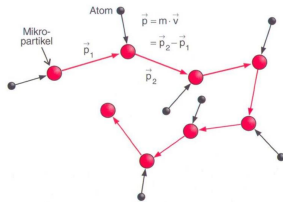


Für 1 mol He Gas entspricht das Kovolumen somit

$$b_{He} = 4 \cdot N_A \cdot V_{He} \quad (1.28)$$

Mit dem Messwert ergibt sich  $V_{He} \approx 4 \times 10^{-29} \text{ m}^3$ . Auflösen nach  $r_{He}$  ergibt  $r_{He} = 2.1 \times 10^{-10} \text{ m} = 2.1 \text{ \AA}$ .

### Brownsche Molekularbewegung



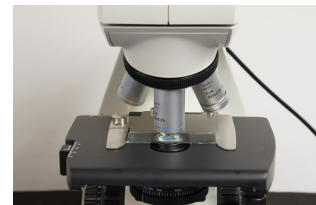
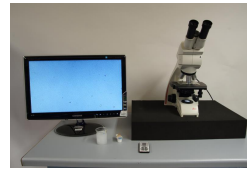
<https://youtu.be/sK43JpKPYcA>

Applet

Ein sehr früh (Robert Brown, 1827) entdeckter Effekt der Bewegung einzelner Atome ist die **Brownsche Molekularbewegung**. Unter einem Mikroskop zeigen in einer Flüssigkeit suspendierte Mikropartikel eine Zitterbewegung, die durch die Stöße mit einzelnen Atomen oder Molekülen der Flüssigkeit entstehen. Durch diese statistisch verteilten Stöße bewegen sich die Mikroteilchen mit der Zeit von ihren ursprünglichen Plätzen fort. Die Auslenkung wächst also mit der Wurzel der Zeit bzw. der Temperatur. Aus solchen Messungen kann insbesondere die Boltzmann-Konstante bestimmt werden. (siehe Demtröder, Abschn. 2.3.1)

<https://www.leifiphysik.de/atomphysik/atomaufbau/downloads/brownsche-bewegung-simulation>

### Experiment: Brownsche Bewegung Qu-01



Die Brownsche Molekularbewegung kann an mit Wasser verdünnter Kondensmilch durch ein Mikroskop beobachtet werden.

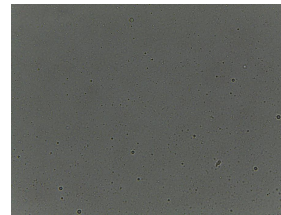
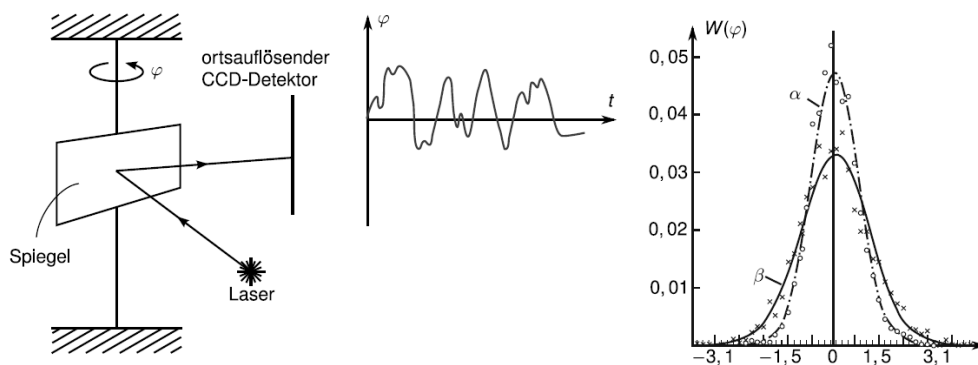


Abbildung 1.15: Brownsche Molekularbewegung.

## Kappler Verfahren zur Messung von $k$



Stöße mit Luftmolekülen erzeugen Torsionsschwingungen

$$\left\langle \frac{1}{2} D \alpha^2 \right\rangle = \frac{1}{2} k_B T$$

Abbildung 1.16: Das Kappler Verfahren zur Messung der Boltzmannkonstante

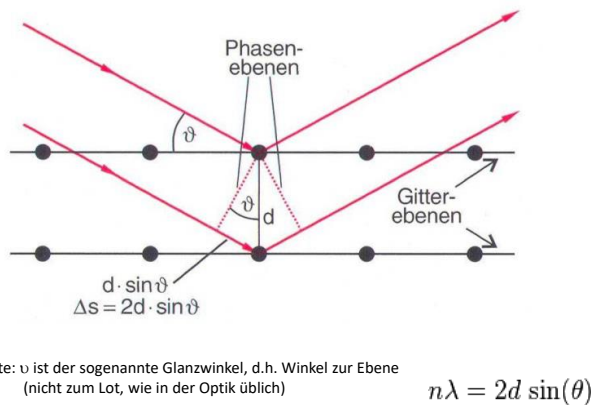
Der Wert  $1 \text{ \AA} \equiv 10^{-10} \text{ m}$  ist charakteristisch für die typische Größe von Atomen. Dies ist viel zu klein, um Atome über optische Instrumente sehen zu können. Jedoch kann der Effekt atomarer Stöße in der Brownschen Molekularbewegung beobachtet werden, siehe Abbildung 1.15. Die statistische Auswertung dieser Bewegung, ermöglicht auch die Messung der Boltzmann Konstante  $k$ . Eine ähnliche Möglichkeit der Messung von  $k$  über atomare Stöße ist das interessante Verfahren von Eugen Kappler (1939). Hier wird ein Spiegel eines

Torsionspendels durch Stöße mit Luftmolekülen angeregt. Die mittlere potentielle Energie gegeben durch den Drehwinkel des Pendels entspricht der mittleren thermischen Energie

$$\frac{1}{2}D\alpha^2 = \frac{1}{2}k_B T \quad (1.29)$$

bei bekanntem Rückstellmoment  $D$  kann die Boltzmannkonstante aus der Varianz der beobachteten Auslenkungswinkel bestimmt werden.

### Die Bragg Bedingung



### Experiment: Röntgenbeugung in Bragg'scher Anordnung At-17



Röntgenstrahlung wird in Bragg'scher Anordnung mit einem Geiger-Müller-Zählrohr unter Verwendung eines NaCl-Kristalls untersucht.

