Name: Luca Cordes, 444900

Experimentalphysik III (WS 2023/2024)

Übung 6

Tutorium: 8 — Abgabe: 21.11.2023

Aufgabe 1: Beugung am Einzelspalt

Das Licht von einem Diodenlaser mit einer Wellenlänge von 445 nm trifft auf einen vertikalen Spalt mit einer Breite $b = 10\,\mathrm{m}$. In einem Abstand von $L = 20\,\mathrm{cm}$ befindet sich hinter dem Spalt ein Schirm.

(a) Wie weit sind die Minima der ersten Ordnung auf dem Schirm auseinander?

$$
\begin{aligned}
\sin\alpha_n &= n\frac{\lambda}{b} \\
\Delta x_n &= 2L\tan(\alpha_n) \\
&= 2L\tan\left(\arcsin\left(n\frac{\lambda}{b}\right)\right) \\
&\approx \frac{2Ln\lambda}{b}\ , \quad \text{für } n\lambda \ll b \\
\Delta x_1 &\approx \frac{2\cdot 20\,\mathrm{cm}\cdot 445\,\mathrm{nm}}{10\,\mathrm{m}} \approx 17.8\,\mathrm{nm}
\end{aligned}
$$

(b) Wie weit sind die Maxima der zweiten Ordnung auf dem Schirm auseinander?

$$
\begin{aligned}
\sin\alpha_n &= \left(n+\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{\lambda}{b} \\
\Delta x_n &= 2L\tan(\alpha_n) \\
&= 2L\tan\left(\arcsin\left(\left(n+\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{\lambda}{b}\right)\right) \\
&\approx (2n+1)\,\frac{L\lambda}{b}\ , \quad \text{für } (n+1/2)\lambda \ll b \\
\Delta x_2 &\approx (2\cdot 2+1)\,\frac{20\,\mathrm{cm}\cdot 445\,\mathrm{nn}}{10\,\mathrm{m}} \approx 44.5\,\mathrm{nm}
\end{aligned}
$$

(c) Bei welcher Wellenlänge sind die Maxima der ersten Ordnung 3.192 cm auseinander

$$
\begin{aligned}
\text{Mit Näherung:}\ \ \Delta x_1 &\approx \frac{3L\lambda}{b}\ , \quad \text{für } (n+1/2)\lambda \ll b \\
\lambda &= \frac{b\Delta x_1}{3L} \\
&\approx \frac{10\,\mathrm{m}\cdot 3.192\,\mathrm{cm}}{3\cdot 20\,\mathrm{cm}} \\
&\approx 53.2\,\mathrm{cm}
\end{aligned}
$$

$$\text{Ohne Näherung:}\quad \Delta x_1 = 2L\tan\left(\arcsin\left(\frac{3}{2}\frac{\lambda}{b}\right)\right)$$

$$\lambda = \frac{2b}{3}\sin\left(\arctan\left(\frac{\Delta x_1}{2L}\right)\right)$$

$$\approx \frac{2\cdot 10\,\mathrm{m}}{3}\sin\left(\arctan\left(\frac{3.192\,\mathrm{cm}}{2\cdot 20\,\mathrm{cm}}\right)\right)$$

$$\approx 53.0\,\mathrm{cm}$$

Aufgabe 2: Einstein-Teleskop
Das zukünftige Einstein-Teleskop ist vereinfacht gesagt ein Michelson-Interferometer mit mehreren Armen von jeweils 10 km Länge. Einer von zwei möglichen Lasern speisst kohärentes Licht mit einer Wellenlänge von 1550 nm ein.
Das Interferometer des Einstein-Teleskop's kann sehr kleine Helligkeitsänderungen wahrnehmen und ist dadurch sensitiv zu relativen Längenänderungen von bis zu $\mathcal{O}\left(10^{-24}\right)$

(a) Welcher absoluten Längenänderung entspricht eine Interferenzänderung zwischen zwei konsekutiven Minima/Maxima?

Die absolute Längenänderung bei einer Interferenzänderung zwischen zwei konsektiven Maxima/Minima entspricht $\frac{\lambda}{2}$, in diesem Fall also etwa 775 nm.

(b) Welcher relativen Längenänderung entspricht eine Interferenzänderung zwischen zwei konsekutiven Minima/Maxima?

Die absolute Längenänderung bei einer Interferenzänderung zwischen zwei konsektiven Maxima/Minima entspricht $\frac{L+\Delta d_{\mathrm{abs}}}{L}$, in diesem Fall also etwa $\frac{10\,\mathrm{km}+775\,\mathrm{nm}}{10\,\mathrm{km}} \approx 77.5\cdot 10^{-12}$

Aufgabe 3: Interferenz von Ebenenwellen
Betrachten Sie zwei in x-Richtung linear polarisierte elektromagnetische Wellen gleicher Amplitude E_0 und Kreisfrequenz ω, die sich in der yz-Ebene unter einen Winkel θ schneiden. Zeigen Sie, dass in diesem Fall für das Interferenzmuster der Intensität I in der xy-Ebene gilt:

$$\langle I(y)\rangle = 4\,\langle I_0\rangle \cos^2\left(y\frac{\pi}{\lambda}\sin\theta\right).$$

....

