Name: Luca Cordes, 444900

Experimentalphysik III (WS 2023/2024)

Übung 5

Tutorium: 8 Abgabe: 14.11.2023

Aufgabe 1: Frauenhofer-Achromat

$$\begin{cases} 0 = f_1\nu_1 + f_2\nu_2 \\ D = D_1 + D_2 \end{cases}$$

$$0 = \frac{\nu_1}{D - D_2} + f_2\nu_2$$

$$0 = \nu_1 + \left(\frac{D}{D_2} - 1\right)\nu_2$$

$$\frac{1}{D_2} = \frac{1}{D}\left(1 - \frac{\nu_1}{\nu_2}\right)$$

$$\begin{aligned} f_2 &= f\left(1 - \frac{\nu_1}{\nu_2}\right) \\ &\approx 50\,\mathrm{mm}\cdot\left(1 - \frac{63.4}{27.5}\right) \\ &\approx -65.3\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_1 &= f_2\frac{\nu_2}{\nu_1} \\ &\approx 65.3\,\mathrm{mm}\cdot\frac{27.5}{63.4} \\ &\approx 28.3\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Bei den Linsen mit Brennweiten $f_1 = 28.3\,\mathrm{mm}$ und $f_2 = -65.3\,\mathrm{mm}$ handelt es sich jeweils um eine konkave Linse/Sammellinse und eine konvexe Linse, also eine Zerstreuungslinse.

Aufgabe 2: Thermische Strahlung

Wie groß sind die Wellenlängen $\lambda_{\max}$, bei der die folgenden Quellen genähert als Schwarzkörper, ihre maximale wellenlängenabhängige Leistung abstrahlen?

. . . .

Nach dem Wien'schen Strahlungsgesetz gilt für die Energiedichte, abhängig von der Wellenlänge:

$$M_E(\lambda) = \frac{c_1}{\lambda^5}\frac{1}{e^{\frac{c_2}{\lambda T}}} = \frac{2\pi hrc^2}{\lambda^5}\frac{1}{e^{\frac{hc}{k_B}\frac{1}{\lambda T}}}$$

Für ein Maximum muss gelten:

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{\mathrm{d}M_E}{\mathrm{d}\lambda} \\ &= \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5}\cdot\frac{hc}{k_B}\frac{1}{\lambda^2 T}\frac{1}{e^{\frac{hc}{k_B}\frac{1}{\lambda T}}} - \frac{10\pi hc^2}{\lambda^6}\cdot\frac{1}{e^{\frac{hc}{k_B}\frac{1}{\lambda T}}} \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
0 &= \frac{hc}{k_B}\frac{1}{T} - 5\lambda \\
\lambda_{\max} &= \frac{hc}{5k_BT}
\end{aligned}
$$

(a) Eine Glühlampe mit Temperatur $T = 3000\,\mathrm{K}$

$$\lambda_{\max} = \frac{hc}{5k_BT} \approx \frac{6.63\cdot 10^{-34}\,\mathrm{J\,s}\cdot 3\cdot 10^{8}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{5\cdot 1.38\cdot 10^{-23}\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}}\cdot 3000\mathrm{K}} \approx 961\mathrm{nm}$$

(b) Ein Mensch mit Körpertemperatur $T = 37°\mathrm{C}$

$$\lambda_{\max} = \frac{hc}{5k_BT} \approx \frac{6.63\cdot 10^{-34}\,\mathrm{J\,s}\cdot 3\cdot 10^{8}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{5\cdot 1.38\cdot 10^{-23}\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}}\cdot (273+37)\,\mathrm{K}} \approx 9299\mathrm{nm}$$

(c) Ein Lagerfeuer mit Temperatur $T = 800°\,\mathrm{C}$

$$\lambda_{\max} = \frac{hc}{5k_BT} \approx \frac{6.63\cdot 10^{-34}\,\mathrm{J\,s}\cdot 3\cdot 10^{8}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{5\cdot 1.38\cdot 10^{-23}\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}}\cdot (273+800)\,\mathrm{K}} \approx 2690\mathrm{nm}$$

(d) Eine Atombombenexplosion mit Temperatur $T = 10^7\,\mathrm{K}$

$$\lambda_{\max} = \frac{hc}{5k_BT} \approx \frac{6.63\cdot 10^{-34}\,\mathrm{J\,s}\cdot 3\cdot 10^{8}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{5\cdot 1.38\cdot 10^{-23}\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}}\cdot 10^{7}\mathrm{K}} \approx 0.288\mathrm{nm}$$

(e) Die kosmische Hintergrundstrahlung mit Temperatur $T = 1.7\,\mathrm{K}$

$$\lambda_{\max} = \frac{hc}{5k_BT} \approx \frac{6.63\cdot 10^{-34}\,\mathrm{J\,s}\cdot 3\cdot 10^{8}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{5\cdot 1.38\cdot 10^{-23}\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}}\cdot 2.7\mathrm{K}} \approx 1.07\mathrm{mm}$$

Aufgabe 3: Temperatur der Erde

(a) Zeigen Sie, dass sich die Oberflächentemperatur eines Planeten umgekehrt propertional zur Wurzel aus seinem Abstand zur Sonne verhält. Nehmen Sie dafür an, dass sowohl die Sonne als auch der Planet als Schwarzerkörper beschrieben werden können, wobei die Temperatur auf Sonne und Planet überall auf der Oberfläche gleich sein soll.

