

Experimentalphysik I, RWTH, WS 2022/2023, T.Hebbeker

October 16, 2022

SKRIPT-TEIL 2

Nachdenken/Nachlesen:

Schätzen Sie ab, welchen Beschleunigungen Ihr Körper im normalen Leben maximal ausgesetzt ist. Vergleichen Sie mit Piloten und Raumfahrern.

Kleines Experiment: Luftkissen-Gleiten für Anfänger:



2. Newtonsche Mechanik

Kinematik: **Beschreibung** von Bewegungsabläufen

Dynamik: **Lehre von den Ursachen** von Bewegungen (← Physik!)

2.1. Kinematik

2.1.0. Eindimensionale Bewegungen

Wir wiederholen kurz Bekanntes, indem wir die eindimensionale Bewegung eines Massenpunktes betrachten.

BEISPIEL: Senkrecht fallender Stein

Mathematisch: Die Position ist durch die Funktion

$$x(t) \tag{1}$$

gegeben, mit Ortskoordinate x und Zeit t , das sind reelle Zahlen (plus Einheiten), siehe Abb. 1. Sowohl x als auch t können natürlich auch negativ sein.

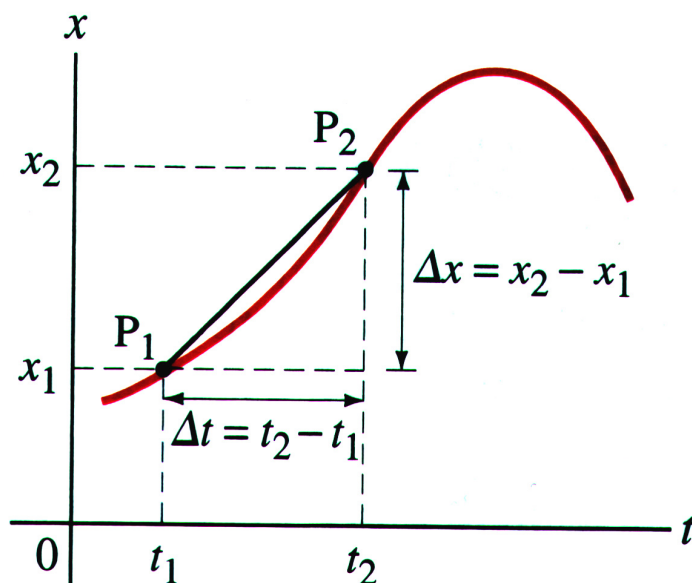


Abbildung 1: Ort als Funktion der Zeit und Mittlere Geschwindigkeit [Giancoli]

Wir definieren die mittlere Geschwindigkeit im Zeitintervall $\Delta t = t_2 - t_1$ durch

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \quad (2)$$

wobei $\Delta x = x_2 - x_1$ die zugehörige Wegstrecke bezeichnet, siehe Abb. 1. v = 'velocity'.

Die momentane Geschwindigkeit v zu einem Zeitpunkt $t = t_1$ erhält man durch den Grenzübergang

$$v(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{x(t + \Delta t) - x(t)}{\Delta t} \equiv \frac{dx}{dt} \equiv \frac{d}{dt}x \equiv \dot{x} \quad (3)$$

also durch Bildung der zeitlichen Ableitung. Graphische Darstellung (Tangente!): Abb. 2.

BEISPIEL:

$$x(t) = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} t^2 \quad \rightarrow \quad v(t) = \dot{x}(t) = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2t = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t$$

Numerische Beispiele für Geschwindigkeitswerte zeigt die folgende Tabelle.

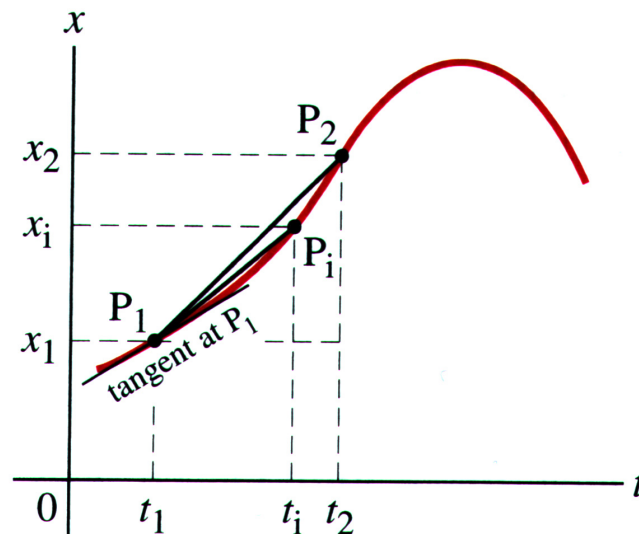


Abbildung 2: Momentane Geschwindigkeit [Giancoli]

Vorgang	$v / \text{m/s}$
Schnecke	10^{-3}
Spaziergänger	10^0
Schallgeschwindigkeit Luft (Normalbedingungen)	$3 \cdot 10^2$
Erde um Sonne	$3 \cdot 10^4$
Sonne um Zentrum Milchstraße	$3 \cdot 10^5$
Elektron in alter Fernseh-Bildröhre	$1 \cdot 10^8$
Licht	$3 \cdot 10^8$

Entsprechend definiert man die **Beschleunigung** a (= 'acceleration'). Die Beschleunigung a verhält sich zur Geschwindigkeit v wie die Geschwindigkeit v zum Weg x . Man kann also analog zu obigen Gleichungen die mittlere und momentane Beschleunigung definieren:

$$\bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \quad (4)$$

$$a(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{v(t + \Delta t) - v(t)}{\Delta t} \equiv \frac{dv}{dt} \equiv \frac{d}{dt}v \equiv \dot{v} \equiv \frac{d}{dt} \frac{dx}{dt} \equiv \frac{d^2x}{dt^2} \equiv \ddot{x} \quad (5)$$

Die folgende Tabelle enthält einige Zahlenbeispiele für Beschleunigungen.

