Formelblatt

Experimentalphysik 1

RWTH Aachen
WiSe 2020 / 21
Prof. T. Hebbeker

Newtonsche Mechanik:

Newtonsche Axiome: 1. Trägheitsprinzip: $\vec{v} = const$, 2. Aktionsprinzip: $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$ $\frac{\text{beschleunigende Kraft}}{\text{träge Masse}}$ $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$

Gravitation: $\vec{F}(\vec{r}) = G \cdot \frac{Mm}{r^2} \cdot \vec{e}_r$ 3. Reaktionsprinzip: $\vec{F}_B = -\vec{F}_A$

Reibungskräfte: Gleitreibung: $\vec{F}_G^R = -\mu_G \cdot |\vec{F}_N| \cdot \vec{e}_v$ Haftreibung: $\mu_H > \mu_G$ $|\vec{F}_H^R| \leq \mu_H \cdot |\vec{F}_N|$

Rollreibung: $\vec{F}_R^R = -\mu_R \cdot |\vec{F}_N| \cdot \vec{e}_v$ Stokessche Reibung: $\vec{F}_S^R = -\kappa \vec{v}$ Kugel in FL: $\kappa = 6\pi\eta r$

Newtonsche Reibung: $\vec{F}_N^R = -\frac{1}{2} \cdot A \cdot c_W \cdot \rho \cdot \vec{v}^2 \cdot \vec{e}_v$ → laminare / turbulente Strömung

(abgeschl. Systeme) Erhaltungssätze: Massenerhaltung: $\sum m_i = M = const$ Impulserhaltung Energieerhaltung → gilt nicht immer (Reibung muss berücksichtigt werden) $\vec{F}(\vec{r}) = -\vec{\nabla} E(\vec{r})$

$W_{A,B}^K = -\int_{K(A,B)} \vec{F}(\vec{r})\, d\vec{r}$ $\Delta E = W$ gilt immer! $(\to 0)$ Feder: $\vec{F}(x) = -D \cdot (x - x_0)\, \vec{e}_x$

$E_{kin} = \frac{1}{2} m \vec{v}^2 = \frac{\vec{p}^2}{2m}$ $E_{pot} = mgh$ $E_{pot} = -G \cdot m_1 \cdot m_2 \cdot \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right)$ $E_{pot}(x) = \frac{1}{2} D \cdot (x - x_0)^2$

$P = \frac{dW}{dt} = \frac{dW}{dr} \cdot \frac{dr}{dt} = F \cdot v$ Gravitation: Feldstärke $\vec{E}(\vec{r}) = -G \cdot \frac{M}{r^2} \cdot \vec{e}_r$ Potential: $U(\vec{r}) = -G \cdot \frac{M}{r}$ $\vec{E}(\vec{r}) = -\vec{\nabla} U(\vec{r})$

Stöße: elastisch: $v_1' = \frac{1}{m}[(m_1 - m_2) v_1 + 2 m_2 v_2]$ $v_2' = \frac{1}{m}[(m_2 - m_1) v_2 + 2 m_1 v_1]$ inelastisch: $v' = \frac{1}{m}(m_1 v_1 + m_2 v_2)$

Rakete: Raketengrundgleichung: $v_R = |\vec{v} \cdot \ln(1 - \frac{m_T^0}{m_R^0})|$ $\vec{v}$: Ausstoßgeschwindigkeit relativ zur Rakete; m_R^0: Anfangsmasse, davon m_T^0: Treibstoff

Schwingungen:

$q(t+T) = q(t)$ $q(t) = A \cdot \cos(\omega t + \phi) = A_1 \cdot \cos(\omega t) + A_2 \cdot \sin(\omega t)$ $A^2 = A_1^2 + A_2^2$ $\tan\phi = -\frac{A_2}{A_1}$

DGL $\ddot{q} + \omega^2 q = 0$ (Federpendel: $\omega^2 = \frac{D}{m}$, Fadenpendel: $\omega^2 = \frac{g}{l}$)

