

### III. Physikalisches Institut B, RWTH Aachen Prof. Dr. Christopher Wiebusch, Dr. Philipp Soldin

Übungen zur Physik IV - SS 2024 Atome Moleküle Kerne

# Übung 12

Ausgabedatum: 03.07.2024 Abgabedatum: 10.07.2024 Tag der Besprechung: 15.07.2024

## Verständnisfragen

#### Kapitel 10.2

- 1. Wie ist der differentielle Wirkungsquerschnitt definiert?
- 2. Wie hängen Wirkungsquerschnitt und Streuamplitude zusammen?
- 3. Was ist ein Barn?
- 4. Geben Sie eine experimentelle Messvorschrift für den differentiellen Wirkungsquerschnitt!
- 5. Was ist der Stoßparameter?
- 6. Wie hängen Streuwinkel, Stoßparameter und Raumwinkel zusammen?

#### Kapitel 10.3

- 7. Wiederholen Sie die Herleitung der Rutherfordschen Streuformel!
- 8. Welcher Schluss ergibt sich aus der Übereinstimmung von Rutherford-Experiment und Rutherfordscher Streuformel?
- 9. Was ist Impulsübertrag und wie hängt er mit dem Streuwinkel zusammen?
- 10. Von welchen Größen hängt die Rutherfordsche Streuformel in welcher Potenz ab?
- 11. Vergleichen Sie die verschiedenen Schreibweisen der Rutherfordformel!

#### Kapitel 10.4

- 12. Welche Abweichungen von der Rutherfordschen Streuformel beobachtet man bei höheren Energien und was sind die Ursachen?
- 13. Welche Vorteile und Nachteile haben Elektronen als Projektile gegenüber Nukleiden?
- 14. Welche Modifikationen der Rutherfordschen Streuformel sind für die Elektronenstreuung erforderlich und warum?
- 15. Was beschreibt die 1. Bornsche Näherung?
- 16. Wie hängt der Formfaktor mathematisch mit der Ladungsverteilung des Targets zusammen?
- 17. Wie hängen experimentell Wirkungsquerschnitt und Formfaktor zusammen?
- 18. Welche Formfaktoren misst man experimentell für Nukleide und welche Schlüsse zieht man daraus für die Ladungsverteilung?
- 19. Beschreiben Sie die Analogie von Atomkernen mit einer Flüssigkeit!
- 20. Fassen Sie die Ergebnisse von Kernstreuexperimenten zusammen.

Aufgabe 1 
$$\star \star \star \stackrel{\star}{\star} \stackrel{\star}{\star}$$
 FORMFAKTOR

$$(10+15=25 \mathrm{\ Punkte})$$

Bei der elastischen Elektron-Kern-Streuung führt die ausgedehnte Ladungsverteilung des Kernes zu einer Modifikation des Mott/Rutherford-Streuquerschnittes, die durch einen Formfaktor ausgedrückt werden kann. Berechnen Sie den Formfaktor für

- a) ein punktförmiges Target.
- b) einen kugelförmigen Kern mit Radius R und konstanter Ladungsdichte.

#### Aufgabe 2 $\star \star \Leftrightarrow \Leftrightarrow \Leftrightarrow$ Streuexperiment an einer harten Kugel

$$(10 + 5 + 5 + 5 = 25 \text{ Punkte})$$

In der Vorlesung haben Sie die semi-klassische Berechnung der Rutherford-Streuung kennen gelernt. Hier werden Sie diese Berechnung für die Streuung an einer harten Kugel anwenden. Statt einem abstoßendem Coulomb Potential können Sie ein abstoßendes Potential der Form

$$V(r) = \begin{cases} \infty, & r \le a \\ 0 & r > a \end{cases} \tag{1}$$

annehmen. Die einfallenden Teilchen werden im folgenden als Punkte ohne räumliche Ausdehnung angenommen.