Vorgang	$a / \text{m/s}^2$
gerade spürbares Erdbeben	0.01
starkes Erdbeben	1
Schwerebeschleunigung auf dem Mond	1.6
Schwerebeschleunigung auf der Erde	10
Raketenstart und -Bremsung	100
schwerer Autounfall	10000

BEISPIEL: $x(t)$ wie oben.

$$v(t) = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t \quad \rightarrow \quad a(t) = \dot{v}(t) = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \text{const.}$$

Das ist ein fallender Stein an Erdoberfläche, siehe Abb. 3!

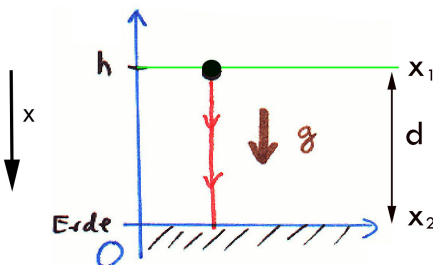


Abbildung 3: Fallender Stein [T.H.]

Diesen Beschleunigungswert, die Erdbeschleunigung, nennt man auch g (= 'gravity'), genauer Wert

$$g = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad (6)$$

VERSUCH Me-02: Freier Fall einer Kugel. Auswertung mit Lichtschranke.

Bemerkung: Alle Größen x , t , v , a können positiv oder negativ sein.

Kennt man $v(t)$, so kann man daraus $x(t)$ durch Integration berechnen, zum Beispiel zum Zeitpunkt t_2 :

$$\int_{t_1}^{t_2} v(t) dt = \int_{t_1}^{t_2} \frac{dx}{dt} dt = \int_{x_1}^{x(t_2)} dx = x(t_2) - x_1 \equiv x_2 - x_1 \quad (7)$$

Entsprechend bekommt man durch zeitliche Integration der Beschleunigung $a(t)$ die Geschwindigkeit $v(t)$. Bei zeitlich konstanter Geschwindigkeit v und der Anfangsbedingung $t_1 = 0$ wird aus der linken Seite der Gleichung (7):

$$\int_{t_1}^{t_2} v(t) dt = v \int_{t_1}^{t_2} dt = v (t_2 - t_1) = v t_2 \quad (8)$$

Also, durch Kombination von (7) und (8) und Verallgemeinerung für beliebige Zeiten t gilt für **konstante Geschwindigkeit** v :

$$x(t) = x_1 + v t \quad (9)$$

Entsprechendes gilt für die Beschleunigung a . Bei **konstantem** a gilt (zweimaliges Integrieren!):

$$\begin{aligned} v(t) &= v_1 + a t \\ x(t) &= x_1 + v_1 t + \frac{1}{2} a t^2 \end{aligned} \quad (10)$$

Die Integrationskonstanten x_1, v_1 (Ort und Geschwindigkeit zum Anfangszeitpunkt t_1) stellen die Anfangsbedingungen dar.

BEISPIEL: Brunnentiefe.

Lässt man einen Stein in einen Brunnen fallen (Anfangsgeschwindigkeit = 0) und misst die Flugzeit t bis zum Auftreffen, so kann man die Brunnentiefe d als Differenz von Endposition $x_2 = x(t)$ und Starthöhe x_1 bestimmen, siehe auch Abb. 3:

$$d = \frac{1}{2} g t^2$$

$$t = 3 \text{ s} \quad \rightarrow \quad d = 45 \text{ m}$$

BEISPIEL: Autofahrt.

Abb. 4! Anfangsbedingungen: $v(t = 0) = 0, x(t = 0) = 0$.

BEISPIEL: Bremsweg.

Auto fährt mit Geschwindigkeit $v_1 = 60 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ (ziemlich schnell !) und bremst dann mit konstanter Beschleunigung $a = -4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ bis zum Stillstand ($v_2 = 0$), s. Abb. 4 (mittlerer Zeitabschnitt). Dabei wird die Strecke s (= Bremsweg) zurückgelegt. t ist die Zeit seit Beginn des Bremsvorgangs; zur Zeit $t = 0$ ist der Bremsweg noch $s = 0$.

$$s = v_1 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad v = v_1 + a t \quad .$$

Die Zeitabhängigkeit $s(t)$ und $v(t)$ wird nicht immer explizit aufgeschrieben, damit die Formeln schlank bleiben.

$$v_2 = 0 \quad \rightarrow \quad t = -\frac{v_1}{a} \quad \rightarrow \quad s = -\frac{v_1^2}{a} + \frac{1}{2} \frac{v_1^2}{a} = -\frac{v_1^2}{2a} = \frac{v_1^2}{2|a|} = 450 \text{ m}$$

Moral: Schnell fahren ist gefährlich!

