



III. Physikalisches Institut B, RWTH Aachen  
Prof. Dr. Christopher Wiebusch, Dr. Philipp Soldin

Übungen zur Physik IV - SS 2024  
Atome Moleküle Kerne

## Übung 10

Ausgabedatum: 19.06.24

Abgabedatum: 26.06.24

Tag der Besprechung: 01.07.24

### Verständnisfragen

#### Kapitel 8.2

1. Zählen Sie die wichtigen Eigenschaften von Lasern auf, die Grundlage vieler technischer Anwendungen sind.
2. Nach welchen Kriterien werden Laser klassifiziert?
3. Wie funktionieren Gaslaser?
4. Was ist ein Eximer Laser?
5. Wie funktionieren Festkörperlaser? Erläutern Sie den Rubin- und Nd-YAG Laser! Welche wichtigen Anwendungen haben Festkörperlaser.
6. Wie funktionieren Halbleiterlaser? Welche Anwendungen gibt es?
7. Wie funktionieren Farbstofflaser und welche wichtige Eigenschaft haben sie?
8. Was ist ein freier Elektronenlaser?
9. Was ist ein Maser? Wofür werden Maser technisch eingesetzt?
10. Geben Sie Beispiele für natürliche Maser.
11. Wie werden ultrakurze Laser-Pulse erzeugt?
12. Wie funktionieren Laser-Pinzetten?
13. Wie kann man mit Laserlicht kühlen?
14. Was ist ein Laser Frequenzkamm?
15. Wie misst man mit Lasern Gravitationswellen?

#### Kapitel 9.1

16. Was ist ein Molekül?
17. Unter welcher Voraussetzung bilden Atome Moleküle?
18. Was ist ein homonukleares Molekül?
19. Was ist die Born-Oppenheimer Näherung und wie ist sie motiviert?
20. Erläutern Sie die LCAO Methode.
21. Was ist ein Bindungsintegral, ein Überlappungsintegral, ein Coulombintegral und ein Austauschintegral?
22. Erläutern Sie die Schrödingergleichung des  $H_2^+$  Ions und die Lösung mit der LCAO Methode. Wovon hängt die Energie ab?
23. Was sind bindende und anti-bindende Orbitale?

24. Welche Molekülorbitale ergeben sich durch die LCAO Methode für Mehrelektronenmoleküle? Wie werden sie besetzt?
25. Wie werden Orbitale für Mehrelektronenmoleküle klassifiziert, welche Quantenzahlen sind relevant und wie werden sie bezeichnet?
26. Was ist Hybridisierung?

## Übungsaufgaben

### Aufgabe 1 ★ ☆ ☆ ☆ ☆ GEPULSTER RUBINLASER

(10 + 10 = 20 Punkte)

Im Rubin Festkörperlaser führt optisches Pumpen mit einer Wellenlänge von 550 nm auf einen angeregten Zustand  $E_3$  von  $\text{Cr}^{3+}$ -Ionen, die im  $\text{Al}_2\text{O}_3$ -Gitter des Rubin-Kristalls einige der Al-Atome ersetzen. Dieser Zustand hat eine Lebensdauer von  $1 \cdot 10^{-8}$  s. Es folgen von hier strahlungslose Übergänge in das metastabile Niveau  $E_2$  mit einer Lebensdauer von  $3 \cdot 10^{-3}$  s. Der Laserübergang zwischen den Niveaus  $E_2$  und  $E_1$  besitzt eine Wellenlänge von 694.3 nm.

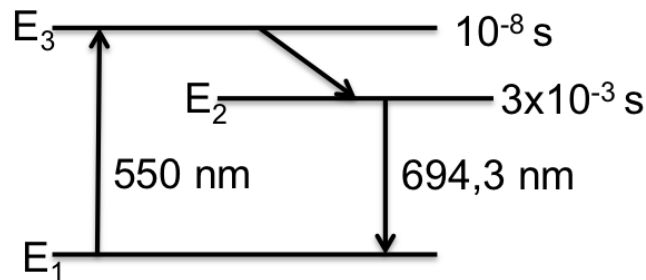


Abbildung 1: Termschema eines Rubinlaser.

Bestimmen sie:

- a) Die Pulsdauer des Lasers beträgt 12 ps und die Energie pro Puls ist 0.15 J.
  - Welche (räumliche) Länge hat der Puls?
  - Was ist die erreichte Leistung?
  - Wieviele Photonen werden pro Puls emittiert?
- b) Vergleichen Sie die natürlichen Linienbreite des Laser-Übergangs mit der Dopplerverbreiterung von  $\Gamma_D = 1.3 \cdot 10^{12}$  Hz. für eine Betriebstemperatur von 300 K mit der Breite auf Grund der kurzen induzierten Emissionsdauer.

