

Experimentalphysik Vb (WS 2023/2024)

Übung 2

Tutorium: 1

Abgabe: 31.10.2024

Aufgabe 1: Mandelstam-Variablen

Für die drei Mandelstam-Variablen gilt:

$$\begin{aligned}
 s &= (p_1 + p_2)^2 & t &= (p_1 - p_3)^2 & u &= (p_1 - p_4)^2 \\
 &= (2E, \vec{p} - \vec{p})^2 & &= (E - E, \vec{p}_1 - \vec{p}_3)^2 & &= (E - E, \vec{p}_1 - \vec{p}_4)^2 \\
 &= 4E & &= -2\vec{p}^2 + 2\vec{p}_1\vec{p}_3 & &= (E - E, \vec{p}_1 + \vec{p}_3)^2 \\
 &= 4(\vec{p}^2 + m^2) & &= -2\vec{p}^2 + 2\vec{p}^2 \cos \theta & &= -2\vec{p}^2 - 2\vec{p}_1\vec{p}_3 \\
 & & &= -2\vec{p}^2(1 - \cos \theta) & &= -2\vec{p}^2 - 2\vec{p}^2 \cos(\theta) \\
 & & & & &= -2\vec{p}^2(1 + \cos(\theta))
 \end{aligned}$$

Aufgabe 2: Linear Beschleuniger and Zyklotron

(a)

Die Längen l_i der Driftröhren müssen offensichtlich als $\frac{v_i}{2f}$ gewählt werden. Der Energiegewinn nach jeder Driftröhre ist dann

$$\Delta E = eU_0$$

Insgesamt benötigt man also

$$N = \frac{E_{\text{kin}}}{\Delta E} = 100$$

Driftröhren. Die Gesamtlänge des Beschleunigers beläuft sich damit auf:

$$l = \sum_i l_i = \sum_i \frac{v_i}{2f} = \frac{1}{2f} \sum_i \sqrt{\frac{2i\Delta E}{m_p}} = \frac{1}{f} \sqrt{\frac{\Delta E}{2m_p}} \sum_{i=1}^{100} \sqrt{i} \approx \frac{671}{f} \sqrt{\frac{\Delta E}{2m_p}} \approx 104 \text{ m}$$

(b)

Die Lorentzkraft wirkt als Zentripetalkraft:

$$F_z = F_L \Leftrightarrow \frac{mv^2}{r} = evB \Leftrightarrow r = \frac{mv}{eB}$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow T &= \frac{2\pi r}{v} = 2\pi \frac{mv}{eB} \frac{1}{v} = 2\pi \frac{m}{eB} = \text{const.} \\ \Rightarrow B &= \frac{2\pi m}{eT} = \frac{m\omega}{e} \approx 1.31 \text{ T}\end{aligned}$$

Unter der Annahme, dass die Protonen bei jeder Runde zwei Mal beschleunigt werden, müssen sie 50 Mal den Zyklotron durchlaufen.

Der Durchmesser ist:

$$r_{\max} = \frac{mv_{\max}}{eB} = \frac{mv_{\max}}{e} \frac{e}{m\omega} = \frac{v_{\max}}{\omega} = \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{2E_{\text{kin}}}{m_p}} \approx 49.3 \text{ cm}$$

Aufgabe 3: Luminosität

(a)

Allgemein ergibt sich die Luminosität als Überlappungsintegral der Dichtefunktionen der beiden Strahlen:

$$L = K N_1 N_2 f n_B \iiint \rho_1(x, y, s, -s_0) \rho_2(x, y, s, s_0) dx dy ds ds_0$$

Speziell für ein doppelt Gaußsches Profil ergibt sich damit

$$L = \frac{n_B f N_1 N_2}{4\pi \sigma_x \sigma_y} \approx \frac{n_B c N_1 N_2}{4\pi l \sigma_x \sigma_y} \approx \begin{cases} 1.48 \cdot 10^{38} \frac{1}{\text{m}^2 \text{s}} \\ 1.48 \cdot 10^{34} \frac{1}{\text{cm}^2 \text{s}} \\ 14.8 \frac{1}{\text{nb s}} \end{cases}$$

(b)

$$L_{\text{int}} = \eta \int_0^{t'} dt L = \eta \cdot 6 \cdot 30 \cdot 24 \cdot 60^2 \text{ s} \cdot L = 57.3 \text{ fb} \quad -1$$

(c)

$$N = L_{\text{int}} \sigma \approx 1.15 \cdot 10^6$$

Aufgabe 4: Ionisierungs Verluste

(a)