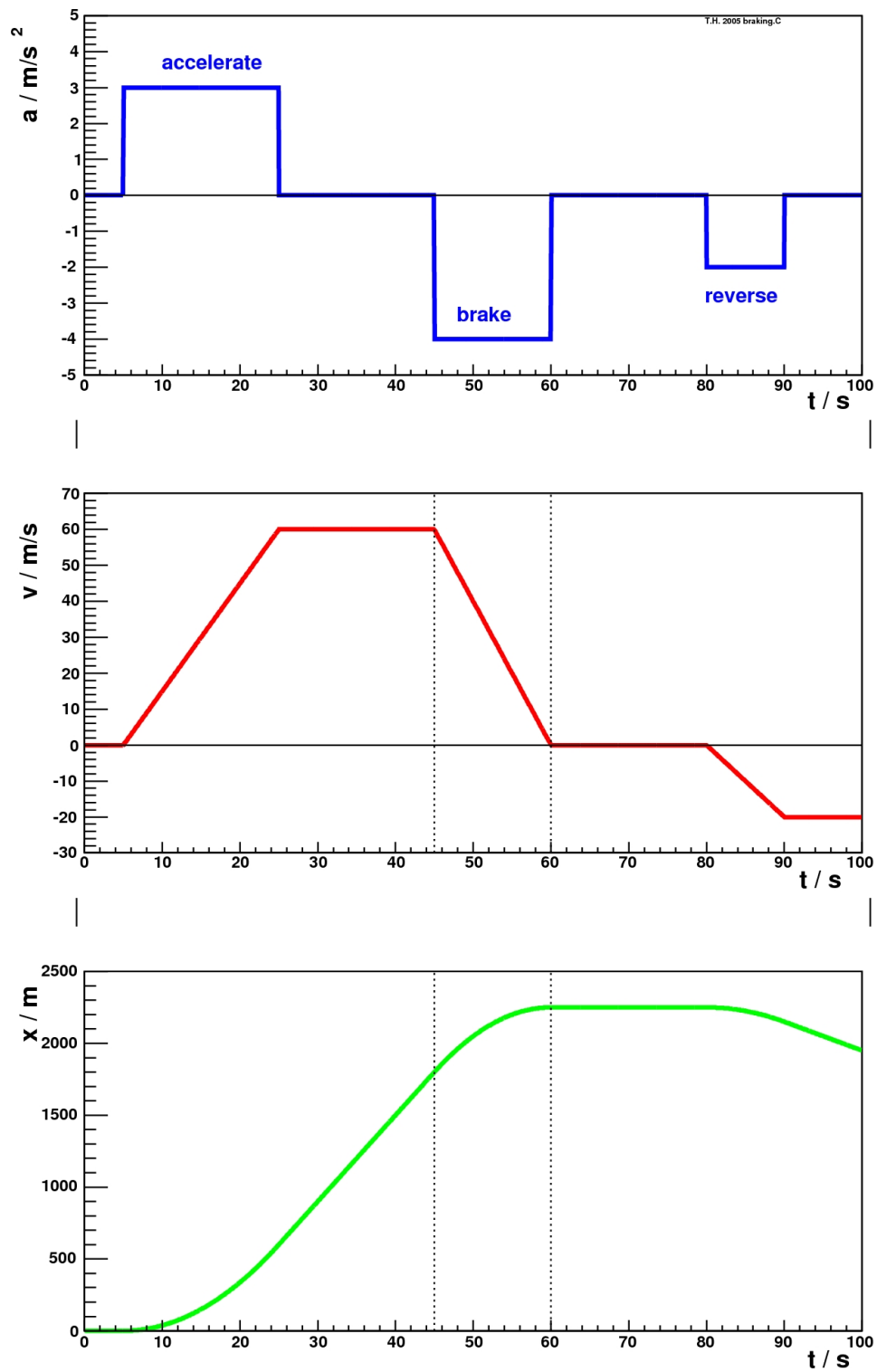
2.1.1. Dreidimensionale Bewegung: Ortsvektor und Bahnkurve

Wir verwenden ein festes 3-dimensionales **kartesisches Koordinatensystem** = **Bezugssystem** mit Koordinatenursprung O und Einheitsvektoren $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$, siehe Abb. 5.

Zunächst betrachten wir wieder nur Massenpunkte. Orte werden durch **Ortsvektoren** \vec{r}

$$\vec{r} = x \vec{e}_x + y \vec{e}_y + z \vec{e}_z = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (11)$$

beschrieben. x, y, z sind die **Ortskoordinaten**.

Abbildung 4: Autofahrt. Anfangsbedingungen: $v(t = 0) = 0$, $x(t = 0) = 0$. [T.H.]

