Prof. Stahl
Thilo Birkenfeld

Experimentalphysik III
Optik und Quantenphysik

Übungsblatt 11

Zur Abgabe über *moodle* bis 9.1.2024 24:00 Uhr!

●● **Aufgabe 1:** (10 Punkte) **Quantenmechanischer Oszillator**

Die Lösungen der Schrödingergleichung für das Potential eines eindimensionalen harmonischen Oszillators lauten:

$$\psi_n\left(x\right) = \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{\frac{1}{4}} \frac{1}{\sqrt{s^n n!}} H_n\left(\sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}}x\right) e^{-\frac{1}{2}\frac{m\omega}{\hbar}x^2} \quad \text{mit} \quad n \in \mathbb{R}$$

und mit

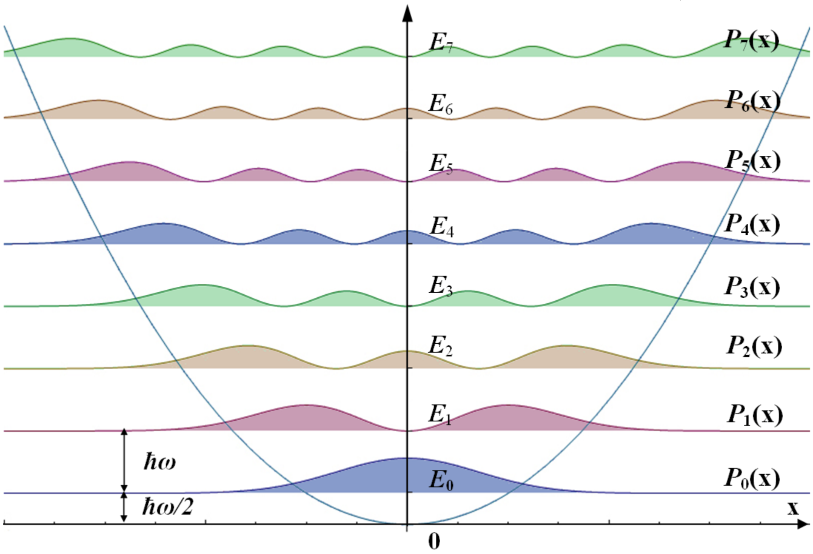
$$\begin{aligned} H_0\left(y\right) &= 1 \\ H_1\left(y\right) &= 2y \\ H_2\left(y\right) &= 4y^2 - 2 \\ &\dots \end{aligned}$$

Zeigen Sie das für die Zustände $n = 0, 1, 2$ die Energie gegeben ist über $E_n = \hbar\omega\left(n + \frac{1}{2}\right)$. Werten Sie dazu durch explizite Rechnung die zeitunabhängige Schrödingergleichung

$$\hat{H}\psi_n\left(x\right) = E_n\psi_n\left(x\right)$$

$$\text{mit dem Hamilton Operator} \quad \hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + \frac{1}{2}m\omega^2x^2$$

Aufenthaltswahrscheinlichkeiten für den harmonischen Oszillator (Quelle: Wikipedia)



- **Aufgabe 2:** (5 Punkte) **Messwerte des quantenmechanischen Oszillators**

Die Wellenfunktionen des harmonischen Oszillators ψ_n bilden eine normierte orthogonale Basis

$$\langle \psi_n | \psi_{n'} \rangle = \delta_{nn'}.$$

Berechnen Sie den zu erwartenden Messwert der Energien der folgenden Zustände unter Berücksichtigung der Ergebnisse aus Aufgabe 1

a) $|\psi\rangle = \frac{\sqrt{3}}{2} |\psi_0\rangle + \frac{1}{2} |\psi_1\rangle$

b) $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} |\psi_0\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}} |\psi_1\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}} |\psi_2\rangle$