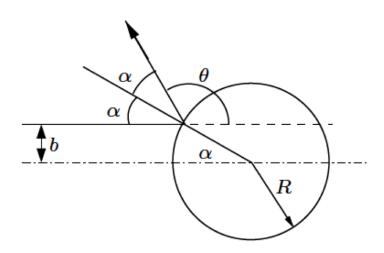


Abbildung 1: Kinematik der Streuung an einer harten Kugel

- a) Nutzen Sie die Abbildung 1 und bestimmen Sie das Verhältnis der Streuwinkels  $\theta$  mit dem Stoßparameter b und geben Sie die Gleichung  $b(\theta)$  an.
- b) Gehen Sie analog zur Herleitung der Rutherfordsche Streuformel vor und leiten Sie den differenziellen Wirkungsquerschnitt  $\frac{d\sigma}{d\Omega}$  her.
- c) Berechnen Sie aus aus dem Ergebnis des vorherigen Aufgabenteils den total Wirkungsquerschnitt und vergleichen Sie das Ergebnis mit der Geometrie der Kugel.
- d) Nehmen Sie jetzt an, dass das Material, an dem gestreut wird, zu einem Anteil x aus Kugeln mit dem Radius  $R_a$  und einem Anteil 1-x aus Kugeln mit dem Radius  $R_b$  besteht. Was ist der differenzielle Wirkungsquerschnitt für dieses Material? Was wäre der differenzielle Wirkungsquerschnitt für Radien die nach einer Funktion p(r) verteilt sind?

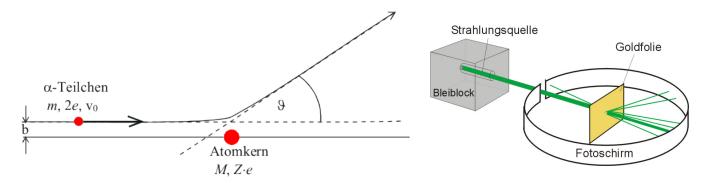


Abbildung 2: Links: Rutherford Streuung am Kern. Rechts: Rutherford Streuversuch

# Aufgabe 3 ★ ★ ☆ ☆ ☆ RUTHERFORD STREUVERSUCH AUSWERTUNG

(10 + 10 + 10 = 30 Punkte)

In dieser Aufgabe werten Sie den Rutherford Streuversuch aus, der in der Vorlesung gezeigt wurde. Erstellen Sie dazu ein Python-Skript oder Jupyter-Notebook. Die Daten befinden sich in der Daten Rutherford.csv, die Sie im RWTH Jupyter Hub finden können.

- a) Lesen Sie die Daten aus der Datei Rutherford.csv aus und plotten Sie die Winkelverteilung der Streuung mit den geeigneten Daten.
  - Hinweis: Beachten die unterschiedliche Messdauern der Einzelmessungen.
- b) Fitten Sie das Rutherford Streumodell an die Daten

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega} = a \cdot \sin(\theta/2)^b \tag{2}$$

Stellen Sie das Ergebnis ebenfalls graphisch dar.

Hinweis: Wählen Sie auch eine geeignete Darstellung der Achsen, so dass Ihr Ergebnis möglich gut repräsentiert wird.

c) Kommentieren Sie das Ergebnis. Entspricht das Ergebnis Ihren Erwartungen?

Hinweis: Überlegen, Sie ob Sie den Messwert für  $\theta=0$  in Ihrem Fit berücksichtigen oder nicht und begründen Sie ihre Entscheidung.

Aufgabe 4 
$$\star \star \Leftrightarrow \Leftrightarrow \Leftrightarrow$$
 Isospin des Deuterons

(10 + 10 = 20 Punkte)

Der Isospin is ein kernphysikalisches Konzept, das die Symmetrie der starken Wechselwirkung gegen Vertauschung von Proton und Neutron beschreibt und dabei auf die Analogie der Symmetrie der elektromagnetischen Wechselwirkung gegen Spin up und Spin down zurückgreift um auf algrebraisch gleiche Rechenregeln zu schließen.