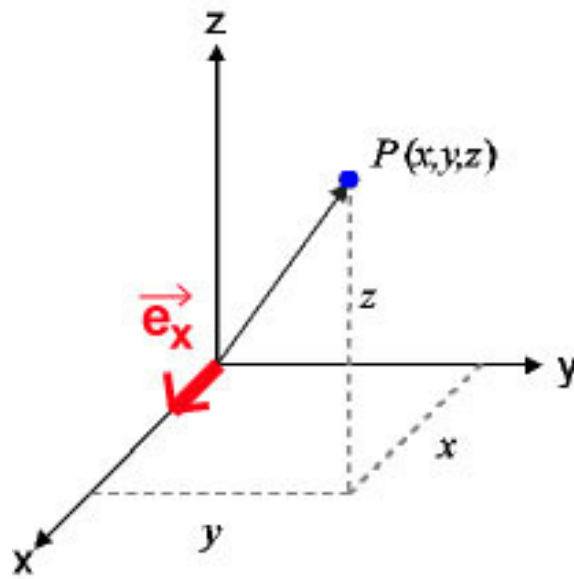


Abbildung 5: Kartesisches Koordinatensystem

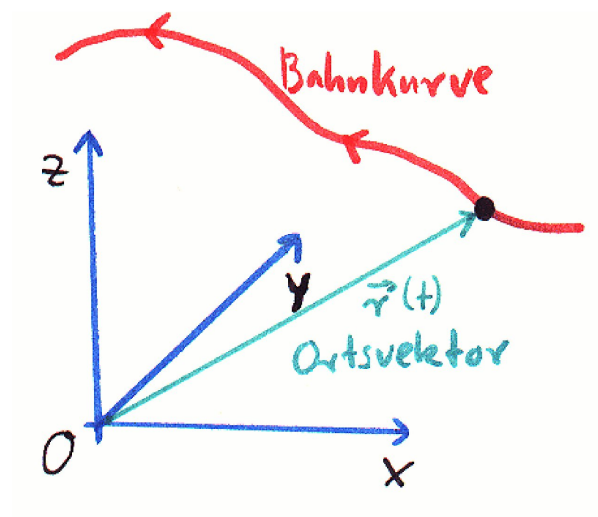


Abbildung 6: Bahnkurve und Ortsvektor [T.H.]

Der Vektor \vec{r} zu einem Massenpunkt ist im Allgemeinen zeitabhängig:

$$\vec{r}(t) = x(t) \vec{e}_x + y(t) \vec{e}_y + z(t) \vec{e}_z \quad (12)$$

Die Gesamtheit aller Orte \vec{r} , die ein Massenpunkt durchläuft, heißt seine Bahnkurve (auch Trajektorie genannt), siehe Abb. 6.

BEISPIEL: Geradlinig-gleichförmige Bewegung in der (x, y) -Ebene, Abb. 7:

$$\vec{r}(t) = (v_x \cdot t) \vec{e}_x + (v_y \cdot t) \vec{e}_y = v_x \cdot t \vec{e}_x + v_y \cdot t \vec{e}_y$$

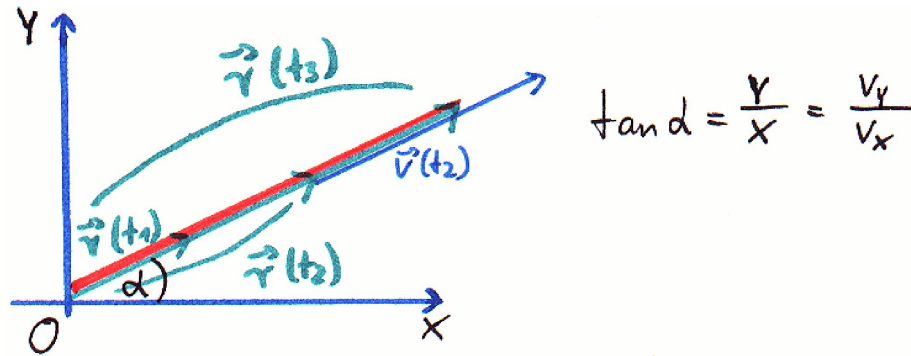


Abbildung 7: Geradlinig-gleichförmige Bewegung [T.H.]

BEISPIEL: Gleichförmige Kreisbewegung in der (x, y) -Ebene, Abb. 8.

$$\begin{aligned} \vec{r}(t) &= r \cdot \cos(\phi(t)) \vec{e}_x + r \cdot \sin(\phi(t)) \vec{e}_y \\ &= r \cdot \cos(\omega t) \vec{e}_x + r \cdot \sin(\omega t) \vec{e}_y \end{aligned}$$

Die Größen r, ϕ sind ebene Polarkoordinaten, siehe Abb. 8. Vorteil dieses Koordinatensystems: Eine der beiden Koordinaten ist zeitlich konstant: $|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2} = r = \text{const.}$ Man kann also die Bewegung entweder durch kartesische Koordinaten x, y oder in Polarkoordinaten r, ϕ gleichberechtigt darstellen. Dabei ist

$$\omega = \frac{\phi_2 - \phi_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \phi}{\Delta t} = \frac{\phi}{t} \quad (13)$$

(wenn man t_1 und ϕ_1 null setzt) die Winkelgeschwindigkeit = Kreisfrequenz. Die Periode

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (14)$$

ist die Zeit für einen Umlauf, denn nach der Zeit T ist das Argument von sin und cos gleich $\omega T = 2\pi$.

