I.PI I. Physikalisches Institut | RWTH AACHEN UNIVERSITY

Prof. Dr. Stefan Schael
Dr. Henning Gast

Experimentalphysik Vb (Teilchen- und Astrophysik)

Übung 01

Hinweis: Verwenden Sie in allen Übungen „The Review of Particle Physics“ für die Teilchenmassen und die physikalischen Konstanten.

Aufgabe 1 *LEP und LHC* (2+1+2=5 Punkte)

Am CERN in Genf wurde von 1989 bis 2000 der Elektron-Positron Speicherring LEP betrieben. Dabei wurden Elektronen und Positronen bis auf eine Energie von 100 GeV beschleunigt und zur Kollision gebracht. In demselben Tunnel, mit 26,695 km Umfang, wurden ab 2008 an dem LHC Proton-Proton Kollisionen untersucht. Die Protonen haben dabei bis heute eine Maximalenergie von 6,8 TeV erreicht.

a. Welche Strukturen können mit der Schwerpunktsenergie von LEP bzw. LHC aufgelöst werden? Nehmen Sie für LHC an, dass sich die Strahlenergie gleichmäßig auf die drei Quarks im Proton aufteilt. (2 Punkte)

b. Ein Protonstrahl im LHC besteht aus 2808 einzelnen Paketen, von denen jedes $115 \cdot 10^9$ Protonen enthält. Wie groß ist die gespeicherte Energie in Joule in jedem Protonstrahl? Welche Masse hätte ein ICE bei $v = 350\,\mathrm{km/h}$ bei gleicher kinetischer Energie? (1 Punkt)

c. Wieviel Zeit vergeht zwischen der Kollision von zwei Proton-Paketen in einem der LHC-Detektoren? Wie weit können Teilchen in dieser Zeit durch die Teilchendetektoren fliegen? Vergleichen Sie dies mit den Abmessungen von ATLAS und CMS. (2 Punkte)

Aufgabe 2 *Natürliche Einheiten* (4+1=5 Punkte)

a. Drücken Sie die Gravitationskonstante in natürlichen Einheiten ($1/\mathrm{GeV}^2$) aus. Geben Sie die zugehörige Massen-, Längen- und Zeitskala in SI-Einheiten an. Diese Skala bezeichnet man als Planck-Skala und sie legt die Grenzen der bisher bekannten physikalischen Gesetze fest. (4 Punkte)

b. Wie groß ist das Verhältnis von Gravitationskraft zu Coulomb-Kraft von zwei Protonen im Abstand r? (1 Punkt)

Aufgabe 3 *HERA* (5 Punkte)

An dem HERA Beschleuniger am DESY in Hamburg wurden von 1992 bis 2007 Elektron-Proton Kollisionen untersucht. Dabei wurden Elektronen auf eine Energie von 27,5 GeV und Protonen auf eine Energie von 920 GeV beschleunigt. Berechnen Sie die Schwerpunktsenergie E_{CM}.

Aufgabe 4 *Relativistische Kinematik - Pionzerfall* (10 Punkte)

Ein Pion zerfällt in Ruhe in ein Myon und ein Myon-Neutrino: $\pi^+ \to \mu^+\nu_\mu$. Berechnen Sie aus Energie- und Impulserhaltung die Geschwindigkeit (v_μ/c) des μ^+ unter der Annahme, dass das Neutrino ν_μ masselos ist.

Tipp: Berechnen Sie dazu zunächst $|\vec{p_\mu}|$ aus dem Ansatz $p_\pi = p_\mu + p_\nu$ der Vierervektoren.