Aufgabe 4: Reflektivität von beschichtetem Glas
Licht einer Ebenenwelle fällt senkrecht auf eine beschichtete Glasplatte ein. Die Beschichtung besteht aus einer dünnen Schicht Titanoxid (TiO2) mit der Dicke $d = 40\,\mathrm{nm}$ und einem Brechungsindex von $n = 2.35$ ($\approx \frac{\lambda}{4}$ f¨ur 400 nm). Der Brechungsindex der Glasplatte ist $n = 1.52$ (Kronglas). Berechnen Sie die Intensität des reflektierten Lichtes indem Sie die Amplitude der reflektierten Welle bestimmen. Berücksichtigen Sie dazu alle Wellen die bis zu einer genügend großen Anzahl N-mal reflektiert wurden.

Python-Code

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# Konstanten
n0 = 1 # Luft
n1 = 2.35 # TiO2
n2 = 1.52 # Kronglas
d = 40 # [nm]

# Koeffizienten
r = lambda n1,n2: (n1-n2) / (n1+n2)
t = lambda n1,n2: -2*n1 / (n1+n2)

# Reflektivität
def R(l, max_depth=10):
    total_R = r(n0,n1)
    curr_A = t(n0,n1)
    curr_phase = 0
    for _ in range(max_depth):
        curr_A *= r(n1,n2)
        curr_phase = (curr_phase + 4*np.pi*d/l*n1) % (2*np.pi)
        total_R += curr_A*t(n1,n0) * np.cos(curr_phase)
        curr_A *= r(n1,n0)
    return total_R**2

# Plot
X = np.linspace(200,800,100)
Y = [R(x) for x in X]

plt.plot(X,Y)
plt.grid()
plt.xlim(200,800)
plt.xlabel("Wellenlänge $\\lambda$ in nm")
plt.ylabel("Reflektivität $R$")


# Erklärung für das Maximum:

# Trifft ein Lichtstrahl auf die Trennfläche zwischen Luft und Beschichtung
# mit einer Phasenverschiebung von null, und ist die Dicke der Trennfläche
# gerade λ/4 so ist die Reflektion bei Austritt aus der Beschichtung
# aufgrund der zurückgelegten Strecke bei um π Phasenverschoben, auch die
# Transmission von n_1 nach n_0 führt zu einer Phasenverschiebung von π,
# sodass bei dieser Konfiguration die Reflektion insgesammt um 2π
# phasenverschoben ist und konstruktiv interferiert. Die n-te Reflektion
# ist nach dem gleichem Schema um n·2π phasenverschoben, es kommt
# somit immer zur konstruktiven Interferenz und es handelt sich um ein Maximum.

# Damit die Dicke der Beschichtung tatsächlich λ/4 beträgt, müsste man
# sie als λ/(4n_1) wählen (≈ 42.6nm).
```

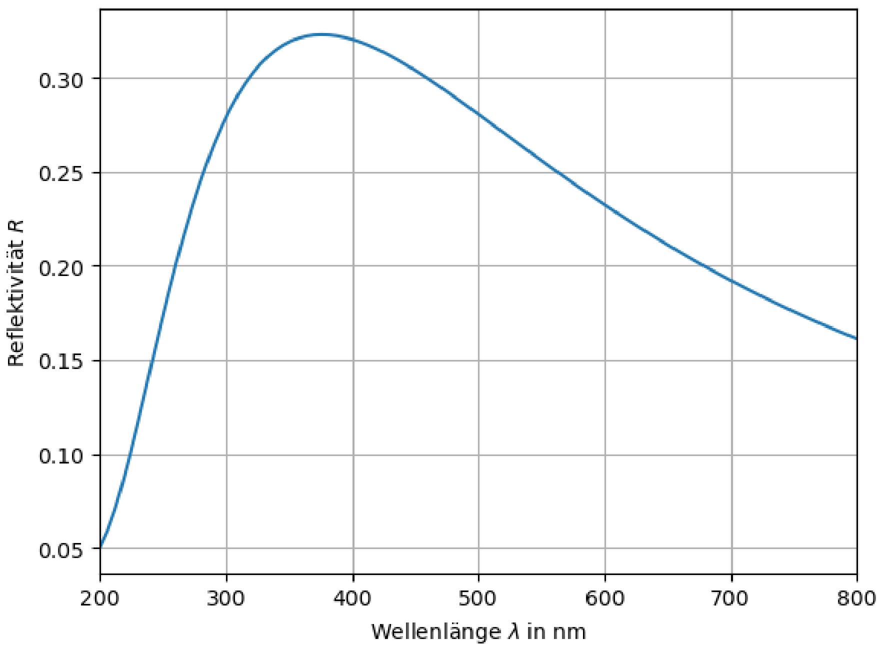

Abbildung 1: Resultierender Plot