

Experimentalphysik IV (WS 2023/2024)

Übung 9

Tutorium: 2

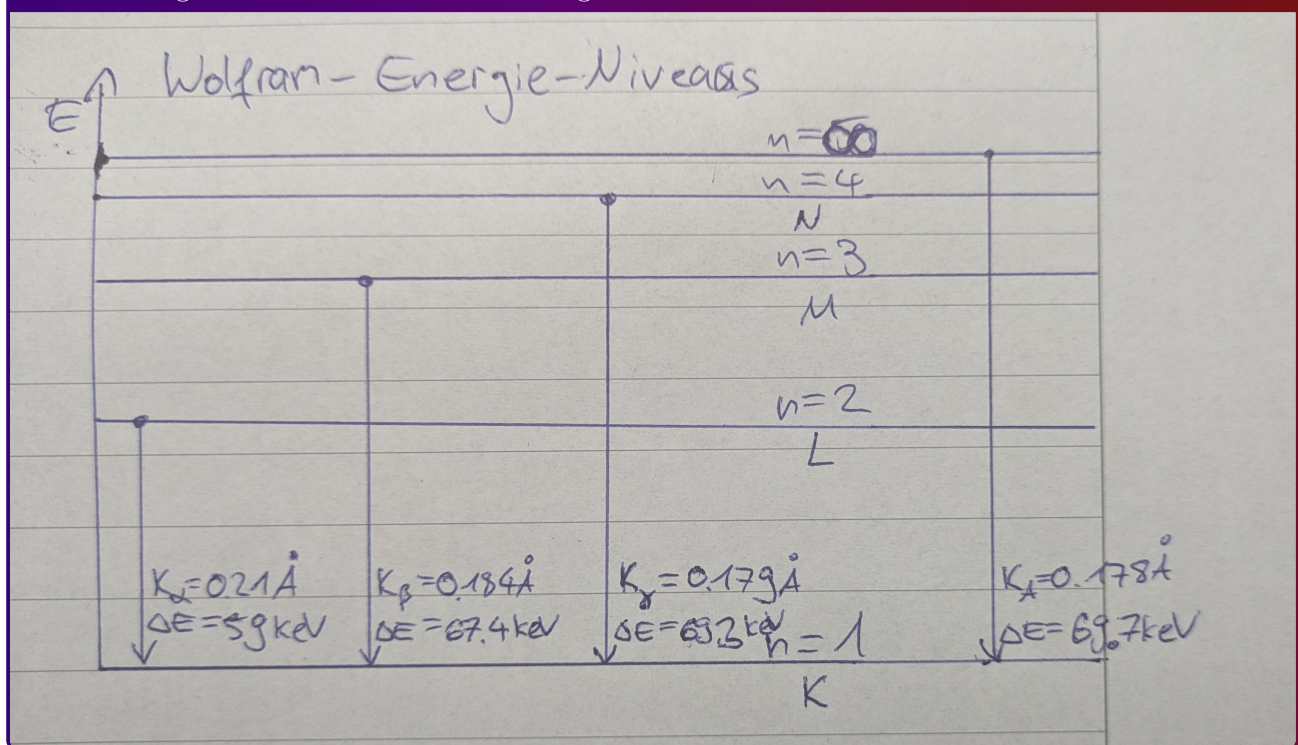
Abgabe: 19.06.2024

Aufgabe 1: Röntgenspektrum von Wolfram

Die K-Absorptionskante von Wolfram liegt bei 0.178 \AA und die Wellenlängen der Linien der K-Serie (unter Vernachlässigung der Feinstruktur) sind $K_\alpha = 0.210 \text{ \AA}$, $K_\beta = 0.184 \text{ \AA}$ und $K_\gamma = 0.179 \text{ \AA}$.

- (a) Skizzieren Sie die Energieniveaus von Wolfram und geben Sie die Energie der K, L, M und N-Schale an.

