Name: Luca Cordes, 444900
Name: Mahmut Can Dogan, 435714

Experimentalphysik II (SS 2023/2024)
Übung 5

Tutorium: 2 Abgabe: 12.05.2023

1. **Ideales und reales Gas**

   Als ideales Gas:

$$p_i = \frac{Nk_BT}{V} = \frac{nRT}{V}$$

   Als reales Gas:

$$nRT = \left(p + \frac{an^2}{V^2}\right) \cdot (V - nb)$$
$$p_r = \frac{nRT}{V - nb} - \frac{an^2}{V^2}$$

   Relativer Fehler:

$$\delta_{rel} = \frac{p_i}{p_r} - 1 = \frac{\frac{nRT}{V}}{\frac{nRT}{V-nb} - \frac{an^2}{V^2}} - 1 = \frac{RT}{\frac{RVT}{V-nb} - \frac{an}{V}} - 1$$
$$\delta_{rel}(V = 2\,\mathrm{l}) \approx \frac{8.315\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol\,K}} \cdot 293.15\,\mathrm{K}}{\frac{8.315\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol\,K}} \cdot 2 \cdot 0.1^3\,\mathrm{m}^3 \cdot 293.15\,\mathrm{K}}{2 \cdot 0.1^3\,\mathrm{m}^3 - 1\,\mathrm{mol} \cdot 3.22 \cdot 10^{-1}\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{mol}}} - \frac{1\,\mathrm{mol} \cdot 0.136\,\frac{\mathrm{Pa\,m}^6}{\mathrm{mol}^2}}{2 \cdot 0.1^3\,\mathrm{m}^3}} - 1$$
$$\approx 1.17\%$$
$$\delta_{rel}(V = 0.2\,\mathrm{l}) \approx \frac{8.315\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol\,K}} \cdot 293.15\,\mathrm{K}}{\frac{8.315\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol\,K}} \cdot 0.2 \cdot 0.1^3\,\mathrm{m}^3 \cdot 293.15\,\mathrm{K}}{0.2 \cdot 0.1^3\,\mathrm{m}^3 - 1\,\mathrm{mol} \cdot 3.22 \cdot 10^{-1}\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{mol}}} - \frac{1\,\mathrm{mol} \cdot 0.136\,\frac{\mathrm{Pa\,m}^6}{\mathrm{mol}^2}}{0.2 \cdot 0.1^3\,\mathrm{m}^3}} - 1$$
$$\approx 9.54\%$$

2. **Schlittschuhläuferin**

$$Q = T \cdot \frac{\mathrm{d}p_S}{\mathrm{d}T} \cdot (V_G - V_L)$$
$$\int_{T_0}^{T_1} \frac{Q}{T}\,\mathrm{d}T = \int_{T_0}^{T_1} \frac{\mathrm{d}p_S}{\mathrm{d}T} \cdot (V_G - V_L)$$
$$\int_{T_0}^{T_1} \frac{Q}{T}\,\mathrm{d}T = \int_{p_0}^{p_1} (V_G - V_L)\,\mathrm{d}p_S$$
$$Q \ln\left(\frac{T_1}{T_0}\right) = (V_G - V_L)(p_1 - p_0)$$

$$
\begin{aligned}
T_1 &= T_0 \cdot e^{\frac{\Delta p (V_W - V_E)}{q_W}} \\
&= T_0 \cdot e^{\frac{mg(V_W - V_E)}{A q_W}} \\
&\approx 273.15\,\mathrm{K} \cdot e^{\frac{65\mathrm{kg}\cdot 9.81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\left(10^{-3}\ \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg}} - 1.091\cdot 10^{-3}\ \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg}}\right)}{2\cdot 10^{-5}\ \mathrm{m}^2 \cdot 334\cdot 10^3\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}}}} \\
&\approx 271\,\mathrm{K}
\end{aligned}
$$

3. **Van-der-Waals-Gleichung**

(a)

$$
p = \frac{NkT}{V - Nb} - \frac{aN^2}{V^2}
$$

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial p}{\partial V} &= 0 = -\frac{NkT}{(V - Nb)^2} + \frac{2aN^2}{V^3} \\
&= -NkTV^3 + 2aN^2(V - Nb)^2 \\
T &= \frac{2aN^2(V - Nb)^2}{kNV^3} = \frac{2aN(V - Nb)^2}{kV^3}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial^2 p}{\partial V^2} &= 0 = \frac{2NkT}{(V - Nb)^3} - \frac{6aN^2}{V^4} \\
&= 2NkTV^4 - 6aN^2(V - Nb)^3 \\
&= 2Nk\frac{2aN(V - Nb)^2}{kV^3}V^4 - 6aN^2(V - Nb)^3 \\
&= 2V - 3(V - Nb) \\
V_C &= 3Nb
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
T_C &= \frac{2aN(3Nb - Nb)^2}{k(3Nb)^3} \\
&= \frac{8aN^3b^2}{27kN^2b^3} \\
&= \frac{8a}{27kb} \\
NkT_C &= \frac{8aN}{27b}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
p_C &= \frac{\frac{8aN}{27b}}{3Nb - Nb} - \frac{aN^2}{(3Nb)^2} \\
&= \frac{4a}{27b^2} - \frac{a}{9b^2} \\
&= \frac{a}{27b^2}
\end{aligned}
$$