**Aufgabe 2** ★ ★ ★ ☆ ☆  
**LASERRESONATOR**

(10 + 10 + 10 = 30 Punkte)

Bei einem Laserresonator sind die Endspiegel durch Stahlstangen mit einer Länge von 1 m verbunden. Das Laserlicht mit einer Frequenz von  $5 \cdot 10^{14}$  Hz läuft in 20 cm der Resonatorlänge durch Luft bei Atmosphärendruck, der Rest des Resonators ist Vakuum.

Hinweis: Der thermische Ausdehnungskoeffizient von Stahl ist  $\alpha = 12 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ . Der Brechungsindex von Luft bei Atmosphärendruck ist  $n = 1 + 2.7 \cdot 10^{-4}$  und hängt linear von der Dichte ab.

- a) Wie ändert sich die Laserfrequenz bei einer Temperaturänderung von 1 K?
- b) Wie ändert sich die Laserfrequenz bei einer Druckänderung von 1 mbar?
- c) Findet für die Änderungen der Temperatur und des Drucks aus den vorherigen Aufgabenteilen jeweils ein Modensprung statt?

**Aufgabe 3** ★ ★ ☆ ☆ ☆  
**KÜHLUNG VON ATOMEN MIT EINEM LASER**

(5 × 5 = 25 Punkte)

Der Nobelpreis in Physik ging 1997 an Steven Chu, Claude Cohen-Tannoudji und William Phillips für die Entwicklung von Techniken, mit denen man Atome durch Laserlicht abbremsen, anhalten und „einfangen“ kann. Um zu verstehen wie dies funktioniert, betrachten wir einen Strahl von Rubidium-Atomen (Masse  $m = 1.4 \cdot 10^{-25} \text{ kg}$ ), die aus einem Ofen mit einer Geschwindigkeit von  $v = 500 \text{ ms}^{-1}$  austreten. (Die Breite der Geschwindigkeitsverteilung soll hier vernachlässigt werden). Ein Laserstrahl mit einer Wellenlänge von  $\lambda = 780 \text{ nm}$  zielt antiparallel auf den Atomstrahl. Dies ist die Wellenlänge des  $5s \leftrightarrow 5p$ -Überganges in Rubidium, wobei  $5s$  der Grundzustand ist. Damit werden die Photonen aus dem Laser von den Atomen leicht eingefangen. Nach einer mittleren Zeit von  $t = 15 \text{ ns}$  rekombiniert das angeregte Elektron wieder in den Grundzustand und emittiert ein Photon der Wellenlänge  $\lambda$ .

- a) Nehmen Sie an, dass die Atome sich in positive  $z$ -Richtung, und die Photonen sich in negative  $z$ -Richtung bewegen. Wie groß ist der Impuls der Atome, die den Ofen gerade verlassen? Wie groß ist der Impuls der Photonen?
- b) Wieviele Photonen muss ein Atom absorbieren, um angehalten zu werden?  
Hinweis: Für Emission und Absorption von Photonen gilt natürlich die Impulserhaltung. Die spontane Emission erfolgt jedoch isotrop, trägt also gemittelt über viele Emissionsprozesse nicht zu einer Impulsänderung bei.
- c) Nehmen Sie an, dass der Laserstrahl so intensiv ist, dass ein Atom im Grundzustand sofort ein Photon absorbiert. Welche Zeit wird benötigt, um ein Atom zu stoppen?
- d) Benutzen Sie Newtons zweites Bewegungsgesetz in der Form  $F = \Delta p / \Delta t$ , um die von den Photonen ausgeübte Kraft zu berechnen. Berechnen Sie die Bremsbeschleunigung der Atome.
- e) Welche Distanz haben die vollständig abgebremsten Atome zurückgelegt?

**Aufgabe 4** ★ ★ ☆ ☆ ☆**(15 + 10 = 25 Punkte)****LASER**

Eine dopplerverbreiterte Linie mit der Halbwertsbreite  $\delta\nu = 2 \text{ GHz}$  und einer Mittenfrequenz  $\nu = 5.14 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$  wird in einen Laser mit einem planparallelen Resonator der Länge  $L = 60 \text{ cm}$  und zwei Spiegeln mit den Reflektivitäten  $R_1 = 0.998$  und  $R_2 = 0.980$  genutzt. Vernachlässigen Sie weitere Verluste und nehmen Sie an, dass die Besetzungs-Gewichte der am Laserübergang beteiligten Niveaus  $g_i = 1$  sind. Der Absorptionswirkungsquerschnitt beträgt  $\sigma = 1 \cdot 10^{-13} \text{ cm}^2$ .

- a) Wie groß ist die mindestens erforderliche Besetzungsinversion an der Laserschwelle?
- b) Wie viele longitudinale Resonator-Moden passen in die Halbwertsbreite der Laserfrequenz?