Überlagerung von Schwingungen: $q_i(t) = A_i \cdot \cos(\omega t + \phi_i)$ → $q(t) = q_1(t) + q_2(t) = A \cdot \cos(\omega t + \phi)$ $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2 A_1 A_2 \cos(\phi_2 - \phi_1)}$

$q_i(t) = A_i \cdot \cos(\omega_i t)$ → $q(t) = q_1(t) + q_2(t)$ $\tan\phi = \frac{A_1 \sin\phi_1 + A_2 \sin\phi_2}{A_1 \cos\phi_1 + A_2 \cos\phi_2}$

$= 2A \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right) \cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right)$ (Amplitude Schwingung, mittlere Frequenz)

Fourierzerlegung: $q(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cdot \cos(n\omega t) + B_n \cdot \sin(n\omega t))$

Lissajous: $x = a \cdot \cos(\omega t)$ $y = b \cdot \cos(\omega t + \phi)$ Ellipse: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{2\cos\phi}{ab} xy = \sin^2\phi = const$ a: große, b: kleine Halbachse

Gekoppelte Oszillatoren: $\frac{d^2}{dt^2}\begin{pmatrix}\phi_1\\ \phi_2\end{pmatrix} + \begin{pmatrix} g/l + D/m & -D/m \\ -D/m & g/l + D/m \end{pmatrix}\begin{pmatrix}\phi_1\\ \phi_2\end{pmatrix} = 0$ $\xrightarrow{\text{Normal-koord.}}$ $\frac{d^2}{dt^2}\begin{pmatrix}\xi_+\\ \xi_-\end{pmatrix} + \begin{pmatrix} g/l & 0 \\ 0 & g/l + 2D/m \end{pmatrix}\begin{pmatrix}\xi_+\\ \xi_-\end{pmatrix} = 0$ $\omega_+ = \sqrt{g/l}$, $\omega_- = \sqrt{g/l + 2D/m}$

⇒ Schwebung: $\omega_{slow} = \frac{\omega_- - \omega_+}{2}$ $\omega_{fast} = \frac{\omega_- + \omega_+}{2}$

Gedämpfte Schwingungen: $F_R = -2\gamma m \dot{x}$ $\ddot{x} + \omega_0^2 x + 2\gamma\dot{x} = 0$ schwache Dämpfung $\gamma < \omega_0$: Frequenz reduziert! → $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$

Erzwungene Schwingungen: $\ddot{x} + \omega_0^2 x + 2\gamma\dot{x} = \frac{F(t)}{m}$ $F(t) = F_0 \cos(\omega_E \cdot t)$ ⇒ nach Einschwingvorgang, stationärer Zustand: $x(t) = A \cdot \cos(\omega_E \cdot t + \phi)$

mit $A(\omega_E) = \frac{F_0}{m} \cdot \frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_E^2)^2 + (2\gamma\omega_E)^2}}$ und $\tan\phi = \frac{-2\gamma\omega_E}{\omega_0^2 - \omega_E^2}$; $\omega_E^R = \sqrt{\omega_0^2 - 2\gamma^2}$ $A^R = \frac{F_0}{2\gamma m \omega_E}$

Wellen:

Wellengleichung: $\frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$ Allgemein: $\xi(z,t) = f(vt - z)$ harm. Wellen: $\xi(z,t) = A \cdot \cos(\omega t - kz + \phi)$ $v = \frac{\omega}{k}$ $v = \lambda \cdot \nu$

komplex: $\xi(z,t) = A \cdot e^{i(\omega t - kz + \phi)}$ 3-Dim: $\xi = A(r) \cdot \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \phi)$ Intensität: $I = \frac{\Delta E}{F \cdot \Delta t} \sim v \cdot A^2$

Druckanregung in Gas: $\frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = \frac{\rho_0}{p_0} \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$ ⇒ $v_S = \sqrt{\frac{p_0}{\rho_0}}$ In festen Körpern: $v_S = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ E: Elastizitätsmodul; Amplitude ortsabhängig