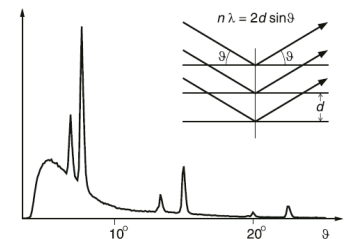
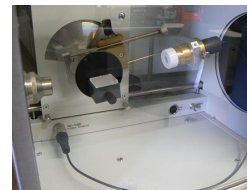


Abbildung 1.17: Röntgenbeugung und Bragg'sche Bedingung.

Ein heutiges Standardverfahren zur Untersuchung atomarer Strukturen ist die *Röntgenbeugung*. Unter der Annahme eines einfachen kubischen Kristallgitters ergibt sich für den schrägen Einfall von Röntgenlicht für bestimmte Winkel konstruktive Interferenz für das von verschiedenen Atomlagen reflektierte Licht. Die *Bragg-Bedingung*, siehe Abbildung 1.17, für diesen Winkel ist

$$2d \sin \theta = n \cdot \lambda \quad (1.30)$$

wobei  $\theta$  der Einfallswinkel gegen die Ebene (nicht Lot) und  $d$  der Gitterebenenabstand ist.

Bei Bestrahlung eines Kristalls mit Röntgenstrahlung ergeben sich für bestimmte Streuwinkel deutlich erhöhte Röntgenintensitäten, siehe Abbildung 1.17. Aus diesen Messungen können folgende Schlussfolgerungen gezogen werden

1. Röntgenstrahlen (siehe Kapitel 7) zeigen Interferenzeffekte und sind damit elektro-magnetische Wellen.
2. Die Existenz der Beugungsbilder beweisen eine regelmäßige Anordnung der Atome im Kristallgitter.

**Anwendung: Kristallographie mit Röntgenbeugung.** In der Kristallographie wird Röntgenbeugung zur Analyse der Struktur von Kristallen, verwendet, d.h. zur Messung der Gitterabstände  $d$ .

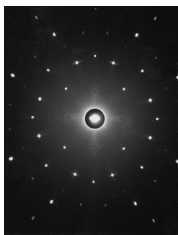
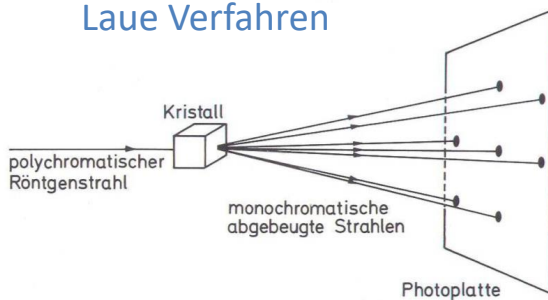
Da man jedoch in der Regel die Orientierung des Kristalls nicht exakt kennt und nur bei exakt eingestelltem Winkel zur Kristallebene einen Reflex misst, wird das Verfahren in der Praxis modifiziert. Entweder bestrahlt man einen Einkristall mit einem breitbandigen Wellenlängenspektrum (*Laue Verfahren*) und kann so eine passende Wellenlänge finden, oder man verwendet eine pulverisierte Probe (*Debye-Scherrer Verfahren*), mit monochromatischer Röntgenstrahlung, so dass man viele Einfallswinkel gleichzeitig testet, siehe Abbildung 1.18.

Verfeinerte Messungen erlauben sogar die Rekonstruktion von Atomhüllen, wie Abbildung 1.19 zeigt. Hier lassen sich folgende Schlussfolgerungen ziehen:

1. Atome sind ausgedehnte Objekte
2. Atome haben keine fest definierte Oberfläche
3. Die Form ist nicht immer kugelförmig.

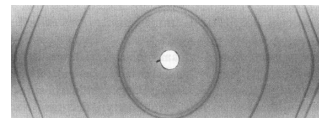
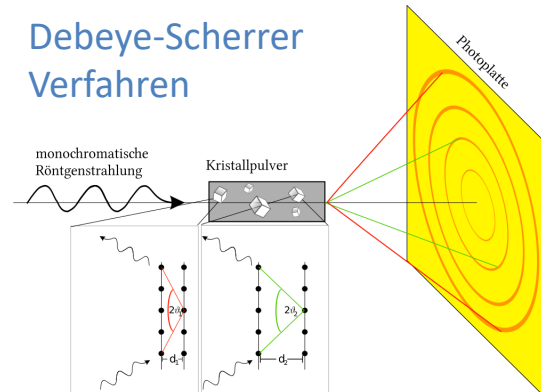
# Röntgenstreuung an Kristallen

## Laue Verfahren



Durchstrahlaufnahme von [001]-Siliziumkristall

## Debye-Scherrer Verfahren



Debye-Scherrer-Aufnahme von Si-Pulver

Abbildung 1.18: Röntgenbeugung an Kristallen

# Röntgenbeugung bei Streuung mit Elektronen

Auswertung eines Röntgenbeugungsbildes am Anthracen-Molekül.

Die Röntgenstrahlen werden an den Elektronen des Atoms gestreut und die Linien zeigen gleiche Elektronendichten an. Die Atome sind ausgedehnte Objekte, die weder exakt kugelförmig sind noch eine genau definierte Oberfläche haben.

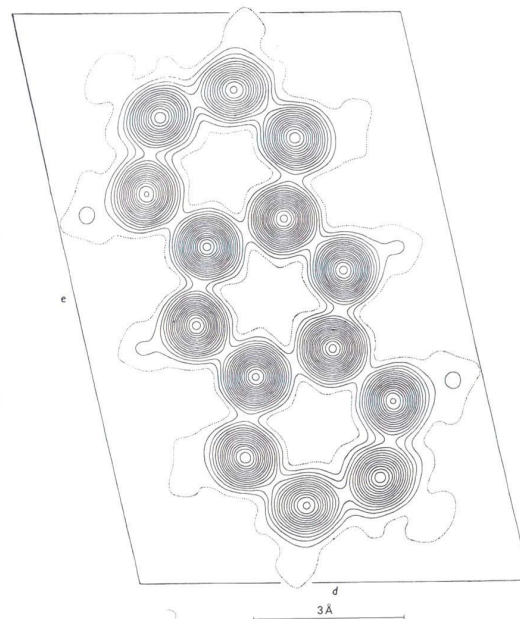


Abbildung 1.19: Über Röntgenbeugung gemessene Elektronenstruktur eines Anthracenmoleküls

