mathrm{Cu},1} + m_{\mathrm{Cu},2})\right) \\
c_{\mathrm{H_2O}} m_{\mathrm{H_2O}}\left(T_1 - T_3\right) &= c_{\mathrm{Cu}}(T_3(m_{\mathrm{Cu},1} + m_{\mathrm{Cu},2}) - T_1 m_{\mathrm{Cu},1} - T_2 m_{\mathrm{Cu},2}) \\
c_{\mathrm{Cu}} &= \frac{c_{\mathrm{H_2O}} m_{\mathrm{H_2O}}\left(T_1 - T_3\right)}{T_3(m_{\mathrm{Cu},1} + m_{\mathrm{Cu},2}) - T_1 m_{\mathrm{Cu},1} - T_2 m_{\mathrm{Cu},2}} \\
&= \frac{c_{\mathrm{H_2O}} m_{\mathrm{H_2O}}\left(T_1 - T_3\right)}{m_{\mathrm{Cu},1}(T_3 - T_1) + m_{\mathrm{Cu},2}(T_3 - T_2)} \\
&= -\frac{c_{\mathrm{H_2O}} m_{\mathrm{H_2O}}}{m_{\mathrm{Cu},1} + m_{\mathrm{Cu},2}\frac{T_3 - T_2}{T_3 - T_1}} \\
\\
&= -\frac{4190\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg\,K}} \cdot 0.3\,\mathrm{kg}}{0.187\,\mathrm{kg} + 0.089\,\mathrm{kg}\frac{20.2\,\mathrm{K} - 97.8\,\mathrm{K}}{20.2\,\mathrm{K} - 18.2\,\mathrm{K}}} \\
&\approx 384\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg\,K}}
\end{aligned}
$$

3. **Thermische Eigenschaften von Stickstoff**

(a)

$$
\begin{aligned}
\langle E_{kin}\rangle &= \frac{3}{2} k_B T \\
&\approx \frac{3}{2} \cdot 1.381 \cdot 10^{-23}\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}} 273\,\mathrm{K} \\
&\approx 5.66 \cdot 10^{-21}\,\mathrm{J}
\end{aligned}
$$

(b)

$$
\begin{aligned}
\langle E_{kin}\rangle &= \frac{1}{2} m \left\langle v^2 \right\rangle \\
\sqrt{\langle v^2\rangle} &= \sqrt{\frac{2\left\langle E_{kin}\right\rangle}{m}} \\
&\approx \sqrt{\frac{2 \cdot 5.66 \cdot 10^{-21}\,\mathrm{J}}{2 \cdot 0.014\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{mol}} \cdot (6.022 \cdot 10^{23}\,\frac{1}{\mathrm{mol}})^{-1}}} \\
&\approx 493\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}
\end{aligned}
$$

(c)

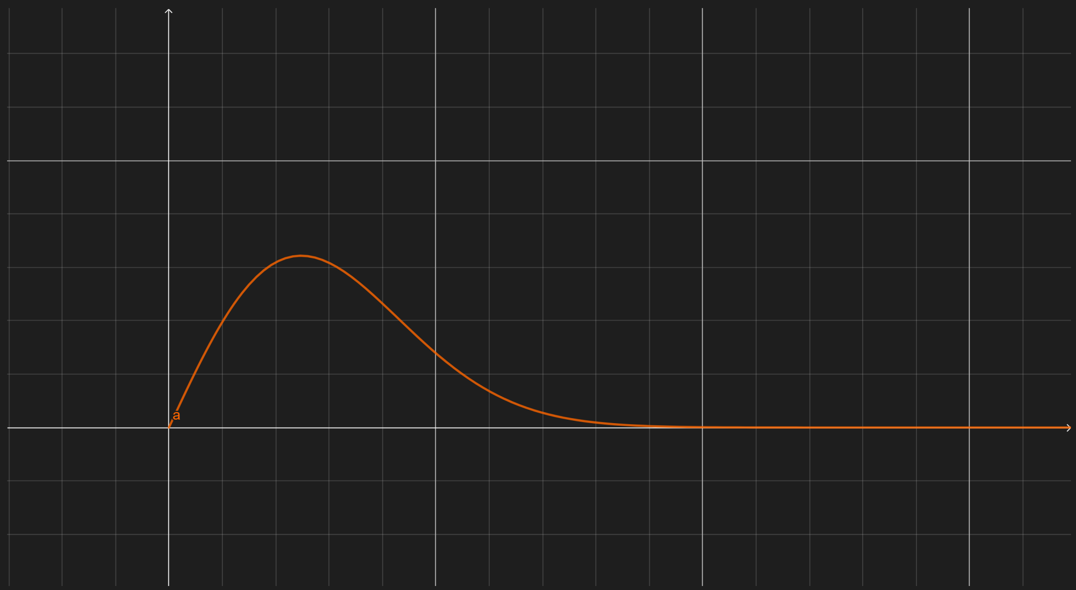

Figure 1: Boltzmann-Verteilung

$$v_w < \mu(f(v_w)) \leq \sqrt{\langle v^2 \rangle}$$

(d)

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$\begin{aligned} pV &= Nk_BT \\ V &= \frac{Nk_BT}{p} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{mp}{Nk_BT} \\ &\approx \frac{0.028\,\mathrm{kg} \cdot 1.01 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa}}{6.022 \cdot 10^{23} \cdot 1.381 \cdot 10^{-23}\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}} \cdot 273\,\mathrm{K}} \\ &\approx 1.25\,\frac{kg}{m^3} \end{aligned}$$

