

Experimentalphysik Vb: Teilchen- und Astrophysik

bei Dr. C. Langenbruch - RWTH Aachen
Autor: Jannis Zeller

Wintersemester 2017/18
Letzte Änderung: 10. Februar 2018

Inhaltsverzeichnis

1	Teilchenphysik	4
1.1	Frühe Experimente und historische Entwicklung	4
1.2	Grundlage: Relativistische Kinematik	5
1.3	Teilchenbeschleuniger	7
1.4	Teilchendetektoren	10
1.4.1	Energieverlust schwerer geladener Teilchen	10
1.4.2	Energieverlust von Photonen	12
1.4.3	Cherenkov-Strahlung	12
1.4.4	Messvorgang	12
1.4.5	Konkreter Aufbau eines Teilchendetektors	13
1.5	Bausteine der Materie	14
1.5.1	Leptonen und Neutrinos	15
1.5.2	Wirkungsquerschnittresonanzen	15
1.5.3	Anzahl der Leptongenerationen	16
1.5.4	Strange Particles	16
1.5.5	Hadronen	17
1.5.6	Quarkmodell	17
1.5.7	Elastische Elektron-Kern Streuung	19
1.5.8	Tiefinelastische Elektron-Nukleon Streuung	19
1.6	Grundlegende Streutheorie	20
1.6.1	Fermis Goldene Regel	20
1.6.2	Wirkungsquerschnitt	20
1.6.3	Feynman-Diagramme	22
1.7	Wechselwirkungen	24
1.7.1	Elektromagnetische Wechselwirkung	24
1.7.2	Starke Wechselwirkung	26
1.7.3	Schwache Wechselwirkung	28
1.7.4	Quarkmischung und Cabbibo-Winkel	31
1.7.5	CP-Verletzung und Erhaltungsgrößen	33
1.7.6	CKM-Matrix	34
1.8	Das Standardmodell der Teilchenphysik	34
1.8.1	Elektroschwache Vereinigung	35
1.8.2	Feldtheorien	35
1.8.3	Zusammenfassung des Standardmodells	36
1.9	Das Higgs-Boson	37
1.9.1	Higgs-Suche bei LEP	37
1.9.2	Higgs-Suche bei LHC	37
1.10	Neutrinos	38
1.10.1	Neutrinooszillationen	38
1.10.2	Neutrinoquellen	39
1.10.3	Neutrinodektion	39

1.10.4	Neutrino-Oszillationen in Materie (MSW Effekt)	40
2	Astrophysik	42
2.1	Das beobachtbare Universum	42
2.1.1	Das Sonnensystem	42
2.1.2	Strukturen im Universum	43
2.1.3	Die astronomische Abstandsleiter	43
2.1.4	Das Kosmologische Prinzip	45
2.1.5	Astronomische Beobachtungsmethoden	45
2.2	Sternenentwicklung	46
2.2.1	Entstehung von Sternen - Wasserstoffbrennen	46
2.2.2	Das Hertzsprung-Russel-Diagramm	47
2.2.3	Heliumbrennen und schwere Elemente	47
2.2.4	Endstadien der Sternentwicklung	47
2.3	Das Standardmodell der Kosmologie	49
2.3.1	Hubbles Gesetz	49
2.3.2	Die Friedmann-Lemaitre-Gleichung	50
2.4	Entwicklung der Universums	51
2.4.1	Frühentwicklung des Universums	51
2.4.2	Primordiale Nukleosynthese	51
2.4.3	Baryogenese und Sacharov-Bedingung	52
2.5	Dunkle Materie und Dunkle Energie	52
2.5.1	Dunkle Materie	52
2.5.2	Dunkle Energie	54
2.6	Kosmische Hintergrundstrahlung	55
2.6.1	Struktur der Hintergrundstrahlung	55

1 Teilchenphysik

Die Teilchenphysik versucht die elementaren Bausteine der Materie und ihre Wechselwirkungen zu erklären. Dabei werden Größenordnungen von 10^{-18} m betrachtet. Die hierfür benötigten Energien von Beschleunigern kann man über die De-Broglie Beziehung $p = h/\lambda$ abschätzen. Die grundlegenden Ergebnisse der Teilchenphysik werden auch das **Standardmodell der Teilchenphysik** genannt. Ziel dieses Vorlesungsteiles ist es, eine erste Einführung in dieses Modell zu geben.

1.1 Frühe Experimente und historische Entwicklung

Die historische Entwicklung der Teilchenphysik beginnt im Wesentlichen mit der Entdeckung der kosmischen Strahlung oder auch **Höhenstrahlung** durch Hess 1911/1912.

Inhalt der Höhenstrahlung: $\sim 90\%$ Protonen, Rest α -Teilchen, schwere Kerne und Elektronen.

Vermessen wurde die Leitfähigkeit der Luft in Abhängigkeit von der Höhe, die sich durch die Ionisierung durch die Höhenstrahlung ändert. Die maximale Energie der auf die Erde treffenden Protonen ist durch den sog. **GZK-Effekt** limitiert. Protonen reagieren ab einer Energie von $\sim 2.8 \cdot 10^{20}$ eV mit den Photonen der Hintergrundstrahlung zu Pionen und Neutronen ab.

Die Höhenstrahlung lässt sich prinzipiell sehr gut als Quell von hochenergetischen Teilchen nutzen, ist aber leider sehr schlecht kontrollierbar und reproduzierbar, sodass man auf Teilchenbeschleuniger u.Ä. ausweicht. Bei höheren Energien sind die Teilchenflüsse zu dem sehr gering mit ~ 1 Teilchen pro km^2 und Jahr. Mit der Entwicklung des photographischen Teilchennachweises, der Teilchenspuren durch Magnetfelder mittels Ionisierungseffekten sichtbar macht, begann man auch neue Teilchen, wie **Myonen, Positronen und Pionen**, sowie deren Zerfälle zu beobachten. Verwendet wurden hierbei **Nebel- und Blasenkammern**. Man macht sich zu nutze, dass geladene Teilchen im Magnetfeld auf eine Kreisbahn gezwungen werden und man den Impuls somit gemäß

$$m \frac{v^2}{r} = qvB \quad \Leftrightarrow \quad p = qBR$$

aus dem Radius bestimmen kann. Später wurden auch schwerere Teilchen, wie **Kaonen** entdeckt. Dies führte zur Entdeckung eines ganzen „Zoos“ von Teilchen und möglichen Zerfällen.

1.2 Grundlage: Relativistische Kinematik

Für weitere Erklärungen und Herleitung zu diesem Thema kann man auch in die Vorlesung zu spezieller Relativitätstheorie schauen. Besonders wichtig ist hier die spezielle Lorentztransformation zwischen zwei, in einer ausgezeichneten Richtung gegeneinander bewegten Inertialsystemen. Die Lorentztransformation transformiert nicht nur die Orts- sondern auch die „Zeitkoordinate“. Man fasst dies zusammen, indem man sog. **Vierervektoren** verwendet. Deren Struktur lautet:

$$x^\mu := (ct, \mathbf{x}) = (x^0, x^1, x^2, x^3),$$

wobei \mathbf{x} der gewöhnliche Ortsvektor ist. Ein Vierervektor ist ganz allgemein eine Größe, die sich gemäß der Lorentztransformation transformiert. Mit den Abkürzungen

$$\beta = \frac{v}{c}, \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

erhält man die spezielle Lorentztransformation in z -Richtung zu:

$$x'^\mu = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & -\beta\gamma \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\beta\gamma & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix} x^\mu.$$

Ein weiterer wichtiger Vierervektor ist der sog. **Energie-Impuls-Vektor**:

$$p^\mu = (E/c, \mathbf{p}).$$

Alle Vierervektoren transformieren gemäß der Lorentz Transformation. Das **Skalarprodukt** zweier Vierervektoren ist durch:

$$A_\mu B^\mu := A^0 B^0 - \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} \quad (1.2.1)$$

definiert und ist **lorentzinvariant**. Jede Größe, die sich unter Lorentztransformation nicht ändert heißt in Analogie **Lorentzskalar**. Dies führt auf die Definition von ko- und kontravarianten Vierervektoren:

$$A^\mu = (A^0, \mathbf{A}) \text{ kontravariant,} \quad A_\mu = (A^0, -\mathbf{A}) \text{ kovariant.}$$

Zwischen ko- und kontravarianter Form vermittelt der **metrische Tensor**:

$$A_\mu = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} A^\mu := g_{\mu\nu} A^\nu.$$

Aus der Erhaltung des Vierer Impulses folgt sofort die relativistische **Energie-Impuls-Beziehung**:

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4,$$

wobei m die Ruhemasse ist. Man bezeichnet dies auch als die relativistische **Dispersionsrelation**. Ist das Objekt im Inertialsystem Unbewegt, also $p = 0$ erhält man die bekanntere Gleichung $E = mc^2$. Häufig verwendet man auch die sog. **ultrahochrelativistische Näherung**, in der die Ruheenergie mc^2 gegenüber dem Impulsanteil pc vernachlässigbar ist.

Natürliche Einheiten

Um übersichtlicher schreiben und rechnen zu können, bedient man sich in der Teilchenphysik häufig der sog. natürlichen Einheiten, wobei man setzt:

$$\boxed{\hbar := c := \epsilon_0 := 1}.$$

Dadurch erhält man folgende generische Einheiten:

Größe	Natürliche Einheit	Tatsächlicher Wert
Energie	1 eV	$1.602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$
Zeit:	1/eV	$T_{\text{nat}} \cdot \hbar/\text{eV}$
Länge:	1/eV	$L_{\text{nat}} \cdot \hbar c/\text{eV}$
Masse:	1 eV	$M_{\text{nat}} \cdot \text{eV}/c^2$
Impuls:	1 eV	$p_{\text{nat}} \cdot \text{eV}/c$

Im weiteren wird dieses Einheitensystem verwendet. Merkwürdig sind die Werte:

$$\hbar c \approx 200 \text{ MeV} \cdot \text{fm}, \quad \alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0(\hbar c)^2} = \frac{1}{137}.$$

Da die Feinstrukturkonstante α somit dimensionslos ist hat sie in allen Einheitensystemen den selben Wert. Die Energie-Masse Beziehung lautet dann:

$$\boxed{E^2 = p^2 + m^2}. \quad (1.2.2)$$

Um die kinetische Energie zu erhalten muss von der Gesamtenergie entsprechend die Masse abgezogen werden. Im Grenzfall kleiner Impulse erhält man durch Taylor Entwicklung die gewohnte Form:

$$E_{\text{kin}} = E - m = m \cdot \sqrt{1 + \frac{p^2}{m^2}} - m \approx m \cdot \left(1 + \frac{1}{2} \frac{p^2}{m^2}\right) - m = \frac{p^2}{2m}.$$

Man kann Energie und Impuls eines Teilchens mit Geschwindigkeit $v = \beta$ (natürliche Einheiten) auch mittels einer Lorentztransformation durch γ und β ausdrücken:

$$\boxed{E = \gamma m, \quad p = \gamma m \beta} \quad (1.2.3)$$

Hieraus ergibt sich zudem die Möglichkeit die Faktoren γ und β direkt aus Energie, Masse und Impuls zu bestimmen:

$$\beta = |\mathbf{p}|/E, \quad \gamma = E/m.$$

Virtuelle Teilchen

Die Energie-Impuls Gleichung (1.2.2) kann im Rahmen der **Heisenbergschen Unschärferelation** für Energie und Zeit

$$\boxed{\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}} \quad (1.2.4)$$

kurzzeitig verletzt werden, sodass sog. **virtuelle Teilchen** auftreten. Man sagt auch virtuelle Teilchen sind „**offshell**“ im Vergleich zu gewöhnlichen Teilchen die auf der „Massenschale“ liegen, also (1.2.2) erfüllen. Natürlich wird das Auftreten von virtuellen Teilchen mit steigender Masse immer **unwahrscheinlicher**.

Colliding Beams vs. Fixed Target

Betrachtet man zwei Teilchen, die sich in entgegengesetzte Richtung bewegen, und gleiche Energie E_{lab} und Masse m besitzen, so ist das Schwerpunktsystem ihrer Bewegung gleich dem Laborsystem. Die Teilchen bewegen sich mit den Impulsen $\pm \mathbf{p}$ aufeinander zu, man spricht daher auch von **Colliding Beams**. Die Gesamtenergie des Schwerpunktsystems E_S beträgt dann natürlich einfach:

$$E_S = 2E_{\text{lab}}.$$

Die Quadratsumme der Viererimpulse der Teilchen wird mit s bezeichnet und lautet:

$$s = \left| \begin{pmatrix} 2 \cdot E_S/2 \\ \mathbf{p} - \mathbf{p} \end{pmatrix} \right|^2 \Rightarrow \boxed{s = E_S^2}$$

Da dies als **Lorentzskalar** invariant unter Lorentztransformation ist kann die Schwerpunktsenergie in jedem Inertialsystem durch s bestimmt werden. s entspricht somit weiter dem Quadrat der Schwerpunktsenergie auch, wenn eines der Teilchen im Laborsystem unbewegt ist, man spricht auch von **Fixed Target**. Das bewegte Teilchen hat also die Energie E_{lab} . Hier ergibt sich somit:

$$s = \left| \begin{pmatrix} E_{\text{lab}} + m \\ \mathbf{p} \end{pmatrix} \right|^2 \Rightarrow \boxed{s = 2E_{\text{lab}}m + 2m^2}.$$

Man erkennt, dass bei einem Colliding-Beams-Prozess mehr Laborenergie auch tatsächlich in die Schwerpunktsbewegung umgesetzt wird. Allgemein sollte man in Rechnungen immer versuchen mit skalaren Größen zu arbeiten, anhand zu lorentztransformieren. Das macht die meisten Rechnungen relativ leicht.

Antimaterie

Aus der relativistischen Energie-Impulsbeziehung erhält man zwei Lösungen für die Energie $E = \pm \sqrt{p^2 + m^2}$. Somit besitzt auch die relativistische Verallgemeinerung der Schrödingergleichung (Dirac- bzw. Klein Gordon-Gleichung) zwei Lösungen. Die Schreibweise des Teilchens als freie Welle lautet dementsprechend:

$$\psi = A \exp \left(\frac{-i(\pm |E|t - px)}{\hbar} \right)$$

Die Lösung zu $-|E|$ interpretiert man als ein Teilchen mit positiver Energie, welches sich in der Zeit rückwärts bewegt (einfach da $(-E)(-t) = Et$) bzw. ein sog. **Antiteilchen**, welches sich in der Zeit vorwärts bewegt (Löcher-Theorie). Diese Antiteilchen stimmen in der Masse mit ihrem Partner überein haben aber in allen **additiven Quantenzahlen das andere Vorzeichen** (Ladung, Spin usw.).

1.3 Teilchenbeschleuniger

Da, wie schon erwähnt, die Verwendung von kosmischer Strahlung für viele Arten von Untersuchungen eher unpraktisch ist verwendet man Teilchenbeschleuniger. Praktisch zu beschleunigen sind nur **geladene Teilchen**, da man hierzu die **elektromagnetische Kraft** nutzen kann, die sich sehr gut kontrollieren lässt, anders als

1.3 Teilchenbeschleuniger

beispielsweise die starke Kernkraft. Dabei verwendet man Magnetfelder zu Ablenkung und elektrische Felder zu (betragsmäßigen) Beschleunigung. Zur Erinnerung: ein geladenes Teilchen mit Ladung q erfährt im elektromagnetischen Feld die Lorentzkraft:

$$\boxed{\mathbf{F} = q \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{B} + \mathbf{E})}.$$

Linearbeschleuniger

Die prinzipiell einfachste Art geladene Teilchen zu beschleunigen ist, sie in ein möglichst homogenes elektrisches Feld (Kondensator) zu bringen und sie auf eine Blende hin zu beschleunigen. Hierbei ist die kinetische Energie $E = qU$ zunächst durch die maximale mögliche Spannung der Apparatur limitiert. Positioniert man allerdings mehrere solche Spannungsgefälle hintereinander - man nennt ein solches Bauteil auch z.B. „drift tube“ - und wechselt nach den Durchläufen die Polung kann man auch mit kleineren Spannungen arbeiten. Hier muss nun allerdings natürlich die tube-Länge zunehmen, sodass das i -te tube eine Länge von:

$$l_i = \frac{v_i}{2f}$$

haben muss. Die maximale Energie ist somit durch die praktikable Länge des Beschleunigers limitiert. Da durch Spannungsschwankungen nicht immer der perfekte Zeitpunkt des Übergangs von einem tube ins nächste gewährleistet werden kann, verwendet man die ansteigende Flanke der Spannung und nicht den Maximalwert, so werden zu langsame Teilchen automatisch zum Sollwert hin beschleunigt und zu schnelle Teilchen abgebremst, bzw. weniger stark beschleunigt. Ein solches Vorgehen nennt man auch **Phasenfokussierung**. Dadurch werden Pakete von Teilchen, sog. „**bunches**“, im Beschleuniger zusammengehalten.

Es besteht auch die Möglichkeit Teilchen durch stehende Wellen in einem linearen Hohlleiter zu beschleunigen. Solche Beschleuniger nennt man auch **Alvarez - Strukturen**.

Zyklotron

Bei den folgenden Beschleunigern handelt es sich um **Kreisbeschleuniger**. Ein Zyklotron ist im Prinzip eine dosenförmige Apparatur bei der das Teilchen zwischen den gegensätzlich gepolten Hälften beschleunigt wird. Die gesamte Apparatur wird von einem möglichst homogenen Magnetfeld senkrecht zur Teilchenflugbahn durchsetzt, sodass das Teilchen auf eine Kreisbahn gezwungen wird. Für die Umlauffrequenz ergibt sich somit:

$$qv_b = \frac{mv^2}{r} \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{\omega_z = \frac{q}{m} B}$$

In entsprechender Frequenz muss dann auch das Zyklotron umgepolzt werden, weshalb sie auch die **Zyklotronfrequenz** genannt wird. Sie ist offenbar unabhängig von den Details der Teilchenbahn, d.h. auch wenn sich Geschwindigkeit / Energie und Radius ändern bleibt diese Frequenz gleich. Limitiert wird die kinetische Energie dadurch, dass der Radius der Teilchenbahn bei höherer Energie entsprechend wächst.

Synchrotron

Bei einem Synchrotron handelt es sich um eine Kombination aus Umlenkung der Teilchenbahn durch Magnetfelder und zwischengeschalteten Linearbeschleunigern. Die Phasenfokussierung funktioniert hier ähnlich zum Linearbeschleuniger, allerdings wird die abfallende Flanke der Wechselspannung gewählt, sodass langsame Teilchen schneller wieder die Beschleunigungsstrecke erreichen, da sie einen leicht geringeren Bahnradius verfolgen und umgekehrt. Dies sorgt für eine periodische Schwingung des Impulses um den Sollwert, mit der sog. **Synchrotronfrequenz**.

Geführt wird der Strahl durch **Dipolmagneten** und **fokussiert** durch mehrere gegeneinander verdrehte **Quadrupolmagneten**. Dabei ist das Profil des Strahles aus der Strahlenoptik, bzw. der daraus resultierenden sog. **β -Funktion** und der **Emittanz** bestimmbar. Der **Querschnitt** eines Teilchenstrahles lässt sich i.d.R. als **Gaussverteilung** beschreiben.