Stehende Wellen: notw. Bedingung: $\omega_1 = \omega_2$ $\phi_1(t, \vec{r}) = \phi_2(t, \vec{r}) + \Delta\phi(\vec{r})$ {kohärent / Kohärenz} Bsp.: $\xi = \xi_1 + \xi_2 = 2A \cdot \cos(kz - \frac{\Delta\phi}{2}) \cdot \cos(\omega t + \frac{\Delta\phi}{2})$

Dopplereffekt: Bewegte Quelle: $\omega = \frac{\omega_0}{1 - \frac{v_Q}{v_S}}$ Bewegter Sender: $\omega = \omega_0 (1 + \frac{v_B}{v_S})$ Sender und Quelle bewegt: $\omega = \omega_0 \cdot \frac{v_S + v_B}{v_S - v_Q}$

Brechung: $\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \frac{v_1}{v_2}$ Beugung: $n \cdot \lambda = d \cdot \sin\theta \approx d \cdot \theta = d \cdot \frac{y}{L}$ Intensität Einzelspalt: $I = I_0 \cdot \left(\frac{\sin(\pi\theta a/\lambda)}{\pi\theta a/\lambda}\right)^2$

Drehbewegungen:

Gravitationsfeld einer hom. Kugel Innen: $E(r) = -G \frac{M}{R^3} \cdot r$ Außen: $E(r) = -G \cdot \frac{M}{r^2}$

Keplersche Gesetze: 1) Planetenbahnen = Ellipsen (Sonne ist ein Brennpunkt) 2) Radiusvektor Sonne-Planet $\frac{\Delta A}{\Delta t} = const.$ 3.) $\frac{T^2}{a^3} = const = \frac{4\pi^2}{GM}$

Scheinkräfte: $\vec{a}_S(t) = \vec{a}_I(t) - \ddot{\vec{R}}(t)$ In rot. Bezugssystemen: Zentrifugalkraft: $\vec{F}_F = -m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}_S) \overset{(\vec{r}_S \perp \vec{\omega})}{=} m\omega^2 \vec{r}_S$ $\vec{F}_F = -\vec{F}_Z$

Corioliskraft: $\vec{F}_C = 2m\, \vec{v}_S \times \vec{\omega}$ $|\vec{F}_C| = 2mv\omega\sin\phi$ $T = 1d \frac{1}{\sin\phi}$

Starre Körper

Funktionaldeterminanten: Kugelkoordinaten: $r^2 \sin\vartheta$; (Polar-) Zylinderkoordinaten: r

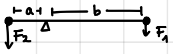
Masse: $M = \int_V \rho(\vec r)\, dV = \iiint \rho(x,y,z)\, dx\, dy\, dz = \iiint \rho(r,\vartheta,\varphi) \cdot \det\left|\frac{\partial(x,y,z)}{\partial(r,\vartheta,\varphi)}\right| dr\, d\vartheta\, d\varphi$ (r, φ, z: $\det\left|\frac{\partial(x,y,z)}{\partial(r,\varphi,z)}\right|$)

Schwerpunkt: $\vec R = \frac{1}{M} \cdot \int_V \rho(\vec r)\, \vec r\, dV$

Drehmoment: hängt vom Bezugspunkt ab $\quad \vec T = \underset{\substack{\text{nur senkrechte}\\ \text{Komponente}}}{\vec r} \times \vec F$ $\quad$ Gesamtdrehmoment $= \int \rho(\vec r) \cdot \vec r\, dV \cdot \vec a = M \cdot \vec R \times \vec a$ $\quad \vec T = \int \rho(\vec r) \cdot r_\perp^2 \cdot dV \cdot \vec\alpha$ $\quad \vec T = m \cdot r_\perp^2 \cdot \vec\alpha \quad (\vec\alpha = \dot{\vec\omega})$

Stabilität: Körper bleibt in Ruhe, wenn Gesamtkraft und Gesamtdrehmoment bzgl. eines bel. Bezugspunktes Null sind. $\sum \vec F_i = \vec 0 = \sum \vec T_i$