Umlauffrequenz :

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \quad (15)$$

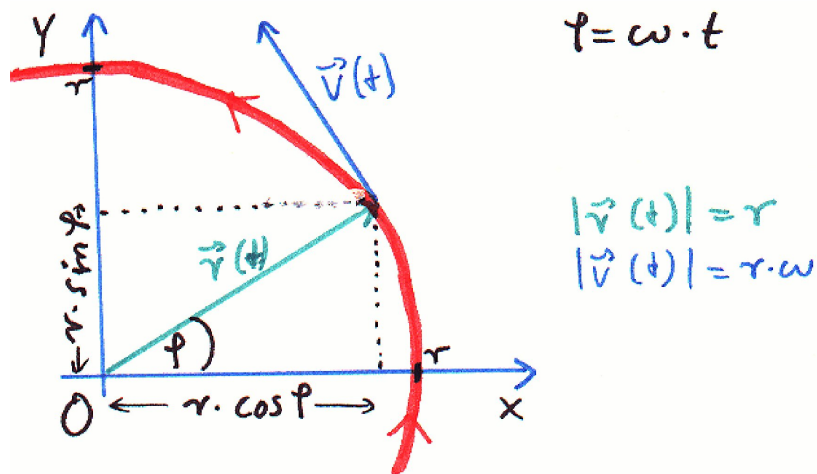


Abbildung 8: Gleichförmige Kreisbewegung [T.H.]

2.1.2. Geschwindigkeit

Geschwindigkeitsvektor:

$$\vec{v}(t) \equiv \dot{\vec{r}}(t) \equiv \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = \dot{x} \vec{e}_x + \dot{y} \vec{e}_y + \dot{z} \vec{e}_z \equiv \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} \quad (16)$$

v_x, v_y, v_z = 'Geschwindigkeitskomponenten'.

Definition der Ableitung (Abb. 9):

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t} \quad (17)$$

Der Geschwindigkeitsvektor ist tangential zur Bahnkurve.

VERSUCH Me-05: Gleichförmige Bewegung: Luftkissenbahn + Messwerterfassung

BEISPIEL: Geradlinig-gleichförmige Bewegung in der (x, y) -Ebene, Start bei $(0, 0)$:

$$\vec{v}(t) = v_x \vec{e}_x + v_y \vec{e}_y = \text{const}$$

Geschwindigkeitsvektor hier **parallel** zum Ortsvektor.

BEISPIEL: Gleichförmige Kreisbewegung in der (x, y) -Ebene:

$$\begin{aligned} \vec{v}(t) &= \frac{d}{dt}(r \cdot \cos(\omega t)) \vec{e}_x + \frac{d}{dt}(r \cdot \sin(\omega t)) \vec{e}_y \\ &= -r \omega \cdot \sin(\omega t) \vec{e}_x + r \omega \cdot \cos(\omega t) \vec{e}_y \end{aligned}$$

Geschwindigkeitsvektor hier **senkrecht** zum Ortsvektor, siehe Abb. 8. Betrag

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = r \cdot \omega = \text{const.}$$

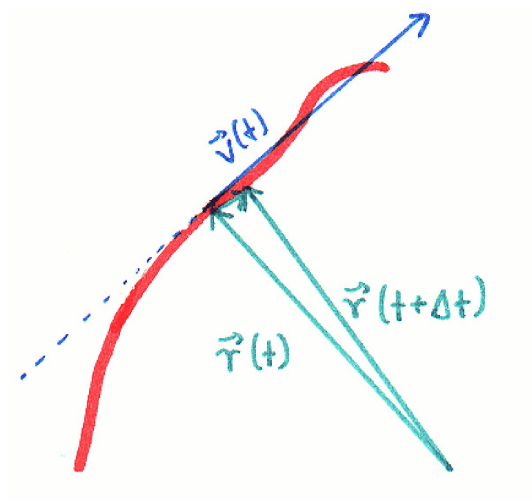


Abbildung 9: Bahnkurve und Geschwindigkeit [T.H.]

2.1.3. Beschleunigungsvektor

Beschleunigungsvektor:

$$\vec{a}(t) \equiv \dot{\vec{v}}(t) \equiv \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \frac{d^2\vec{r}(t)}{dt^2} = \dot{v}_x \vec{e}_x + \dot{v}_y \vec{e}_y + \dot{v}_z \vec{e}_z \equiv \begin{pmatrix} \dot{v}_x \\ \dot{v}_y \\ \dot{v}_z \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} \quad (18)$$

Komponenten a_x, a_y, a_z .

BEISPIEL: Geradlinig-gleichförmige Bewegung in der (x, y) -Ebene (s.oben):

$$\begin{aligned} \vec{a}(t) &= \vec{0} \\ \vec{v}(t) &= \text{const} \\ \vec{r}(t) &= \vec{r}_1 + \vec{v} t \end{aligned} \quad (19)$$

BEISPIEL: Bewegung mit konstanter Beschleunigung \vec{a} (Verallgemeinerung von (10)):

$$\begin{aligned} \vec{a}(t) &= \text{const} \\ \vec{v}(t) &= \vec{v}_1 + \vec{a} t \\ \vec{r}(t) &= \vec{r}_1 + \vec{v}_1 t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2 \end{aligned} \quad (20)$$

BEISPIEL: Gleichförmige Kreisbewegung in der (x, y) -Ebene (s.oben):

$$\begin{aligned}\vec{a}(t) &= \frac{d}{dt}(-r \omega \cdot \sin(\omega t)) \vec{e}_x + \frac{d}{dt}(r \omega \cdot \cos(\omega t)) \vec{e}_y \\ &= -r \omega^2 \cdot \cos(\omega t) \vec{e}_x - r \omega^2 \cdot \sin(\omega t) \vec{e}_y \\ &= -\omega^2 \cdot \vec{r}(t)\end{aligned}\quad (21)$$

Beschleunigung entgegengesetzt zum Ortsvektor, also zum Zentrum hin:
Zentripetalbeschleunigung.