Da man bei hohen Energien große Magnetfelder benötigt um die Teilchen auf der Kreisbahn mit passendem Radius zu halten verwendet man **Supraleitende** Spulen die Magnetfelder von mehreren Tesla erzeugen. Man nennt ein kontinuierlich arbeitendes Synchrotron in dem Colliding-Beam Experimente durchgeführt werden auch **Speicherring**.

Luminosität

In einem Speicherring beobachtet man eine Streureaktion mit Wirkungsquerschnitt σ und Ereignisrate \dot{N} . Bekannt aus Ex. IV ist bereits der Zusammenhang:

$$\dot{N} = L\sigma.$$

Die **Luminosität** L kann man für einen Speicherring in den n_B bunches mit jeweiliger Teilchenanzahl N_1 und N_2 (2 Strahlen) in der Frequenz f umlaufen unter der Annahme eines gausschen Strahlquerschnittes am Kollisionpunkt mittels der folgenden Gleichung bestimmen:

$$L = \frac{n_B f N_1 N_2}{4\pi\sigma_x\sigma_y}.$$

σ_x und σ_y sind hier die Standardabweichungen der Gauß Verteilung des Strahlquerschnittes. Die Luminosität hängt **nicht von der Reaktion**, sondern nur von den Eigenschaften der Strahlen und des Beschleunigers ab. Man kann also aus einer Reaktion deren Wirkungsquerschnitt gut bekannt ist die Luminosität messen.

Synchrotronstrahlung

Die geladenen Teilchen im Synchrotron strahlen bei Beschleunigung elektromagnetische Wellen ab. Dadurch verlieren sie bei jedem Umlauf eine Energiemenge der Größe

$$\Delta E = \frac{4\pi\alpha\hbar c}{3} \frac{\gamma^4}{r}$$

(mit $\gamma = E/m$). Sehr hohe Energien sind also leichter für schwere Teilchen realisierbar.

Große Speicherringe sind / waren das **LEP** (CERN, e^+e^- , bis 104,5 GeV), **HERA** (DESY, $e^+e^- + p$, 30 bzw. 90 GeV), **TEVATRON** (Fermilab, $p + \bar{p}$, 980 GeV) und **LHC** (CERN, pp , bis 7 TeV).

1.4 Teilchendetektoren

Teilchennachweise in Detektoren finden Prinzipiell über alle 3 Grundwechselwirkungen statt. Besonders bei schwacher und starker Wechselwirkung sind dabei aber auch **Sekundärteilchen** zu beachten, die erst während der Propagation im Detektor entstehen. Diese können oft deutlich leichter nachgewiesen werden als die Primärteilchen. Manchmal können Primärteilchen auch überhaupt nicht selbst nachgewiesen werden oder zerfallen sofort am Ort der Reaktion. Ziel ist es stets **Ort, Energien, Impulse, Geschwindigkeiten, Massen, Ladungen und Lebensdauern** der Reaktionspartner zu bestimmen.

1.4.1 Energieverlust schwerer geladener Teilchen

Ionisierung und Stöße

In einem Bereich von

$$\beta\gamma = \frac{p}{m} \in [0.1, 1000]$$

beschreibt die Bethe-Bloch Formel für **schwere Teilchen** den mittleren Energieverlust durch **Ionisierung und Stöße** pro Wegstrecke in einem Material der Kernladungszahl Z und Massezahl A :

Bethe-Bloch-Formel:	$-\frac{dE}{dx} = K z^2 \frac{Z}{A} \rho \frac{1}{\beta^2} \left[\ln \left(\frac{2m_e c^2 \gamma^2 \beta^2}{I} \right) - \beta^2 - \frac{\delta}{2} \right]$
----------------------------	--

Hierbei ist K eine aus verschiedenen Naturkonstanten zusammengesetzte Konstante, ρ die Dichte des Absorbers, I die Ionisationskonstante des Materials, z die Ladungszahl der Strahlteilchen und Z die der Targetteilchen. δ ist der sog. **Dichteeffekt**, der vom Material abhängt. Die Bethe-Bloch Formel beschreibt den **mittleren** Energieverlust. Die tatsächliche Wahrscheinlichkeitsdichte des Energieverlustes ist aber **asymmetrisch** und wird durch die sog. **Landau-Verteilung** modelliert. Der wahrscheinlichste Energieverlust ist tatsächlich **kleiner**.

Die Bethe-Bloch Formel besitzt ein Minimum bei $\beta\gamma \approx 3.5$. Dort gilt für alle Strahlteilchen, bzw. Targets annähernd:

MIP¹:	$\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} \sim 2 \frac{\text{MeV}}{\text{g/cm}^2}$
-------------------------	--

Der Energieverlust durch die Ionisation hat als Funktion des Impulses für alle schweren geladenen Teilchen die selbe Form. Größere Massen verschieben diese Funktion nur in Richtung des größeren Impulses, da

$$\frac{1}{\beta^2} = \frac{E^2}{p^2} = \frac{p^2 + m^2}{p^2}.$$

¹= Minimum Ionisation Particle

Bei höheren Energien wird **Bremsstrahlung** relevant, die nicht in der Bethe-Bloch-Formel enthalten ist.

Reichweite

Als Detektorsignal werden die bei der Wechselwirkung entstehenden Photonen verwendet. Die **Reichweite** bzw. Eindringtiefe lässt sich entsprechend berechnen:

$$R = \int_E^0 \frac{dE}{dE/dx}.$$

Der Energieverlust der geladenen Teilchen in Abhängigkeit der bereits zurückgelegten Strecke im Target Material steigt zunächst steil an da langsamere Teilchen mehr Energie verlieren (vgl. Bethe-Bloch Formel $\propto 1/\beta^2$) und sinkt dann nachdem alle Energie abgegeben ist quasi instantan auf 0. Dies nennt man auch den **Bragg-Peak**. Bei der Überlegung ist zu beachten, dass die Energie hierbei nur bis auf die Ruheenergie $E = m$ sinkt, sodass:

$$\frac{1}{\beta^2} = \frac{E^2}{E^2 - m^2}$$

divergiert und der Bragg-Peak entsteht.

Vielfachstreuung

Beim Durchgang durch Materie erfahren Teilchen Streuung an den Coulomb Potentialen der Elektronen und Kerne im Material. Im Mittel ist diese Ablenkung natürlich 0° die Unsicherheit des Winkels ergibt sich aber durch:

$$\sigma_\theta \approx \frac{13.6 \text{ MeV}}{\beta c p} z \sqrt{\frac{x}{X_0}},$$

wobei x die Dicke des Materials und X_0 eine Materialkonstante ist, die auch **Strahlungslänge** genannt wird.

Bremsstrahlung

Eine, der Bethe-Bloch-Formel ähnliche, Gleichung existiert auch für **Elektronen**. Für diese dominiert jedoch meist die Bremsstrahlung, die sich durch

$$\text{Bremsstrahlungsverlust für } e^-: \quad -\frac{dE}{dx} = 4\alpha N_A \frac{Z^2}{A} \rho r_e^2 E \ln\left(\frac{183}{Z^{1/3}}\right) \approx \frac{E}{X_0}$$

berechnen lässt. Die sog. **kritische Energie** $E_C \sim 550 \text{ MeV}/Z$ ist die Energie, bei der der Energieverlust durch die Ionisierung und durch Bremsstrahlung gleich groß ist. $r_e \approx 2.8 \cdot 10^{-15} \text{ m}$ ist hier der sog. klassische Elektronenradius. Daraus ergibt sich für die Energie in Abhängigkeit von der Eindringtiefe offensichtlich ein exponentielles Gesetz.

1.4.2 Energieverlust von Photonen

Der Energieverlust von Photonen wird durch die Wechselwirkungen durch den **Photoeffekt** $\sim Z^5$, den **Compton-Effekt** $\sim Z$ und die **Paarbildung** $\sim Z^2$ dominiert. Die Abschwächung lässt sich mittels:

$$I = I_0 e^{-\mu x} \quad \text{mit} \quad \mu = \frac{N_A}{A} \sum_i \sigma_i$$

bestimmen, wobei σ_i die Wirkungsquerschnitte der einzelnen Effekte sind. Wichtig ist, dass γ -Strahlung bis auf Compton Streuung ihr Energie nicht ändert. Photonen können sonst nur als ganzes absorbiert oder emittiert werden. Daher ändert sich hier nicht die Energie der einzelnen Teilchen, sondern die Intensität des Strahles.

1.4.3 Cherenkov-Strahlung

Passiert ein geladenes Teilchen ein Medium mit Brechungsindex n mit einer Geschwindigkeit $v > c/n$, so werden im Material Dipole induziert. Da die Geschwindigkeit größer als die Lichtgeschwindigkeit im Medium ist, ist die Rückstellung dieser Dipole gegenüber der Anregung neuer verzögert und es kommt zur Emission von Dipolstrahlung unter dem Winkel:

$$\cos(\theta_C) = \frac{1}{n\beta}.$$

Dabei ist θ_C der Winkel zwischen der Ausbreitungsrichtung des Teilchens und der Wellenfront des ausgesandten Lichtes. Den Öffnungswinkel dieses sog. Cherenkov-Kegels kann man entsprechend mittels $\varphi = 90^\circ - \theta_C$ bestimmen. Diese Strahlung befindet sich z.T. im sichtbaren Wellenlängenbereich und wird daher auch Cherenkov-Licht genannt. Man kann dieses Licht in Atomreaktoren als bläuliches Schimmern beobachten.

1.4.4 Messvorgang

Die oben beschriebenen Energieverluste der Teilchen lassen sich durch verschiedene Effekte in elektrische Signale umwandeln, die dann Rückschlüsse auf die Teilchenspur und Energie zulassen. Die wichtigsten Messgeräte sind die Folgenden:

- **Szintillatoren:** Bei einem Szintillator handelt es sich um ein Material, welches bei der Aufnahme von Energie dazu angeregt wird Photonen frei zusetzen. Solche Materialien sind häufig Kristalle (anorganisch) oder auch bestimmte organische Verbindungen. Häufig werden auch flüssige Szintillatoren verwendet. Man kann durch Beobachtung des genauen Ortes der sog. Szintillation die Spur eines Teilchens relativ genau nachvollziehen. Die Menge an Strahlung die ein Szintillator emittiert ist dabei bei bestimmten Materialien abhängig von der Energie der einfallenden Teilchen, sodass mit solchen, passenden Materialien die auch die Energie von Teilchen vermessen werden kann.
- **Photomultiplier:** Ein Photomultiplier kann Photon-Signale in elektronische Signale umwandeln. Dabei werden einerseits Kaskaden-Röhren, in denen durch

Photoeffekt Primärelektronen ausgelöst werden, welche dann durch Beschleunigung weitere Elektronen auslösen, oder Halbleiter-Photomultiplier eingesetzt. In Halbleiter-Photomultipliern werden die Elektronen durch die Einstrahlung nicht vollständig ausgelöst, sondern nur ins Leitungsband angehoben und dann durch eine anliegende Spannung in ein Strom-Signal umgewandelt. Die Problematik bei Halbleiter-PMTs ist, dass sehr starkes Rauschen durch die große Menge an Ladungsträgern, die bereits bei Raumtemperatur im Leitungsband vorliegen, entsteht. Dies kann man durch geschickte Kombination gegensätzlich dotierter Materialien verringern.

- **Gasdetektoren:** In einem Gasdetektor wird ein Gas durch einfallende Strahlung ionisiert und die freien Ladungsträger dann durch ein elektrisches Feld beschleunigt und vermessen. Anhand der Flugdauer der Ionen und Elektronen kann man so die Spur des Teilchens nachvollziehen. Gasdetektoren werden bei verschiedenen Spannungen für verschiedene Zwecke betrieben.
- **Halbleiterdetektoren:** Ähnlich wie Halbleiter-PMTs kann man die Anhebung der Elektronen ins Leitungsband auch direkt durch die Strahlung selbst erzeugen. Häufig verschaltet man dann sog. Multi-Pixel-Arrays von möglichst kleinen, möglichst dicht angeordneten Halbleiterdetektorplättchen digital um mit hoher Ortsauflösung Teilchenspuren zu vermessen.

1.4.5 Konkreter Aufbau eines Teilchendetektors

Die verschiedenen Bauteile eines Detektors werden meist **Zwiebelschalenförmig** angeordnet:

- 1) Im sog. **Vertex-Detektor** wird der Ort der primären Kollision, der Primärvertex, bis auf $\sim 10 \mu\text{m}$ exakt vermessen.
- 2) Im **Spurendetektor** wird die Spur geladener Teilchen vermessen. Häufig wird dazu zusätzlich ein homogenes Magnetfeld angelegt um aus dem Radius der Bahn den **Impuls** $p_T = qBR$ bestimmen zu können. Ein typisches Auflösungsvermögen von Spurendetektoren lautet:

$$\frac{\Delta p}{p} \sim p,$$

da bei hohen Impulsen die Bahnkrümmung kleiner wird (R wird groß). Um kleinere Krümmungen zu vermessen benötigt man immer hochauflösendere Spurendetektoren.

- 3) **Elektromagnetische Kalorimeter** messen die Energie von Teilchen durch die bereits behandelten Wechselwirkungen. Bei hohen Energien dominieren Bremsstrahlung und Paarbildung die Wechselwirkung, sodass es zur Bildung sog. **elektromagnetischer Schauer** aus Elektronen, Positronen und Photonen kommt. Die Messung besteht dann aus dem Zählen der Schauerteilchen, sodass sich eine Poisson'sche Unsicherheit von \sqrt{N} ergibt. Ein typisches Auflösungsvermögen von elektromagnetischen Kalorimetern ist dementsprechend ($E \sim N$):

$$\frac{\Delta E}{E} \sim \frac{0.05}{\sqrt{E[\text{GeV}]}}.$$

- 4) **Hadronische Kalorimeter** sind typischerweise größer da der Wirkungsquerschnitt von Hadronen mit Kernen fast ausschließlich durch starke Wechselwirkung zustande kommt und somit sehr gering ist. Hadronen durchdringen Elektromagnetische Kalorimeter, da sie ihre Energie aufgrund ihrer hohen Masse viel langsamer abgeben. Durch die starken Wechselwirkungen entstehen wiederum sog. Hadronische Schauer aus schwereren Teilchen wie Pionen und Kaonen. Ein typisches Auflösungsvermögen von hadronischen Kalorimetern ist:

$$\frac{\Delta E}{E} \sim \frac{0.5}{\sqrt{E [\text{GeV}]}}.$$

- 5) Ganz am Ende der Zwiebelschale befinden sich **Myonenkammern**, da Myonen elektromagnetische Kalorimeter aufgrund ihrer höheren Masse durchdringen und nicht wie Elektronen oder Positronen ihre gesamte Energie umsetzen. Hadronische Kalorimeter passieren sie ohnehin, da sie nicht stark wechselwirken. Myonenkammern sind häufig Gasdetektoren.

1.5 Bausteine der Materie

Um ein fundiertes Modell der Teilchenphysik aufzustellen müssen zunächst die Teilcheneigenschaften exakt bestimmt werden. Dabei sind relevant:

- **Masse:** kann durch Messung von Impuls und kinetischer Energie bestimmt werden:

$$E_{\text{kin}} = \sqrt{p^2 + m^2} - m$$

- **Lebensdauer:** Der Zerfall folgt dem exponentiellen Zerfallsgesetz, also kann aus bekannten Raten zu (min) zwei Zeiten bestimmen:

$$N(t) = N_0 e^{-t/\tau}.$$

- **Spin:** Die Spineinstellung eines Teilchens kann man mittels der Drehimpulserhaltung durch den Vergleich beider Seiten einer Reaktion oder aus den Wirkungsquerschnitten bestimmen. Der Wirkungsquerschnitt einer Teilchereaktion ist dabei proportional zur Anzahl der möglichen Spinkombinationen:

$$\sigma \propto (2s_1 + 1)(2s_2 + 1).$$

Parität

Der Paritätsoperator $\langle \mathbf{x} | P | \psi \rangle = \psi(-\mathbf{x})$ ist aus der Quantenmechanik hinreichend bekannt. Die Parität bleibt bei der **elektromagnetischen** und der **starken Wechselwirkung** erhalten. Sie ist nach Konstruktion multiplikativ, d.h. sie wird auf alle Faktoren eines Zustandes angewandt. Aus bekannten Paritäten von Teilchen und denen der Impulsanteile:

$$(-1)^{L+S+1}$$

kann man auch über Reaktionen andere Paritäten bestimmen. Die Parität eines Teilchens hat erst dann anschauliche Bedeutung wenn man das Teilchen als Feld beschreibt, welches durch eine Funktion des Ortes $\psi(\mathbf{x})$ definiert ist.

1.5.1 Leptonen und Neutrinos

Bei der Vermessung von Teilchenreaktionen mit **Leptonen** (Elektron, Myon, τ -Teilchen) ist schnell aufgefallen, dass der vierer Impuls der vermessenen Teilchen nicht erhalten war. Dies wurde so interpretiert, dass bei solchen Reaktionen zusätzliche, durch elektromagnetische und starke Wechselwirkung *nicht nachweisbare* Teilchen entstehen, die sog. **Neutrinos**. Man klassifiziert 3 sog. Generationen von Leptonen, die man anhand ihrer Masse unterscheidet. Hinzu kommen die jeweiligen Antiteilchen und Neutrinos.

Teilchen	Symbol	Masse [MeV]	Lebensdauer [s]	Spin	Ladung [e]
Elektron	e^-/e^+	0.511	stabil	1/2	$-1/+1$
	$\nu_e/\bar{\nu}_e$	$3 \cdot 10^{-6}$	stabil	1/2	0
Myon	μ^-/μ^+	105.66	$2.2 \cdot 10^{-6}$	1/2	$-1/+1$
	$\nu_\mu/\bar{\nu}_\mu$	< 0.19	stabil	1/2	0
Tau	τ^-/τ^+	1777	$2.91 \cdot 10^{-13}$	1/2	$-1/+1$
	$\nu_\tau/\bar{\nu}_\tau$	< 18.2	stabil	1/2	0

Zusätzlich gibt es eine weitere Quantenzahl die sog.:

$$\text{Leptonzahl:} \quad L_l = \begin{cases} +1 & \text{für Lepton } l^- \text{ und Neutrino } \nu_l \\ -1 & \text{für Antilepton } l^+ \text{ und Antineutrino } \bar{\nu}_l \end{cases}.$$

Diese ist in Reaktionstypen **aller Wechselwirkungen**² und innerhalb jeder Generation **erhalten**.