Loesung_LEP_LHC

September 24, 2024

1 Musterlösung zur 1. Übung, Aufgabe 1

```
from astropy import constants as const
from astropy import units as u
```

```
print(const.c)
```

```
  Name   = Speed of light in vacuum
  Value  = 299792458.0
  Uncertainty  = 0.0
  Unit  = m / s
  Reference = CODATA 2018
```

```
print(const.c.to('km/s'))
```

```
299792.458 km / s
```

```
print(const.hbar)
```

```
  Name   = Reduced Planck constant
  Value  = 1.0545718176461565e-34
  Uncertainty  = 0.0
  Unit  = J s
  Reference = CODATA 2018
```

```
(const.c*const.hbar).to('MeV fm')
```

197.32698 MeV fm

```
U_Ring = 26.695*u.km
E_LHC  = 6.8*u.TeV
E_LEP  = 100*u.GeV
```

```
E_CM_LHC = 2*E_LHC
E_CM_LEP = 2*E_LEP
```

1.1 a)

```
# de Broglie Wellenlänge LEP
(const.h*const.c/E_CM_LEP).to('m')
```

$6.1992099 \times 10^{-18}$ m

(*1 Punkt*)

```
# de Broglie Wellenlänge LHC
(const.h*const.c/(E_CM_LHC/3)).to('m')
```

$2.7349456 \times 10^{-19}$ m

(*1 Punkt*)

```
# Die Protonen fliegen mit 99.99% der Lichtgeschwindigkeit.
t_Umlauf =(U_Ring/const.c).to('us')
print(t_Umlauf)
```

```
89.04493521314669 us
```

1.2 b)

```
# LHC: Strahlstrom
nProtonsPerBunch = 115.e9
nBunches         = 2808
nProtons         = nProtonsPerBunch*nBunches
(nProtons*const.e.value*u.C/t_Umlauf).to('A')
```

0.58102673 A

```
# Gespeicherte Energie
(nProtons*E_LHC).to('J')
```

3.5181492×10^{8} J

```
# Vergleich zu einem ICE bei 350 km/h
E_Total = (nProtons*E_LHC).to('J')
v       = 350*u.km/u.h
(2*E_Total/v**2).to('t')
```

74.441165 t

(*1 Punkt*)

1.3 c)

```
# Zeit zwischen zwei Kollisionen in einem Detektor
(U_Ring/const.c/nBunches).to('ns')
```

31.711159 ns

(*1 Punkt*)

```
# Ausleserate für die Detektoren
t = (U_Ring/const.c/nBunches).to('ns')
(1/t).to('MHz')
```

31.53464 MHz

```
# Wie weit fliegt ein Teilchen vor der nächsten Kollision?
# Die Antwort zeigt, dass es nur einen Teil von CMS bzw. ATLAS durchquert.
(t*const.c).to('m')
```

9.5067664 m

(*1 Punkt*)

I.PI I. Physikalisches Institut | RWTH AACHEN UNIVERSITY

Prof. Dr. Stefan Schael
Dr. Henning Gast

Physik Vb (Teilchen- und Astrophysik)
Musterlösung zu Übung 1, Aufgabe 2

a) In natürlichen Einheiten ist $\hbar = c = 1$. Wir betrachten zunächst die relevanten Naturkonstanten in SI-Einheiten. Dabei verwenden wir gerundete Zahlenwerte, die genaue Rechnung wird in dem zugehörigen `ipython notebook` ausgeführt.

$$\begin{aligned} G &= 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m}^3/\mathrm{kg}/\mathrm{s}^2 \\ 1\,\mathrm{J} &= 1\,\mathrm{Nm} = 1\,\mathrm{kg}\,\mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2 \\ \hbar &= 1{,}055 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J\,s} \\ c &= 3 \cdot 10^8\,\mathrm{m/s}. \end{aligned}$$

Außerdem wissen wir

$$\hbar c = 197\,\mathrm{MeV\,fm}.$$

Durch geschicktes Gruppieren der Einheiten finden wir

$$\begin{aligned} G &= 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{Js}^2/\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{s}^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{J\,s} \cdot \frac{\mathrm{s}^3}{\mathrm{m}^3}} \\ &= 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\frac{10^{30}\,\mathrm{fm}^2}{\frac{\hbar}{1{,}055\cdot 10^{-34}} \cdot \frac{(3\cdot 10^8)^3}{c^3}} \\ &= 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 10^{30} \cdot \frac{(\hbar c)^2}{(0{,}197\,\mathrm{GeV})^2}\,\frac{1{,}055 \cdot 10^{-34}}{(3 \cdot 10^8)^3}\,\frac{c^3}{\hbar} \\ &= 6{,}7 \cdot 10^{-39}\,\frac{1}{\mathrm{GeV}^2} \cdot \hbar c^5. \end{aligned}$$