. . . .

Geht man von einem statischen Zustand aus, so ist die von der Sonne auf die Erde einstrahlende Leistung im Äquilibrium mit der Leistung der Schwarzerkörperstrahlung der Erde.

$$0 = \eta\cdot\Phi_E(\text{Sonne}) + \Phi_E(\text{Erde})\ ,\ \eta := \begin{cases}\text{Anteil der Sonnenstrahlen}\\ \text{die auf die Erde treffen}\end{cases}$$

Die Schwarzerkörperstrahlung der beiden Himmelskörper lässt sich mit dem Stefan-Boltzmann-Gesetz bestimmen:

$$
\begin{aligned}
&= \eta\cdot\sigma A_S T_S^4 - \sigma A_E T_E^4 \\
&= \frac{2\pi r_E^2}{4\pi r_{SE}^2}\cdot A_S T_S^4 - A_E T_E^4
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&= \frac{r_E^2}{2r_{SE}^2} \cdot 4\pi r_S^2 T_S^4 - 4\pi r_E^2 T_E^4 \\
T_E^4 &= \frac{1}{2}\frac{r_S^2}{r_{SE}^2} T_S^4 \\
T_E &= \sqrt{\frac{1}{\sqrt{2}}\frac{r_S}{r_{SE}}} T_S
\end{aligned}
$$

(b) Welche Temperatur ergibt sich nach diesem Modell für die Erde? Vergleichen Sie mit der tatsächlichen Temperatur auf der Erde.

. . . .

$$
\begin{aligned}
T_E &= \sqrt{\frac{1}{\sqrt{2}}\frac{r_S}{r_{SE}}} T_S \\
&\approx \sqrt{\frac{1}{\sqrt{2}}\frac{6.96 \cdot 10^8\,\mathrm{m}}{1.50 \cdot 10^{11}\,\mathrm{m}}} \cdot 5778\,\mathrm{K} \\
&\approx 331\,\mathrm{K} \approx 58.0°\mathrm{C}
\end{aligned}
$$

Laut Wikipedia ist die echte durchschnittliche Temperatur der Erde 15°C; damit ist die Temperatur des Modells recht nah an der Realität.

Aufgabe 4: Fotometriegrößen

1. Strahlungsphysikalische Größen:

   (a) Strahlfluss:
   - Die Strahlungsleistung, welche von einem Objekt ausgeht.
   - Φ_E, Einheit: $1\,\mathrm{W}$

   (b) Strahlstärke:
   - Die Strahlungsleistung, die in einen bestimmten Raumwinkel ausgestrahlt wird
   - Mathematische Definition: $I_E = \frac{\mathrm{d}\Phi_E}{\mathrm{d}\Omega}$
   - Einheit: $1\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{sr}}$

   (c) Strahldichte:
   - Die Strahldichte, beschreibt Strahlungsleistung in Richtung eines bestimmten Raumwinkels, bezogen auf die projezierte abstrahlende Fläche
   - Mathematische Definition: $I_E = \frac{1}{\cos\phi}\frac{\mathrm{d}\Phi_E}{\mathrm{d}A\,\mathrm{d}\Omega}$
   - Einheit: $1\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2\,\mathrm{sr}}$

2. Lichttechnische Größen:

   (a) Lichtstrom:
   - Lichttechnisches Equivalent zum Strahlungsfluss
   - Der Lichtstrom gibt an wie viel sichtbares Licht von einem Objekt abgestrahlt wird, wobei auch die unterschiedliche Empfindlichkeit des Auges gegenüber verschiedenen Wellenlängen berücksichtigt wird.
   - Φ_V, Einheit: $1\,\mathrm{lm}$, gesprochen Lumen

   (b) Lichtstärke:
   - Lichttechnisches Equivalent zur Strahlstärke
   - Die Lichtstärke beschreibt die Menge des wahrnehmbaren Lichts in eine bestimmte Raumrichtung
   - Mathematische Definition: $I_V = \frac{\mathrm{d}\Phi_V}{\mathrm{d}\Omega}$
   - Einheit: $1\,\mathrm{cd}$, gesprochen Candela

(c) Leuchtdichte:
- Lichttechnisches Equivalent zur Strahldichte
- Die Lichtdichte, beschreibt den Lichtstrom in Richtung eines bestimmten Raumwinkels, bezogen auf die projezierte abstrahlende Fläche
- Mathematische Definition: $L_V = \frac{\mathrm{d}\Phi_V}{\mathrm{d}\Omega}$
- Einheit: $1 \frac{\mathrm{cd}}{\mathrm{m}^2}$