1.5.2 Wirkungsquerschnittresonanzen

Bei hohen Schwerpunktsenergien von z.B. $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ -Streuung erhält man peakförmige Abweichungen von dem erwarteten Wirkungsquerschnitt, wie z.B.:

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-) = \frac{4\pi\alpha^2}{3} \frac{1}{s}.$$

Zusätzlich auftretende **Peaks** erklärt man durch kurzlebige Anregungszustände der Teilchenreaktionen. Diese Anregungszustände interpretiert man als **kurz auftretende Teilchen** mit sehr geringer Lebensdauer, deren Masse genau an der entsprechenden Stelle des Peaks liegt. Der Wirkungsquerschnitt für die **Erzeugung eines Teilchens mit Masse m bzw. Energie E** ist gegeben durch:

$$\text{Breit-Wigner-Formel:} \quad \sigma(E) = \sigma_{\max} \frac{\Gamma^2}{4(E - E_R)^2 + \Gamma^2},$$

²In der sog. Neutrinooszillation (Kapitel 1.10.1) ist die Leptonzahl nicht mehr erhalten und es macht keinen Sinn von „stabilen“ Neutrino-generationen zu sprechen.

wobei Γ die **Zerfallsbreite des Zwischenzustandes**, bzw. Resonanzteilchens ist. Eine solche Kurve nennt man auch Lorentzkurve. Γ ist durch die Zerfallsbreiten für die Zerfälle in einzelne mögliche Endzustände i gegeben:

$$\Gamma = \sum_i \Gamma_i.$$

Die mittlere Lebensdauer lässt sich bestimmen durch:

$$\tau = \frac{1}{\Gamma}.$$

Ist nur die Gesamtzerfallsbreite Γ gegeben kann man mittels des sog. **Verzweigungsverhältnisses**

$$\mathcal{B} := \frac{\Gamma_i}{\Gamma} = \Gamma_i \tau$$

auch die Breite eines konkreten Zerfalles berechnen. In den Wirkungsquerschnitten verschiedener Reaktionen (insbesondere aber der oben angegebenen $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$) fand man die Resonanzen:

$$\eta, \rho, \omega, \phi, J/\phi \text{ sowie insb. } Z^0.$$

1.5.3 Anzahl der Leptongenerationen

Aus der Zerfallsbreite der Resonanz Z^0 , kann man die Anzahl der möglichen Leptongenerationen bestimmen. Der Zerfall des Z^0 verläuft gemäß $e^+ + e^- \rightarrow Z^0 \rightarrow X$, wobei X ein Quark-Antiquark Paar, ein Lepton-Antilepton oder ein Neutrino-Antineutrino Paar sein kann. Der Zerfall in ein Neutrino-Antineutrino Paar erzeugt keine Detektorsignale, trägt aber zum Gesamtwirkungsquerschnitt bei. Durch die beobachtbaren Anteile vom Gesamtquerschnitt erhält man eine mögliche Anzahl von Neutrino-, also nach unserem aktuellen Modell auch Leptongenerationen von

$$N_\nu = 2.99 \pm 0.01.$$

Es scheint also als hätten wir bereits alle Leptonen entdeckt.

1.5.4 Strange Particles

Teilchen mit sehr hohen Lebensdauern $\tau \sim 10^{-8}$ s bezeichnet man auch als **selt-same Teilchen**, da ihr Zerfall nur durch die schwache Wechselwirkung stattfinden kann. Praktikabler weise ordnet man solchen Teilchen, z.B. den **Kaonen** eine weitere Quantenzahl, die sog. **Strangeness** S zu, die nur durch die schwache Wechselwirkung geändert werden kann. Später wird sich zeigen, dass solche Teilchen stets ein sog. **strange Quark** s enthalten. Die Umwandlung in ein anderes Quark ist nur durch Prozesse der schwachen Wechselwirkung möglich, weshalb **strange Particles** **langlebig** sind.

1.5.5 Hadronen

Alle Teilchen, die an der starken Wechselwirkung teilnehmen nennt man Hadronen. Man unterscheidet zunächst zwischen leichten **Mesonen** und schweren **Baryonen**. Es wird eine Quantenzahl, die sog. **Baryonenzahl** eingeführt:

$$B(\text{Baryon}) = 1, \quad B(\text{Antibaryon}) = -1, \quad B(\text{Meson}) = 0.$$

Diese ist in allen Reaktionen **erhalten**. Die Vielzahl an verschiedenen Hadronen ($\pi^\pm, \pi^0, K^\pm, K^0$, usw.) deutet darauf hin, dass sie sich aus kleineren Bausteinen und zwar den sog. **Quarks** zusammen setzen. Dabei sind:

- **Mesonen** Quark-Antiquark Kombinationen und
- **Baryonen** 3-Quark Kombinationen.

Um die Eigenschaften und das Verhalten dieser Teilchen konsistent zu beschreiben verwendet man Methoden, die den aus der Quantenmechanik bekannten Spins ähneln.

1.5.6 Quarkmodell

Isospin

Aus der Beobachtung, dass sich Protonen und Neutronen unter starker Wechselwirkung gleich verhalten führt man das Konzept der sog. Isospins ein. Protonen und Neutronen werden hierbei die Isospins $p = |1/2, +1/2\rangle$ und $n = |1/2, -1/2\rangle$ zugeordnet. Analog definiert man die Quarks als Zustände mit dem Isospin $I_3 = \pm 1/2$ und bezeichnet sie zunächst mit **up** u und **down** d . Hinzukommen die Antiquarks, die genau die gegensätzliche I_3 -Komponente aufweisen. Die **Pionen** sind in diesem Modell das **symmetrische** Quark-Antiquark Triplet und das η -Teilchen das antisymmetrische Singlet.

Der **Isospin** ist eine **Erhaltungsgröße** in der **starken Wechselwirkung**. Mathematisch kann man den Isospin - analog zum Spin - durch die Symmetriegruppe der unitären, zweidimensionalen Transformationen mit Determinante 1 beschreiben, die auch **SU(2)** genannt wird. Zu jeder dieser Symmetriegruppe gehört in der Teilchenphysik aufgrund der Existenz von Antiteilchen eine weitere sog. **adjungierte Gruppe**, welche aus den entsprechenden Antiteilchen besteht.

Flavour

Nimmt man ein das **strange quark** s hinzu, so beschreibt man die Zustände durch eine entsprechend weitere Dimension und die Gruppe **SU(3)**. Hierdurch erhält man weitere Zustände, wie die **Kaonen**. Zur Beschreibung verwendet man dann zusätzlich zum Isospin eine weitere Kennzahl, die **Strangeness** S oder die **Hyperladung** $Y = B + S$. Damit die entsprechend korrekten Baryonenzahlen und Isospins für Hadronen erreicht werden ordnet man den Quarks die bestimmte Flavourgrößen zu. Aus diesem Quarkmodell wurde ein weiteres Hadron vorhergesagt, welches dann auch gefunden wurde. Auch die Nukleonen sind teil dieses Konzeptes.

Entdeckung der c, b, t -Quarks

Als weiteres Quark wurde 1974 das sog. **charm Quark** c als Wirkungsquerschnittsresonanz entdeckt. Dadurch erweiterte sich die Dimension ein weiteres mal. Dies führt entsprechend zu einer weiteren Vorhersage neuer Teilchenkombinationen, die z.T. auch noch nicht experimentell nachgewiesen werden konnten. Später wurden b und t Quark entdeckt, wobei das t Quark aufgrund seiner hohen Masse ($\sim m_{\text{Au}}$) auch in Bindungszuständen sofort zerfällt. Insgesamt ergeben sich für die 6 Quarks die Eigenschaften:

Generation	Quarks	Spin	B	Q	Masse [GeV]
1	u	1/2	1/3	+2/3	0.003
	d	1/2	1/3	-1/3	0.006
2	c	1/2	1/3	+2/3	1.3
	s	1/2	1/3	-1/3	0.1
3	t	1/2	1/3	+2/3	172
	b	1/2	1/3	-1/3	4.3

Die Antiquarks haben dabei entsprechend die anderen Vorzeichen der Quantenzahlen. Schon aus der 1. Generation der Quarks kann man die Nukleonen und die π -Mesonen aufbauen:

Nukleonen	π -Mesonen
$p \quad u u d$	$\pi^+ \quad d \bar{u}$
$n \quad u d d$	$\pi^- \quad u \bar{d}$
	$\pi^0 \quad u \bar{u} + d \bar{d}$

Aus diesem Quarkmodell kann man zusammen mit dem Leptonen Modell den Teilchenzoo aufbauen. Der Vollständigkeit halber ist dieser hier einmal abgebildet:³

	Teilchen	Symbol	Baryonen- zahl B	Masse (MeV/ c^2)	Ladung	Spin in \hbar	Isospin T	Kompo- nente T_3	Seltsam- keit S	Lebensdauer in s
Leptonen	Photon	γ	0	0	0	1	0	0	0	∞
	Neutrino	$\nu_e, \bar{\nu}_e$	0	$< 10^{-6}$	0	1/2	0	0	0	∞
		$\nu_\mu, \bar{\nu}_\mu$	0	$< 10^{-6}$	0	1/2	0	0		∞
		$\nu_\tau, \bar{\nu}_\tau$	0	?	0	1/2	0	0		∞
	Elektron	e^+, e^-	0	0,511	$\pm e$	1/2	0	0	0	∞
Myon	μ^-, μ^+	0	105,66	$\pm e$	1/2	0	0	0	$2,199 \cdot 10^{-6}$	
Mesonen	Pionen	π^+, π^-	0	139,57	$\pm e$	0	1	± 1	0	$2,602 \cdot 10^{-8}$
		π^0	0	134,97	0	0	1	0	0	$8,4 \cdot 10^{-17}$
	Kaonen	K^+, K^-	0	493,7	$\pm e$	0	1/2	$\pm 1/2$	+1, -1	$1,238 \cdot 10^{-8}$
		K_S^0	0	497,71	0	0	1/2	-1/2	+1	$8,93 \cdot 10^{-11}$
		K_L^0	0	497,71	0	0	1/2	+1/2	-1	$5,2 \cdot 10^{-8}$
	Eta-	η	0	548,5	0	0	0	0	0	$2,5 \cdot 10^{-17}$
	Rho-	ρ	0	768,5	0, $\pm e$	1	0	0	0	$3,3 \cdot 10^{-21}$
	Phi-	ϕ	0	1019	0	1	0	0	0	$1,5 \cdot 10^{-22}$
	Psi-	ψ	0	3095	0	1	0	0	0	10^{-20}
	Baryonen	Proton	p^+, p^-	1, -1	938,26	$\pm e$	1/2	1/2	$\pm 1/2$	0
Neutron		n, \bar{n}	1, -1	939,55	0	1/2	-1/2	$\mp 1/2$	0	887
Lambda-		$\Lambda, \bar{\Lambda}$	1, -1	1115,68	0	1/2	0	0	-1, +1	$2,5 \cdot 10^{-10}$
Sigma-		$\Sigma^+, \bar{\Sigma}^+$	1, -1	1189,4	$\pm e$	1/2	1	∓ 1	-1, +1	$8 \cdot 10^{-11}$
Sigma-		$\Sigma^0, \bar{\Sigma}^0$	1, -1	1192,5	0	1/2	1	∓ 1	-1, +1	$< 7 \cdot 10^{-20}$
Delta-		$\Delta^+, \Delta^0, \Delta^-$	1	1232	+e, 0, -e	3/2	0	0	0	$5 \cdot 10^{-24}$
Xi-		Ξ^0	1	1314,8	0	1/2	1/2	-1/2	-2	$2,9 \cdot 10^{-10}$
Omega-		Ξ^-	+1	1672,4	-e	3/2	0	0	-3	$1,3 \cdot 10^{-10}$

³Abbildung aus Demtröder Experimentalphysik IV, 4. Auflage, S. 170.

Auffällig sind die, im Vergleich zu den Quarks, **hohen Massen** der Hadronen, wie z.B:

$$m_p \approx 938 \text{ MeV} < m_n \approx 940 \text{ MeV} .$$

Die hohe zusätzliche Masse ist das **Abbild der Energie**, die in den **Kräften**, die zwischen den Quarks wirken (vor allem starke Wechselwirkung), steckt.

1.5.7 Elastische Elektron-Kern Streuung

Bei der Streuung von **spinlosen Teilchen** an Kernen ist der Wirkungsquerschnitt nach Rutherford durch:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Rutherf.}} = \frac{(zZe^2)^2}{(4\pi\epsilon_0)^2 (4E_{\text{kin}})^2 \sin^4(\theta/2)}$$

und für **hochrelativistische Elektronen** ($p^2 c^2 \gg m^2 c^4$) kompakter durch:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Rutherf.}} = \frac{Z^2 \alpha^2 (\hbar c)^2}{4E^2 \sin^4(\theta/2)} .$$

gegeben. Berücksichtigt man den **Spin**, so muss die Richtung unter der das Teilchen gestreut wird zusätzlich berücksichtigt werden. Dies nennt man auch den **Mott-Wirkungsquerschnitt**:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Mott}}^* = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Rutherf.}} \cdot (1 - \beta^2 \sin^2(\theta/2)) .$$

Für größere Energieüberträge $|\mathbf{q}|$ erhält man zusätzlich einen sog. **Formfaktor**, der die Fourier-Transformierte der Ladungsdichte des Targetteilchens ist:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Exp.}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Mott}}^* \cdot |F(\mathbf{q})|^2, \quad F(\mathbf{q}) = \int e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{x} / \hbar} \rho(\mathbf{x}) d^3x .$$

Unter Berücksichtigung des Rückstoßes und des magnetischen Moments des Protons erhält man die (umfangreichere) **Rosenbluth-Formel**. Diese enthält entsprechend einen elektrischen und einen magnetischen Formfaktor. Dabei gilt:

Der Wirkungsquerschnitt ausgedehnter Teilchen fällt nach der Rosenbluth-Formel mit $\sim q^{-12}$.

1.5.8 Tiefinelastische Elektron-Nukleon Streuung

Erhöht man die Energie noch weiter, so wird das Targetteilchen angeregt oder sogar aufgebrochen, man spricht von inelastischer oder tiefinelastischer Streuung. Der Wirkungsquerschnitt sinkt dann deutlich schwächer ab, als die oben genannten Modelle es beschreiben, und man erkennt einen deutlich **Knick**. Die erhaltenen Formfaktoren werden annähernd konstant, sodass man auf Streuung an **punktförmigen** Teilchen, also Quarks schließen kann. Man nennt die Quarks in diesem Zusammenhang auch

1.6 Grundlegende Streutheorie

Partonen. Man bezeichnet den Impulsanteil, den das getroffene Parton trägt mit x . Dies wird auch **Bjorken- x** genannt:

$$x = \frac{-q^2}{2pq} := \frac{Q^2}{2pq}$$

Man beschreibt das Nukleon dann mittels der **Partondichtefunktion** $f_i(x)$, die die Wahrscheinlichkeit Beschreibt im Nukleon das Quark i mit dem Impulsbruchteil x zu finden. Alle diese Partonen zusammen müssen den Erwartungswert $x = 1$ aufweisen, da dies ja der Gesamtimpuls des Nukleons ist, daher genügen sie der Vollständigkeitsrelation:

$$\sum_{i=1}^n \int_0^1 x f_i(x) dx = 1.$$

Der Wirkungsquerschnitt enthält dann die beiden sog. Strukturfunktionen $F_1(x, Q^2)$ und $F_2(x, Q^2)$, die die Relation:

$$\text{Callan-Gross-Relation: } F_2(x) = 2xF_1(x) = \sum_i q_i^2 x f_i(x)$$

erfüllen. Dabei ist q_i die Ladung des i -ten Quarks. Die erste Gleichheit gilt nur für **Spin 1/2 Teilchen**. Tatsächlich treten in Nukleonen neben den **Valenzquarks**, welche die Quantenzahlen des Nukleons bestimmen, auch Quark-Antiquark Paare (sog. **Seequarks**), sowie **Gluonen** auf, die ebenfalls einen Teil des Impulses tragen.

1.6 Grundlegende Streutheorie

1.6.1 Fermis Goldene Regel

Mittels Fermis Goldener Regel kann man die Übergangsrate beim Übergang von einem Zustand i in einen Zustand f bestimmen:

$$W = \frac{2\pi}{\hbar} |M_{fi}|^2 \rho_f,$$

wobei M_{fi} das Matrixelement des Zustandwechsels (Störungstheorie):

$$M_{fi} = \langle f | \hat{U} | i \rangle \doteq \int \psi_f^* U(r) \psi_i dx$$

und ρ_f die Zustandsdichte (pro Energie) des finalen Zustandes f ist.

1.6.2 Wirkungsquerschnitt

Diese Rate kann man auch mittels des Wirkungsquerschnittes beschreiben. Für die Teilchenreaktion $a + b \rightarrow c + d$ wird ein Strahl von a -Teilchen auf ein Target der Anzahlldichte n_b von b -Teilchen geleitet. Der Teilchenfluss auf das Target ist entsprechend durch die Strahldichte n_a (pro Volumen) und die Relativgeschwindigkeit v gegeben:

$$\psi = n_a v.$$

Als **Wirkungsquerschnitt** bezeichnet man die effektive Fläche, die ein Strahlteilchen treffen muss, damit die Reaktion stattfindet. Die **Reaktionsrate** ist dann gegeben durch:

$$W = N_b n_a v \sigma := L \sigma$$

mit der sog. **Luminosität** L und Targetteilchenanzahl N_b . In einem Endvolumen (im Impulsraum) mit periodischen Randbedingungen erhält man eine Anzahldichte von

$$dN = \frac{V}{(2\pi\hbar)^3} p^2 dp d\Omega.$$

Im Schwerpunktsystem sind die Impulse der entstehenden Teilchen c und d entsprechend identisch ($= p_f$) um man erhält aus einer Energiebilanz:

$$\frac{dp_f}{dE} = \frac{1}{v_f}$$

Somit erhält man insgesamt die Größe $dN/dE = \rho_f$ und kann den **differentiellen Wirkungsquerschnitt** bestimmen:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(a + b \rightarrow c + d) = \frac{|M_{fi}|^2}{4\pi^2\hbar^4} \frac{p_f^2}{v_i v_f}.$$

Wirkungsquerschnitt und Spin

Die Anzahl der möglichen Spinkombinationen zweier Teilchen erhält man durch:

$$g = (2s_1 + 1)(2s_2 + 1)$$

Bei der Bestimmung des Wirkungsquerschnitt muss dieser Faktor für die einlaufenden Teilchen berücksichtigt werden, wobei die auslaufenden Teilchen in beliebige Zustände übergehen können. Mögliche Spins ändern allerdings auch das Matrixelement usw., sodass allgemein summiert werden muss. Man erhält:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(a + b \rightarrow c + d) = \frac{1}{g_i} \sum_{\text{Spinkombin.}} \frac{|M_{fi}|^2}{4\pi^2\hbar^4} \frac{p_f^2}{v_i v_f}.$$

Werden in der Reaktion Teilchen durch **Antiteilchen** ersetzt (z.B. $a + b + \bar{c} \rightarrow d$), so bleiben **Matrixelemente erhalten**, dies nennt man auch **crossing symmetry**.