Man beachte: hier bewirkt die Beschleunigung \vec{a} (nur) eine Richtungsänderung von \vec{v} , der Betrag der Geschwindigkeit $|\vec{v}|$ bleibt dagegen konstant.

2.1.4. Einfache Bewegungsabläufe

BEISPIEL: Schiefe Ebene der Höhe h (zweidimensionale Bewegung), Abb. 10.

VERSUCH Me-05: Beschleunigte Bewegung: gekippte Luftkissenbahn + Messwert-erfassung

Die Koordinaten x und z sind durch die schiefe Ebene verknüpft. Mit geeigneten Randbedingungen (Ebene geht durch Koordinatenursprung):

$$z = x \cdot \tan \alpha$$

Letztere Gleichung beschreibt die Bahnkurve $z(x)$.

Bewegung entlang der schiefen Ebene, mit reduzierter Fallbeschleunigung (nur Komponente entlang der Bahn wirkt):

$$a \equiv g' = g \cdot \sin \alpha$$

Mit dieser Beschleunigung gleitet die Masse entlang der Bahn. Reibung wird vernachlässigt. Zerlegung der Beschleunigung in Komponenten entlang z und x :

$$a_z = -g' \cdot \sin \alpha = -g \cdot \sin^2 \alpha \quad a_x = -g' \cdot \cos \alpha = -g \cdot \sin \alpha \cos \alpha$$

Man beachte: $a_z = a_x \cdot \tan \alpha$. Mit Anfangsbedingungen $z(t = 0) = h$ und $\dot{z}(0) = \dot{x}(0) = 0$, also Start der Bewegung am oberen Punkt der schiefen Ebene):

$$z(t) = h - \frac{1}{2} g \sin^2 \alpha \cdot t^2 \quad x(t) = \frac{h}{\tan \alpha} - \frac{1}{2} g \sin \alpha \cos \alpha \cdot t^2$$

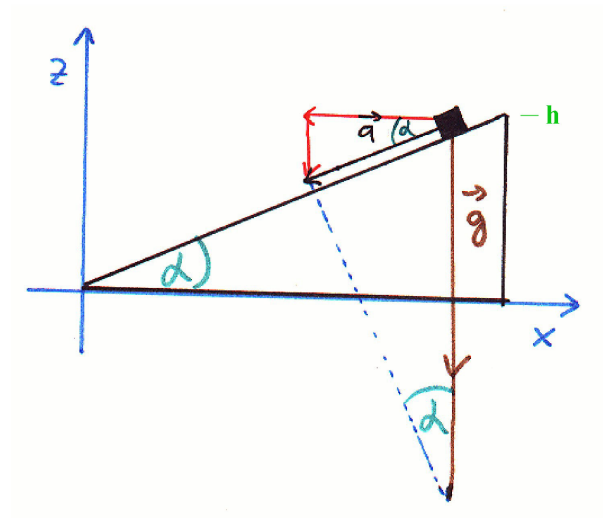


Abbildung 10: Schiefe Ebene [T.H.]

BEISPIEL: Wurfparabel (ohne Luftreibung), siehe Abb. 11.

Anfangsbedingungen: $t = t_1 = 0$:

$$\vec{r}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{v}_1 = \begin{pmatrix} v_0 \cos \beta \\ 0 \\ v_0 \sin \beta \end{pmatrix}$$

Beschleunigung:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{pmatrix}$$

Also:

$$\vec{v}(t) = \begin{pmatrix} v_0 \cos \beta \\ 0 \\ v_0 \sin \beta - g \cdot t \end{pmatrix}$$

$$\vec{r}(t) \equiv \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_0 \cos \beta \cdot t \\ 0 \\ v_0 \sin \beta \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 \end{pmatrix}$$

Bahnkurve $z(x)$: Wegen

$$x(t) = v_0 \cos \beta t$$

kann man die Zeit durch die Ortskoordinate x ausdrücken,

$$t = \frac{x}{v_0 \cos \beta}$$

und durch Einsetzen in die Bewegungsgleichung für $z(t)$ kann die Zeit eliminiert werden:

$$z(x) = \tan \beta \cdot x - \frac{g}{2 v_0^2 \cos^2 \beta} \cdot x^2$$

Das ist die Bahnkurve - sie hat die Form $z = \alpha + \beta x + \gamma x^2$ eines Polynoms zweiten Grades, das ist eine Parabel!

Mit Kenntnis der Bahnkurve kann man die Wurfhöhe H , die Wurfweite W etc. leicht berechnen ...

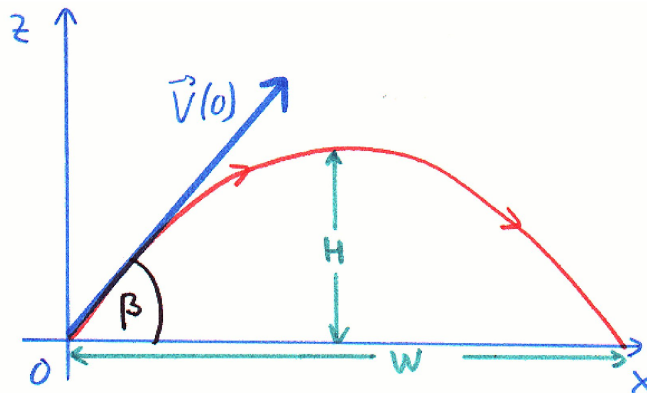


Abbildung 11: Wurfparabel [T.H.]