## 1.2 Teilchen-Welle Dualismus

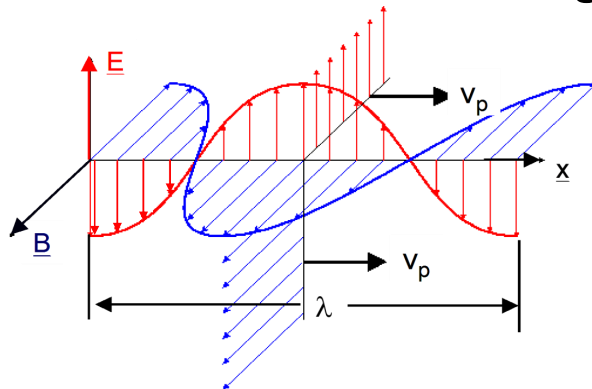
### 1.2.1 Quantisierung des Lichts: das Photon

In der klassischen Maxwell'schen Beschreibung wird Licht und andere elektromagnetische Strahlung als Welle mit transversal schwingenden E- und B-Feldern beschrieben. Wie bei klassischen Wellen ist die Energiedichte proportional dem Quadrat der Schwingungsamplitude

$$w = \epsilon_0 E^2 \quad (1.31)$$

Die wichtigsten Eigenschaften sind in Abbildung 1.20 zusammengefasst.

### Klassische elektro-magnetische Wellen



$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = 2.998 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$c = \lambda \cdot \nu$$

$$E = c \cdot B$$

$$\text{Energiedichte } w [\text{Jm}^{-3}] \quad w = \frac{1}{2} \left( \epsilon_0 \cdot E^2 + \frac{1}{\mu_0} \cdot B^2 \right) = \epsilon_0 E^2$$

$$\text{Energiestromdichte } s [\text{Wm}^{-2}] \quad s = \frac{1}{\mu_0} \cdot E \cdot B = c \cdot \epsilon_0 E^2 = c \cdot w$$

$$\text{Poynting-Vektor} \quad \underline{s} = \frac{1}{\mu_0} \cdot \underline{E} \times \underline{B}$$

Abbildung 1.20: Elektromagnetische Wellen in der klassischen Elektrodynamik

Der Wellencharakter wird durch Beugungs- und Interferenzexperimente bestätigt, siehe Physik-3 und z.B. auch Röntgenbeugung im vorherigen Abschnitt 1.1.

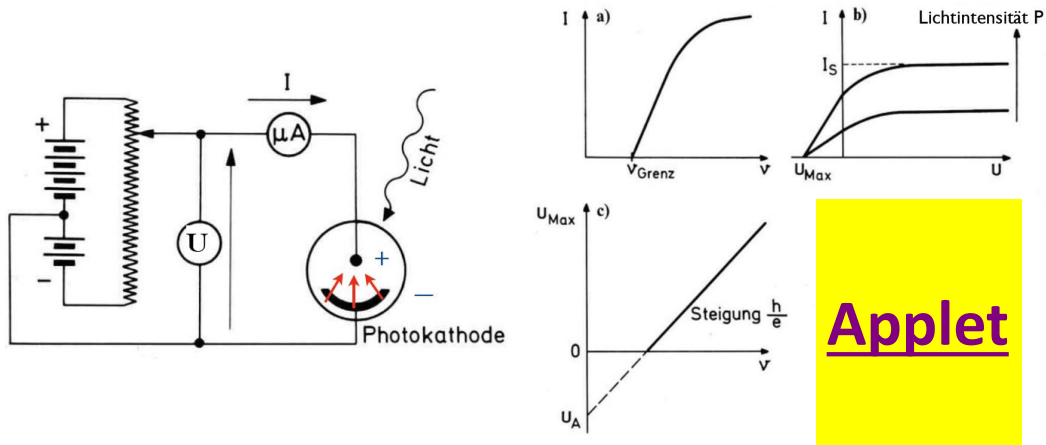
In zahlreichen Experimenten wird jedoch ein Teilchencharakter beobachtet. In diesem Fall spricht man von *Photonen*. Schlüsselexperimente, die die Energie, den Impuls und ein gravitatives Massenequivalent zeigen sind:

**Der Photoeffekt:** Hier beobachtet man den Austritt von Elektronen in Form eines Photostroms bei der Bestrahlung von Oberflächen mit Licht, siehe Abbildungen 1.21.

Man macht folgende Beobachtungen:

- Ein Photostrom tritt instantan ohne zeitliche Verzögerung auf.
- Unterhalb der Grenzfrequenz  $\nu_{\text{grenz}}$  des Lichtes fließt kein Photostrom, unabhängig von der Intensität. Oberhalb wächst der Strom nicht beliebig an. (Abb.1.21, a)
- Über eine negative Gegenspannung  $U_{\text{max}}$  kann der Photostrom bei  $\nu > \nu_{\text{grenz}}$  auf Null reduziert werden. Der Wert von  $U_{\text{max}}$  hängt nur von der Frequenz aber nicht von der Intensität ab. (Abb.1.21, b und c)
- Der Strom für positive Spannungen und oberhalb von  $\nu_{\text{grenz}}$  hängt von der Intensität ab. (Abb.1.21, b)

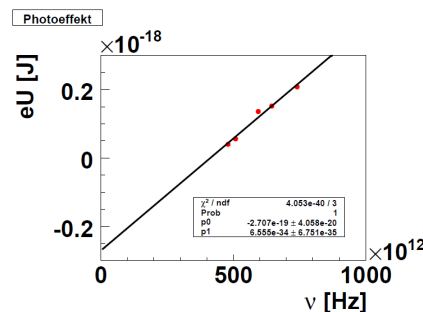
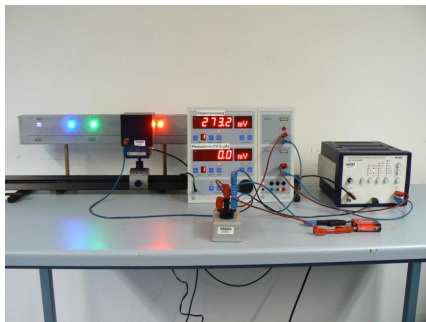
## Der Photoeffekt



### Widersprüche zum Wellenbild:

- Strom  $I$  setzt instantan ohne Zeitverzögerung ein: Schwingungen verstärken sich nicht zeitlich
- Strom  $I$  nur für Frequenzen oberhalb von  $\nu_{\text{grenz}}$  beobachtbar,  $\nu_{\text{grenz}}$  ist unabhängig von der Intensität: minimale Photonenenergie für Stöße hängt von der Frequenz und nicht Intensität ab
- Erhöhung der Intensität führt zur Erhöhung des Stroms  $\rightarrow$  Anzahl der Photoelektronen steigt
- Maximalenergie der Elektronen proportional zur Frequenz und nicht zur Intensität

## Experiment: Photoeffekt mit LEDs Qu-08



Untersuchung des Photoeffektes mit einer PbS-Photozelle.