Yukawa-Potential und Propagator

Als Beispiel für die Berechnung der Matrixelemente betrachten wir das sog. **Yukawa-Potential**. Dies ist das Potential der (nichtrelativistischen) Austauschwechselwirkung über massebehaftete Austauschteilchen

$$\langle \mathbf{x} | U \rangle = U(r) = -\frac{g}{r} e^{-rm}$$

1.6 Grundlegende Streutheorie

Dabei ist g die Kopplungsstärke, r der Abstand der Streupartner und m die Masse des Austauschteilchens. Unter der Verwendung von freien Teilchen mit den Wellenfunktionen:

$$\langle \mathbf{x} | i \rangle = e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}}, \quad \langle \mathbf{x} | f \rangle = e^{-i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{x}}.$$

erhält man durch Integration das Matrixelement:

$$M_{fi} \propto \frac{g}{m^2 + q^2}$$

mit dem Impulsübertrag $\mathbf{q} = \mathbf{k} - \mathbf{k}'$. Dabei wurden Kugelkoordinaten gewählt, sodass o.b.d.a. $\mathbf{q} \cdot \mathbf{x} = qr \cos \theta$ gilt. Das Matrixelement ohne die Kopplungsstärke nennt man auch **Propagator**. Da die Übergangswahrscheinlichkeit proportional zum Matrixelement ist interpretiert man diese Ausdrücke wie folgt:

- Das Teilchen a emittiert ein Austauschteilchen mit Kopplungsstärke \sqrt{g} und Masse m und wird zum Teilchen c .
- Die Bewegung des Austauschteilchens wird durch den (allgemein Relativistischen) **Boson-Propagator** mit dem Viererimpulsübertrag q^2 beschrieben:

Boson Propagator:	$\frac{M_{fi}}{g} \propto \frac{1}{q^2 - m^2}.$
--------------------------	---

- Das Teilchen b absorbiert dieses Austauschteilchen mit der Kopplungsstärke \sqrt{g} und wird zu d .
- Die Orte der Absorption und Emission werden **Vertex** genannt und die zeitliche Abfolge ist durch diese Beschreibung nicht festgelegt.

1.6.3 Feynman-Diagramme

Die Darstellung des oben beschriebenen Prozesses nennt man Feynman-Diagramm. Diese liefern konkrete Vorschriften zur Berechnung der Matrixelemente. Es gilt:

An jedem **Vertex** müssen alle **Erhaltungssätze** der jeweiligen Wechselwirkung erfüllt sein.

- Welche Wechselwirkung welche Erhaltungssätze erfüllt wird in den folgenden Abschnitten behandelt. Für ein Austauschteilchen gilt i.A. nicht $E^2 = p^2 + m^2$, man nennt sie **virtuelle Teilchen**, sie liegen nicht auf der **Massenschale** (off shell).
- Allgemein gibt es zu einer Teilchenreaktion verschiedene mögliche Feynman-Graphen mit gleichem Anfangs und Endzustand. Diese müssen aufsummiert werden, um das korrekte Matrixelement zu erhalten. Höhere Ordnungen in der Kopplungsstärke sind aber hierbei meist vernachlässigbar. Feynman-Diagramme sind dadurch als **Terme einer Störungsreihe** zu interpretieren. Problematisch wird dies, wie man sehen wird, in der starken Wechselwirkung.

- Anhand der Richtung bezüglich der Zeitachse kann man zudem erkennen von welchem Partner der Reaktion das Austauschteilchen ausgesendet wird und von welchem es aufgenommen wird. Die Zeitachse werde ich hier konventionsgemäß immer **nach rechts** orientieren und nicht mit angeben.
- **Achtung:** Die Konventionen zur Pfeilrichtung für Antiteilchen sind nicht immer einheitlich. Antiteilchen werden manchmal mit einem Antiteilchen bezeichnet und laufen dann in positive Zeitrichtung. Manchmal laufen sie aber auch in negative Zeitrichtung. Ebenso gibt es die Notation sie mit einem Teilchen zu beschriften und dann in negative Zeitrichtung laufen zu lassen. Auch im Vorlesungsskript ist diese Notation nicht eindeutig! Ich werde stets wie folgt vorgehen:

Antiteilchen werden mit einem Antiteilchen beschriftet **und** laufen in negative Zeitrichtung.

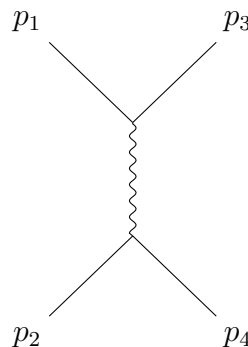
Reaktionskanäle

Es gibt drei verschiedene typische Zerfallskanäle, s , t und u . Alle werden mathematisch durch sog. **Mandelstammvariablen** charakterisiert, die die Erhaltung des Viererimpulses verdeutlichen. p_i ist hier der Viererimpuls des Teilchens i .

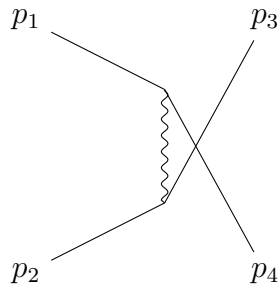
- **s -Kanal:** Mandelstammvariable $s = (p_1 + p_2)^2 = (p_3 + p_4)^2$



- **t -Kanal:** Mandelstammvariable $t = (p_1 - p_3)^2 = (p_2 - p_4)^2$



- **u -Kanal:** Mandelstammvariable $u = (p_1 - p_4)^2 = (p_2 - p_3)^2$



Der u -Kanal ist quasi identisch zum t -Kanal, nur dass die End-Teilchen die Plätze tauschen. Bei identischen End-Teilchen müssen stets u und t -Kanal berücksichtigt werden.

- Bei **t und u -Kanal** ist nicht festgelegt von welchem Reaktionspartner das Austauscheteilchen ausgesandt wird. Insbesondere ist dies für die schwache Wechselwirkung relevant.

1.7 Wechselwirkungen

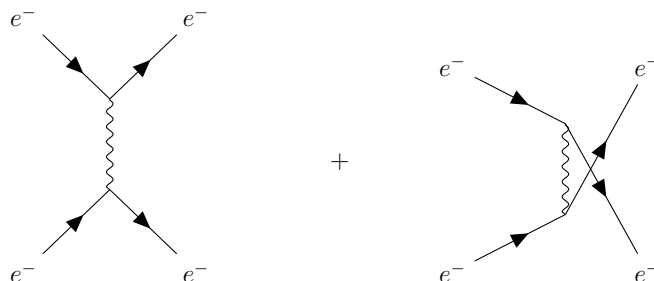
1.7.1 Elektromagnetische Wechselwirkung

Das Potential der elektromagnetischen Wechselwirkung ist

$$U(r) = -\frac{\alpha}{r}$$

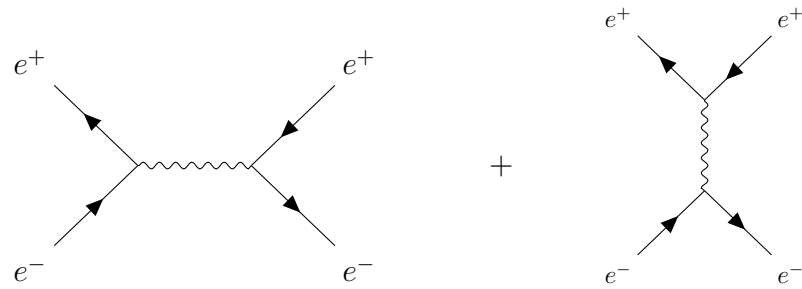
mit der Feinstrukturkonstante $\alpha = 1/137$. Da das Austauscheteilchen, das **Photon** masselos ist ist die Reichweite unendlich. Das Photon hat den Spin 1 und negative Parität. Die Feldtheorie der Wechselwirkung ist die Quantenelektrodynamik (QED). Der Vertex der elektromagnetischen Wechselwirkung ist somit die Emission oder die Absorption eines Photons durch geladene Fermionen. Ein Photon wird im Feynman Graph durch eine geschwungene Linie symbolisiert. Verschiedene elektromagnetische Streuprozesse sind:

- **Moeller Streuung:** Elektron-Elektron-Streuung



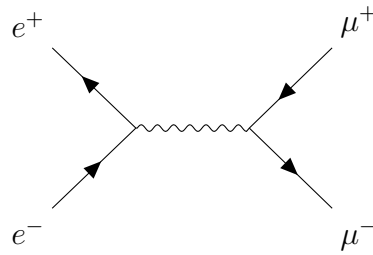
Der u -Kanal muss berücksichtigt werden, da die Elektronen im finalen Zustand ununterscheidbar sind. Es kann hier keinen s -Kanal geben, da 2 Elektronen zusammen nicht in ein Photon zerstrahlen können.

- **Bhabha Streuung:** Elektron-Positron Streuung



Der u -Kanal spielt hier keine Rolle, bzw. ist identisch zum t -Kanal da Elektron und Positron z.B. anhand ihrer Ladung unterscheidbar sind. Der s -Kanal tritt auf, da sich entsprechend Elektron und Positron gemeinsam zerstrahlen können. Man kann dies auch als eine rotierte Version des t -Kanals der Moeller-Streuung verstehen, bei der entsprechend das Positron in entgegengesetzter Zeitrichtung propagiert.

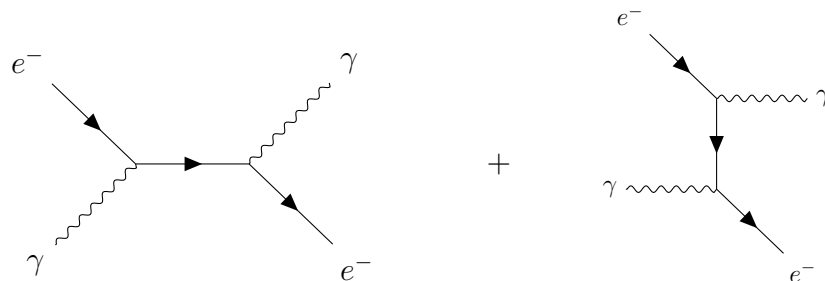
• $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ -Streuung:



Es gibt hier keinen t -Kanal, da Leptonen an einzelnen Vertizes aufgrund der Leptonzahlerhaltung nicht in Leptonen anderer Generationen umgewandelt werden können. Der Wirkungsquerschnitt lautet:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{4s}(1 + \cos^2 \theta) \quad \Rightarrow \quad \sigma = \frac{4\pi\alpha^2}{3s}.$$

• Compton Effekt:



Die obigen beiden Diagramme beschreiben die beiden möglichen Kanäle des bekannten Compton Effekts. Die Wellenlänge des gestreuten Photons ergibt sich mit dem Streuwinkel θ durch:

$$\lambda' = \lambda + \frac{h}{m_e c}(1 - \cos \theta)$$

Da es sich um einen statistischen Prozess handelt misst man mit einem Detektor bei einem festen Winkel in der Intensität stets **Gaußverteilungen** um das entsprechende λ' . Insbesondere misst man bei 180° , also der Rückstreuung einen sog. **Rückstreupeak** bei λ , der aus der elastischen totalen Reflexion an den Atomkernen herrührt. Es gibt einen **weiteren Rückstreupeak**, bei der Wellenlänge $\lambda_{\max} = \lambda + 2h/m_e c$, der durch die Leichte Erhöhung des Wirkungsquerschnittes der Reaktion zustande kommt. In einer Betrachtung der Winkelverteilung wird er aber durch den ersten Effekt überlagert und ist somit nur in einem Energiespektrum zu finden.

Ebenfalls bei 180° fällt das Energiespektrum der Elektronen bei der Maximalenergie schlagartig auf 0, weil das Photon nie mehr Energie übertragen kann, als bei der Rückstreuung. Das nennt man die **Compton-Kante**.

Photopeak

Neben den im Abschnitt über den Compton Effekt bereits besprochenen Peaks in einem Streuspektrum bei γ -Spektroskopie gibt es noch den Photopeak. Dieser kommt durch die Vollständige Absorption des Photons durch den Szintillator zustande.

Laufende Kopplung

Für hohe Energien ändert sich die Kopplungsstärke durch Effekte aus Feynman-Graphen höherer Ordnung. Der Grund dieser Abänderung liegt in der Abschirmung der Wechselwirkung durch eine „Wolke“ aus **virtuellen Teilchen-Antiteilchen-Paaren** im Bereich der Reaktion. Dies führt u.U. sogar zu Divergenzen in der Berechnung von Feynman Graphen. Über eine sog. **Renormierung** muss hier die Kopplungskonstante neu berechnet werden. Man spricht dann auch von einer **laufenden Kopplung**, da sie von Q^2 abhängt:

$$\alpha(Q^2) = \frac{\alpha(\mu^2)}{1 - \frac{\alpha(\mu^2)}{3\pi} \log\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right)}$$

Die Kopplung wird also für hohe Energien **stärker**. Für große Q^2 kommen sich die Streupartner näher und werden daher weniger stark voneinander abgeschirmt.

Das Anomale Magnetische Moment

Ein wichtiger Test der QED ist das magnetische Moment des Elektrons. Nach der Dirac-Theorie lautet dieser: $\mu_e = g\mu_B \mathbf{s}$, mit dem g -Faktor für punktförmige Teilchen $g = 2$. Dieser konnte aber in exakten Messungen am **Elektron** nicht mehr innerhalb der Unsicherheiten reproduziert werden. Durch die Berücksichtigung von Feynman-Graphen **höherer Ordnung** konnte diese Abweichung im Rahmen der QED eliminiert werden.

Größere Korrekturen und ggf. Einflüsse jenseits der QED kann man am Myon messen.

1.7.2 Starke Wechselwirkung

Die Starke Wechselwirkung ist die elementare Kraft, die zwischen Quarks wirkt. Sie besitzt eine sehr geringe Reichweite, die Kopplung ist allerdings sehr stark. Aufgrund

des großen Erfolges der QED versuchte man auch diese Kraft als eine Austauschwechselwirkung zu beschreiben. Man fand zunächst ein Teilchen, das sog. Δ^{++} -Baryon, welches aus drei u -Quarks aufgebaut ist. All diese Quarks sind in den bekannten Quantenzahlen im selben Zustand. Man schloss darauf, dass Quarks einen

- **weiteren Freiheitsgrad**, die sog. (willkürlich) **Farbe**: rot, grün und blau (bzw. antirot usw.) aufweisen.
- **Hadronen** sind in diesem Modell **farblos**.

Dies erklärt also, wieso es Baryonen und Mesonen aber keine freien Quarks oder qq -Kombinationen gibt. Diese Hypothese wird durch das sog **R-Verhältnis**

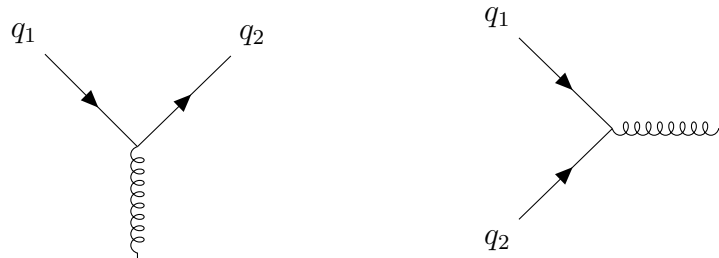
$$R = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow q\bar{q})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)}$$

unterstützt. Man fand ein R -Verhältnis, welches 3 mal höher war, als ohne den Farbfreiheitsgrad zu erwarten gewesen wäre.

Die Feldtheorie der starken Wechselwirkung ist die **Quantenchromodynamik (QCD)** (chromo gr.: Farbe). Ihr Potential lautet:

$$U_{\text{QCD}} = -\frac{4}{3} \frac{\alpha_s}{r} + k r,$$

mit $k \approx 870 \text{ MeV/fm}$. Die Austauscheteilchen der QCD heißen **Gluonen** (von Kleber) und tragen Farbe und Antifarbe. Die Kopplung an den Vertices ist $\sqrt{\alpha_s}$ und der Austausch ist **farberhaltend**. Gluonen werden durch „Kringellinien“ dargestellt. Typische Vertices der QCD haben somit die Form:



Eigenschaften der Gluonen

Die Symmetriegruppe der QCD ist die $SU(3)$. Man erhält 8 **masselose** Gluonen, die Farbladung tragen und an Farbe koppeln. Dadurch koppeln sie auch an sich selbst und es gibt Reaktionen nur unter Gluonen. Diese Selbstwechselwirkung ist auch der Grund für den linearen Term im Potential.

Hadronisierung

Bei der Trennung von zwei Quarks unterschiedlicher Farbladung wird die, im Potential gespeicherte Energie so groß, dass es unter Paarbildung zur Entstehung zweier weiterer Quarks kommt. Zusammen mit den ursprünglichen Quarks bilden diese dann Hadronen. Durch ebendiese Hadronisierung entstehen auch Gluonen, wodurch sie nachgewiesen werden können. Gluonen und Quarks, d.h. allgemein Teilchen mit

1.7 Wechselwirkungen

Farbladung treten nicht isoliert auf, dies nennt man auch **Confinement**. Dadurch entstehen in Reaktionen mit Quarks und Gluonen als Endprodukt automatisch sog. **Jets**, also Teilchenbündel. Aus dem Verhältnis der Raten von 2 zu 3-Jet Streuung von $e^+e^- \rightarrow q\bar{q} + g$ kann man die Größenordnung von α_S bestimmen:

$$\boxed{\alpha_s \sim 1}.$$

Aus der Winkelverteilung solcher Reaktionen ergibt sich der **Spin der Gluonen** zu 1.

Laufende Kopplung

Auch in der QCD stellt man fest, dass die Kopplungskonstante bei der Betrachtung von Graphen höherer Ordnung neu bestimmt werden muss. Im Gegensatz zur QED wird sie hier allerdings **für hohe Q^2 schwächer**:

$$\alpha_S(Q^2) = \frac{\alpha_s(\mu^2)}{1 + (33 - 2N_F)\frac{\alpha_s(\mu^2)}{12\pi} \ln(Q^2/\mu^2)}.$$

Das anschauliche Erklärungsmodell ist hier eine Wolke aus virtuellen Farb-Antifarbgluonen-Paaren. Die Wirkung dieser Wolke ist der ebenfalls angenommenen $q\bar{q}$ -Paaren entgegen gerichtet, da es sich ja bereits um Austauschteilchen handelt, die die Wechselwirkung erleichtern.

- **Für große Q^2** (kleine Abstände) ist α_S also klein und auch die Quantchromodynamik lässt sich störungstheoretisch beschreiben.
- **Für kleine Q^2** (große Abstände) ist $\alpha_S \sim 1$ und es ist keine störungstheoretische Beschreibung möglich.