(3 Punkte)
Aus der Dimensionsbetrachtung folgt sofort für die Planck-Skala der Energie:

$$E = \sqrt{G^{-1}},$$

und wegen $E = mc^2$ für die Planck-Skala der Masse:

$$m = \sqrt{G^{-1}}/c^2 = \sqrt{G^{-1}}.$$

Wegen $[\hbar c] = \mathrm{MeV\,fm}$ ergeben sich die Planck-Skalen von Länge und Zeit entsprechend zu:

$$\begin{aligned} L &= \sqrt{G} \cdot \hbar c, \\ t &= L/c. \end{aligned}$$

Rechnung_Natuerliche_Einheiten

September 10, 2024

1 Rechnung zur 1. Übung, Aufgabe 2

```
import numpy as np
from astropy import constants as const
from astropy import units as u
```

1.1 a)

```
print(const.G)
```

```
  Name   = Gravitational constant
  Value  = 6.6743e-11
  Uncertainty  = 1.5e-15
  Unit  = m3 / (kg s2)
  Reference = CODATA 2018
```

```
# Gravitationskonstante in natürlichen Einheiten
(const.G/const.hbar/const.c**5).to('1/GeV**2')
```

$6.7088307 \times 10^{-39} \frac{1}{\mathrm{GeV}^2}$

```
G_GeV = (const.G/const.hbar/const.c**5).to('1/GeV**2')
```

```
# Planck-Masse in GeV
1/np.sqrt(G_GeV)
```

1.2208901×10^{19} GeV

```
# Planck-Masse in kg
(1/np.sqrt(G_GeV)/const.c**2).to('kg')
```

2.1764343×10^{-8} kg

```
M_Planck = 1/np.sqrt(G_GeV)
```

```
# Planck-Länge
(1/M_Planck*const.hbar*const.c).to('m')
```

1.616255×10^{-35} m

```
# Planck-Zeit
(1/M_Planck*const.hbar).to('s')
```

$5.3912464 \times 10^{-44}$ s

(*1 Punkt für Massen-, Längen- und Zeitskalen*)

1.2 b)

Verhältnis von Gravitationskraft zu Coulomb-Kraft:

$F_G = G \cdot m_{\mathrm{prot}} \cdot m_{\mathrm{prot}}/r^2$.

$F_C = \alpha \cdot z_1 \cdot z_2/r^2$.

$F_G/F_C = G \cdot m_{\mathrm{prot}}^2/\alpha$.

```
mProton = 0.938*u.GeV
G_GeV*mProton**2/const.alpha
```

$8.0888575 \times 10^{-37}$

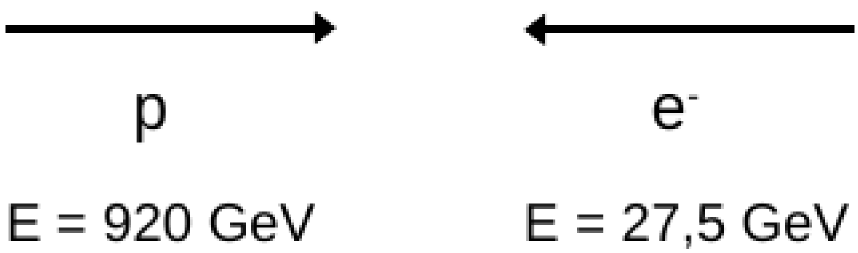
(*1 Punkt*)

Loesung_HERA

October 21, 2024

1 Musterlösung zur 1. Übung, Aufgabe 3

```python
import numpy as np
from astropy import units as u
```



Der Gesamtviererimpuls ist im Laborsystem gegeben durch

$$p_{\text{ges}} = \begin{pmatrix} E_p + E_e \\ \vec{p}_p + \vec{p}_e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_p + E_e \\ p_p - p_e \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