Abbildung 1: Skizze der Wolfram-Energie-Niveaus



$$E(n=1) = -\frac{hc}{K_A} \approx -69.7 \text{ keV}$$

$$E(n=2) = E(n=1) + \frac{hc}{K_\alpha} \approx -10.6 \text{ keV}$$

$$E(n=3) = E(n=1) + \frac{hc}{K_\beta} \approx -2.27 \text{ keV}$$

$$E(n=4) = E(n=1) + \frac{hc}{K_\gamma} \approx -0.389 \text{ keV}$$

- (b) Welche Minimalenergie ist nötig, um die L -Serie in Wolfram anzuregen? Wie groß ist die Wellenlänge der L_α -Linie?
-

Die Minimalenergie die nötig ist, um die L -Serie in Wolfram anzuregen, ist die Energiedifferenz zwischen der L und M Schale:

$$E_{\min}(\rightarrow L) = E(M \rightarrow L) = E(n=3) - E(n=2) \approx 8.33 \text{ keV}$$

Aufgabe 2: Absorbtion von Röntgenstrahlung

- (a) Röntgenphotonen mit Energien von 0.005, 0.05, und 0.1 MeV, aber gleichen Intensitäten, fallen auf einen Bleiabsorber. Die linearen Massenabsorptionskoeffizienten entnehmen Sie der in der Vorlesung gezeigten Tabelle (Abb. 1). Berechnen Sie die Dicke des Bleis, die erforderlich ist, um die Intensität jedes der Strahlen auf ein fünftel seiner ursprünglichen Intensität abzuschwächen.

Hinweis: Schlagen Sie weitere Materialeigenschaften, die ihnen fehlen, nach.

.....

Die benötigten Literaturwerte sind

$$\kappa(0.005 \text{ MeV}) = 100 \frac{\text{m}^2}{\text{kg}} \quad \kappa(0.05 \text{ MeV}) = 0.8 \frac{\text{m}^2}{\text{kg}} \quad \kappa(0.1 \text{ MeV}) = 0.6 \frac{\text{m}^2}{\text{kg}}$$

und $\rho_{\text{Pb}} = 11.340 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$.

Damit ergibt sich:

$$\frac{1}{5} = \frac{I'}{I} = e^{-\mu_\gamma x}$$

$$x = -\frac{\ln\left(\frac{1}{5}\right)}{\mu_\gamma} = -\frac{\ln\left(\frac{1}{5}\right)}{\kappa_\gamma \rho_{\text{Pb}}}$$

$$x(0.005 \text{ MeV}) \approx 1.42 \mu\text{m}$$

$$x(0.05 \text{ MeV}) \approx 177 \mu\text{m}$$

$$x(0.1 \text{ MeV}) \approx 237 \mu\text{m}$$

- (b) In welchem Verhältnis stehen die Intensitäten der drei Photonenstrahlen in einer Tiefe von 3 mm zueinander und was ist die mittlere Intensität aller einfallenden Röntgenstrahlen?
-

$$I_{\text{rel}} = \frac{I'}{I} = e^{-\kappa_\gamma \rho_{\text{Pb}} x}$$

$$I_{\text{rel}}(0.005 \text{ MeV}) \approx 0$$

$$I_{\text{rel}}(0.05 \text{ MeV}) \approx 1.51 \cdot 10^{-12}$$

$$I_{\text{rel}}(0.1 \text{ MeV}) \approx 1.37 \cdot 10^{-9}$$

$$I_{\text{tot,rel}} = I_{\text{rel}}(0.005 \text{ MeV}) + I_{\text{rel}}(0.05 \text{ MeV}) + I_{\text{rel}}(0.1 \text{ MeV})$$

$$\approx 1.37151 \cdot 10^{-9}$$

Damit ist die Strahlung mit Photonen der Energie 0.005 MeV praktisch vollkommen absorbiert, während die Intensität der Strahlung mit Photonen der Energie 0.05 MeV etwa um drei Größenordnungen kleiner ist als die der Strahlung mit Photonen der Energie 0.1 MeV.

Aufgabe 3: Abschwächung von Röntgenstrahlung

In der Vorlesung wurde Ihnen ein Versuch zur Absorption von Röntgenstrahlung vorgeführt (siehe Abb. 2, Versuch At-16). Dabei wurden Aluminiumabsorber unterschiedlicher Dicke in den Röntgenstrahl einer Molybdän Anode eingeführt. Hier sollen nun die Messwerte ausgewertet und interpretiert werden. Die benötigten Daten finden Sie im JupyterHub der RWTH.