1.7.3 Schwache Wechselwirkung

Die schwache Wechselwirkung tritt nur in den Vordergrund, wenn die Reaktion aufgrund von Erhaltungssätzen nicht durch starke/elektromag. Wechselwirkung stattfinden kann. Reaktionen, die durch schwache Wechselwirkung ablaufen, sind dementsprechend selten. Die Lebensdauern von typischen Zerfällen kann man stets durch die Verhältnisse der Kopplungsstärken abschätzen:

$$\tau_{\text{St.}} \sim 10^{-23} \text{ s}, \quad \tau_{\text{El.}} \sim \tau_{\text{St.}} \left(\frac{\alpha_{\text{el}}}{\alpha_s} \right)^2 \sim 10^{-19} \text{ s}$$

Aus den extrem langen Lebensdauern von **seltsamen Teilchen** ($\sim 10^{-10} \text{ s}$ bis 10^{-8} s) kann man so auch die Kopplungsstärke der schwachen Wechselwirkung abschätzen:

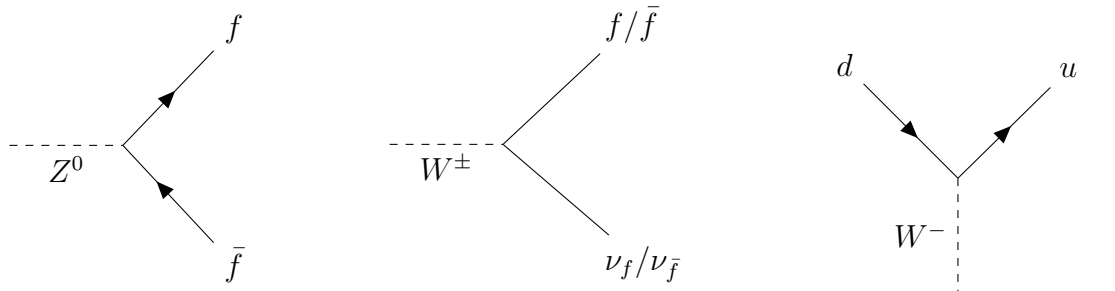
$$\boxed{\alpha_W \sim 10^{-6}}$$

Die schwache Wechselwirkung kann als **einzige Wechselwirkung Quark-Flavour ändern und verletzt die Parität**. Die Austauschteilchen der schwachen Wechselwirkung sind die sog. **Eichbosonen**:

- **neutraler Strom Z^0** mit Masse 91.2 GeV

- **geladener Strom W^\pm** mit Masse 80.4 GeV.

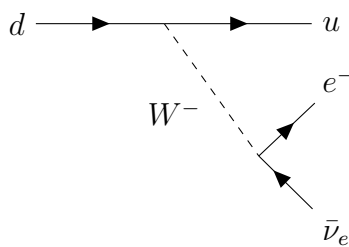
Da diese Teilchen eine große Masse haben ist die **Reichweite und die Stärke der schwachen Wechselwirkung sehr gering**. Die W -Bosonen sind die einzigen elektrisch geladenen Austauschteilchen, die dadurch auch den Quark-Flavour, sowie die Leptonen-Ladung ändern können. Sie werden in Feynman Diagrammen durch **gestrichelte Linien** (manchmal auch wie Photonen geschwungen) dargestellt. Die Eichbosonen tragen ebenfalls den Spin 1. Typische Vertices der schwachen Wechselwirkung sind also:



Im zweiten Diagramm sind keine Pfeile mit eingezeichnet, da dies davon abhängt ob Antifermionen oder Fermionen an der Reaktion beteiligt sind. **Alle Reaktionen mit Neutrinos** müssen offenbar über die Schwache Wechselwirkung ablaufen, damit Ladung und Leptonzahl erhalten sein können. Die Konstruktion garantiert also dass Neutrinos tatsächlich nur schwach Wechselwirken. In Reaktionen, mit Vertices, wie im rechten Beispieldiagramm, ist nicht immer klar, von welchem Reaktionspartner das W -Boson ausgeht und daher auch welche Ladung es trägt. In einem solchen Fall wird die Ladung dann einfach gar nicht mit angegeben.

Betazerfall

Auf Quark-Ebene kann man den β -Zerfall durch die schwache Wechselwirkung beschreiben. Hierbei zerfällt ein d -Quark in ein u -Quark unter Emission eines W^- -Bosons, welches die Ladungserhaltung garantiert. Dieses zerfällt weiter in ein Elektron und ein Antielektronenneutrino:



Im Propagator ist die Masse des Bosons deutlich größer als q^2 und somit ist das Matricelement annähernd konstant:

$$M_{fi}^2 \propto \left| g_w^2 \frac{1}{m_{W,Z}} \right|^2$$

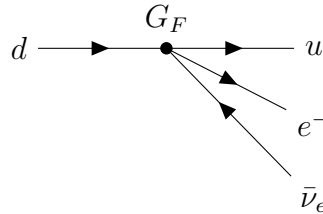
Die vollständige feldtheoretische Betrachtung führt auf eine effektive direkte sog. **Fermi-Kopplung G_F** zwischen dem d -Quark und den Zerfallsprodukten des W^-

1.7 Wechselwirkungen

Bosons (Elektron und Antielektronneutrino):

$$G_F = \frac{\sqrt{2}}{8} \cdot \frac{g_w^2}{m_W^2} = 1.17 \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$$

Diese effektive direkte **Punktwechselwirkung** wird durch den Feynman Graph:



repräsentiert. Die Fermi-Kopplung ist ebenfalls nur unter der Annahme $m_W^2 \gg q^2$ gültig. Die Bestimmung des Spektrums der Elektronenenergie erlaubt eine Berechnung der Masse des Neutrinos. Die Plots solcher Spektren heißen **Kurie-Plots**. Hieraus erhält man die Übergangsrate zu:

$$W = \Gamma = \frac{1}{\tau} = \frac{G_F^2 E_0^5}{30\pi^3}$$

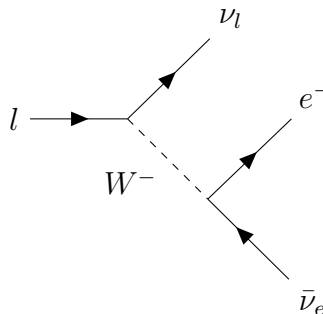
wobei E_0 die maximale Elektronenenergie ist. Die Gesamtanzahl der Zustände ist nach der **Sargent Regel** durch:

$$N = \frac{E_0^5}{30}$$

gegeben.

Leptonuniversalität

Eine ähnliche Reaktion wie der Beta-Zerfall für Quarks (bzw. Nukleonen) kann auch mit Leptonen ablaufen. Diese zerfallen dabei entsprechend mit höchster Wahrscheinlichkeit in Elektronen oder Positronen da diese die leichtesten Teilchen sind. Der Feynman Graph eines solchen Zerfalles ist:



Durch Betrachtung der Anteile der Zerfälle kann man unter Berücksichtigung der verschiedenen Lepton-Massen beobachten, dass **die Kopplungsstärke mit allen Leptonen gleich ist**. Dadurch gilt für alle Leptonen:

$$\Gamma(l^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_l) = \frac{G_F^2 m_l^5}{192\pi^3}.$$

Beobachtung der schwachen Eichbosonen

Der Neutrale Strom konnte 1972 am CERN zum ersten mal durch die Reaktion

$$\bar{\nu}_\mu + e^- \rightarrow \bar{\nu}_\mu + e^-$$

wobei das Elektron einen zusätzlichen Impuls erhält, beobachtet werden. Heutzutage kann man die schwachen Eichbosonen direkt über ihre Zerfallsprodukte oder in Wirkungsquerschnittresonanzen vermessen.

Paritätsverletzung

Beim β -Zerfall von ^{60}Co sind Spins in eine bestimmte Richtung bevorzugt (**Wu-Experiment**). Dies ist nicht mit der Parität vereinbar. Die schwache Wechselwirkung erhält also nicht die Parität. In diesem Zusammenhang definiert man die sog.

Helizität $H = \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}}{|\mathbf{p}|} = \pm 1$,

wobei $H = +1$ **rechtshändig** und $H = -1$ **linkshändig** genannt wird. Es gilt

- An der schwachen Wechselwirkung nehmen nur **rechtshändige Antineutrinos und linkshändige Neutrinos** teil.
- An Prozessen mit geladenem Strom nehmen immer nur **linkshändige Fermionen und rechtshändige Antifermionen** teil.
- An Prozessen mit neutralem Strom nehmen Fermionen mit beiden Händigkeiten teil.

Ladungskonjugation

Der Ladungskonjugationsoperator C kehrt alle additiven Quantenzahlen eines Teilchens um, sodass aus dem Teilchen ein Antiteilchen wird:

$$C\psi \rightarrow \bar{\psi}$$

ungeladene Teilchen können C -Eigenzustände, also ihre eigenen Antiteilchen sein. Auch die Ladungskonjugation wird in der schwachen Wechselwirkung verletzt.

1.7.4 Quarkmischung und Cabbibo-Winkel

Durch Betrachtung der Zerfälle des Pions und des Kaons kann man beobachten, dass die Kopplung der schwachen Eichbosonen an die Quarks **nicht universell** ist. Von Interesse sind zunächst Quark-Eigenzustände der schwachen Wechselwirkung, wir nennen sie d' und s' in der Basis der Eigenzustände der starken Wechselwirkung, man sagt auch den Flavour-Eigenzuständen s, d . Diese erhält man durch die sog. **Cabbibo Matrix** mit dem **Cabbibo-Winkel** $\theta_C \approx 13^\circ$:

$$\begin{pmatrix} |d'\rangle \\ |s'\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} \\ V_{cd} & V_{cs} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |d\rangle \\ |s\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_C & \sin \theta_C \\ -\sin \theta_C & \cos \theta_C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |d\rangle \\ |s\rangle \end{pmatrix}$$

1.7 Wechselwirkungen

Nun findet die schwache Wechselwirkung zwischen den Dubblets:

$$\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}$$

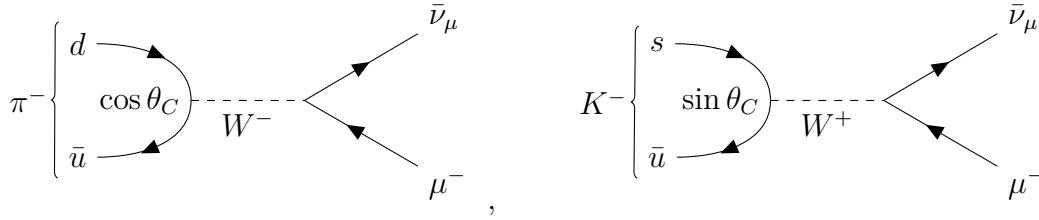
statt, sodass man die Cabbibo Matrix als Übergangswahrscheinlichkeiten zwischen den Quarks auffassen muss:

$$\begin{pmatrix} |u\rangle \\ |c\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} \\ V_{cd} & V_{cs} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |d\rangle \\ |s\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_C & \sin \theta_C \\ -\sin \theta_C & \cos \theta_C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |d\rangle \\ |s\rangle \end{pmatrix}.$$

Hierbei gilt: Der **ungeladene schwache Strom** kann den Quark-Flavour nicht ändern. Bei den jeweiligen Zerfällen über schwache Wechselwirkung muss dann das entsprechende Matricelement V_{ij} quadratisch zu Γ hinzu multipliziert werden.

Leptonischer Pion und Kaon Zerfall

Durch die Quarkmischung mittels der Cabbibo Matrix kann man erklären, wieso der Zerfall $K^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$ gegenüber dem Zerfall $\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$ um den Faktor 20 unterdrückt ist. Wäre die Kopplung universell müssten die Zerfallsbreiten im selben Verhältnis, wie die Quadrate der Massen stehen. Anhand der Feynman-Diagramme für die Zerfälle erkennt man aber:



Die Quarkmischung muss also berücksichtigt werden. Dabei kann man die Diagramme so verstehen, dass d bzw. s in ein u umgewandelt wird. Da dieses dann in die „falsche“ Zeitrichtung läuft, wird es genau zu dem \bar{u} welches in dem jeweiligen Teilchen vorliegt. Die Zerfallsbreiten ergeben sich dann zu:

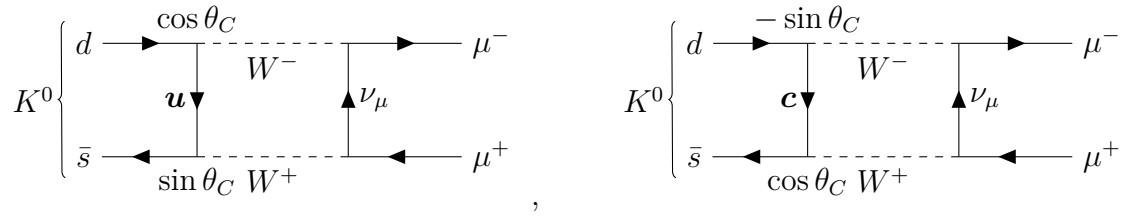
$$\Gamma(\pi^- \rightarrow l^- \bar{\nu}_l) = \frac{G_F^2}{8\pi} f_\pi^2 m_l^2 m_\pi \left(1 - \frac{m_l^2}{m_\pi^2}\right)^2 \cos^2 \theta_C$$

$$\Gamma(K^- \rightarrow l^- \bar{\nu}_l) = \frac{G_F^2}{8\pi} f_K^2 m_l^2 m_K \left(1 - \frac{m_l^2}{m_K^2}\right)^2 \sin^2 \theta_C,$$

wobei $f_i \approx m_i$ die sog. Zerfallskonstante ist. Anhand dieser Formeln ergibt sich, dass in beiden Fällen aufgrund der sog. **Helizitätsunterdrückung** der **μ -Zerfallskanal dominiert**. Dass aber der Kaon-Zerfall so viel seltener (Faktor 20) ist als der Pion-Zerfall ist liegt einfach an den Quarkmischungswinkeln.

GIM Mechanismus

Mittels der Quark Mischung kann man auch die starke Unterdrückung des Zerfalles $K^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$ erklären. Grund dafür sind die beiden möglichen (erste Ordnung) Zerfallskanäle:



Da die beiden Kanäle im Matrixelement addiert werden, bevor das Betragsquadrat gebildet wird ist dieser Zerfall stark unterdrückt. Aus dieser Beobachtung wurde das **c-Quark vorhergesagt**.

1.7.5 CP-Verletzung und Erhaltungsgrößen

In der schwachen Wechselwirkung ist sowohl P als auch C verletzt. Auch die kombinierte Operation CP ist nicht erhalten. Aus den **Kaonzuständen** $|K^0\rangle = |d\bar{s}\rangle$ und $|\bar{K}^0\rangle = |s\bar{d}\rangle$ lassen sich CP Eigenzustände erzeugen. Analoges gilt für **Pionen**. Man würde dann erwarten, dass Kaon-Eigenzustände von CP zum EW 1 in Pion-Eigenzustände mit EW 1 zerfallen. Das passiert aber nicht uneingeschränkt bei schwacher Wechselwirkung. Dies wurde im **Cronin-Fitch Experiment** überprüft.

CPT-Theorem

Der Operator T spiegelt (analog zur Parität) die Zeitrichtung $t \rightarrow -t$, $\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{x}$. Der Operator ist anti-unitär $T\psi(\mathbf{x}, t) = \psi^\dagger(\mathbf{x}, -t)$.

CPT-Theorem: Unter sehr allgemeinen Annahmen (Lokalität, Lorentzinvarianz) kann man zeigen, dass jede Quantenfeldtheorie invariant unter der Operation CPT ist.

Hieraus folgen auch die komplementären Eigenschaften von Teilchen und Antiteilchen (gleiche Masse, gleiche Lebensdauer, anderes Vorzeichen in allen additiven Quantenzahlen). Zudem folgt aus CP -Verletzung bei allgemeiner CPT -Erhaltung auch T -Verletzung. Dies ist Gegenstandes aktueller Forschung. Insgesamt zeigt die folgende Tabelle die Zusammenfassung der Erhaltungsgrößen in den entsprechenden Wechselwirkungen.

Erhaltungsgrößen der Wechselwirkungen:

Wechselwirkung	Starke	Elektromagnetische	Schwache
Erhaltungsgröße:			
Energie / Impuls			
Ladung	Ja	Ja	Ja
Baryonenzahl			
Leptonzahl			
CPT	Ja	Ja	Ja
P (Parität)	Ja	Ja	Nein
C (Ladungskonjugation)	Ja	Ja	Nein
CP (oder T)	Ja	Ja	10^{-3} Schwankung
I (Isospin)	Ja	Nein	Nein

Dabei gilt:

- **Leptonzahl:** Leptonen und Nneutrinos tragen die Leptonzahl 1 und Anti-leptonen sowie Antineutrinos tragen die Leptonzahl -1, der entsprechenden Generation.
- **Baryonenzahl:** Quarks tragen die Baryonenzahl $1/3$ und Antiquarks $-1/3$
- Diese Quantenzahlen sind **additiv**.

1.7.6 CKM-Matrix

Die Erweiterung der Cabbibo Matrix auf das b und t -Quark ist die CKM-Matrix. Da die CKM-Matrix somit den Basiswechsel von schwachen zu starken Eigenzuständen beschreibt, ist sie **unitär**. Aus den schwachen Eigenzuständen ergeben sich durch die Dublett-Kopplung der schwachen Wechselwirkung an (d', u) , (s', c) und (b', t) analog zur Cabbibo Matrix die Übergangswahrscheinlichkeiten:

$$\begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |d\rangle \\ |s\rangle \\ |b\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} |u\rangle \\ |c\rangle \\ |t\rangle \end{pmatrix}.$$

Die Diagonalelemente der CKM-Matrix sind quasi 1, die Nicht-Diagonalelemente sind entsprechend klein. Daher sind Quark-Übergänge, die über die schwache Wechselwirkung ablaufen, **innerhalb einer Generation** deutlich wahrscheinlicher als zwischen den Generationen.

Die in der CKM-Matrix auftretenden **komplexen Phasen** sind für die CP -Verletzung verantwortlich.

1.8 Das Standardmodell der Teilchenphysik

Die besprochenen Elementarteilchen, ihre Wechselwirkungen und ihre Superpositionen werden auch das Standardmodell der Teilchenphysik genannt.

1.8.1 Elektroschwache Vereinigung

Das Standardmodell der Teilchenphysik beruht auf der Vereinigung von elektromagnetischer und schwacher Wechselwirkung in einer gemeinsamen Quantenfeldtheorie. Die Grundidee ist, dass die elektroschwachen Eichbosonen ein Triplet, sowie ein Singulett des **schwachen Isospins** T ($SU(3)$) sind. Dabei koppeln die $T = 1$ -Tripletbosonen $\mathbf{W} = (W^1, W^2, W^3)$ mit der Stärke g an T_3 und das $T = 0$ -Singulett B^0 mit Kopplungsstärke g' an die **schwache Hyperladung** Y . Für diese gilt:

$$Y = 2(Q - T_3)$$

mit der Ladungszahl Q . Die bekannten Bosonen erhält man dann aus den Linearkombinationen:

$$\begin{aligned} W^\pm &= \frac{1}{\sqrt{2}}(W^{(1)} \mp iW^{(2)}) \\ Z^0 &= \cos \theta_W W^{(3)} - \sin \theta_W B^0 \\ \gamma &= \sin \theta_W W^{(3)} + \cos \theta_W B^0 \end{aligned}$$

mit dem Weinberg-Winkel θ_W . Die Leptonen und Quarks werden nun zu linkshändigen Dubletts und rechtshändigen Singletts des schwachen Isospin zusammengefasst.