(e)

$$
\begin{aligned}
\langle F\rangle &= \langle \Delta p\rangle \cdot f \\
&= m\,\langle \Delta v\rangle \cdot \frac{\langle v\rangle}{d} \\
&= 2m\,\langle v\rangle \cdot \frac{\langle v\rangle}{V^{\frac{1}{3}}} \\
&= 2m\,\langle v\rangle^2 \left(\frac{p}{Nk_BT}\right)^{\frac{1}{3}} \\
&= 4\,\langle E_{kin}\rangle \left(\frac{p}{Nk_BT}\right)^{\frac{1}{3}} \\
&= 6k_BT \left(\frac{p}{Nk_BT}\right)^{\frac{1}{3}} \\
&= 6\,(k_BT)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{p}{N}\right)^{\frac{1}{3}} \\
&\approx 6\left(1.381\cdot 10^{-23}\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}}\cdot 273\,\mathrm{K}\right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{1.01\cdot 10^{5}\,\mathrm{Pa}}{6.022\cdot 10^{23}\,\frac{1}{\mathrm{mol}}}\right)^{\frac{1}{3}} \\
&\approx 8.01\cdot 10^{-20}\mathrm{N}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
p = \frac{F}{A} &= \frac{N\,\langle F\rangle}{6\cdot d^2} \\
&= \frac{N\cdot 6\,(k_BT)^{\frac{2}{3}}\left(\frac{p}{N}\right)^{\frac{1}{3}}}{6\cdot d^2} \\
&= \frac{(Nk_BT)^{\frac{2}{3}}\,p^{\frac{1}{3}}}{\left(\frac{Nk_BT}{p}\right)^{\frac{2}{3}}} \\
&= p \qquad\qquad :\mathrm{D}
\end{aligned}
$$

4. **Um welches Gas handelt es sich?**

   (a)

$$
\begin{aligned}
\langle E_{kin} \rangle &= \frac{\langle p^2 \rangle}{2m} \\
m &= \frac{\langle p^2 \rangle}{2 \langle E_{kin} \rangle} \\
&= \frac{8.18 \cdot 10^{-46} \, \frac{kg^2 m^2}{s^2}}{2 \cdot 6.17 \cdot 10^{-21} \, \mathrm{J}} \\
&\approx 6.63 \cdot 10^{-26} \, \mathrm{kg} \\
&\approx 40 \, \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}}
\end{aligned}
$$

   Mögliche Gase sind: Argon, Cyclopropen, Propadien, Propin und weitere

   (b) Die gesamte innere Energie zu kennen, würde dabei helfen Moleküle nicht nur anhand ihrer Masse unterscheiden zu können, sondern auch mittels ihres molekularen Aufbaus/Freiheitsgrade. So könnte man z.B. die oben genannten Gase auseinander halten, und das obwohl alle außer Argon sich die identische Strukturformel teilen.

5. **Steigende Luftblase**

   (a)

$$
\begin{aligned}
p_{extern} &= p_{intern} \\
\rho_w g h + p_{atmos} &= \frac{N k_B T}{V} \\
N &= V \frac{\rho_w g h + p_{atmos}}{k_B T} \\
V' &= \frac{N k_B T'}{\rho_w g h' + p_{atmos}} \\
&= \frac{V \frac{\rho_w g h + p_{atmos}}{k_B T} k_B T'}{\rho_w g h' + p_{atmos}} \\
&\overset{h'=0}{=} V \frac{T'}{T} \left(\frac{\rho_w g h}{p_{atmos}} + 1 \right) \\
&\approx 10 \, \mathrm{cm}^3 \frac{277.15 \ \mathrm{K}}{298.15 \, \mathrm{K}} \left(\frac{10^3 \ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \ \cdot 9.81 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 60 \, \mathrm{m}}{1.01 \cdot 10^5 \, \mathrm{Pa}} + 1 \right) \\
&= 6.35 \, \mathrm{cm}^3
\end{aligned}
$$

(b)

$$
\begin{aligned}
F_\sigma &= F_{extern} \\
\Delta E_\sigma &= \Delta E_{extern}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
2\varepsilon \Delta A &= \Delta p A \Delta r \\
2\varepsilon \cdot 4\pi((r+\Delta r)^2 - r^2) &= \Delta p \cdot 4\pi r^2 \cdot \Delta r \\
\Delta p &= 2\varepsilon \frac{(r+\Delta r)^2 - r^2}{r^2 \Delta r} \\
&= 2\varepsilon \frac{r^2 + 2r\Delta r + \Delta r^2 - r^2}{r^2 \Delta r} \\
&= 2\varepsilon \frac{2r\Delta r + \Delta r^2}{r^2 \Delta r} \\
&= 4\frac{\varepsilon}{r} + 2\Delta r \frac{\varepsilon}{r^2} \\
&= 4\frac{\varepsilon}{r} = 4\frac{\sigma}{r}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\frac{\Delta p}{p_{extern}} &= \frac{4\frac{\sigma}{r}}{\rho_w g h + p_{atmos}} \\
&= \frac{4\sigma \left(\frac{3}{4\pi} V\right)^{-\frac{1}{3}}}{\rho_w g h + p_{atmos}}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\frac{\Delta p}{p_{extern}}(-60\,\mathrm{m}) &= 6.82 \cdot 10^{-12} \approx 0 \\
\frac{\Delta p}{p_{extern}}(0\,\mathrm{m}) &= 4.70 \cdot 10^{-11} \approx 0
\end{aligned}
$$