Als Lichtquelle dienen LEDs unterschiedlicher Wellenlänge (UV: 405 nm, blau: 465 nm, grün: 505 nm, gelb: 590 nm, rot: 625 nm), welche in einer Leiste montiert sind. Die Intensität ist regelbar. Der Strom der Photozelle wird als Spannungssignal aus dem Meßverstärker über ein Sensor-CASSY und CASSY-Display oder ein Demo-Multimeter angezeigt.

Die Energie der Elektronen hängt nach  $E = h\nu - W_A$  nur von der Frequenz, nicht von der Intensität des Lichtes ab. Für die vorhandene Photozelle liegt die Grenzwellenlänge in der Größenordnung von 900 nm, so dass es in der Praxis zur Demonstration dieses Effektes notwendig ist, eine Gegenspannung anzulegen. Hierfür wird eine 4.5V Blockbatterie verwendet, wobei die an der Photozelle angelegte Gegenspannung über ein Potentiometer geregelt wird. Die Photozelle wird über eine optische Schiene an den LEDs vorgefahren. Im zweiten Kanal des Sensor-CASSYs und CASSY-Displays oder mit einem zweiten Demo-Multimeter wird die Gegenspannung angezeigt. Der Schaltplan ist unten verlinkt.

Man zeigt also im Versuch, dass nur Licht ab einer bestimmten Frequenz Elektronen auslösen kann, wobei die Grenzfrequenz, ab welcher ein Photostrom gemessen wird, mit der Gegenspannung eingestellt werden kann. Bei zu kleiner Frequenz können die Photonen wegen zu niedriger Energie keine Elektronen aus dem Metall auslösen und es kommt nicht zum Photoeffekt. Eine Erhöhung der Lichtintensität erhöht lediglich einen schon vorhandenen Strom in der Photozelle.

Aus einer quantitativen Messung können das Plancksche Wirkungsquantum sowie die Austrittsarbeit bestimmt werden. Hierfür misst man für verschiedene Wellenlängen die Spannung, bei der der Strom der Photozelle verschwindet (Grenzspannung  $U_G$ ), und trägt wegen  $E = eU_G = h\nu - W_A$  die Grenzspannung gegen die Frequenz auf. Aus der Steigung  $h/e$  bestimmt man das Plancksche Wirkungsquantum und aus dem y-Achsenabschnitt die Austrittsarbeit.

Abbildung 1.21: Der Photoeffekt

**Widersprüche zum Wellenbild:** Für die Emission der Elektronen auf Grund der E-Feld Schwingungen einer Lichtwelle würde man eine Intensitäts-abhängige Ansprechzeit der Emission erwarten, bis sich ein Gleichgewicht einstellt. Dies wird nicht beobachtet.

Die Existenz der Grenzfrequenz  $\nu_{\text{grenz}}$  widerspricht ebenso dem Wellenbild. Mit höherer Intensität wird ein größeres E-Feld in das Material gegeben, und damit sollte und  $\nu_{\text{grenz}}$  von der Intensität abhängen. Das gleiche gilt für die Unabhängigkeit der Gegenspannung  $U_{\text{max}}$  von der Intensität.

**Interpretation:** Die beobachteten Phänomene sind durch Teilchenstöße erklärbar, wenn einzelne Photonen eine Energie  $E_\gamma \propto \nu$  tragen und die Intensität proportional zur Photonenzahl ist.

Das instantane Einsetzen des Effektes ist konsistent mit einzelnen unabhängigen Stößen von Photonen und Elektronen. Die Energie der Photonen muss ausreichen, um die im Material mit der Energie  $E_b$  gebundenen Elektronen auszulösen

$$E_\gamma \geq E_b \quad (1.32)$$

Der Photostrom hängt von der Photonzahl ab und wird maximal wenn alle ausgelösten Photoelektronen an der Anode gesammelt werden, reduziert sich aber bei einer Gegenspannung, die Elektronen kleinerer Energie abstößt.

**Planckschen Wirkungsquantum:** Die Proportionalitätskonstante zwischen Photonenenergie und Frequenz wird *Planckschen Wirkungsquantum*: genannt.

$$E_\gamma = h\nu = \hbar\omega \quad \text{mit} \quad h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ Js} \quad \text{und} \quad \hbar \equiv \frac{h}{2\pi} = 1.055 \times 10^{-34} \text{ Js} \quad (1.33)$$

**Bemerkung:** Aus der Energieerhaltung folgt  $E_\gamma = e \cdot U_{\text{max}} + E_B$  und damit

$$U_{\text{max}} = \frac{h}{e} \cdot \nu + \frac{E_b}{e}. \quad (1.34)$$

Trägt man die Gegenspannung  $U_{\text{max}}$  für das Verschwinden des Photostroms gegen die Frequenz des Lichtes auf (Abb.1.21, c), so ergibt sich eine Gerade deren Achsenabschnitt dem Bindungspotential der Elektronen und deren Steigung dem Wert  $h/e$  entspricht.

**Beachte:** Die Einheit des Planckschen Wirkungsquantums  $h$  ist nicht nur eine Wirkung (Energie mal Zeit) sondern auch ein Drehimpuls. Die Konstante ist sowohl für quantenphysikalische Energien als auch für Drehimpulse relevant.