1.8.2 Feldtheorien

In der Feldtheorie geht man von einer Lagrangefunktion, die von den Koordinaten und der Zeit abhängt zu einer sog. **Lagrangedichte**, die von den Koordinaten, den **Feldern** und der Zeit abhängt. Der Formalismus lautet dann:

$$L = L\left(\phi, \frac{\partial \phi}{\partial x_\mu}, x_\mu\right), \quad \frac{\partial}{\partial x_\mu} \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \phi}{\partial x_\mu}} - \frac{\partial L}{\partial \phi} = 0.$$

Die **klein-Gordon-Gleichung** (in natürlichen Einheiten)

$$(\partial_\mu \partial^\mu + m^2) \phi(\mathbf{x}, t) = 0$$

für ein relativistisches Boson folgt z.B. aus der Lagrange Dichte

$$L = \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi)(\partial^\mu \phi) - \frac{1}{2}m^2 \phi^2.$$

Dies ist nützlich, weil man dann alle Methoden zur Verfügung hat, die im Lagrangeformalismus erarbeitet wurden (Theo. I).

Noether-Theorem

Bereits aus der klassischen Mechanik ist das Noether Theorem bekannt:

Noether-Theorem: Zu jeder kontinuierlichen Symmetrie eines physikalischen Systems (also Invarianz des Lagrangian unter der zugehörigen Transformation) gehört eine Erhaltungsgröße.

Dies lässt sich ebenso auf Felder verallgemeinern. Man nennt solche Invarianztransformationen auch **Eichtransformationen**. Man unterscheidet zwischen **lokaler** und **globaler** Eichinvarianz. Eine lokale Transformation kann von den Koordinaten $x^\mu = (x^0, x^1, x^2, x^3)$ abhängen. Wird die Symmetrie gebrochen kann man, insbesondere bei lokalen Transformationen, zu neuen sog. kovarianten Ableitungen übergehen, sodass wieder eine Symmetrie erzeugt wird. Die Symmetrietransformationen lassen sich dann durch Drehungen der Felder beschreiben und man erhält alle bekannten Wechselwirkungen aus der Feldtheorie.

1.8.3 Zusammenfassung des Standardmodells

Das Standardmodell lässt sich komplett aus der Forderung nach lokaler Eichinvarianz unter den Symmetrietransformationen der Gruppen:

$$\boxed{\text{SU}(3)_{\text{color}} \times \text{SU}(2)_L \times \text{U}(1)_Y}$$

ableiten, wobei $\text{SU}(3)_{\text{color}}$ die Farbe, $\text{SU}(2)_L$ die Isospins und $\text{U}(1)_Y$ die Hyperladung beschreibt. Zu jeder dieser Gruppen gehört eine Kopplung. Diese sind renormierbar. Zudem legt die Theorie die Anzahl und Massen der Quarks (6 Parameter) und Leptonen (6 Parameter), sowie die Kopplungsstärken (3 Parameter) und die Massen der schwachen Eichbosonen (8 Parameter) fest. Tatsächlich lässt sich die Anzahl der unabhängigen Parameter durch die elektroschwache Vereinigung auf **19 Parameter** verringern:

- 6 Quark und 3 Leptonenmassen (Neutrinos sind im Standardmodell masselos)
- 3 Kopplungen und 2 Bosonmassen (Gluonen, sowie Photonen sind im Standardmodell masselos)
- 4 CKM-Parameter.

In einem erweiterten Modell mit Neutrinomassen gibt es zusätzlich 3 Neutrinomassen, sowie 4 PMNS-Parameter. Insgesamt besteht das Standardmodell der Teilchenphysik praktisch gesehen aus den folgenden Komponenten:

Standardmodell:

Die Materie besteht aus 12 Fermionen mit Spin 1/2, davon sind 6 Quarks und 3 Leptonen, sowie deren 3 Partner-Neutrinos, die jeweils in 3 Generationen auftreten. Zusätzlich existiert zu jedem dieser Teilchen ein Antiteilchen, welche die Antimaterie bilden.

Es gibt drei elementare Austauschwechselwirkungen (schwache, elektromagnetische und starke), wobei die Austauschteilchen (W^\pm/Z^0 , Gluonen, Photonen) ganzzahligen Spin haben, also Bosonen sind.

Die schweren Eichbosonen lassen sich ohne eine Symmetriebrechung nicht mit Masse behaften, was auf den **Higgs-Mechanismus** führt.

1.9 Das Higgs-Boson

Explizite Massenterme der **Eichbosonen** der Form $M^2 A_\mu A^\mu$ brechen die Eichinvarianz des Lagrangian. Man kann allerdings auch das Potential, bzw. die zugehörige Theorie, symmetrisch konstruieren, sodass der Grundzustand trotzdem asymmetrisch ist ($\sim \phi^4$ -Potential) und somit automatisch zu einer Symmetriebrechung führt:

$$V(\phi) = \mu^2 \phi^\dagger \phi + \lambda (\phi^\dagger \phi)^2, \quad \mu^2 \leq 0, \quad \lambda > 0.$$

Man spricht dann auch von einer **spontanen Symmetriebrechung**. Kopplungen der Austauschbosonen und Fermionen an das Feld ϕ im Grundzustand ergeben Terme im Lagrangian, die wie Massenterme aussehen. Dadurch erhalten diese Teilchen Massen. In diesem **Brout-Englert-Higgs-Mechanismus** interpretiert man das **Massezuordnende Feld** selbst als Teilchen, das **Higgs-Teilchen**. Man geht noch einen Schritt weiter und geht nun davon aus dass **auch die Fermionen** ihre Masse erst durch Wechselwirkung mit diesem **Higgs-Feld** erhalten. Damit sind die Massen nicht mehr einfach vorgegebene Größen sondern können aus einer Wechselwirkungstheorie abgeleitet werden. Die Masse des Higgs Teilchens selber folgt nicht direkt aus der Theorie.

Das **Higgs-Boson** koppelt an andere Teilchen proportional zu ihrer Masse und hat selbst eine Masse von ca. $m_H = 125 \text{ GeV}$.

1.9.1 Higgs-Suche bei LEP

Der LEP Beschleuniger (Vorläufer des LHC am CERN) konnte Elektron-Positron Paare bei einer Energie von jeweils maximal 104,5 GeV erzeugen. Der Interessante Prozess um ein Higgs-Boson in einer e^+e^- -Teilchenreaktion zu finden wäre:

$$e^+ + e^- \rightarrow Z^* \rightarrow Z + H,$$

wobei das Higgs stark an das schwere Z koppelt. Die aus der Energiebilanz folgende maximal mögliche Masse eines Higgs-Bosons am LEP wäre also: $m_H < \sqrt{s} - m_Z = 118 \text{ GeV}$. Aus dem weiteren Zerfall $H \rightarrow b\bar{b}$ kann man das Higgs beobachten. Da ein solches Event aber *nicht* gefunden wurde musste man davon ausgehen, dass die Higgs Masse größer ist.

1.9.2 Higgs-Suche bei LHC

Durch die deutlich höheren Energien am LHC war es hier möglich über die Erzeugung aus anderen Teilchenreaktionen aber auch über direkte Zerfälle in W^+W^- , $\tau^+\tau^-$ usw. das Higgs zu beobachten. Dominant ist der Zerfall: $H \rightarrow b\bar{b}$. Zu erwähnen ist auch der direkte Zerfall eines Higgs in 2 Photonen, der nur über einen sog. t -Loop stattfinden kann, da das Higgs an die masselosen Photonen nicht koppelt. Dadurch konnte man das Higgs-Teilchen mit einer deutlichen Signifikanz als Resonanz in Wirkungsquerschnitten bei einer Masse von

$$m_H = (125.09 \pm 0.21 \pm 0.11) \text{ GeV}$$

verorten. Der **Drehimpuls** des Higgs ist $J^P(H) = 0^+$ (skalares Teilchen) und die **Zerfallsbreite** $\Gamma_H < 17.4 \text{ MeV}$.

1.10 Neutrinos

Neutrinos, die Teilchenpartner der Leptonen, wechselwirken nur schwach. Das heißt, sie sind extrem schwierig nachzuweisen, da übliche Wirkungsquerschnitte von der Größe:

$$\sigma(\nu_e + n \rightarrow e^- + p) \sim 10^{-43} \text{ cm}^2$$

sind. Neutrinos selbst machen natürlich auch nicht mit einer Teilchenspür auf sich aufmerksam, sondern können nur über die Produkte der Reaktion **indirekt** gemessen werden. Aus der Energiebetrachtung (Kurie-Plots) von entsprechenden Zerfällen kann man die **Massen** der verschiedenen Neutrinogenerationen nach oben hin abschätzen. Sie sind immer **viel kleiner** als die zugehörigen Leptonmassen.

1.10.1 Neutrinooszillationen

Von uns beobachtete Neutrinos entstehen in schwachen Reaktionen, d.h. sie sind Eigenzustände der schwachen Wechselwirkung. Für Neutrinos mit Masse⁴ ergeben sich aus den drei bekannten **schwachen Eigenzuständen** (ν_e, ν_μ, ν_τ) analog zum CKM-Formalismus weitere Zustände, die **Masseneigenzustände**:

$$\begin{pmatrix} |\nu_e\rangle \\ |\nu_\mu\rangle \\ |\nu_\tau\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu1} & U_{\mu2} & U_{\mu3} \\ U_{\tau1} & U_{\tau2} & U_{\tau3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |\nu_1\rangle \\ |\nu_2\rangle \\ |\nu_3\rangle \end{pmatrix}$$

Dabei ist die Matrix U die unitäre Neutrino Mischungsmatrix (**PMNS-Matrix**). Die Zustände $|\nu_i\rangle$ sind dann diejenigen Eigenzustände die **tatsächlich propagieren**, weshalb es zu sog. **Neutrino-Oszillationen** kommt. Berechnet man die Übergangswahrscheinlichkeit eines Neutrinozustandes

$$|\nu_i(t)\rangle = |\nu_i(0)\rangle \exp(-i(E - p)t) \approx |\nu_i(0)\rangle e^{-i\frac{m_i^2}{2E}t}$$

in ultrahochrelativistischer Näherung, so erhält man (hier für nur 2 Neutrinogenerationen, analog zur Cabibo Matrix):

$$P(t)_{\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau} = \sin^2(2\theta) \sin^2\left(\frac{t}{4E} \Delta m^2\right).$$

Mit $\Delta m^2 = m_3^2 - m_2^2$. Anstatt der Zeit misst man meist die Länge, da in ultrahochrelativistischer Näherung $L = ct$ gilt, sodass praktischer ist:

$$P(L)_{\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau} = \sin^2(2\theta) \sin^2\left(\frac{\Delta m^2 L}{4E}\right).$$

Dadurch ist die Größe L/E ausschlaggebend für die Berechnung. Da die Neutrino-Oszillation die **Leptonzahlerhaltung verletzt** ist sie **nicht Teil des gewöhnlichen Standardmodells**.

⁴In der minimalen Theorie werden sie als masselos angenommen.

1.10.2 Neutrinoquellen

Um Neutrinos nachzuweisen benötigt man entsprechend Neutrinoquellen. Dazu zählen:

- Elektronenneutrinos aus den Fusionsreaktionen in der Sonne
- Neutrinos aus Hadronischen Schauern der Höhenstrahlung: atmosphärische Neutrinos (insb. π - und K -Zerfälle, 0.1..10 GeV).
- Kernreaktionen und Teilchenbeschleuniger
- Kosmische Neutrinos
- Neutrinos aus radioaktiven Prozessen in der Erde.
- Neutrinos aus der Sonne: solare Neutrinos.

1.10.3 Neutrinodetektion

Wasser-Cherenkov-Detektoren - atmosphärische Neutrinos

Der Wirkungsquerschnitt von Neutrinowechselwirkungen ist sehr gering, da die schwache Wechselwirkung so schwach ist. Daher benötigt man sehr **große und massereiche** Detektoren, wie z.B. den **Superkamiokande** Detektor mit 50 kt Wasser. Um Myonen abzuschirmen ist der Detektor in 1000 m Tiefe installiert. Die Wände sind mit 11200 Photomultipliern ausgekleidet. Ursprünglich sollte hier das Modell der Barionenzahlerhaltung an Hand des (nicht beobachteten) Protonzerfalls untersucht werden. Die Photomultiplier können **Cherenkov-Licht** nachweisen. Detektiert wird ein Neutrino also nur **indirekt**, also über die, durch Reaktionen wie

$$\nu_e + n = p + e^- , \quad \nu_\mu + n = p + \mu^-$$

entstehenden, **geladenen** Teilchen.

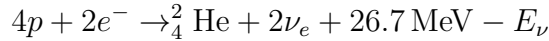
Die Neutrinogenerationen (μ, e) können durch die Schärfe des Randes des Cherenkov Kegels unterschieden werden. **Elektronen** haben im Vergleich zu Myonen einen **unscharfen Cherenkov-Kegel**, da sie beim propagieren Bremsstrahlung abstrahlen und ggf. sogar elektromagnetische Schauer auslösen.

Anhand des Winkels unter dem der Cherenkov-Kegel betrachtet wird kann der Neutrinoeinfallswinkel berechnet werden. In Abhängigkeit des Einfallswinkels konnte man dann die Eventraten der unterschiedlichen Neutrinos betrachten und erhielt zunächst **viel zu kleine Raten an Myonneutrinos**, die aber durch Oszillationen $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ erklärt werden können. Für atmosphärische Neutrinos kann man die Größe L/E ebenfalls aus dem Einfallswinkel bestimmen. Dadurch kann man das erste Minimum der Neutrinoraten bestimmen und erhält eine Massendifferenz:

$$\sqrt{\Delta m^2} \sim 0.05 \text{ eV} .$$

Solarer Neutrinos

Die in der Sonne entstehenden Neutrinos kommen aus der Fusionsreaktion:



Das Energiespektrum der Neutrinos ist **kontinuierlich bei einem Dreikörperzefall** und **diskret bei einem Zweikörperzerfall**. Die solaren Neutrinos haben Energien zwischen 0.6 und 10 MeV. Daher müssen sie entsprechend anders nachgewiesen werden. Beispielsweise kann Chlor durch Neutrinos dieser Energie in Argon umgewandelt werden, welches dann nachgewiesen werden kann. Die Messergebnisse zeigten aber einen viel kleineren Neutrinofluss, als man nach dem Standard-Sonnen-Modell (SSM) erwarten würde. Eine mögliche Erklärung sind wieder Oszillationen $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ und $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$. Daher ist es wichtig auch die anderen Neutrinogenerationen aus der Sonne zu vermessen.

Ebendies versucht SNO (Sudbury Neutrino Observatory)-Experiment. Hier werden, ähnlich zum Superkamiokande, Neutrinos in Wassertanks nachgewiesen, allerdings durch

- Elastische Streuung an Elektronen und Detektion deren Cherenkov-Lichtes
- Hadronische W^\pm -Wechselwirkung mit dem Deuterium aus schwerem Wasser D_2O .
- Hadronische Z^0 -Wechselwirkung.

Werden hier alle Neutrinosorten gemessen so erhält man einen zum SSM **kompatischen** Wert! Das Defizit an ν_e lässt sich also offenbar durch Neutrinooszillationen erklären.

1.10.4 Neutrino-Oszillationen in Materie (MSW Effekt)

Die Wechselwirkung von Elektronenneutrinos mit Materie ist über den geladenen, wie auch den ungeladenen Strom möglich, da in gewöhnlicher Materie Elektronen vorhanden sind. Die anderen Neutrinogenerationen (μ, τ) können dies nicht. Das führt bei der Propagation zu einer Phasenverschiebung im Mischungswinkel, der von der Dichte der Elektronen im Material abhängt. In der Sonne ist dieser Winkel Maximal $\pi/2$, sodass

$$|\nu_e\rangle = |\nu_2\rangle, \quad |\nu_\mu\rangle = -|\nu_1\rangle$$

Dieser Effekt muss bei der Messung der Neutrino-Oszillationen im Vakuum berücksichtigt werden. Der MSW-Effekt hängt insbesondere vom Vorzeichen von Δm^2 ab!

Insgesamt kann mittels der PNMS Matrix die Übergangswahrscheinlichkeiten durch die Neutrinooszillationen zwischen den Generationen berechnet werden. Dabei lassen sich zwei wesentliche Punkte zeigen:

- Atmosphärische Neutrinos (L/E klein):
Elektronenneutrinos enthalten nur ν_1 und ν_2 , die aufgrund des kleinen Δm_{12}^2 über die relevante Strecke keine Phasenverschiebung aufweisen. Analog verschieben sich bei ν_μ und ν_τ die Phasen nur zwischen ν_3 und $\nu_{1,2}$. Das bedeutet ν_e bleibt unverändert und ν_μ oszilliert mit ν_τ .

- Solare Neutrinos (L/E groß):
Die größere Phasenverschiebung aufgrund des viel Größeren L führt zu einer signifikanten Phasenverschiebung, sodass die Neutrinos alle gemeinsam oszillieren.

Die PMNS-Matrix ist daher, im Gegensatz zur CKM Matrix, nicht annähernd Diagonal. Eine wichtige Aufgabe der Neutrinodetektion ist die Vermessung der sog. **Massenhierarchie** der Masseneigenzustände.

2 Astrophysik

Die Astrophysik beschreibt den großräumigen Aufbau ($\sim 10^{26}$ m) und die Entwicklung des Universums. Dazu gehören insbesondere auch die Entstehung und Entwicklung von Sternen, Planetensystemen und Galaxien. Hierbei gibt es enge Verbindungen mit der Teilchenphysik, da z.B. Prozesse in Sternen auf der Ebene von Elementarteilchen ablaufen. Zudem ist die Teilchenphysik unerlässlich zum Verständnis der frühen Stadien des Universums. Auf der anderen Seite liefern Beobachtungen aus der Astrophysik wichtigen Input für die Teilchenphysik. Häufig wird die Längenskala **Astronomical Unit**:

$$1 \text{ AU} = 149.6 \cdot 10^9 \text{ m} \approx 8 \text{ c min}$$

verwendet. 1 AU entspricht genau dem Abstand zwischen der Erde und der Sonne. Alternativ ist auch das Lichtjahr oder der Parsec verwendbar:

$$\begin{aligned} 1 \text{ ly} &= 1 \text{ Jahr} \cdot c = 9.5 \cdot 10^{15} \text{ m} \\ 1 \text{ pc} &= 3.26 \text{ ly} \end{aligned}$$

2.1 Das beobachtbare Universum

2.1.1 Das Sonnensystem

Das Sonnensystem besteht aus der Sonne (Masse $M \approx 2 \cdot 10^{30}$ kg, Leuchtkraft $L = 3.846 \cdot 10^{26}$ W), 8 Planeten, Monden, 5 Zwergplaneten und einer großen Zahl an Asteroiden, Kometen und Staubpartikeln. Die Newtonschen Bewegungsgleichungen führen auf eine Rotationsgeschwindigkeit der Körper um die Sonne von (idealisiert für Kreisbahn):

$$F_z = F_G \quad \Leftrightarrow \quad v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

Es lassen sich zudem die 3 Keplerschen Gesetze ableiten.