Größe	Translation	Rotation
Strecke / Winkel	l	ϕ
(Winkel-)Geschwindigkeit	$\vec v$	ω
Kraft / Drehmoment	$\vec F = m \cdot \dot{\vec v}$	$\vec T = I \cdot \dot{\vec\omega}$
Masse / Trägheitsmoment	m	I
(Dreh-) Impuls	$\vec p = m \cdot \vec v$	$\vec L = I\, \vec\omega$
kin. Energie	$\frac{\vec p^2}{2m}$	$\frac{1}{2} \frac{\vec L^2}{I}$

Hebelgesetz:  $F_1 \cdot b = F_2 \cdot a$

Trägheitsmoment: $I = \int \rho(\vec r) \cdot r_\perp^2\, dV \Rightarrow \vec T = I\, \vec\alpha = I\, \dot{\vec\omega} \quad (I = I(\vec e_\omega))$

Bsp: Zylinder: $I = \frac{\pi}{2} h [R^4 - (R-d)^4] \rho$ $\quad \underline{I = M \cdot R^2 \text{ Punktmasse}}$

Vollzylinder: $I = \frac{1}{2} M R^2$ $\quad$ Hohlzylinder: $I = M R^2$

Steinersche Satz: $I = I_S + M R^2$

Drehimpuls: $\vec L = \vec r \times \vec p = \int \vec r \times (\vec\omega \times \vec r)\, \rho(\vec r)\, dV \;\Big|\; |\vec L| = mrv \sin\alpha$

auf Kreisbahn $\vec L = m r_\perp^2 \vec\omega$ | i.A. $\vec L \nparallel \vec\omega$ $\quad \vec L = I \cdot \vec\omega$ $\quad \vec L = \text{const}$, falls $\vec T = \vec 0$ $\quad \vec T = \dot{\vec L}$

Präzession: $\vec T = \vec r \times m\vec g$, $\dot{\vec L} = \vec T$, $\vec L = L \cdot [\cos(\omega_p \cdot t)\, \vec e_x + \sin(\omega_p \cdot t) \cdot \vec e_y]$, $|\dot{\vec L}| = L \cdot \omega_p$ $\quad \omega_p = \dot\phi_p = \frac{T}{L} = \frac{rmg}{I \cdot \omega}$

Rotationsenergie: $E_{kin}^{rot} = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \vec\omega^2 = \frac{1}{2} \cdot \vec L^2 / I$ $\quad E_{kin}^{trans} + E_{kin}^{rot} + E_{pot} = \text{const}$

komplizierte Rotationsbewegungen: Kreiselbewegungen, Trägheitstensor: $\vec L \nparallel \vec\omega$, $\vec\omega$ zeitabhängig, nicht mehr raumfest | $\vec L = \int \rho\, \vec r \times \vec v\, dV = \int \rho\, \vec r \times (\vec\omega \times \vec r)\, dV$ $\quad$ Allgemeiner: $\vec L = \underline{I} \cdot \vec\omega$ (wenn konstant; beides kann zeitabhängig sein)

$\underline{I}$: 3x3 - Matrix (Tensor 2. Stufe); Trägheitstensor: $\begin{pmatrix} L_x \\ L_y \\ L_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix}$ Also $L_x = I_{xx}\omega_x + I_{xy}\omega_y + I_{xz}\omega_z$

Bsp.: $I_{xy} = -\int xy\, \rho\, dV$ $\quad$ Symmetrie: $I_{xy} = I_{yx}$ $\quad$ Bezogen auf bestimmte Drehachse $\vec\omega$, skalares Trägheitsmoment $I = I_{\vec\omega} = \vec e_\omega \cdot (\underline{I}\, \vec e_\omega)$

Veranschaulichung durch Trägheitsellipsoid $1/\sqrt{I_{\vec\omega}}$ für alle Drehachsen auftragen: Drei Hauptträgheitsachsen

Drehung → neues Koordinatensystem $(x', y', z') \Rightarrow$ Trägheitstensor wird diagonal: $\underline{I}' = \begin{pmatrix} I'_{xx} = I_a & 0 & 0 \\ 0 & I'_{yy} = I_b & 0 \\ 0 & 0 & I'_{zz} = I_c \end{pmatrix}$ $\quad [I_a < I_b < I_c]$ (stabil, metastabil, labil; stabil ← am besten?)