- a) Zeigen Sie zunächst qualitativ, dass der Isospin des Deuterons Null ist. Begründen Sie dies aus zwei verschiedenen Gesichtspunkten:
  - 1. Aus der experimentellen Beobachtung.
  - 2. Durch die Anwendung des Pauliprinzips, das besagt, dass die gesamte Wellenfunktion, die ein Produkt aus Orts-, Spin- und Isospin-anteil sein soll, antisymmetrisch bezüglich des Austauschs zweier Nukleonen sein muss.

b)	In Reaktionen	der starken	Wechselwirkung	ist der	Gesamt-Isospin	erhalten,	in Analogie	zur	Erhaltung
	des Gesamtspi	ns. Die Kern-Reaktion							

$$dd \to \alpha \pi^0 \tag{3}$$

wird in der Natur nicht beobachtet. Wenn der Isospin des Deuterons und des  $\alpha$ -Teilchens Null ist, was besagt das Fehlen dieser Reaktion für den Isospin des Pions?

#### Aufgabe 5 $\star \star \star \star \stackrel{\star}{\star}$

 $(4 \times 10 = 40 \text{ Bonus Punkte})$ 

#### RUTHERFORDSTREUUNG DES GRAVITATIONSPOTENTIALS

Bei dieser Aufgabe handelt es sich um eine alte Klausuraufgabe, die wir Ihnen im Format der Klausur zur Übung zur Verfügung stellen möchten. Mit dieser Aufgabe können Sie zusätzlich noch Bonuspunkte für die Übungsaufgaben erhalten.

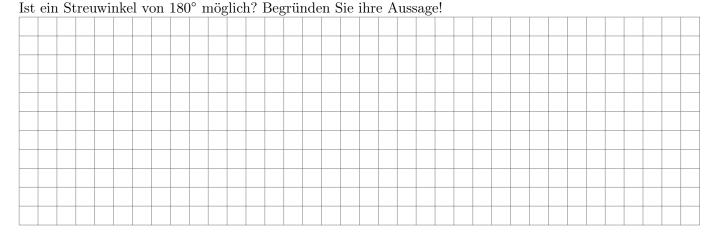
Beachten Sie, dass die Analogie zwischen attraktivem Gravitationspotential eines ausgedehnten Himmelskörpers und der abstoßenden Coulmbstreuueuung zweier punktförmiger Ladungen mehrere konzeptionelle Schwächen hat. Lassen Sie sich nicht davon irritieren sondern betrachten Sie die Aufgabenstellung als rein akademische Übung.

Betrachten Sie die Streuung eines leichten Himmelskörpers der Masse m im Gravitationspotential der Sonne  $M = M_{\odot}$ . ( $G = 6.674\,08 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m^3\,kg^{-1}\,s^{-2}}$ , Sonnenmasse  $M_{\odot} = 1.989 \cdot 10^{30}\,\mathrm{kg}$ , Sonnenradius  $R_{\odot} = 7 \cdot 10^5\,\mathrm{km}$ ). Hinweis: Im Gegensatz zum ursprünglichen Rutherford-Experiment wirkt das Potential in diesem Fall anziehend, ignorieren Sie dieses für die folgenden Betrachtungen.

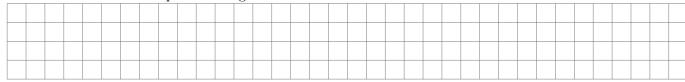
a) Bestimmen Sie aus dem Zusammenhang zwischen Stoßparameter und Streuwinkel für das punktförmige Coulombpotential den entsprechenden Zusammenhang für das Gravitationspotential!



b) Nehmen Sie an, dass für Stoßparameter kleiner als der Sonnenradius der Himmelskörper absorbiert wird und für größere Stoßparameter die Streuung wie für ein punktförmiges Potential stattfindet. Bestimmen Sie die Funktion des maximal möglichen Streuwinkels unter den gegebenen Annahmen!



c) Was ist der maximale Impulsübertrag?



d) Nehmen Sie die Masse  $m=100\,\mathrm{kg}$  und Geschwindigkeit  $v=100\,\mathrm{km\,s^{-1}}$  an. Was sind die Werte des maximalen Streuwinkels und Impulsübertrags?