Die Keplerschen Gesetze

Die Keplerschen Gesetze lauten:

- 1) Die Bahnkurve jedes Planeten ist eine Ellipse mit der Sonne in einem Brennpunkt.
- 2) Der Relativvektor zwischen Sonne und Körper überstreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächen (Drehimpulserhaltung).
- 3) Das Verhältnis der Umlaufzeiten T von zwei Planeten steht in Beziehung mit dem Verhältnis ihrer großen Halbachsen:

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{a_1}{a_2} \right)^{3/2}.$$

2.1.2 Strukturen im Universum

Unsere Galaxie die Milchstraße

Die meisten am Nachthimmel mit bloßem Auge sichtbaren Objekte sind Teil der Milchstraße (Sterne, Nebel usw.). Der nächstgelegene Stern ist **Proxima Centauri** (lat. proxima = nächst) in einer Entfernung von 4.2 ly. Bilder, die wir von der Milchstraße machen können offenbaren die flache Struktur unserer Galaxie.

Die Milchstraße ist eine **Spiralgalaxie** mit einem Durchmesser von ~ 100.000 ly. Sie enthält 100-300 Mrd. Sterne, mit einer „sichtbaren“ (im Kontrast zur dunklen) Masse von 400 Mrd. Sonnenmassen. Aus der Rotationsgeschwindigkeit der Sterne um das galaktische Zentrum ergibt sich aber eine viel **höhere Masse** von 1400 Mrd. Sonnenmassen. Dies ist ein Indiz für die Existenz einer nicht-strahlenden, „dunklen“ **Materie** (siehe später). Im Zentrum der Milchstraße befindet sich wahrscheinlich ein massives **Schwarzes Loch** mit einer Masse von 3-4 Mio. Sonnenmasse. Kugelförmig um die Scheibe der Milchstraße liegen weitere Sternenansammlungen, der sog. **Halo**. Die Milchstraße enthält Sterne die annähernd so alt sind, wie das Universum selbst.

Lokale Gruppe und Cluster

Die Milchstraße und die **Andromeda Galaxie** in einem Abstand von 2.5 Mly werden mit einigen nahen Zwerggalaxien zur sog. **lokalen Gruppe** zusammengefasst. Diese Gruppe hat eine Ausdehnung von 5 Mly.

Noch größer ist das sog. **Virgo Supercluster**. Cluster haben eine Größe von ~ 100 Mly. Die Bildung von Clustern ist ein Effekt der Gravitationskräfte zwischen den Galaxien. Zwischen diesen Superclustern liegen „Löcher“ sog. **Voids**.

Großräumig, auf der Skala des **gesamten sichtbaren Universums** ist keine solche Struktur mehr zu erkennen. Das sichtbare Universum enthält $\sim 10^{11}$ **Galaxien**, von denen jede wiederum $\sim 10^{11}$ **Sterne** enthält.

2.1.3 Die astronomische Abstandsleiter

Die Entfernungsmessung ist in der Astrophysik eine große Herausforderung. Einige Methoden beruhen direkt auf Annahmen, die über die zu betrachteten Objekte getroffen werden (z.B. mittelschwerer Stern \leftrightarrow mittlere Leuchtkraft).

Radarmessungen

Im Sonnensystem kann man sehr präzise Radarmessungen durchführen ($\sigma \sim 1$ m).

$$\text{Größenordnung: } \sim 10^{-4} \text{ ly } \quad \text{Sonnensystem}$$

Parallaxe

Die Entfernung zu nahegelegenen Sternen kann man durch eine Winkelbetrachtung bestimmen. Bei der Rotation der Erde um die Sonne ändert sich die Position eines solchen Sternes relativ zum Hintergrund der weit entfernten Fixsterne. Dadurch gilt:

$$\tan p = \frac{1 \text{ AU}}{d}$$

wobei p der **Parallaxenwinkel** ist, also der halbe Winkel um den die Beobachtung des Sternes schwankt. Mittels der Parallaxe wird auch das Parsec definiert: Ein

2.1 Das beobachtbare Universum

Parsec ist der Abstand, den ein Stern bei einer Parallaxe von einer Bogensekunde $1'$ hat. Es gilt $\sigma \sim 0.001''$.

Größenordnung: $\sim 10^2$ ly Nhe Sterne

Standardkerzen Anhand der folgenden Begrifflichkeiten kann man bei bekannter Leuchtkraft die Entfernung eines Sternes bestimmen. Dabei hängt das Ergebnis von dem Modell ab, welches dem Stern zugrunde liegt.

- Die **Leuchtkraft** L eines Sternes ist die gesamte abgestrahlte Energie pro Zeit (= Leistung).
- Der **Strahlstrom** S ist die Leistung pro Fläche des Empfängers. Für einen isotropen Strahler gilt entsprechend im Abstand d :

$$S = \frac{L}{4\pi d^2}.$$

- Die **Helligkeit** ist die (für das Auge) scheinbare Helligkeit normiert auf den Strahlstrom S_0 des Sternes Vega:

$$m = -2.5 \log_{10}(S/S_0).$$

- Die **absolute Helligkeit** ist die scheinbare Helligkeit eines Sterns als hätte er einen Abstand von 10 pc . Damit lassen sich verschiedene Helligkeiten vergleichen.

Weitere modellabhängige Methoden Mittels der Methode der Standardkerzen kann man mit verschiedenen Modellen Entfernungen vermessen. Zudem gibt es 2 weitere modellabhängige Methoden:

- **Hauptreihenfit:** Gemäß eines Sternenmodells sind Sterne der Hauptreihe bei gleicher Temperatur auch gleich groß und gleich hell. Die Temperatur lässt sich aus ihrem Spektrum bestimmen.

Größenordnung: $\sim 10^5$ ly Milchstraße

- **δ -Cepheiden:** Cepheiden sind helle Riesensterne deren Helligkeit periodisch schwankt. Aus der Periodendauer lässt sich die mittlere absolute Helligkeit bestimmen.

Größenordnung: $\sim 10^7$ ly Nahe Galaxien

- **Tully-Fisher-Relation:** Die Leuchtkraft von Galaxien lässt sich aus der Rotationsgeschwindigkeit bestimmen, die mittels des Doppler Effektes aus ihrer Rotation gemessen werden kann.
- **Hubble-Gesetz:** Die Entfernung eines Sternes ist linear zur Rotverschiebung seines Spektrums.

2.1.4 Das Kosmologische Prinzip

Das Kosmologische Prinzip besagt, dass wir nicht an einem ausgezeichneten Ort des Universums leben. Nur so machen unsere Aussagen über die Naturgesetze Sinn, da wir sie aus dem ableiten, was wir von unserem Standpunkt aus betrachten. Diese Naturgesetze sollen also überall im Universum gelten:

Das Universum ist großräumig isotrop und homogen.

Unsere aktuellen Beobachtungen mit modernen Teleskopen zeigen, dass diese Annahmen auf großen Längenskalen ($d \gg 100 \text{ Mpc}$) gut erfüllt sind. Das Universum kann hierbei aber **nicht statisch** sein, wie das sog. Obler-Paradoxon zeigt: Wäre das Universum statisch so würde die auf der Erde eintreffende Strahlungsmenge divergieren, der Nachthimmel wäre also hell erleuchtet. Dies ist eines der Indizien gegen die sog. **steady state Theorie** die von vielen namhaften Astrophysikern lange vertreten wurde.

2.1.5 Astronomische Beobachtungsmethoden

In der modernen Astronomie ist es wichtig verschiedene Teilchen- bzw. Strahlungsarten verschiedener Quellen zu vermessen, um etwas über die im Kosmos ablaufenden Prozesse zu lernen. Im Folgenden werden die wichtigsten Vorgehensweisen aufgezählt.

Atmosphärische Abschirmung

Ein grundsätzliches Problem der Beobachtung von Sternen ist die Abschirmung von elektromagnetischer Strahlung durch unsere Atmosphäre. Dadurch ist am Boden nur ein begrenztes Fenster von einerseits Radiowellen und andererseits natürlich dem für uns sichtbaren Licht verfügbar (**Radiofenster** und **sichtbares Fenster**). Dies macht es interessant Teleskope in möglichst hoch zu bauen oder sogar komplett von der Erde zu lösen (z.B. Hubble-Satellit).

Optische Teleskope

Typische Forschungsteleskope sind Spiegelteleskope mit Durchmessern von $\sim 10 \text{ m}$. Das Auflösungsvermögen ist gemäß Ex. 3 durch:

$$\sin \delta = 1.22 \frac{\lambda}{D} \quad \Rightarrow \delta \approx 0.01'' \quad (\lambda = 500 \text{ nm}, \quad D = 10 \text{ m})$$

gegeben. Durch weitere Effekte der Atmosphäre wird dieses Auflösungsvermögen weiter verschlechtert, was aber durch die Ausrichtung anhand eines Referenzpunktes (häufig starker Laser, auch Leitstern genannt) weitgehend eliminiert werden kann.

Radioastronomie

Die Wellenlänge der beobachteten Radiostrahlung ist in der Größenordnung von $\lambda \sim 5 \text{ mm}$. Dadurch wird die Auflösung auch von sehr großen Spiegeln stark limitiert. Man macht sich aber zu Nutze, dass die Unsicherheiten bei **phasengleicher Überlagerung** deutlich sinken und man Auflösungsvermögen von $\sim 0.1''$ erreichen kann.

γ -Strahlung

Hochenergetische γ -Strahlung wird in der Atmosphäre absorbiert oder löst elektromagnetische Schauer aus. Daher wird diese Strahlung entweder von Satelliten (Fermi/Hess-Teleskop) direkt gemessen oder man betrachtet indirekt die elektromagnetischen Schauer und rekonstruiert die einfallenden Teilchen.

Geladene kosmische Strahlung

Trifft geladene, hochenergetische kosmische Strahlung auf die Atmosphäre, so erzeugt sie große Schauer und Cherenkov-Kegel. Stickstoff Moleküle werden zudem zusätzlich zu Fluoreszenz angeregt. Diese Strahlung misst man dann ebenfalls mit mehreren aneinander gekoppelten Detektoren, wie beispielsweise beim Pierre-Auger Experiment

Das AMS-Experiment auf der ISS vermisst die kosmische Strahlung direkt und ist dementsprechend wie ein klassischer Teilchendetektor aufgebaut. Hinzu kommt ein Cherenkov-Detektor. AMS kann Teilchen von bis zu $p = 1000 \text{ GeV}$ vermessen. Die Untersuchung des Spektrums von kosmischen Positronen durch AMS hat einen viel zu hohen Anteil von hochenergetischen Positronen ergeben, was sich bis heute nicht erklären lässt.

Neutrinos

Die Vorgehensweise der Neutrinodetektion wurde bereits im vorherigen Kapitel besprochen. Das größte Experiment ist IceCube am Südpol, welches Neutrinos ab 10 TeV vermessen kann.

2.2 Sternenentwicklung

2.2.1 Entstehung von Sternen - Wasserstoffbrennen

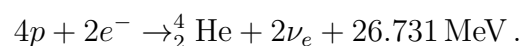
Sterne entstehen durch den Gravitationskollaps von großen Gasansammlungen, die hauptsächlich aus H_2 bestehen. Damit ein Gravitationskollaps stattfinden kann muss der Gravitationsdruck (allg. Relativitätstheorie):

$$P_{\text{grav.}} = \frac{3}{8\pi} \frac{GM^2}{R^4}$$

größer sein als $P = NkT/V$. Daraus folgt die

Jeans-Bedingung:
$$M > \sqrt{\frac{6}{\pi} \left(\frac{kT}{Gm_{\text{H}_2}} \right)^{3/2} \frac{1}{\sqrt{\rho}}}$$

So entstehende Sterne heißen **Protosterne**. Während des Kollapses wird die Gravitationsenergie in kinetische Energie umgewandelt und es setzt ab $0.07 m_{\text{sun}}$ Kernfusion ein:



Zu leichte Sternen werden zu **braunen Zwergen**. Die Energie die bei dieser Fusion freigesetzt wird setzt sich dann zusätzlich dem Gravitationsdruck entgegen, sodass

der Stern in ein Gleichgewicht kommt und der weitere Kollaps unterbunden wird. Empirisch findet man für die Leuchtkraft:

$$L \propto M^{3.5},$$

und über das Stefan-Boltzmann-Gesetz zusätzlich

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4$$

eine Beziehung $T \propto M^{3.5/4}$. Ein schwerer Stern verbrennt also schneller seinen Brennstoff. Für die **Lebensdauer** erhält man dementsprechend:

$$\tau \sim \frac{M}{L} \propto M^{-2.5}.$$

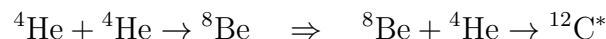
2.2.2 Das Hertzsprung-Russel-Diagramm

Sterne, die ihre Energie aus der Fusion von **Wasserstoff** erhalten, bilden in einem Leuchtkraft-Temperatur-Diagramm eine gemeinsame Kurve, die sog. **Hauptreihe**. Dieses Diagramm nennt man auch das Hertzsprung-Russel-Diagramm. In diesem Modell kann aus der Bestimmung der Spektrums mittels des Planckschen Strahlungsgesetzes die Temperatur und die Leuchtkraft bestimmen. Damit lässt sich dann die scheinbare Helligkeit und somit die Entfernung zur Erde bestimmen.

Sehr massereiche Sterne besitzen kurze Lebensdauern, daher kann man aus dem (Nicht)-Vorhandensein sehr schwerer Sterne das Alter von Galaxien abschätzen.

2.2.3 Heliumbrennen und schwere Elemente

Bei Sternen mit einer Masse ab $0.5 m_{\text{sun}}$ wird nachdem der Wasserstoffvorrat erschöpft ist die Kerntemperatur so hoch ($\sim 10^8$ K), dass die Fusion von Helium einsetzt:



Dadurch bläht der Stern sich auf und wird zu einem **Roten Riesen**. Für noch schwerere Sterne setzt sich ab einer Temperatur von $\sim 5 \cdot 10^8$ K die Fusionskette, bis schlussendlich **Eisen** erreicht ist, fort. Dabei wird die Zeitskala für schwerere Elemente immer kürzer.

2.2.4 Endstadien der Sternentwicklung

Nach abschließen aller möglichen Fusionsprozesse kann der Kern der Sterne dem Gravitationskollaps keine kinetische Energie aus den Reaktionen mehr entgegensetzen. Es gibt dann im wesentlichen 2 Effekte die dem Gravitationskollaps noch entgegen wirken:

Weißer Zwerge - Entartungsdruck der Elektronen

Die Elektronen in einem sterbenden Stern werden hier als ein ideales Fermi-Gas betrachtet. Die Zustandsdichte der Elektronen in einem Volumen V ist:

$$\frac{dN}{dp} = \frac{8\pi p^2 V}{h^3}.$$

2.2 Sternenentwicklung

Die Zustände werden bis zum sog. Fermi-Impuls voll besetzt:

$$N = \int_0^{p_F} \frac{dN}{dp} dp \Rightarrow p_F = h \left(\frac{3N}{8\pi V} \right)^{1/3}$$

In einer nichtrelativistischen oder hochrelativistischen Rechnung erhält man für den entsprechenden Druck:

$$P_{\text{nonrel.}} \propto \frac{1}{m_e} n^{5/3}, \quad P_{\text{rel.}} \propto n^{4/3} \quad (\text{unabh. von } m!).$$

Für den Gravitationsdruck erhält man unter Verwendung von $n = ZM/Am_p V$:

$$P_{\text{grav.}} \propto n^{4/3}.$$

Dies zeigt, dass im nicht relativistischen Fall die Elektronen den Kollaps aufhalten können, da ihr Entartungsdruck schneller steigt als der Gravitationsdruck. Im relativistischen Fall wird der Stern bei einer kleinen Störung weiter kollabieren. Die obige Abschätzung ergibt im relativistischen Fall eine Grennmasse von ca. $1.74 m_{\text{sun}}$. Eine genauere Betrachtung ergibt das:

Chandrasekhar(Weißer-Zwerg)-Kriterium:	$M < 1.44 m_{\text{sun}}$
---	---------------------------

für die **Restmasse** des Sterns. Sterne deren Restmasse schwerer als 1.44 Sonnenmassen ist kollabieren also trotz des Entartungsdruckes der Elektronen weiter, leichtere Sterne werden „nur“ zu einem **Weißem Zwerg**. Diese können noch Milliarden Jahre weiter schwach leuchten.

Neutronensterne und Pulsare - Entartungsdruck der Neutronen

Oberhalb der Chandrasekharschen Grenzmasse werden die Elektronen des Systems von Protonen eingefangen, welche in Neutronen umgewandelt werden. Die Energieschwelle dieser Reaktion von 0.8 MeV wird ggf. durch die Fermi-Energie erreicht. Diese Neutronen stoppen dann bei einem deutlich geringeren Volumen ähnlich des besprochenen Druckes der Elektronen den Kollaps. Der Radius der Sternes schrumpft dabei auf:

$$R = 1.2 \text{ fm } A^{1/3}.$$

Dies nennt man auch einen **Neutronenstern**. Sind die Neutronen irgendwann wirklich packungsdicht gelagert (wie eben beim obigen Radius), stoppt der Kollaps plötzlich, sodass eine rücklaufende Schockwelle die äußeren Schichten des Sternes abstößt. Dies ist das, was wir als **Supernova** (Kollaps-Supernova) bezeichnen. Durch die zusätzliche extrem hohe Energie dieser Explosion können auch weitere **Elemente jenseits des Eisens** erzeugt werden. 99% dieser Supernova Strahlung geht in Neutrinos über, da Neutrinos es leichter haben durch die extrem dichte Struktur der Neutronen zu dringen. Falls die **Restmasse** kleiner als

Neutronensternbedingung :	$M < 2.5 m_{\text{sun}}$
----------------------------------	--------------------------

ist kann der Entartungsdruck der Neutronen den Kollaps stoppen und es entsteht ein Neutronenstern.

Eine weitere Art von Supernovae (Typ 1a) sind Sternsysteme bei denen ein kleinerer weißer Zwerg von einem Begleiter Masse absaugt, bis Fusionsreaktionen einsetzen. Daher nennt man dies auch eine thermonukleare Supernova.

Pulsare

Pulsare sind schnell rotierende Neutronensterne mit starken Magnetfeldern $\sim 10^8$ T, wobei die Rotationsachse nicht mit der magnetischen Achse übereinstimmen muss. Durch diese Rotation werden Elektronen beschleunigt, die Synchrotronstrahlung in Richtung der Magnetfeldachse emittieren. Überstreicht dieser Strahlungskegel die Erde so nehmen wir dies als Puls wahr - daher Pulsar.

Schwarze Löcher

Können auch die Neutronen den Kollaps nicht aufhalten, so fällt der Stern zu einer extrem dichten Struktur zusammen, von deren Oberfläche weder Licht noch Strahlung entweichen kann. Der Radius eines solchen schwarzen Loches ist:

$$\text{Schwarzschildradius: } R_{\text{SS}} = \frac{2GM}{c^2}.$$

Man nennt diese Grenze auch den **Ereignishorizont**. Schwarze Löcher können dennoch Energie durch sog. **Hawking Strahlung** verlieren: Entsteht ein Teilchen-Antiteilchen Paar am Ereignishorizont, so kann ein Teilchen in das schwarze Loch gezogen werden, sodass es sich nicht mehr mit seinem Partner annihilieren kann, welcher dann emittiert wird. Dieses Teilchen war aber nie innerhalb des Ereignishorizontes und verletzt somit nicht die obige Bedingung.