(b)

$$
\begin{cases} x = \frac{V}{V_C} \\ y = \frac{p}{p_C} \\ z = \frac{T}{T_C} \end{cases} \implies \begin{cases} xV_C = V \\ yp_C = p \\ zT_C = T \end{cases}
$$

$$
\begin{aligned}
p &= \frac{NkT}{V - Nb} - \frac{aN^2}{V^2} \\
yp_C &= \frac{NkzT_C}{xV_C - Nb} - \frac{aN^2}{x^2V_C^2} \\
y &= \frac{NkzT_C}{p_C(xV_C - Nb)} - \frac{aN^2}{x^2V_C^2p_C} \\
y &= \frac{z\frac{8aN}{27b}}{\frac{a}{27b^2}(x \cdot 3Nb - Nb)} - \frac{aN^2}{x^2(3Nb)^2\frac{a}{27b^2}} \\
y &= \frac{8z}{3x - 1} - \frac{3}{x^2}
\end{aligned}
$$

Der Vorteil dieser Gleichung liegt darin, dass materialabhängige und skalenabhängige Effekte rausgerechnet werden, d.h. es wurde eine Gleichung gefunden, die in identischer Form für alle Stoffe gilt, die die Van-der-Waals-Gleichung befolgen.

4. **Ladung im Quadrat**

(a) Der Versuch sei wie folgt angeordnet:

$$
\begin{array}{ccc} q_1 & q_3 & \\ q_2 & q_4 & \\ & & p \end{array}
$$

Wobei q_i die Ladungen sind, und p der Ort ist für den die Feldstärke ausgerechnet werden soll. Aufgrund der Symmetrie entlang der Linie von q_1 nach q_4, kann es nur eine Kraftkomponente in Richtung des Mittelpunktes der vier Ladungen geben. Diese Richtung soll mit $\vec{e}_m$ angegeben werden.

$$
\begin{aligned}
\vec{E}(p) &= \vec{e}_m \left(E_{q_1}(p) + E_{q_2}(p) + E_{q_3}(p) + E_{q_4}(p)\right) \\
\vec{E_{q_1}}(p) &= \vec{e}_m k \frac{Q}{r^2_{q_1,p}} = k \frac{Q}{\left(2a + \frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2} \\
\vec{E_{q_4}}(p) &= \vec{e}_m k \frac{Q}{r^2_{q_4,p}} = k \frac{Q}{\left(2a - \frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2} \\
\vec{E_{q_2}}(p) \cdot \vec{e}_m = E_{q_3}(p) \cdot \vec{e}_m &= \cos(\alpha) k \frac{Q}{r^2_{q_3,p}} \\
&= \vec{e}_m \cos\left(\arctan^{-1}\left(\frac{\frac{a}{\sqrt{2}}}{2a}\right)\right) k \frac{Q}{(2a)^2 + (\frac{a}{2\sqrt{2}})^2} \\
&= \vec{e}_m \cos\left(\arctan^{-1}\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)\right) k \frac{Q}{(2a)^2 + (\frac{a}{2\sqrt{2}})^2}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\vec{E}(p) &= \vec{e}_m k \frac{Q}{\left(2a + \frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2} + \vec{e}_m k \frac{Q}{\left(2a - \frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2} + 2\vec{e}_m \cos\left(\arctan^{-1}\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)\right) k \frac{Q}{(2a)^2 + (\frac{a}{2\sqrt{2}})^2} \\
&= kQ\vec{e}_m \left(\frac{1}{\left(2a + \frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2} + \frac{1}{\left(2a - \frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2} + 2\cos\left(\arctan^{-1}\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)\right) \frac{1}{(2a)^2 + (\frac{a}{2\sqrt{2}})^2}\right) \\
&\approx \vec{e}_m 8.99 \cdot 10^9 \,\frac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{C}^2} \cdot 40 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{C} \left(\frac{1}{\left(4\,\mathrm{m} + \frac{2\,\mathrm{m}}{\sqrt{2}}\right)^2} + \frac{1}{\left(4\,\mathrm{m} - \frac{2\,\mathrm{m}}{\sqrt{2}}\right)^2} + \right. \\
&\qquad \left. 2 \cdot \cos\left(\arctan^{-1}\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)\right) \frac{1}{(4\,\mathrm{m})^2 + (\frac{2\,\mathrm{m}}{2\sqrt{2}})^2}\right) \\
&\approx \vec{e}_m 1.07 \cdot 10^5 \,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}
\end{aligned}
$$

(b) Aufgrund der Symmetrie des Problems gleichen sich die Beiträge jedes geladenen Teilchens mit dem des gegenübergelegenden aus - Das E-Feld kann also nur gleich null sein ($\vec{E}(m) = \vec{0}$).