- (a) Schreiben Sie ein Python-Skript oder Jupyter-Notebook und lesen Sie die Daten aus der Vorlesung ein und plotten Sie für jede Absorberdicke die relative Intensität als Funktion der Frequenz in ein Diagramm. Die Daten finden Sie in der Datei `AbschirmungVonRoentgenstrahlen.csv`. Wählen Sie eine logarithmische Darstellung der relativen Intensität. Normieren Sie die Zählraten der einzelnen Messungen so, dass Sie die relativen Intensitäten der Messungen vergleichen können. Dabei gilt, dass die relative Intensität (oder auch Zählrate) proportional zu Messzeit und dem Stromfluss durch Röntgenlampe ist. Die benötigten Informationen zu jeder Messung befinden sich in der Datei `Settings.csv`. Sie können die Daten ähnlich einlesen, wie es bereits in der Präsenzübung gezeigt wurde.

Python-Code 1:

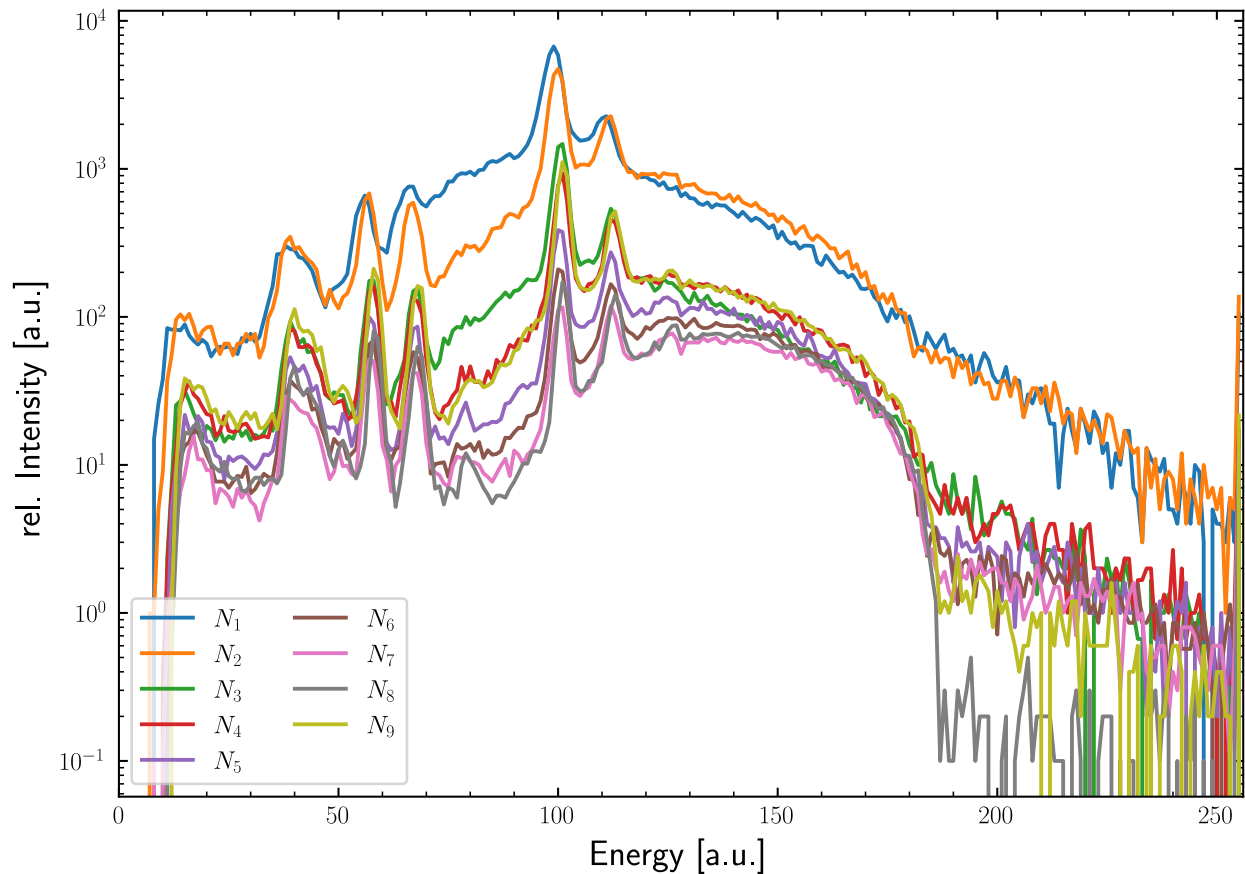
```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.optimize import curve_fit
import pandas as pd
from scipy.signal import find_peaks
plt.rcParams.update({"xtick.top": True, "ytick.right": True,
                    "xtick.minor.visible": True, "ytick.minor.visible": True,
                    "xtick.direction": "in", "ytick.direction": "in",
                    "axes.labelsize": "large", "text.usetex": True})

# (a)
data = pd.read_csv("AbschirmungVonRoentgenstrahlung.csv",
                  delimiter='\t',
                  usecols=[f"N_{i}" for i in range(1, 10)])
data = np.array(data).T
settings = pd.read_csv("Settings.csv", delimiter=';')

fig, ax = plt.subplots(figsize=(7,5), tight_layout=True)

for i in range(len(data)):
    Y = data[i] / settings.iloc[i,3] / settings.iloc[i,-1]
    X = np.arange(len(Y))
    ax.plot(X,Y,label=f"$N_{settings.iloc[i,0]}$")
    ax.set_yscale("log")

ax.legend(ncols=2, loc="lower left")
ax.set_xlabel("Energy [a.u.]", fontsize=14)
ax.set_ylabel("rel. Intensity [a.u.]", fontsize=14)
ax.set_xlim(0, len(data[0]))
```