**Der Compton Effekt:** In diesem Effekt werden Photonen (meist Röntgenstrahlen) an quasi freien Elektronen (z.B. in Metallen) gestreut. Beim Stoß wird Energie auf das Elektron übertragen. Dieser Energieverlust entspricht einer Frequenzverringerung bzw. Wellenlängenänderung, die mit größerem Streuwinkel ansteigt (siehe Abbildung 1.22) wobei

$$\Delta\lambda = \lambda_c(1 - \cos\phi) \quad (1.35)$$

mit  $\lambda_c = \frac{h}{m_e c}$ . Je größer der Streuwinkel  $\phi$  des Photons und damit der Rückstoß, desto größer ist auch der Energieverlust des Photons. Im Bild des Rückstoßes wird dem Photon ein Impuls zugeordnet, der genau der Erwartung für ein Ruhemasse-loses Teilchen entspricht  $E = p \cdot c$

$$p_\gamma = \frac{E_\gamma}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{\hbar\omega}{c} = \frac{h}{\lambda} = \hbar k \quad (1.36)$$

mit  $|k| = \frac{\omega}{c}$ . Auch der Zusammenhang mit der Wellenlänge ist zwanglos konsistent mit  $c = \lambda \cdot \nu$  und entsprechend ist der Impuls mit der inversen Wellenlänge verknüpft.

**Gravitationsrotverschiebung:** Photonen verlieren Energie beim Durchlauf von Gravitationsfeldern. Es kann ihnen, wie Teilchen eine äquivalente Masse

$$m_\gamma = \frac{E_\gamma}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2} \quad (1.37)$$