(*1 Punkt*)

Da das Quadrat des Viererimpulses eine relativistische Invariante ist, ergibt sich für das Quadrat der Schwerpunktsenergie

$$\begin{aligned} s = p_{\text{ges}}^2 &= (E_p + E_e)^2 - (p_p - p_e)^2 \\ &= E_p^2 + E_e^2 + 2E_pE_e - p_p^2 - p_e^2 + 2p_pp_e \\ &= E_p^2 + E_e^2 + 2E_pE_e + 2p_pp_e - E_p^2 + m_p^2 - E_e^2 + m_e^2 \qquad \text{wegen } E^2 = p^2 + m^2 \\ &= 2(E_pE_e + p_pp_e) + m_p^2 + m_e^2. \end{aligned}$$

Dabei ist

$$p = \sqrt{E^2 - m^2} = E\left(1 - \frac{m^2}{2E^2} + \mathcal{O}\left(\frac{m^4}{E^4}\right)\right),$$

also

$$s = 4E_pE_e + m_p^2 + m_e^2 + \mathcal{O}\left(\frac{m^2}{E^2}\right).$$

(*3 Punkte*)

```
m_Proton   = 938*u.MeV
m_Electron = 0.510*u.MeV
```

```
E_Proton   = 920*u.GeV
E_Electron = 27.5*u.GeV
```

Näherungsformel für s:

```
s = m_Electron**2+m_Proton**2+4*E_Proton*E_Electron
print("s=",s.to("GeV**2"))
```

```
s= 101200.8798442601 GeV2
```

Berechnung von E_{CM}:

```
(np.sqrt(s)).to('GeV')
```

318.12086 GeV

(*1 Punkt*)

Loesung_Pionzerfall

September 10, 2024

1 Musterlösung zur 1. Übung, Aufgabe 4

```
from astropy import constants as const
from astropy import units as u
```

Im Ruhesystem des Pions gilt für die Vierervektoren

$$p_\pi = p_\mu + p_\nu.$$

Daraus ergibt sich

$$\begin{aligned} p_\mu &= p_\pi - p_\nu \\ p_\mu^2 &= p_\pi^2 + p_\nu^2 - 2p_\nu p_\pi. \end{aligned}$$

Mit den relativistischen Invarianten $p_\mu^2 = m_\mu^2$ und $p_\pi^2 = m_\pi^2$ und dem relativistischen Skalarprodukt finden wir

$$m_\mu^2 = m_\pi^2 - 2(E_\nu E_\pi - \vec{p}_\nu \vec{p}_\pi).$$

(*1 Punkt*)

Im Ruhesystem des Pions und da das Neutrino praktisch masselos ist, gilt

$$E_\nu = |\vec{p}_\nu| = |\vec{p}_\mu|, \qquad \vec{p}_\pi = 0, \qquad E_\pi = m_\pi.$$

(*1 Punkt*)

Damit erhalten wir

$$m_\mu^2 = m_\pi^2 - 2m_\pi |\vec{p}_\mu|$$

und damit

$$|\vec{p}_\mu| = \frac{m_\pi^2 - m_\mu^2}{2m_\pi}.$$

(*2 Punkte*)

Die Geschwindigkeit des Myons (bzw. β) ergibt sich in der relativistischen Kinematik zu

$$\begin{aligned} \beta_\mu = \frac{|\vec{p}_\mu|}{E_\mu} &= \frac{|\vec{p}_\mu|}{\sqrt{|\vec{p}_\mu|^2 + m_\mu^2}} \\ &= \frac{m_\pi^2 - m_\mu^2}{m_\pi^2 + m_\mu^2} \end{aligned}$$

nach Einsetzen und leichter Umformung unter Verwendung der binomischen Formeln. (*4 Punkte*)

```
m_Pion     = 139.57*u.MeV
m_Muon     = 105.66*u.MeV
```

$\beta = v/c$ des Myons:

```
(m_Pion**2-m_Muon**2)/(m_Pion**2 + m_Muon**2)
```

0.2713679

(*2 Punkte*)