Flaschenzug, Umlenkrolle: Symm. Kreisel im Schwerefeld: $\omega_p = \dot\phi = \frac{T}{L} = \frac{rmg}{I \cdot \omega}$ $\quad$ Umlenkrolle: $F_a = F_G$ $\quad$ Flaschenzug: $F_a = F_G/2$

Deformierbare Medien:

Dehnung: $\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}$ $\quad$ Zugspannung σ: $\sigma = \frac{|\vec F|}{A}$, Druck p: $p = \frac{|\vec F|}{A}$ $(\vec F \perp A)$ $\quad \varepsilon = \frac{1}{E} \cdot \sigma$ $\quad$ Poissonzahl: $\mu = -\frac{dD}{dL} \cdot \frac{L}{D} > 0$ (D: Durchmesser)

Scherung: Scherspannung: $\vec\tau = \frac{\vec F}{A}$ $(\vec F \parallel A)$, $|\theta| \ll 1$: $\theta = \frac{1}{G} \cdot |\vec\tau|$ $\quad$ G: Torsionsmodul, $E = 2G \cdot (1+\mu)$ | isotrope Materialien: $\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta L}{L} + 2 \cdot \frac{\Delta D}{D} = \varepsilon \cdot (1 - 2\mu)$

Torsion / Biegung: $\alpha = \frac{r\phi}{L}$, $\Delta F = \tau\, \Delta A = G \cdot \alpha \cdot 2\pi r \cdot \Delta r \Rightarrow \Delta T = \Delta F \cdot r = 2\pi G \frac{r^3}{L} \phi\, \Delta r \Rightarrow T = \int_0^R 2\pi G \frac{r^3}{L} \phi \cdot dr = \frac{\pi}{2} \cdot G\, \frac{R^4}{L}\, \phi$

Balkenbiegung: $\phi = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{1}{G} \cdot \frac{L}{R^4} \cdot T$ | $S = 4 \cdot \frac{L^3}{E d^3 b} \cdot F_0$

Rotationsparaboloid: $\tan\alpha = \frac{\omega^2 r}{g} = \frac{dz}{dr} = \tan\alpha' \Rightarrow z(r) = z(r=0) + \frac{1}{2} \frac{\omega^2}{g} r^2$ $\quad$ Statischer Druck: $p = \frac{F}{A} = \text{const.}$ $\quad$ Hydraulische Presse: $F_1/A_1 = p = F_2/A_2$

Schweredruck: $p = \rho g h$ $\quad$ ideale Gase: $\frac{pV}{T} = \text{const.}$ $\quad \frac{\rho}{\rho_0} = \frac{p}{p_0}$ $\quad$ Barometrische Höhenformel: $p = p_0 \cdot e^{-\frac{\rho_0 g h}{p_0}} = p_0 \cdot e^{-h/h_B}$

Auftrieb: $\vec F_A^K = -\vec F_G^F$ $\quad$ mit $h_B = \frac{p_0}{\rho_0 g} = 8{,}3\,\text{km}$

Strömende Flüssigkeiten: Strömungsfeld $\vec v(\vec r, t)$ $\quad$ Stromdichte: $\vec j = \rho \cdot \vec v$ $\quad$ laminare Strömung ... turbulente Strömung

Kontinuitätsgleichung, Bernoulligleichung: $\operatorname{div} \vec j = 0$, $\oint \vec j \cdot d\vec A = 0$ $\quad$ Im Rohr: $\frac{v_1}{v_2} = \frac{A_2}{A_1}$, $\underbrace{p}_{\text{statischer...}} + \underbrace{\tfrac{1}{2} \rho v^2}_{\text{dynamischer...}} = \underbrace{p_0}_{\text{Gesamtdruck}} = \text{const.}$

Innere Reibung: $\vec F_R = -\eta\, A \cdot \frac{\vec v}{z} = -\eta\, A\, \frac{d\vec v}{dz}$

laminare Strömung: Reibungskraft kleine Kugeln (Stokessches Gesetz): $\vec F_R(\vec v) = -6\pi\eta r \cdot \vec v$ $\quad$ Reynoldszahl Re:

Hagen-Poiseuille-Gesetz: $I \equiv \frac{V}{t} = \frac{\pi}{8} \cdot \frac{1}{\eta} \cdot \frac{R^4}{L} \cdot \Delta p$ bzw. $\vec I = \frac{\pi}{8} \cdot \frac{1}{\eta} \cdot R^4 \cdot \vec\nabla p$ $\quad$ Druckgradient $\vec\nabla p \sim \frac{\Delta p}{L}$ $\quad Re = \frac{2 E_{kin}}{W_R} = \frac{\rho}{\eta} \cdot L \cdot v$

Grenzflächen: Vergrößerung der Oberfläche um ΔA: $\sigma \equiv \frac{\Delta W}{\Delta A}$ $\quad \sigma$: spezifische Oberflächenenergie = Oberflächenspannung σ'

$\cos\phi = \frac{\sigma_{13} - \sigma_{12}}{\sigma_{23}}$ $\quad \sigma' = \frac{F}{L} = \frac{F}{2L'}$ $\quad$ Überdruck Seifenblase: $p = 4 \frac{\sigma}{r}$

Kapillarität: $h = 2\, \frac{\sigma_{13} - \sigma_{12}}{\rho g r} = 2 \cdot \frac{\sigma_{23} \cdot \cos\phi}{\rho g \cdot r}$

Spezielle Relativitätstheorie:

Zahnradmethode nach Fizeau: $\Delta t(n \to n+1) = \frac{T}{N} = \frac{1}{\nu N}$ $\quad c = \frac{2d}{\Delta t} = 2dN\nu$

Lichtgeschwindigkeit in bewegtem Medium: $\tilde{c} = \frac{c}{n} + v\eta$ mit $\eta = 1 - \frac{1}{n^2}$ $\quad n$: Brechungsindex

Einsteins Postulate:

1. Relativitätsprinzip: Physikalische Gesetze sind in allen Inertialsystemen gleich
2. Die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum c ist eine universelle Naturkonstante, sie ist unabhängig von der Geschwindigkeit von Sender und Empfänger.

Ereignisse: Vierervektor: $\underline{x} \equiv (x^0, x^1, x^2, x^3) = (ct, \vec{x})$

Lorentztransformation: $x'^0 = \gamma \cdot (x^0 - \beta \cdot x_\parallel)$ $\quad x'_\parallel = \gamma \cdot (x_\parallel - \beta \cdot x^0)$ $\quad x'_\perp = x_\perp$ mit $\beta = \frac{v}{c}$, $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ $\quad$ $\parallel$ parallel, $\perp$ senkrecht $\}$ Boost-richtung

$\Delta x' = \gamma(\Delta x - \beta c \Delta t)$ $\quad \Delta t' = \gamma(\Delta t - \frac{v}{c^2}\Delta x)$ $\quad t' = \gamma(t - \frac{v}{c^2} \cdot x^1)$ $\quad x'^1 = \gamma \cdot (x^1 - vt)$

Skalarprodukt: $\underline{x} \cdot \underline{y} \equiv (x_0 \cdot y_0) - (x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_3 y_3)$ $\quad \underline{x}^2 = (c \cdot t)^2 - \vec{x}^2$ $\quad$ Lorentz-Invarianz $\underline{x} \cdot \underline{y} = \underline{x}' \cdot \underline{y}'$

$\underline{\Delta x}^2 = (\underline{x} - \underline{y})^2 = (ct)^2 - (\Delta\vec{x})^2$: falls $\underline{\Delta x} < 0$: raumartig, nicht beeinflussend, falls $\underline{\Delta x}^2 > 0$ zeitartig (Beeinflussung möglich)

für $\Delta x^2 = 0$: Lichtartig; Lorentzinvarianter Abstand von einem Ereignis zum Koordinatenursprung $=$ Quadrat d. Skalarprodukts $(ct)^2 - x^2$