5. **Milikan-Versuch**

   (a) Der Milikan-Versuch ist ein 1907 von Robert C. Milikan durchgeführter Versuch zur Bestimmung der Elementarladung. Er funktioniert wie folgt:

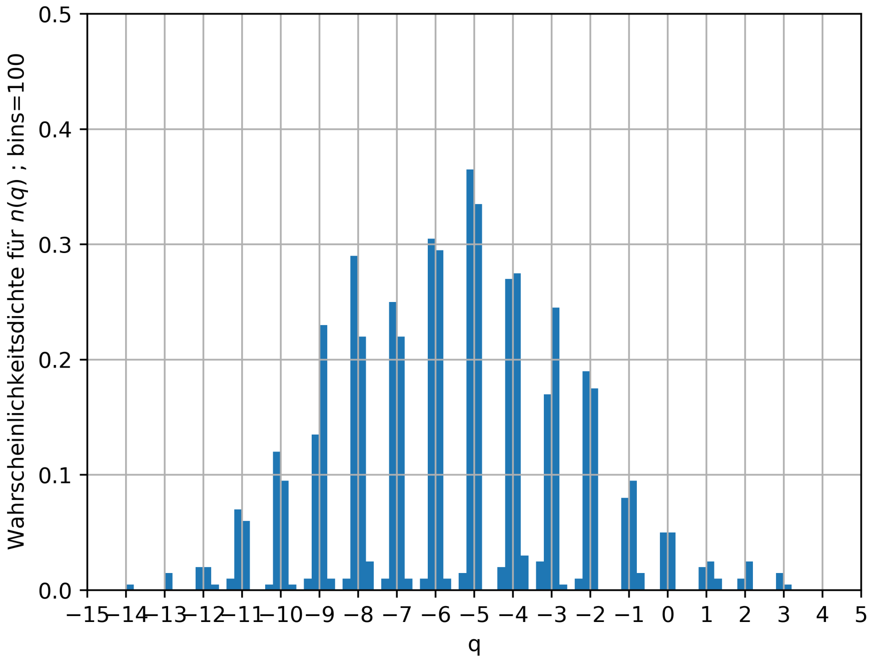
      i. Es werden kleine Öltröpfchen in eine Kammer gesprüht. Durch Reibung und andere Effekte sind diese meist nicht ganz neutral geladen.

      ii. Anschließend wird die Masse von einzelnen Tröpfchen bestimmt, indem die maximale Fallgeschwindigkeit über das Stoke'sche Reibungsgesetz mit der Masse in Verbindung gebracht wird.

      iii. Nun kommt es zum letzten Schritt des eigentlichen Experimentes: Man stellt das elektrische Feld eines Kondensators so ein, dass es die Schwerkraft für ein gegebenes Teilchen perfekt kompensiert und notiert diese E-Feld-Stärke.

iv. Schließlich muss noch ein wenig ausgewertet werden. Mit den gesammelten Messdaten als Grundlage lassen sich nun die Ladungen verschiedener Öltröpchen ausrechenen und plotten. Es wird auffallen, das diese nur in ganzzahligen Vielfachen einer konstanten Zahl, der sogenannten Elementarladung, auftritt.

(b)



(c)

$$
\begin{aligned}
F &= F_S^R + F_A + F_G = 0 \\
F_S^R &= -\kappa v = -6\pi\eta r v \\
F_A &= -V\rho_{Luft} g \\
F_G &= V\rho_{Ol} g
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
F = 0 &= -6\pi\eta r v - V\rho_{Luft} g + V\rho_{Ol} g \\
&= -6\pi\eta r v - \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{Luft} g + \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{Ol} g \\
&= -\frac{9}{2}\eta v + r^2 g\left(\rho_{Ol} - \rho_{Luft}\right) \\
r &= \sqrt{\frac{9}{2}\frac{\eta v}{g\left(\rho_{Ol} - \rho_{Luft}\right)}}
\end{aligned}
$$

(d)

$$
\begin{aligned}
F_G &= F_A + F_E \\
V \rho_{Ol} g &= -V \rho_{Luft} g + qE \\
q &= V g \frac{\rho_{Ol} - \rho_{Luft}}{E} \\
&= \frac{4}{3} \pi r^3 \cdot g d \frac{\rho_{Ol} - \rho_{Luft}}{U} \\
&= \frac{4}{3} \pi \left(\frac{9}{2} \frac{\eta v}{g \left(\rho_{Ol} - \rho_{Luft} \right)} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot g d \frac{\rho_{Ol} - \rho_{Luft}}{U} \\
&= \frac{9 \pi d}{U} \sqrt{\frac{2 \eta^3 v^3}{g \left(\rho_{Ol} - \rho_{Luft} \right)}}
\end{aligned}
$$

(e) Man könnte die Spannung nur langsam hochdrehen, und aufhören sobald die ersten Tröpfchen anfangen zu schweben. So würde man nur die Tröpfchen mit der geringsten Ladungmenge betrachten, die, unter der Annahme eines angemessenden Versuchumfangs, der Elementarladung entsprechen sollte.