## Der Compton Effekt

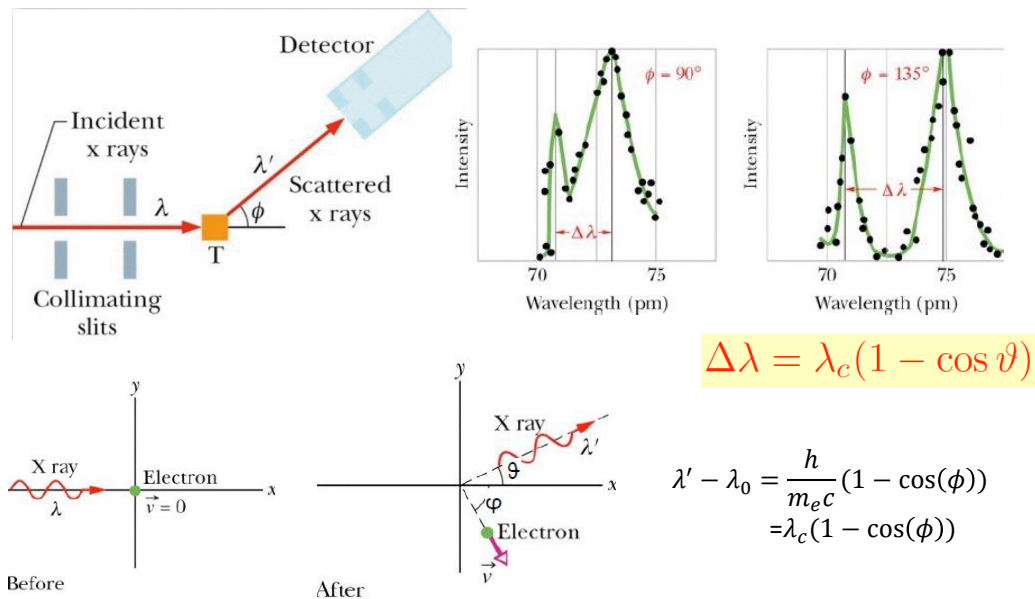


Abbildung 1.22: Der Compton Effekt

## Gravitationsrotverschiebung Sirius-B

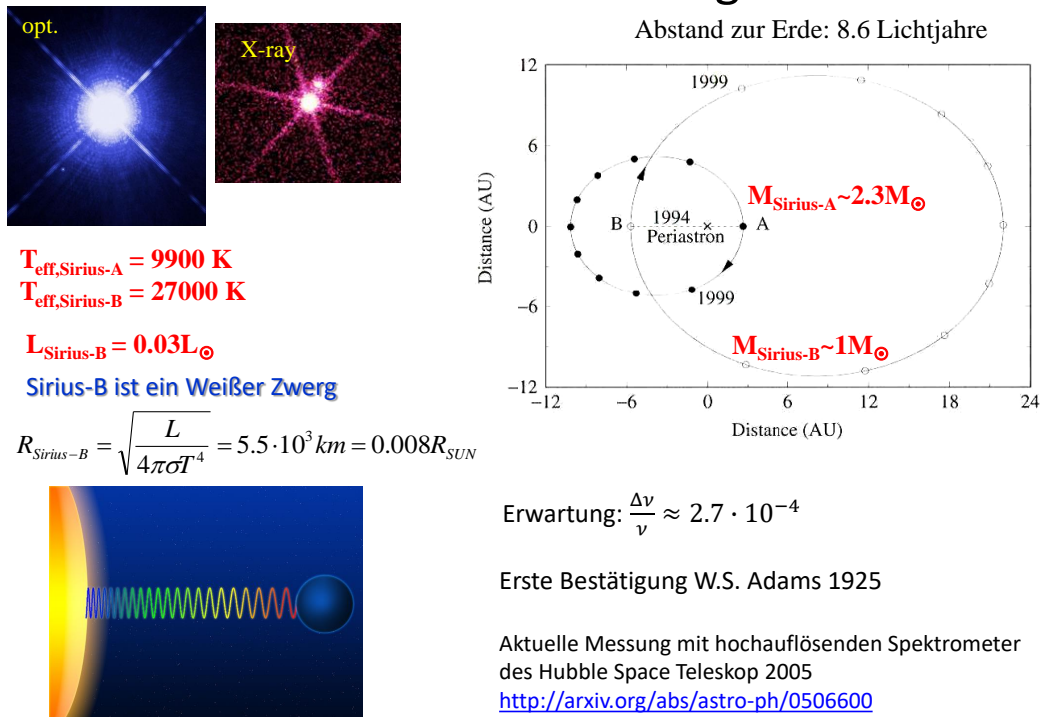


Abbildung 1.23: Gravitationsrotverschiebung für den Stern Sirius-B



## Pound Rebka Experiment

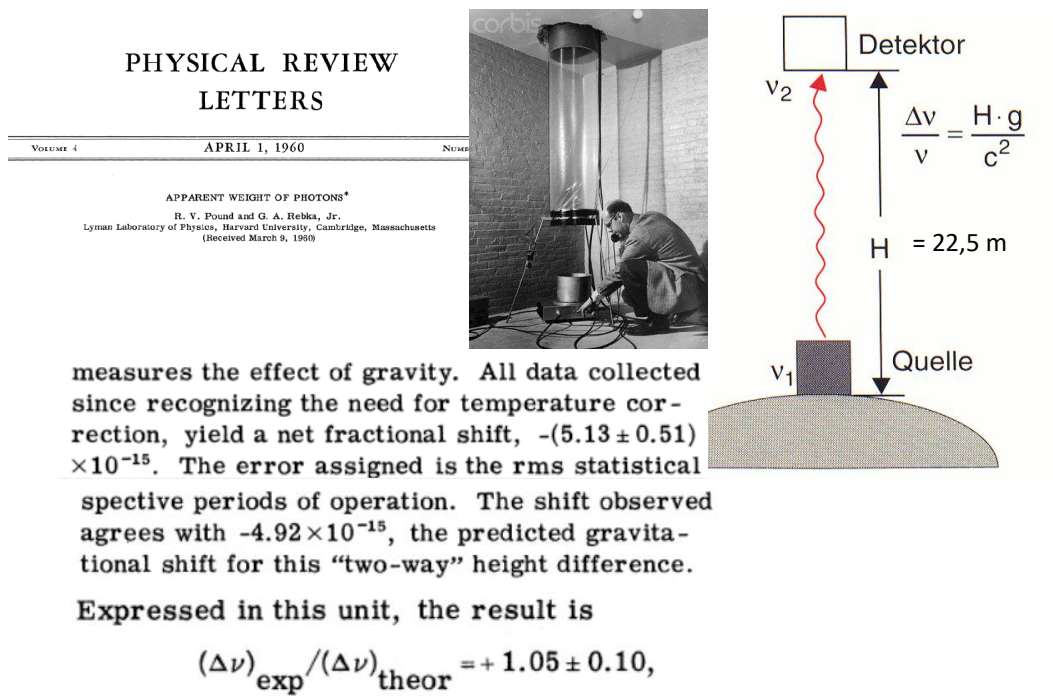


Abbildung 1.24: Das Experiment von Pound und Rebka

zugeordnet werden. Für das Gravitationsfeld einer Punktmasse  $M$  ergibt sich für ein Teilchen der Masse  $m$  im Abstand  $R$  die potentielle Energie

$$E_{\text{pot}} = -G \frac{M \cdot m}{R} \quad (1.38)$$

Für ein Photon, das von einer Sternoberfläche mit der Frequenz  $\nu_0$  emittiert wird<sup>3</sup>, erwartet man so bei Beobachtung außerhalb des Schwerefeldes des Sterns eine kleinere Frequenz.

$$h\nu' = h\nu_0 + E_{\text{pot}} = h\nu_0 - \frac{h\nu_0 GM}{c^2 R} \quad (1.39)$$

Die erwartete Frequenzänderung ist dann

$$\frac{\nu' - \nu_0}{\nu_0} = -\frac{GM}{c^2 R} \quad (1.40)$$

Dieses Phänomen wurde bereits 1925 bei einem *Weißem Zwerg*, Sirius B, beobachtet, siehe Abbildung 1.23. Weiße Zwerge sind ausgebrannte Sterne, die sehr kompakt sind und eine hohe Dichte haben. Für den dichten Stern Sirius-B, der mit dem Stern Sirius A ein Doppelsternsystem bildet, ist die Masse gut bekannt. Für den Radius von etwa 6000 km und die Masse  $0.98 M_\odot$  (1 Sonnenmasse  $M_\odot \approx 2 \cdot 10^{30}$  kg) erwartet man eine Frequenzänderung  $\frac{\Delta\nu}{\nu} \simeq 2.5 \cdot 10^{-4}$ , die in dem System auch zusätzlich zu den periodischen Dopplerverschiebungen beobachtet wurde.

Die Gravitationsrotverschiebung konnte auch in einem Präzisionsexperiment auf der Erde 1960 von Pound und Rebka bestätigt werden, siehe Abbildung 1.24. Der vertikale Laufweg der Photonen betrug  $h = 22.5$  m und entsprach damit einem Energieverlust von  $m_\gamma \cdot g \cdot h$ . Die relative Frequenzänderung ist damit

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{\Delta\nu}{\nu} = -\frac{mgh}{h\nu} = -\frac{h\nu gh}{c^2 h\nu} = -\frac{gh}{c^2} \approx 2 \cdot 10^{-15} \quad (1.41)$$

<sup>3</sup>z.B. eine Spektrallinie des Wasserstoff, siehe Kapitel 1.3



für eine einzelne Laufstrecke und der doppelte Wert wenn Sender und Detektor zum Vergleich vertauscht werden. Diese hochpräzise Messung wurde durch Resonanzabsorption von Gammastrahlen von Atomkernen über den Mößbauer Effekt (siehe Kapitel 13.4) ermöglicht.

### 1.2.2 Materiewellen

Davidson und Germer demonstrierten im Jahr 1926, dass beim Durchgang von Elektronen durch eine dünne Folie aus kristallinen Material Beugungsringe wie bei Röntgenstreuung entstehen, siehe Abbildung 1.25.

## Das Davidson-Germer Experiment 1926

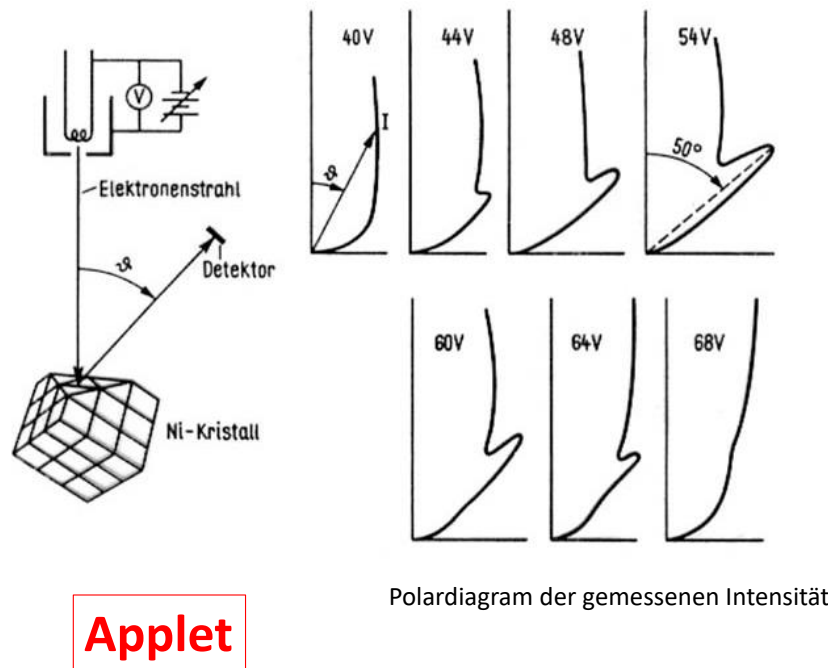


Abbildung 1.25: Das Experiment von Davidson und Germer

Der Radius der Beugungsringe hängt von der Beschleunigungsspannung und damit von der Geschwindigkeit der Elektronen ab. Daher muss auch die Wellenlänge von der Geschwindigkeit abhängen.