Minkowski: $\kappa = \arctan\left(\frac{v}{c}\right)$

$\Delta x' \dots \Delta t' \dots$ Im Allgemeinen nicht mehr gleichzeitig / „gleichortig"

Längenkontraktion: $(\Delta t = 0)$: $L = \frac{L_0}{\gamma} \leq L_0 :=$ Eigenlänge $\parallel$ Zeitdilatation: $T = T_0 \cdot \gamma \geq T_0$ $\quad$ Bewegte Uhren laufen langsamer

Dopplereffekt: longitudinal $T_E = \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} \cdot T_Q$, $\quad \nu_E = \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}} \cdot \nu_Q$; transversal: $\nu_E = \frac{1}{\gamma} \cdot \nu_Q$ (nur Zeitdilatation)

Geschwindigkeiten: $\vec{\omega} = (\omega^1, \omega^2, \omega^3)$ in S relativ zu S': $\vec{v} = v \cdot \vec{e}_x$, $\beta = \frac{v}{c}$ $\Rightarrow$ $\omega' = (\omega'^1, \omega'^2, \omega'^3)$ mit...

$\omega'^1 = \frac{\omega^1 - \beta c}{1 - \beta\omega^1/c}$ $\quad \omega'^2 = \frac{1}{\gamma} \frac{\omega^2}{1 - \beta\omega^1/c}$ $\quad \omega'^3 = \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{\omega^3}{1 - \beta\omega^1/c}$

Additionstheorem: $\omega' = \frac{\omega - |v|}{1 - |v|\omega/c^2}$ für $v > 0$ und $\omega' = \frac{\omega + |v|}{1 + |v|\omega/c^2}$ für $v < 0$ $\Rightarrow$ $\omega' \leq c$!

$\underline{u} = g \cdot (c, \omega^1, \omega^2, \omega^3)$ $\quad g = \frac{1}{\sqrt{1 - \vec{\omega}^2/c^2}}$ $\quad \vec{\omega}^2 = (\omega^1)^2 + (\omega^2)^2 + (\omega^3)^2$

Impuls / Energie / Masse: $\underline{p} = g \cdot (m_0 c, m_0 \vec{\omega})$ $\quad \vec{p} = \frac{m_0\vec{\omega}}{\sqrt{1 - \vec{\omega}^2/c^2}}$ $\quad E_{Kin} = m_0 c^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1-\vec{\omega}^2/c^2}} - 1\right) \Rightarrow E = E_{Kin} + \overbrace{m_0 c^2}^{= E_0} = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\vec{\omega}^2/c^2}} = cp^0$

$E = \gamma m_0 c^2$ $\quad \vec{p} = \gamma m_0 \vec{v}$ $\quad E^2 = \vec{p}^2 c^2 + m_0^2 c^4 = \vec{p}^2 c^2 + E_0^2$ $\quad$ Viererimpulserhaltung: $\underline{p_E} = \underline{p_A}$ und $\underline{p_E}' = \underline{p_A}'$

Im Folgenden: $c \equiv 1$

Masse, Energie Impuls: Verknüpfung (Lorentzinvariante): $m_0^2 = E^2 - \vec{p}^2$

Lorentztransformationen für die Komponenten des Viererimpulses: $E' = \gamma(E - \beta p_\parallel)$, $p'_\parallel = \gamma(p_\parallel - \beta E)$, $p'_\perp = p_\perp$

Für $\vec{p}' = 0$: $\quad \beta = -\frac{p'_\parallel}{E'}$ $\quad \gamma = \frac{E'}{m}$

Schwerpunktsystem: $\sum \vec{p}_i = 0$ $\quad \underline{p_i}$: Dreierimpulse, $\quad s = (\sum \underline{p_i})^2 = (\sum E_i, \vec{0})^2 \equiv E_{cm}^2$ $\quad s$: Lorentzinvariant $\quad \sqrt{s} = E_{cm}$: verfügbare Energie zur Erzeugung neuer Teilchen

Compton-Effekt: $\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e \cdot c}(1 - \cos\theta)$ $\quad \lambda_c \equiv \frac{h}{m_e \cdot c} = 2{,}4 \cdot 10^{-12}\,m$