- (b) Verwenden Sie die Messung ohne Absorber (N_1 in `AbschirmungVonRoentgenstrahlen.csv`), um die Energie zu kalibrieren. Nutzen Sie dazu die beiden zentralen Peaks, die der K_α bei 17.44 eV und der K_β bei 19.7 keV Linie von Molybdän, entsprechen und reproduzieren Sie die Abbildung 3.

Python-Code 2:

```
E_K_alpha, E_K_beta = 17.44, 19.7 # keV
peaks, _ = find_peaks(data[0],)
peaks = np.vstack((peaks, data[0][peaks])).T
K_beta, K_alpha = sorted(peaks, key=lambda x: x[1])[-2:]
K_alpha, K_beta = K_alpha[0], K_beta[0]

x_scale = (E_K_beta - E_K_alpha) / (K_beta - K_alpha) # keV / n
x_offset = E_K_alpha - x_scale * K_alpha # keV
for i in range(len(data)):
    data[i] = data[i] / settings.iloc[i,3] / settings.iloc[i,-1]

fig, ax = plt.subplots(figsize=(7,5), tight_layout=True)

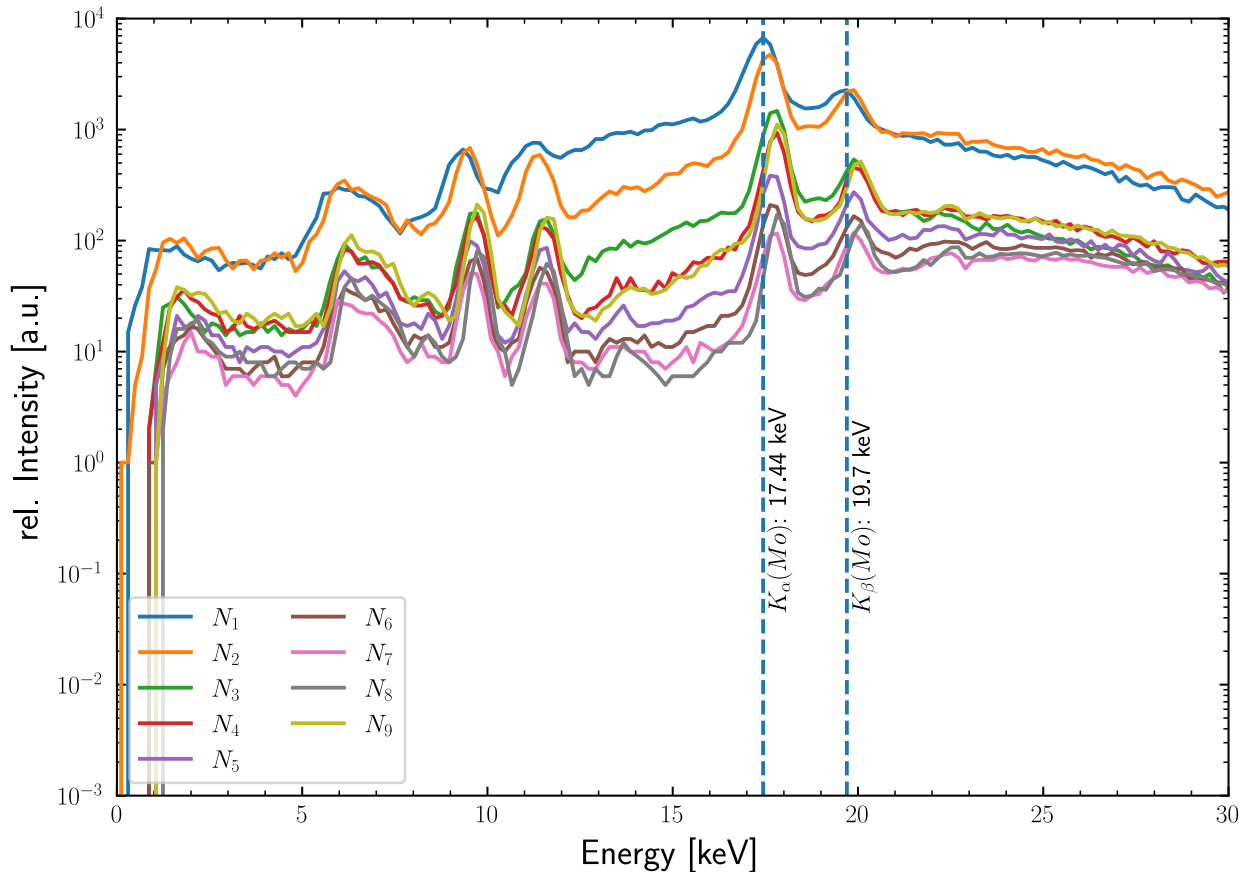
for i in range(len(data)):
    Y = data[i]
    X = np.arange(len(Y)) * x_scale + x_offset
    ax.plot(X,Y,label=f"$N_{settings.iloc[i,0]}$")
    ax.set_yscale("log")
ax.axvline(E_K_alpha, linestyle="--")
ax.axvline(E_K_beta, linestyle="--")
ax.text(E_K_alpha+.1, 5e-2, f"$K_{\\alpha}(Mo)$: {E_K_alpha} keV",rotation=90)
```

```

ax.text(E_K_beta+.1, 5e-2, f"$K\_\\beta(Mo)$: {E_K_beta} keV",rotation=90)

ax.legend(ncols=2, loc="lower left")
ax.set_xlabel("Energy [keV]", fontsize=14)
ax.set_ylabel("rel. Intensity [a.u.]", fontsize=14)
ax.set_xlim(0,30)
ax.set_ylim(1e-3,1e4)
fig.savefig("b.svg")

