



Physik Vb (Teilchen- und Astrophysik) Musterlösung zu Übung (Selbsttest), Aufgabe 1

Wie betrachten die Reaktion

$$p + p \rightarrow p + p + p + \bar{p}$$

zunächst im Laborsystem. Dort trifft ein einlaufendes Proton auf ein ruhendes Proton. Es sei T die gesuchte kinetische Energie des einlaufenden Protons im Laborsystem an der kinematischen Schwelle für die betrachtete Reaktion. Dann besteht die Gesamtenergie des Systems aus T und der Ruheenergie der beiden Protonen, $2m_p$:

$$E_{\text{ges}} = T + 2m_p$$
.

Der Gesamtimpuls ist gleich dem Impuls des einlaufenden Teilchens, der sich relativistisch wie folgt ausdrücken lässt ($E_{\rm in}$ bezeichne die Gesamtenergie des einlaufenden Teilchens):

$$\vec{p}_{\text{ges}}^2 = E_{\text{in}}^2 - m_p^2 = (T + m_p)^2 - m_p^2 = T^2 + 2Tm_p.$$

Das Quadrat des Viererimpulses ist dann gegeben durch

$$p^2 = E_{\text{ges}}^2 - \vec{p}_{\text{ges}}^2 = (T + 2m_p)^2 - (T^2 + 2Tm_p) = 2Tm_p + 4m_p^2.$$

Im Schwerpunktsystem ist der Viererimpuls gegeben durch

$$p_{\rm CM} = \left(\begin{array}{c} E_{\rm CM} \\ 0 \end{array} \right).$$

An der Schwelle der Reaktion gilt für die notwendige Schwerpunktsenergie gerade

$$E_{\rm CM} = 3m_p + m_{\bar{p}} = 4m_p.$$

Das Quadrat des Viererimpulses im Schwerpunktsystem beträgt

$$p_{\rm CM}^2 = E_{\rm CM}^2 = 16m_p^2$$
.

Da das Quadrat des Viererimpulses eine relativistische Invariante ist, folgt

$$2Tm_p + 4m_p^2 = 16m_p^2$$

und damit

$$T=6m_n$$
.