Python-Code 1:

```

import matplotlib.pyplot as plt
from numpy import pi, sqrt, log
from astropy.constants import alpha
plt.rcParams.update({"xtick.top": True, "ytick.right": True,
"xtick.minor.visible": True, "ytick.minor.visible": True,
"xtick.direction": "in", "ytick.direction": "in",
"axes.labelsize": "large", "text.usetex": False, "font.size": 11})

# Nr.4
c,hbar,epsilon0,kB = 1,1,1,1
m_e = 0.51 # MeV
K = 0.307 # MeV / g / cm^2
rho = 1.06 # g / cm^3
ZA = 0.53768
I = 68.7e-6 # MeV
L = 1 # cm

particles = ["muon", "pion", "kaon", "proton", "alpha"]
particle_masses = [105.7, 139.6, 493.7, 938.3, 3727.4] # MeV
particle_charges = [1,1,1,1,2] * sqrt(4*pi*alpha) # 1

gamma = lambda p,M: sqrt(1 + (p / M)**2)
beta = lambda p,M: sqrt(1 - 1 / (gamma(p,M)**2))
W_max = lambda p,M: 2 * m_e * c**2 * beta(p,M)**2 * gamma(p,M)**2 / (1 + 2*gamma(p,M)*m_e/M +
↳ (m_e/M)**2)

dEdx = lambda p,M,z: K * rho * z**2 * ZA / beta(p,M)**2 * gamma(p,M)**2 / (1/2 * np.log(2 *
↳ m_e * c**2 * beta(p,M)**2 * gamma(p,M)**2 * W_max(p,M) / I**2) - beta(p,M)**2)

xlim = [1/2,8000]
p = np.linspace(*xlim,10000)
fig,ax = plt.subplots()
ax.set_xscale("log")
ax.set_yscale("log")
ax.set_xlabel="p in MeV",ylabel="(dE/dx in MeV/cm) bzw. ($\\approx \\Delta E$ in MeV)",
↳ xlim=xlim, title="Ionisierungsverluste")

for particle, mass, charge in zip(particles, particle_masses, particle_charges):
    DE = [dEdx(p, mass, charge) for p in p]
    ax.plot(p, np.divide(DE,mass), label=particle)
    argmin = np.argmin(DE[np.argmax(DE):])
    min = p[argmin]
    print(f"{particle:6}:    argmin    = {min:.5} MeV")
    print(f"{":11}dE/dx(argmin) = {DE[argmin]:.5} MeV/cm")

ax.axvline(10**2.2, linestyle="--", label="158.5 MeV")
ax.legend()
fig.savefig("2.svg")

```

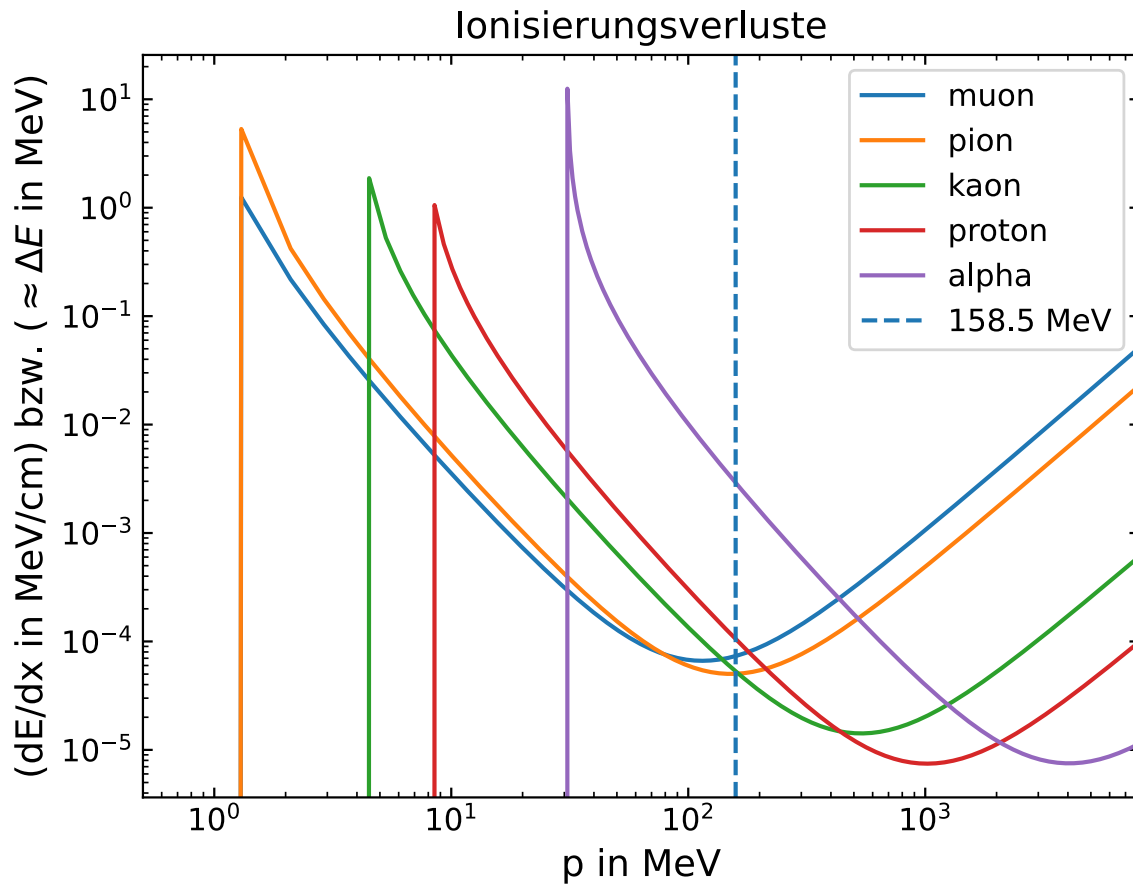


Abbildung 1: Resultierender Plot

(b)

Der mittlere Energieverlust ist für Pionen und Kaonen ungefähr bei 158.5 MeV gleich, wie man im Plot sehen kann.

(c)

Das Script gibt aus:

```
muon :   argmin      = 114.1 MeV
         dE/dx(argmin) = 0.0070069 MeV/cm
pion  :   argmin      = 150.91 MeV
         dE/dx(argmin) = 0.0070055 MeV/cm
kaon  :   argmin      = 531.72 MeV
         dE/dx(argmin) = 0.0070029 MeV/cm
proton:   argmin      = 1010.1 MeV
         dE/dx(argmin) = 0.0070024 MeV/cm
alpha :   argmin      = 4014.3 MeV
         dE/dx(argmin) = 0.028008 MeV/cm
```

Wobei $dE/dx(\text{argmin}) \cdot 1 \text{ cm}$ näherungsweise der Energie entspricht, die die MIPs in einem cm Absorber deponieren.