Abschätzung der Sternentwicklung

Wie oben steht handelt es sich bei den Grenzkriterien jeweils um Kriterien für die **Restmasse** des Sterns also nach Verbrennen seines gesamten Brennstoff bzw. zusätzlich dem Abstoßen von Masse in der Supernova. Um die Sternentwicklung auch anhand der „aktuellen“ Masse des Sterns abschätzen zu können gelten folgende Faustregeln:

$M_{\text{Stern}} < 8m_{\text{sun}}$:	Weisser Zwerg
$M_{\text{Stern}} > 8m_{\text{sun}}$:	Supernova davon:
$M_{\text{Stern}} \in [8, 25] m_{\text{sun}}$:	Neutronenstern
$M_{\text{Stern}} > 25m_{\text{sun}}$:	Schwarzes Loch.

2.3 Das Standardmodell der Kosmologie**2.3.1 Hubbles Gesetz**

Edwin Hubble beobachtete 1929 mithilfe der Cepheiden-Standardkerzen, dass die Spektrallinien im Licht entfernter Galaxien im Vergleich zum typischen Spektrum von Sternen in Richtung des roten Endes des Spektrums verschoben - **rotverschoben** sind. Aus der speziellen Relativitätstheorie erhält man:

$$\text{Rotverschiebung: } \lambda' = \lambda \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} := \lambda(1+z).$$

2.3 Das Standardmodell der Kosmologie

Wobei für kleine β gilt: $\lambda' \approx \lambda(1 + \beta)$. Aufgrund dieses linearen Zusammenhanges stellte Hubble sein

Hubble Gesetz: $v = cz = H_0 r$

mit der Relativgeschwindigkeit der Galaxien v und deren Abstand r . Dabei ist die

$$\text{Hubble-Konstante} \quad H_0 = 68 \pm 4 \frac{\text{km}}{\text{s Mpc}}.$$

Die Interpretation, dass anscheinend alle Galaxien von uns weg fliegen **widerspricht dem kosmologischen Prinzip!** Tatsächlich erkennt man in der allgemeinen Relativitätstheorie, dass sich nicht die Galaxien voneinander entfernen, sondern, dass sich der **Raum zwischen ihnen erweitert**. Dies beschreibt man dann mittels eines **Skalenparameters** $a(t)$, der auf alle Koordinaten wirkt. Aus der Rotverschiebung erhält man dann mit $\lambda = a(t)\lambda_0$:

$$a(t) = \frac{a(t_0)}{1 + z}.$$

Das Hubble Gesetz lautet dann analog mit $r = a(t)r_0$:

$$H_0 = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)}.$$

2.3.2 Die Friedmann-Lemaitre-Gleichung

Aus der allgemeinen Relativitätstheorie erhält man dann weiterhin die sog.

Friedmann-Lemaitre-Gl.: $\left(\frac{\dot{a}(t)}{a(t)}\right)^2 - \frac{8\pi G}{3} \rho_{\text{tot}} = -\frac{Kc^2}{a(t)^2}$

mit der totalen Energiedichte ρ_{tot} und der Raumkrümmung K . Dies ist eine **Energiegleichung**. Die möglichen Lösungen für $a(t)$ hängen also von dem Vorzeichen der Raumkrümmung ab, die gleichzeitig als das Vorzeichen der Gesamtenergie verstanden werden kann:

- $K > 0 \Rightarrow E_{\text{kin}} < E_{\text{pot}}$: Der Skalenfaktor kann zunächst wachsen, schrumpft aber nach gewisser Zeit wieder: Das **Universum ist geschlossen!** Die Krümmung ist positiv, wie auf einer Kugel.
- $K < 0 \Rightarrow E_{\text{kin}} > E_{\text{pot}}$: Der Skalenfaktor kann unendlich anwachsen: Das System ist ungebunden und das **Universum ist offen**. Die Krümmung ist negativ, wie die eines Sattels.
- $K = 0 \Rightarrow E_{\text{kin}} = E_{\text{pot}}$: Das **Universum ist flach**. Die zugrunde liegende Geometrie ist euklidisch, die Expansion geht asymptotisch gegen 0. Dies erfordert gemäß der Friedmann-Lemaitre-Gl.:

$\rho(t_0) = \rho_{\text{krit.}} = H_0^2 \frac{3}{8\pi G} \approx 5 \frac{\text{Protonen}}{m^3}.$

Daher versucht man über genaue Messungen ρ_{krit} zu bestimmen um die Entwicklung des Universums vorhersagen zu können. Man definiert häufig den

Dichteparameter: $\Omega = \frac{\rho}{\rho_{\text{krit}}}$
--

Die gesamte beobachtete Materie führt tatsächlich (inklusive eines beträchtlichen Teiles dunkler Energie und Materie) auf einen Wert von ca. $\rho \approx \rho_{\text{krit}}$. Das Universum scheint also tatsächlich flach zu sein. Dieses dargestellte Modell des Universums nennt man auch das Standardmodell der Kosmologie.

2.4 Entwicklung der Universums

2.4.1 Frühentwicklung des Universums

Aus der aktuell beobachteten Expansion des Universums schließt man auf ein **kleineres und heißeres** Universum in der Vergangenheit (**Urknalltheorie**). Bei $kT \gg Mc^2$ werden dementsprechend häufig in Reaktionen Teilchen erzeugt. Diese Erzeugung und entsprechender Zerfall steht im thermischen Gleichgewicht. Bei der Expansion kühlt das Universum ab und bestimmte Teilchen **frieren aus**. Die Frage, weshalb sich die entstandenen Teilchen-Antiteilchen-Paare nach dem Ausfrieren nicht wieder komplett annihiliert haben ist eine der großen Fragen der Kosmologie.

Ausfrierungsstufen:

- $\gamma + \gamma \leftrightarrow p + \bar{p}$ friert schon nach etwa 10^{-4} s nach dem Urknall aus. Es bleiben Restprotonen und -Antiprotonen übrig (s.u.).
- $e^+ + e^- \leftrightarrow \nu + \bar{\nu}$: Der Wirkungsquerschnitt für diese Reaktion ist nach etwa 1/100 s so gering, dass die Neutrinos entkoppeln und unabhängig propagieren.
- Bis etwa 300.000 y nach dem Urknall ist die Streuung $e^- + \gamma \rightarrow e^- + \gamma$ dominant, sodass das Universum undurchsichtig für elektromagnetische Strahlung ist, sie kann nicht weit propagieren. Nach dem Abkühlen auf unter 0.3 eV binden sich Elektronen und Protonen zu Wasserstoff (**Rekombination**) und das Universum wird **durchsichtig**. Die Photonen, die zu dieser Zeit ihre letzte Wechselwirkung hatten bezeichnen wir als **Hintergrundstrahlung**, die extrem rotverschoben ist ($z \approx 1100$).

2.4.2 Primordiale Nukleosynthese

Etwa 1 s nach dem Urknall sind alle schweren Hadronen zerfallen und es existieren nur noch Protonen und Neutronen. Diese befinden sich durch drei Reaktionen der schwachen Wechselwirkung in einem Gleichgewicht. Nach der Entkopplung der Neutrinos bleiben die Protonen und Neutronen also in dem Verhältnis, welches der entsprechenden Temperatur der Neutrinoentkopplung entspricht:

$$\frac{N_n}{N_p} = \exp\left(-\frac{(m_n - m_p)^2}{kT}\right) \approx 0.2$$

2.5 Dunkle Materie und Dunkle Energie

Als nächstes frieren Deuteron, Tritium, Helium und Lithium aus. Durch den Neutronenzerfall sinkt das Verhältnis innerhalb der ersten 300 s noch weiter auf 0.135 ab. Die **übrigen Neutronen werden praktisch alle in Helium eingefangen**. Dies nennt man dann die Nukleosynthese. Aus der Betrachtung der hierfür benötigten Stoffanteile erhält man den:

$$\text{Wasserstoffanteil: } Y := \frac{N_{\text{He}}m_{\text{He}}}{N_{\text{He}}m_{\text{He}} + N_{\text{H}}m_{\text{H}}} = 0.24$$

in guter Übereinstimmung mit den Experimenten. Insgesamt erhält man aber nur einen Anteil von

$$\Omega_{\text{Baryon}} \approx 5\%,$$

was in Kapitel 2.5 weiter besprochen wird.

2.4.3 Baryogenese und Sacharow-Bedingung

Das sichtbare Universum enthält keine primären Antibaryonen (von uns gefundene sind sekundär oder künstlich). Zudem sind alle bisher bekannten Wechselwirkungen des Standardmodells der Teilchenphysik baryonenzahlerhaltend. Um trotzdem die Baryon-Antibaryon-Asymmetrie erklären zu können, die heute vorliegt, müssen mindestens die drei sog. **Sacharow-Bedingungen** erfüllt sein:

- **Baryonenzahlverletzung**
- **Abweichung vom thermischen Gleichgewicht**, da sonst keine Netto-Asymmetrie erzeugt wird.
- **CP- und P-Verletzung**, da sich sonst die baryonenzahlverletzende Reaktionen in beide Richtungen gleich wahrscheinlich sind.

2.5 Dunkle Materie und Dunkle Energie

2.5.1 Dunkle Materie

Im folgenden werden wir experimentelle Hinweise dafür besprechen, dass ein wesentlicher Anteil des Universums aus einer bisher unbekannten, nicht direkt observierbaren Materieart, der sog. dunklen Materie besteht:

$$\Omega_{\text{Dunkel}} \approx 25\% \text{ der Materie des Universums ist dunkle Materie.}$$

1) Einer der ersten experimentellen Hinweise war die Beobachtung der Bewegung des **Coma-Galaxienhaufens**. Unter Verwendung des Virialsatzes:

$$2\langle E_{\text{kin}} \rangle = -\langle E_{\text{pot}} \rangle$$

erhält man die Gesamtmasse dieser Galaxie zu:

$$M = \frac{r_G \langle v^2 \rangle}{G}.$$

Dabei ist $\langle v^2 \rangle$ die mittlere quadratische Geschwindigkeit der Galaxien, der aus der Rotverschiebung gemessen werden kann und r_G der sog. gravitative Radius. Aus dem Verhältnis der Masse und der Leuchtkraft und dem Vergleich mit dem Quotienten der Sonne erhält man einen **100 fach höheren Anteil** an Masse, die offenbar nicht strahlt.

2) Einen weiteren Hinweis liefert die **Rotationsgeschwindigkeit** der Sterne der Milchstraße, die für große Radien deutlich größer als die Vorhersage ist. Um die Daten korrekt zu beschreiben muss ein sog. **Halo** aus Dunkler Materie um die Galaxie angenommen werden. Die Masse dieses Halos macht um die 85 % der Galaxienmasse aus.

3) Ein weiterer Effekt ist der **Gravitationslinseneffekt**. Lichtstrahlen werden gemäß der allgemeinen Relativitätstheorie im Gravitationsfeld abgelenkt. Diese Ablenkung ist im Bereich von Galaxien zu groß, um allein durch die sichtbare Materie begründet zu werden.

4) Den bislang stärkste Hinweis auf dunkle Materie liefert der sog. **Bullet-Cluster**. Dieser Cluster besteht eigentlich aus Zweien, die vor ca 150 Mio. Jahren kollidiert sind. Die Gaswolken der Cluster haben sich dabei aufgeheizt und Röntgenstrahlung emittiert. Gleichzeitig konnte die Masseverteilung aus Gravitationslinseneffekten bestimmen. Es fällt auf: Die Gase haben bei der Wechselwirkung Energie verloren und sind im Vergleich zu den Masseschwerpunkten zurückgeblieben! Die Dunkle Materie scheint also ohne starke (elektromagnetische) Wechselwirkung durcheinander hindurch geflogen zu sein.

Kandidaten für Dunkle Materie

Ein Teilchenkandidat für Dunkle Materie muss offenbar folgende Eigenschaften erfüllen:

- Er zeigt keine starke und keine elektromagnetische Wechselwirkung.
- Er ist nicht baryonisch.
- Er muss eine hohe Lebensdauer (\sim Alter des Universums) haben.
- Er muss gravitativ wechselwirken.
- Er kann schwach wechselwirken.

Ein solches Teilchen nennt man auch WIMP (weakly interacting massive particle). Dieses wird oft als χ bezeichnet. Auch dieses Teilchen muss im frühen Universum mit den bekannten Teilchen im Gleichgewicht gestanden haben und schließlich in einem Anteil von $\sim 25\%$ ausgefroren sein. Bei einer Masse von \sim TeV entspräche der Wechselwirkungsquerschnitt eben dem beobachteten.

Supersymmetrie

Ein bekannter Ansatz zur Erklärung der Dunklen Materie ist die sog. Supersymmetrie. Hierbei führt man für jedes Fermion ein Boson und für jedes Boson ein Fermion ein. Die Partnerteilchen haben die gleiche Kopplung, allerdings unterschiedliche Massen. Die Symmetrie ist also gebrochen, kann aber im frühen Universum noch gültig gewesen sein. Ein Kandidat für dunkle Materie wäre dann das leichteste supersymmetrische Teilchen, welches zu einem großen Anteil ausgefroren sein könnte.

Suche nach Dunkler Materie

WIMPs werden im Wesentlichen in drei Verschiedenen Experiment-Typen gesucht:

- **Collider Experimente:** Künstliche Erzeugung von dunkler Materie durch Standardmodell-Teilchen-Kollision. Die Energien müssten also mindesten $\sqrt{s} \geq 2M_{\text{DM}}$ groß sein. Dabei muss nach fehlender Energie im final state gesucht werden, da die dunkle Materie ja nicht, bzw. nur sehr schlecht nachgewiesen werden kann.
- **Indirekte Suche:** Suche nach Rückständen von Annihilierung dunkler Materie in Standardmodell Teilchen (z.B: **AMS**).
- **Direkte Suche:** Suche nach dunkle Materie Teilchen in der Kosmischen Strahlung z.B. durch elastische Streuung an Kernen:

$$E_R = \left(\frac{m_N m_\chi}{m_N + m_\chi} \right)^2 \frac{v^2}{m_N} (1 - \cos \theta) .$$

Dies kann man z.B. durch Szintillation an Edelgasen sichtbar gemacht werden. Es werden Phononenanregung, Ladung und Szintillationslicht vermessen. Dabei sind Raten von:

$$\frac{1 \text{ Ereignis}}{\text{kg Tag}}$$

zu erwarten. Ein Beispiel ist das **Xenon1T**-Experiment. Dieses Experiment liefert die bisher genauesten Ausschlussgrenzen für mögliche Wirkungsquerschnitte.

- **Präzisionsmessungen:** Man sucht an Collidern nach effektiver Erhöhung von Verzweigungsverhältnissen jenseits des Standardmodells, die durch virtuelle WIMPs entstehen können. Dabei reicht $\sqrt{s} < 2M_{\text{DM}}$ aus, die die WIMPs hier nur als virtuelle Teilchen auftreten würden.

2.5.2 Dunkle Energie

Neben dem Materieinhalt kann man auch die Expansion des Universums vermessen, insbesondere durch Vermessung der Rotverschiebungen von Typ 1a Supernovae. Die Beobachtungen zeigen, dass sich die Daten am besten durch ein Universum beschreiben welches zu

35% aus Materie und **65%** aus Vakuumenergie

besteht. Die **Expansion des Universum beschleunigt sich**. Die Beschreibung der Daten beruht auf der Friedmann-Lemaître Gleichung und den in ihr enthaltenen Energieanteilen. Diese Vakuumenergie bezeichnet man auch als **Dunkle Energie**, weil nicht klar ist worin sie besteht.

2.6 Kosmische Hintergrundstrahlung

Die kosmische Hintergrundstrahlung ist ca. 380 k Jahre nach dem Urknall entstanden als Elektronen und Protonen sich zu Wasserstoff verbunden haben und das Universum für Photonen durchsichtig geworden ist. Diese Photonen sind heute als kosmische Hintergrundstrahlung messbar. Die Hintergrundstrahlung ist dabei beinahe ein **perfektes Schwarzkörperspektrum**:

$$u_\nu(T, \nu) = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad \text{bei } T = 2.725 \text{ K}.$$

Damit kann man unter Berücksichtigung der Rotverschiebung auf die Temperatur bei der Rekombination zurückrechnen:

$$T' = T(1 + z) \sim 3000 \text{ K}.$$

Die Hintergrundstrahlung wurde durch verschiedene Satelliten: COBE, WMAP, **Planck** untersucht. Dabei erreichte der Planck Satellit Auflösungen von 2.6 nK und 0.09°.

2.6.1 Struktur der Hintergrundstrahlung

Die Hintergrundstrahlung ist in fast alle Richtungen isotrop. Modifiziert man die Daten um den Offset von T so erhält man eine Art von **Dipol-Schwankung**. Dies lässt sich allein durch die Dopplerverschiebung der Erde relativ zur Hintergrundstrahlung erklären, was auch zu einer Temperaturschwankung von 3.353 mK passt. Zieht man auch noch den Dipolanteil ab, so erkennt man einen weiteren, scheibenförmigen Strahlungsuntergrund, der durch Emission der **Milchstraße** zustande kommt. Wenn man auch diesen Offset berücksichtigt erhält man ein isotropes Bild mit **Fluktuationen** der Größenordnung $\Delta T = 18 \mu\text{K}$.

Ursprung der Fluktuationen

Der Ursprung dieser Fluktuationen lässt sich thermodynamisch durch Dichteschwankungen aus **Quantenfluktuationen** kurz nach dem Urknall erklären. Diese Fluktuationen insbesondere von dunkler Materie schafft gravitative Potentialdöpfe in die Materie gezogen wird und sich dabei durch Druck erhitzt. Dadurch entstehen in dieser Phase Wellen, die sich mit c ausbreiten. Dadurch ist die Kopplung aber auf die Bereiche beschränkt, welche sich in den ersten 380 k Jahren des Universums nahe genug gekommen sind, da es danach wie oben beschrieben zur Entkopplung der Schwingungen gekommen ist. In der quantitativen Auswertung entwickelt man das beobachtete Temperaturbild nach den **Kugelflächenfunktionen** Y_l^m . In der Tat entspricht die typische Größe der Fluktuationen denen, die in einem **flachen Universum** zu erwarten wären. Das Spektrum der Entwicklungskoeffizienten gegenüber dem Multipolmoment l zeigt deutliche Peaks die sehr gut mit theoretischen Vorhersagen übereinstimmen.

Aus diesen Messungen erhält man zudem sehr gute Vorhersagen für die Dichteparameter der verschiedenen Bestandteile des Universums, dabei ist Ω_{Vak} die Vakuumenergie, d.h. die Dunkle Energie:

$$\Omega_{\text{Materie}} = 0.31, \quad \Omega_{\text{Baryon}} = 0.048, \quad \Omega_{\text{Vak}} = 0.69.$$

Insgesamt liegt der Wert von Ω also extrem Nahe an 1.