$$\lambda \propto \frac{1}{v} \propto \frac{1}{p} \quad (1.42)$$

Im Experiment (Abb. 1.26) können wir diesen Zusammenhang mit dem Impuls nachvollziehen und wir finden, dass die Proportionalitätskonstante genau wie bei Photonen dem Planck'schen Wirkungsquantum  $h$  entspricht.

**Auswertung des Elektronenbeugungsexperimentes** (Abbildung 1.26): Der laterale Durchmesser  $L$  eines Beugungsbildes für eine kreisförmigen Blende des Durchmessers  $D$  im Abstand  $d$  ergibt sich (siehe Physik III) zu

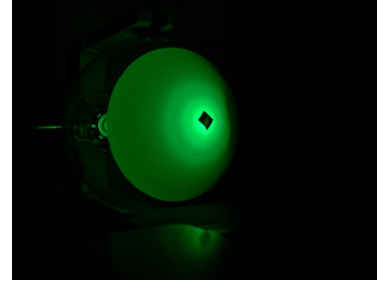
$$L = \alpha \cdot d = 2.44 \cdot \frac{\lambda}{D} \cdot d \quad (1.43)$$

Der Impuls der Elektronen ist gegeben durch die Beschleunigungsspannung über

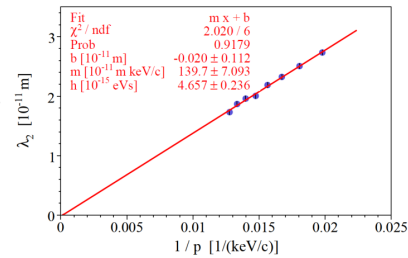
$$p = \sqrt{2mE} = \sqrt{2meU} \quad (1.44)$$

Der Durchmesser der Ringe muss sich also  $L \propto \frac{1}{\sqrt{U}}$  ändern. Aus der Proportionalitätskonstanten kann  $h$  bestimmt werden.

## Experiment: Elektronenbeugung Qu-04



In diesem Versuch wird die Wellennatur von Elektronen gezeigt. In der Elektronenbeugungsröhre werden die Elektronen von der Kathode emittiert und an einem mit Graphitpulver belegten Beugungsgitter gestreut (Debye-Scherrer-Verfahren). Es entstehen zwei Beugungsringe, da zwei verschiedene Netzebenenabstände vorkommen. Die Ringe werden auf dem Fluoreszenzschirm der Röhre beobachtet. Der Öffnungswinkel der Streukugel (und damit der Radius der Ringe) ändert sich mit der angelegten Beschleunigungsspannung aufgrund der Bragg-Bedingung und der de Broglie-Beziehung  $\lambda = h/p$ . Die Spannung wird zwischen 0 und 6 kV variiert. Mögliche quantitative Auswertungen bei Messung der Ringradien: Bestimmung der Wellenlänge der Elektronen aus der Bragg-Beziehung sowie Bestimmung der Wellenlänge aus der Beschleunigungsspannung und damit Verifikation der de Broglie-Beziehung. Prinzipiell können die Messdaten auch verwendet werden, um die Netzebenenabstände zu bestimmen oder um das Plancksche Wirkungsquantum zu berechnen (siehe Anleitung für Details).



$$\lambda = h \cdot \frac{1}{p}$$

Abbildung 1.26: Experiment Elektronenbeugung

**Ergebnis:** Elektronenstrahlen können als ebene Welle

$$\psi(\vec{r}, t) = \psi_0 \cdot e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)} \quad (1.45)$$

beschrieben werden. Die Wellenlänge der Teilchenwellen ist hierbei

$$\lambda = \frac{h}{m_e \cdot v} = \frac{h}{p} \quad \text{bzw.} \quad \vec{p} = \hbar \vec{k} \quad (1.46)$$

und wird *de Broglie Wellenlänge* genannt. Der Zusammenhang mit der Frequenz ist

$$\hbar \omega = E = \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \quad (1.47)$$

und wird *Dispersionsrelation* genannt.

**Anwendung:** Die Welleneigenschaften kann man sich im Elektronenmikroskop zu Nutze machen, siehe Abbildung 1.27. Durch den einstellbaren Impuls können viel kleinere Wellenlängen als für optisches Licht erreicht werden.

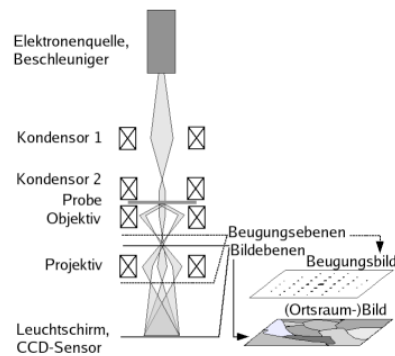
**Beispiel:** Bei einer Beschleunigungsspannung von  $U = 50 \text{ kV}$  ergibt sich über die Dispersionsrelation eine sehr feine Auflösung

$$q \cdot U = \frac{p^2}{2m} = \frac{h^2}{2m\lambda^2} \Rightarrow \lambda = \sqrt{\frac{h^2}{2mqU}} = 5.5 \times 10^{-3} \text{ nm} \quad (1.48)$$

So feine Auflösungen werden in der Praxis<sup>4</sup> oft nicht erreicht, da Instrumente durch Abberationen der Elektronenlinsen limitiert sind.