```



- (c) Vermessen Sie den Absorptionskoeffizient bei 15 keV und 25 keV. Vergleichen Sie ihr Ergebnis mit Literaturwerten wie z.B.: <http://physics.nist.gov/PhysRefData/XrayMassCoef/ElemTab/z13.html>. Diskutieren Sie Ihr Ergebnis kurz.
 Hinweis: Bei genauer Betrachtung der Messungen stellt man fest, dass sich zwischen den Messungen N_2 und N_3 die Eigenschaften des Versuchs verändert zu haben scheinen. Nutzen Sie daher nur die Daten ab N_3 inklusive.

Wie man im Plot des Fits (unten) sehen kann, gibt es in der Messreihe für 15 keV keine Ausreißer. In der Messreihe für 25 keV hingegen, weichen die ersten drei Datenpunkte stark von einem Exponential-Gesetz ab. Wir haben den Fit daher einmal mit allen Datenpunkten gemacht, und anschließend nochmal ohne die ersten drei Datenpunkte.

Python-Code 3:

```

cutoff = 0
Y_ = Y[cutoff:]
d = np.array(settings.iloc[cutoff:,-2])
keV = (15,25)
n = lambda E: int((E-x_offset) / x_scale)
YE = [[y[n(keV)] for y in Y_ ]for keV in keV]

f = lambda d,a,b: a*np.exp(-b*d)
fits = [curve_fit(f, d, y)[0] for y in YE]

fig, axes = plt.subplots(2,1,figsize=(7,7), tight_layout=True, sharex=True)
for i in range(2):
    axes[i].scatter(d, YE[i], marker="+")
    axes[i].plot(x:=np.linspace(min(d),max(d), 50), f(x, *fits[i]))