SIMULATION: Wurfparabel

Schiefer Wurf (Walter Fendt)

https://www.walter-fendt.de/html5/phde/projectile_de.htm

VERSUCH Me-39: Wasserstrahl: Bahn von Wassertropfen

FILM: Auto und Fluss, aus "Im Juli"

Text: ... x wiegt ungefähr eine halbe Tonne ... Rampe von 10^0 ... 25 m überwinden ... Lösung lautet 96.41 km/h ...

2.1.5. Überlagerung von Bewegungen

Im Vakuum sind die Bewegungen in den drei (zueinander senkrechten) Raumdimensionen unabhängig, d.h. die x -Koordinate ändert sich zeitlich entsprechend der Kraftkomponente in x -Richtung, die y -Koordinate verhält sich wie die Kraft entlang der y -Achse befiehlt etc.

BEISPIEL: Wurfparabel, s.o.!

Man kann die Bewegung zusammensetzen aus einer 1-dimensionalen vertikalen Fallbewegung (z) und einer 1-dimensionalen horizontalen Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit (x)!

VERSUCH Me-07: Sprungschanze

Zwei Körper fallen gleich schnell, unabhängig von ihrer horizontalen Geschwindigkeit.

VERSUCH Me-06: Spielzeug-Eisenbahn mit Schussgerät.

Der von einem fahrenden Waggon aus vertikal nach oben geschossene Ball fällt wieder in den Wagen zurück, unabhängig von der Geschwindigkeit des Zuges.

BEISPIEL: Affenjagd, Abb. 12.

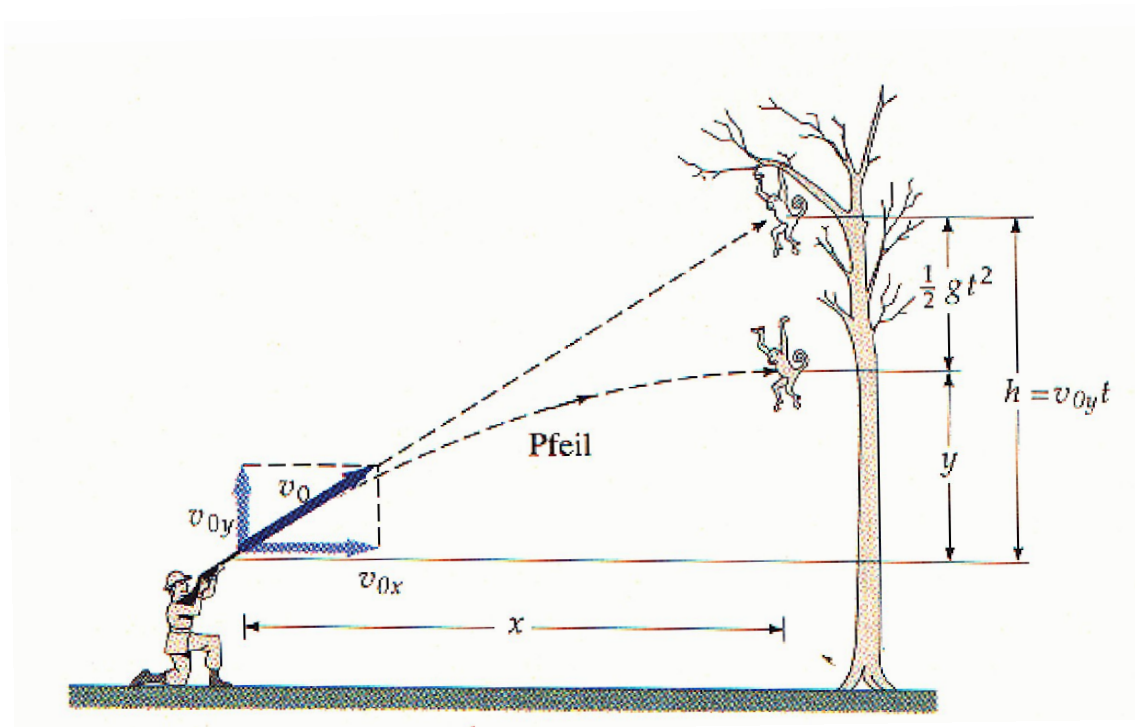


Abbildung 12: Affenjäger. Pfeil und Affe fallen gleich schnell (ohne Luftreibung) [Tipler]

VERSUCH Me-08: Armbrust und Apfel.

Pfeil und Apfel fallen gleich schnell.

2.1.6. Transformation von Koordinatensystemen

Orts- und Geschwindigkeitsvektoren etc. hängen vom verwendeten **Bezugssystem** ab. Daher ändern sich diese Vektoren, wenn man einen Vorgang in einem anderen Bezugssystem betrachtet. Hier betrachten wir nur **geradlinig-gleichförmig** bewegte Bezugssysteme, Inertialsysteme, die in der Physik eine herausragende Bedeutung einnehmen (s. später). Während sich die Koordinatenwerte ändern, bleibt die Physik unverändert, der Vorgang wird nur aus unterschiedlicher Perspektive betrachtet.

