Name: Luca Cordes, 444900

Experimentalphysik III (WS 2023/2024)

15/30P

Übung 4

Tutorium: 8

Abgabe: 07.11.2023

Aufgabe 1: Zweilinsensystem 5/5P

Welchen Abstand müssen zwei Sammellinsen von je 10 cm Brennweite haben, damit ihre Gesamtbrennweite $f = 8\,\text{cm}$ ist?

....

$$\begin{aligned} D' &= D_1 + D_2 - dD_1D_2 \quad ✓ \\ &= 2D - dD^2 \\ d &= \frac{2D - D'}{D^2} \quad ✓ \\ &\approx \frac{2 \cdot \frac{1}{10\,\text{cm}} - \frac{1}{8\,\text{cm}}}{\frac{1}{10^2\,\text{cm}^2}} \\ &\approx 7.5\,\text{cm} \quad ✓ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M &= M_{T_3} \cdot M_{L_2} \cdot M_{T_2} \cdot M_{L_1} \cdot M_{T_1} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & \frac{b}{n_0} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -D_1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \frac{d}{n_0} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -D_2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \frac{g}{n_0} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 - bD_1 - dD_1 - bD_2 + bdD_1D_2 & d + g + b - dgD_1 - bgD_2 - bgD_1 - bdD_2 + bgdD_1D_2 \\ -D_1 - D_2 + dD_1D_2 & 1 - gD_1 - dD_2 - gD_2 + gdD_1D_2 \end{pmatrix} \\ S_2 &= MS_1 \\ &= M \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \alpha \end{pmatrix} \\ &= \alpha \cdot \begin{pmatrix} d + g + b - dgD_1 - bgD_1 - bgD_2 - bdD_2 + bgdD_1D_2 \\ 1 - gD_1 - gD_2 - dD_2 + dgD_1D_2 \end{pmatrix} \\ S_2 &= \begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= 1 - gD_1 - gD_2 - dD_2 + dgD_1D_2 \\ &= 1 - 2gD - dD + dgD^2 \\ &= 1 - 2\left(8\,\text{cm} - \frac{d}{2}\right)D - dD + \left(8\,\text{cm} - \frac{d}{2}\right)dD^2 \,, \quad \begin{cases} f = g + \frac{d}{2} = 8\,\text{cm} \\ g = 8\,\text{cm} - \frac{d}{2} \end{cases} \\ &= 1 - 16\,\text{cm} \cdot D + dD - dD + 8\,\text{cm} \cdot dD^2 - \frac{d^2D^2}{2} \\ &= d^2\frac{D^2}{2} - d \cdot 8\,\text{cm} \cdot D^2 - 1 + 16\,\text{cm} \cdot D \\ d &= -\frac{D^2}{4} \pm \sqrt{16\,\text{cm} \cdot D^4 + 1 - 16\,\text{cm} \cdot D} \\ &\approx -\frac{D^2}{4} \pm \sqrt{16\,\text{cm} \cdot D^4 + 1 - 16\,\text{cm} \cdot D} \end{aligned}$$

Aufgabe 2: Vorsatzlinse für Kamera

Aufgabe fehlt 0P

Aufgabe 3: Vergrößerung am Kepler'schen Fernrohr

Ein Keplersche Fernrohr besteht aus einem Objektiv mit Brennweite f_{obj} und einem Okular mit Brennweite f_{okl} die sich den selben Brennpunkt teilen.

(a)
Bestimmen Sie für einen Strahl der in der Höhe h und Winkel α das Objektiv trifft die Abbildungsmatrix. Das Objektiv ist eine plankonvexe Linse mit dem Radius von $r_1 = 24\,\text{cm}$, das Okular ist eine bikonvexe Linse mit Biegeradius $r_2 = 12\,\text{cm}$. Beide Linsen sind aus Kronglas mit einem Brechnungsindex von $n_L = 1.6$ gefertigt.

10/10P

$$D_1 = (n_L - n_0)\left(\frac{1}{r_{11}} + \frac{1}{r_{12}}\right) \approx (1.6-1)\left(\frac{1}{24\,\text{cm}} + \frac{1}{\infty\,\text{cm}}\right) \approx \frac{1}{40}\,\text{dpt}$$
$$D_2 = (n_L - n_0)\left(\frac{1}{r_{21}} + \frac{1}{r_{22}}\right) \approx (1.6-1)\left(\frac{1}{12\,\text{cm}} + \frac{1}{12\,\text{cm}}\right) \approx \frac{1}{10}\,\text{dpt}$$

Abbildungsmatrix für das ganze System:

$$\begin{aligned}
M &= M_{L_2} \cdot M_T \cdot M_{L_1} \\
&= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -D_2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \frac{d}{n_0} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -D_1 & 1 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 1 & \frac{d}{n_0} \\ -D_2 & 1 - D_2\frac{d}{n_0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -D_1 & 1 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 1 - D_1\frac{d}{n_0} & \frac{d}{n_0} \\ D_1 D_2 \frac{d}{n_0} - D_2 - D_1 & 1 - D_2\frac{d}{n_0} \end{pmatrix} ✓ \\
&\approx \begin{pmatrix} -\frac{1}{4} & 50\,\text{cm} \\ 0 & -4 \end{pmatrix} ✓, \quad \text{mit} \begin{cases} d = \frac{1}{D_1} + \frac{1}{D_2} = 50\,\text{cm} \\ n_0 \approx 1 \end{cases}
\end{aligned}$$

Achtet darauf, dass die Matrixmultiplikation im Allgemeinen nicht kommutativ ist und hier eigentlich von rechts nach links multipliziert werden muss!

(b)
Mit der Abbildungsmatrix:

$$\begin{aligned}
S_2 &= M \cdot S_1 = M \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \alpha \end{pmatrix} \\
\Longrightarrow \quad \beta &= -4\alpha \\
V &= \frac{\tan\beta}{\tan\alpha} = \frac{\tan(-4\alpha)}{\tan\alpha} \approx -4 ✓, \quad \text{da } \tan\alpha = \alpha + \mathcal{O}\left(\alpha^3\right)
\end{aligned}$$

Mithilfe die Geometrie:

$$V = \frac{\tan\beta}{\tan\alpha} = \frac{b_z/F_2}{-b_z/F_1} = -\frac{D_2}{D_1} = -4$$

Aufgabe 4: Öffnungsfehler plankonvexe Linse

0/10P