    axes[i].set_ylabel(f"rel. Intensity at {keV[i]} keV [a.u.]", fontsize=14)
    axes[i].set_title(f"{keV[i]} keV, fit $= {fits[i][0]:.3f}\\cdot$
        ↪ e^{{{fits[i][1]:.3f}\\cdot x}}}$")
fig.supxlabel("Absorber thickness [mm]", fontsize=14)
fig.savefig("c.svg")

# Literature values:
rho_Al = 2.7 # g/cm³ (20°C)
mu_15keV_lit, mu_25keV_lit = 7.955 * rho_Al, (3.441+1.128)/2 * rho_Al # cm²/g

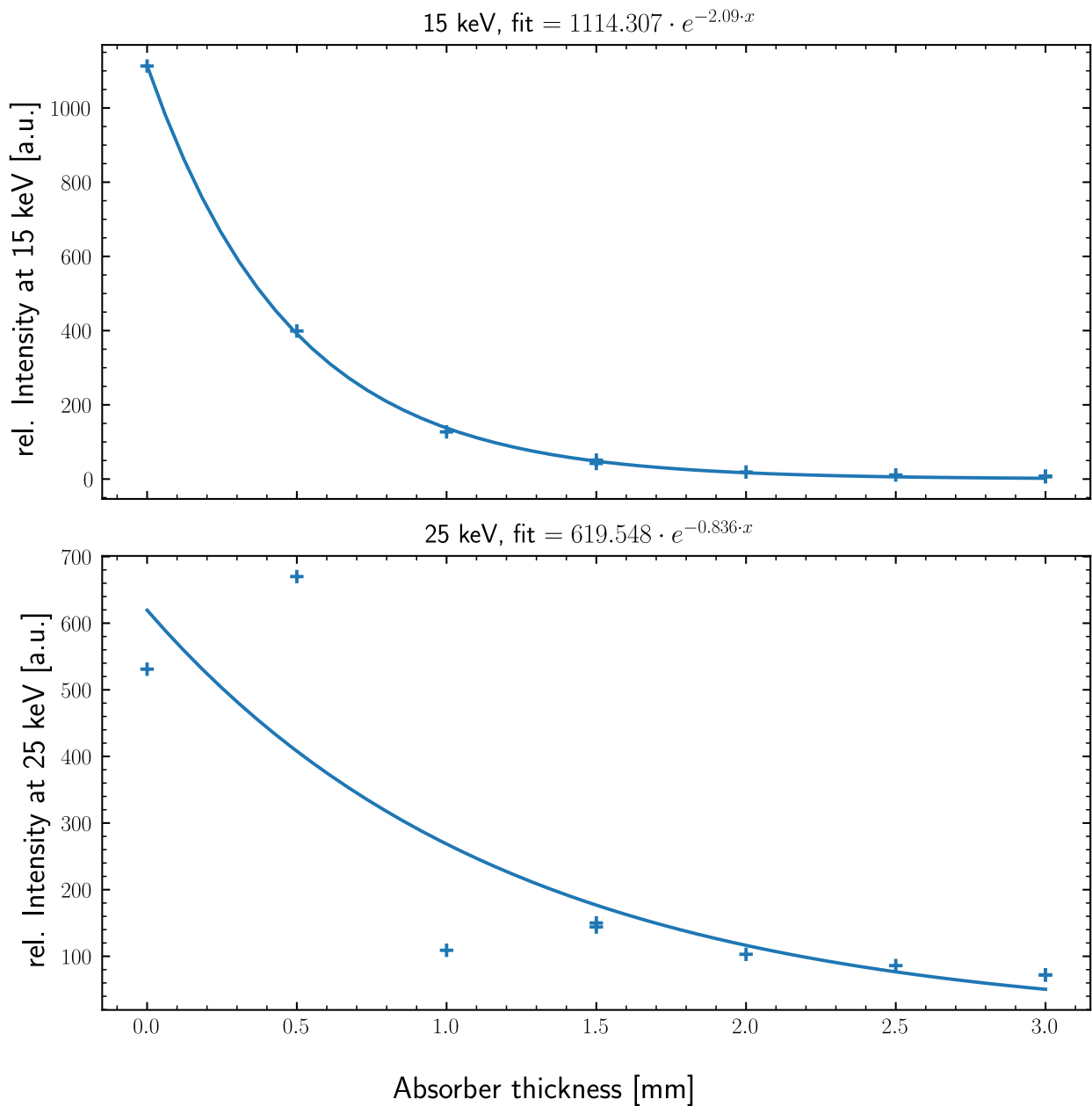
# experimental values
mu_15keV, mu_25keV= fits[0][1] * 1e1, fits[1][1] * 1e1 # cm²/g

print(
f"""{"":=<57}
{"Größe [cm²/g]":<15}{ "Experimentell":<15}{ "Literatur":<11} {"rel. Abweichung":<15}
{"":=<57}
{"mu_15keV":<15}{mu_15keV:<15.3}{mu_15keV_lit:<11.3}{mu_15keV/mu_15keV_lit-1:<15.3}
{"mu_25keV":<15}{mu_25keV:<15.3}{mu_25keV_lit:<11.3}{mu_25keV/mu_25keV_lit-1:<15.3}
{"":=<57}""")

"""
outputs:
=====
Größe [cm²/g] Experimentell Literatur rel. Abweichung
-----
mu_15keV      20.9          21.5        -0.0257
mu_25keV       8.36         6.17         0.355
=====

bzw. ohne die ersten drei Datenpunkte:
=====
Größe [cm²/g] Experimentell Literatur rel. Abweichung
-----
mu_15keV      14.7          21.5        -0.315
mu_25keV       4.96         6.17         -0.196
=====
"""