Die Geschwindigkeit des neuen Systems S' relativ zu System S sei $\vec{V} = \text{const.}$, siehe Abb. 13. Der Einfachheit halber nehmen wir an, dass zum Zeitpunkt $t = 0$ die Koordinatenursprünge und die Achsen zusammenfallen.

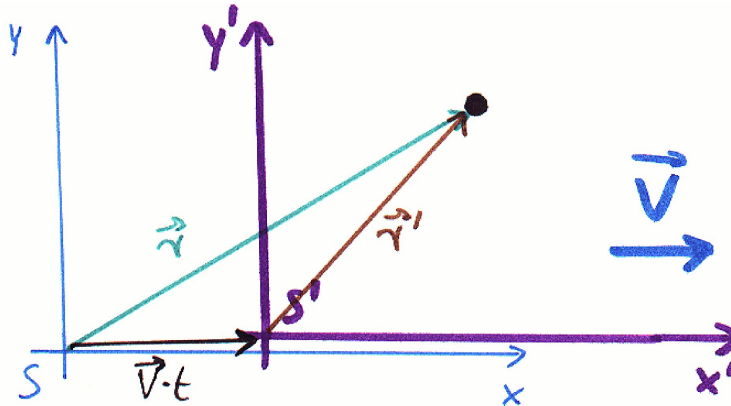


Abbildung 13: Galilei-Transformation [T.H.]

Es gilt (Galilei-Transformation) für den Ortsvektor des Massenpunktes im neuen System:

$$\vec{r}' = \vec{r} - \vec{V} \cdot t \quad (22)$$

und

$$\vec{v}' = \vec{v} - \vec{V} \quad (23)$$

(Additionsgesetz für Geschwindigkeiten) sowie

$$\vec{a}' = \vec{a} \quad (24)$$

Wichtig: die Galilei-Transformationen gelten nur bei Geschwindigkeiten die klein sind im Vergleich zur Lichtgeschwindigkeit: $|\vec{v}|, |\vec{V}| \ll c$. Man beachte: die Zeit transformiert sich nicht: $t = t'$.

BEISPIEL: Wurfparabel, s.o. und Abb. 14.

Man kann die Bewegung entweder im System der Dame (b) oder des Herrn beschreiben (a). Beide Beschreibungen sind äquivalent.

Bei geeigneter Wahl des Koordinatensystems wird die Beschreibung einfacher!

BEISPIEL: Planetenbewegung

a) Ptolemäus et al: Bezugssystem Erde → kompliziert!

b) Kepler et al: Bezugssystem Sonne → einfach(er)!

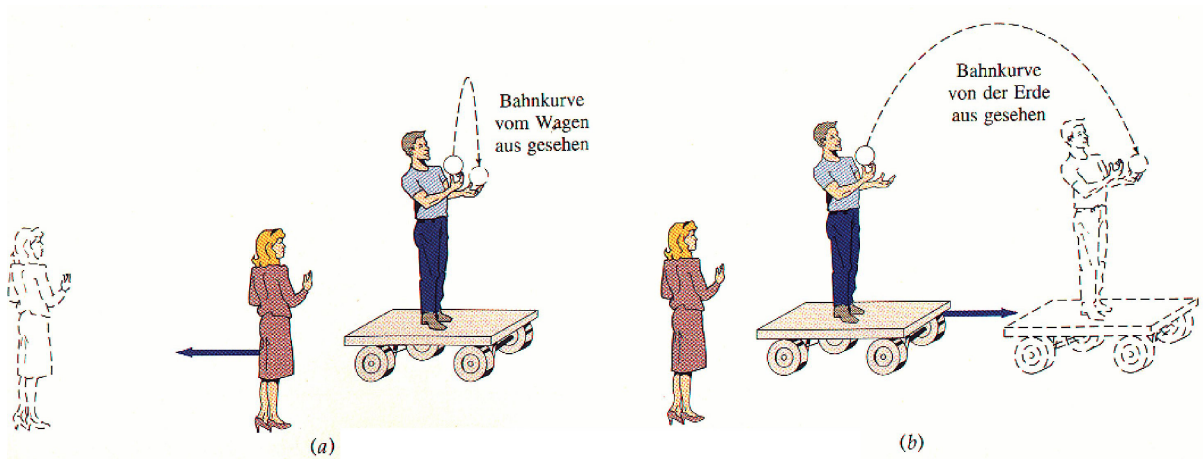


Abbildung 14: Überlagerung von Geschwindigkeiten [Tipler]

BEISPIEL: Gleichförmige Kreisbewegung

a) Kartesische Koordinaten x, y : beide zeitabhängig

b) Polarkoordinaten: $r = \text{const}$, $\phi = \omega t$

Hinweis zu Vektoren: Man muss unterscheiden:

- In der Mathematik darf ein allgemeiner Vektor ('freier' Vektor) parallel zu sich oder entlang seiner Achse verschoben werden. Alle Vektoren gleicher Richtung und Länge gelten als gleich, unabhängig vom Startpunkt. Das nutzt man z.B. bei der (geometrischen) Addition von Vektoren aus, siehe z.B. Abbildung 13!
- Ein 'gebundener' Vektor ist fest an einen Anfangspunkt gebunden. Im Spezialfall des Ortsvektors ist dies der Ursprung des Koordinatensystems. Kräfte sind gebundene Vektoren, sie wirken am Angriffspunkt, siehe folgende Vorlesungen.