**Schlussfolgerung:** Sowohl Elektronen als auch Photonen verhalten sich abhängig von der experimentellen Situation sowohl als Teilchen als auch als Welle. Bei richtig eingestellten Wellenlängen sind die Beugungsmuster von Photonen und Elektronen identisch, siehe Abbildungen 1.28. Dies bezeichnet man als *Teilchen-Welle-Dualismus*.

## Anwendung Elektronenmikroskop



Auflösung heute bis zu 0.1 nm (Lichtmikroskope: ~ 200 nm)

Bsp: 100 keV Elektronen  $\rightarrow \lambda = h/p = 0.0037$  nm

Begrenzung der Auflösung durch Elektronenoptik (Aberration) gegeben.

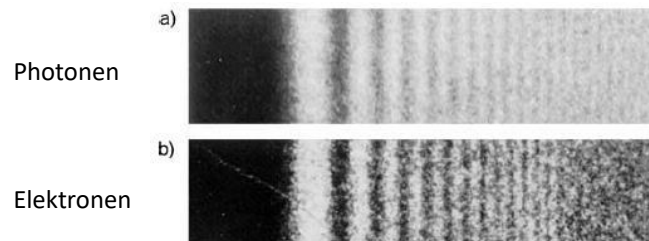
Man unterscheidet Rasterelektronenmikroskope (REM) und Transmissionselektronenmikroskope (TEM)

- REM: Rasterung des e- Strahls über ein massives Objekt und Messung der (rück)gestreuten Intensität
- TEM: Durchstrahlung eines (dünnen) Objektes

Ernst Ruska Zentrum Jülich : <http://www.er-c.org/centre/centre.htm>

Abbildung 1.27: Das Elektronenmikroskop

## Beugungsmuster an der Kante eines MgO Kristalls



**Elektronenbeugung = Photonenbeugung**

Abbildung 1.28: Elektronenbeugung

Dieser Dualismus wird eindrucksvoll am Doppelspaltexperiment oder ähnlichen Beugungsexperimenten demonstriert, das ursprünglich nur als ein Gedankenexperiment konzipiert war, siehe Abbildungen 1.29 und 1.30.

- Man richtet einen Photonen- oder Elektronen-Strahl auf einen Doppelspalt mit so niedriger Intensität, dass pro Zeiteinheit nur ein Teilchen durch die Spalte läuft.

<sup>4</sup>Das Jülicher Ernst Ruska Centrum (<http://www.er-c.org/centre/centre.htm>) ist eines der weltweit führenden Zentren für Elektronenmikroskopie und wird in Kooperation mit der Aachener Physik betrieben.

## Das Doppelspaltexperiment

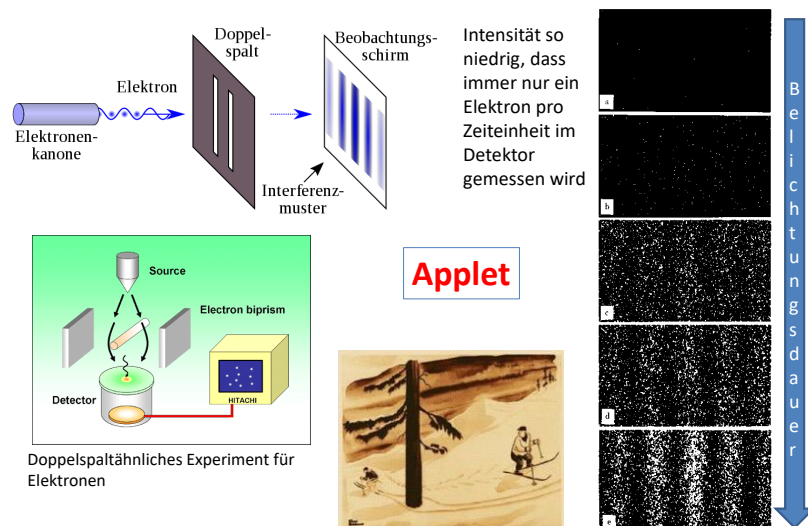


Abbildung 1.29: Das Doppelspaltexperiment

### Experiment: Einzelphotonenbeugung Qu-21



In diesem Versuch zum Welle-Teilchen-Dualismus wird das Doppelspaltexperiment mit einzelnen Photonen durchgeführt und so gezeigt, dass auch einzelne Teilchen Wellencharakter besitzen.

In einem optischen Kanal befinden sich die Lichtquellen (Laser und Glühlampe), optische Komponenten (diverse Einzel- und Doppelspalte) und die Lichtdetektoren. Es gibt zwei Modi des Versuchs: 1.) Laserlicht (670nm, 5mW) wird mit einer Photo-Diode gemessen. Hierbei werden natürlich keine einzelnen Photonen erzeugt. 2.) Schwaches Licht einer Glühlampe wird mit einem Photomultiplier gemessen. Dies ist der eigentliche Einzelphotonenversuch.

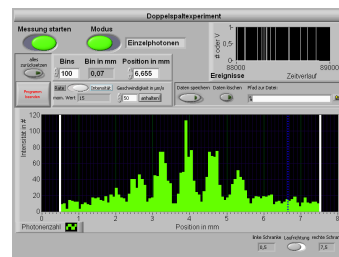


Abbildung 1.30: Experiment Einzelphotonenbeugung

- Mit einem Detektor in der Beobachtungsebene kann der diskrete Auftreffpunkt jedes Teilchens gemessen werden.
- Mit hinreichender Messdauer (Statistik) ergibt sich für die Auftreffpunkte ein Beugungsbild.
- Das Beugungsbild erfordert jedoch den Durchgang einer kohärenten Welle durch beide Spalte was im Widerspruch zu einzelnen Teilchen pro Zeiteinheit steht.
- Im Teilchenbild geht das Teilchen durch den einen oder anderen Spalt. Eine Überprüfung durch eine Messung an den Spalten lässt das Beugungsbild verschwinden.

Als Ergebnis finden wir, dass das Elektron oder Photon gleichzeitig sowohl ein Teilchen ist, das einen festen Aufenthaltsort hat, und eine Welle, die kohärent durch beide Spalten geht. Der Teilchenort scheint durch die schiere Möglichkeit auch einen anderen Ort einnehmen zu können beeinflusst zu werden. Der jeweils andere Spalt übt eine rätselhafte Fernwirkung auf das Teilchen aus, siehe Abbildung 0.2.