```



Aufgabe 4: Zeeman-Effekt

- (a) Betrachten Sie die Aufspaltung der roten Cadmium-Linie ($\lambda = 643.8 \text{ nm}$) durch den Zeeman-Effekt in einem Magnetfeld B . Welche Magnetfeldstärke muss man anlegen, damit die Aufspaltung durch den Zeeman-Effekt größer wird als die Dopplerverbreiterung $\delta\lambda_D = 2 \cdot 10^{-12} \text{ m}$ der roten Cadmium-Linie?

$$\begin{aligned}
 E &= \frac{hc}{\lambda} \\
 \Rightarrow \Delta E &= \frac{hc}{\lambda^2} \Delta\lambda \\
 \Delta\lambda &= \frac{\lambda^2}{hc} \Delta E
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta\lambda_D &\stackrel{!}{<} \Delta\lambda_{\text{Zeeman}} \\
&= \frac{\lambda^2}{hc} \Delta E \\
&= \frac{\lambda^2}{hc} \mu_B B \\
B &> \frac{hc}{\lambda^2 \mu_B} \delta\lambda_D \\
&\approx 0.103 \text{ T}
\end{aligned}$$

- (b) Den normalen Zeeman-Effekt kann man auch zur Messung des lokalen Magnetfeldes in Sonnenflecken verwenden. Dazu muss die Aufspaltung jedoch größer sein als die Linienbreite, die in diesem Fall durch den Doppler-Effekt bestimmt wird. Nehmen Sie als Oberflächentemperatur der Sonne $T_s = 5000 \text{ K}$ an sowie eine Spektrallinie mit $\lambda = 501.6 \text{ nm}$ und schätzen Sie damit ab, wie groß B sein muss, damit die Zeeman-Aufspaltung mindestens so groß ist wie die Dopplerverbreiterung der Linie.

Hinweis: Machen Sie sich Gedanken über die Zusammensetzung der Sonne, um die Linie zu identifizieren und für das richtige Element Ihre Abschätzung zu berechnen. Die Dopplerverbreiterung für ein ideales Gas finden Sie im Skript.

.....
Die Sonne besteht überwiegend aus Wasserstoff.

$$\begin{aligned}
\delta\lambda_{\text{Doppler}} &= \frac{\lambda}{c} \sqrt{\frac{8k_B T \ln 2}{m}} \\
&\approx \frac{\lambda}{c} \sqrt{\frac{8k_B T \ln 2}{m_p}} \\
\delta\lambda_{\text{Doppler}} &< \delta\lambda_{\text{Zeeman}} \\
\frac{\lambda}{c} \sqrt{\frac{8k_B T \ln 2}{m_p}} &< \frac{\lambda^2}{hc} \mu_B B \\
B &> \frac{h}{c\lambda\mu_B} \sqrt{\frac{8k_B T \ln 2}{m_p}} \\
&\approx 2.15 \text{ T}
\end{aligned}$$