



III. Physikalisches Institut B, RWTH Aachen  
 Prof. Dr. Christopher Wiebusch, Dr. Philipp Soldin

Übungen zur Physik IV - SS 2024  
 Atome Moleküle Kerne

## Übung 4

Ausgabedatum: 02.05.2024

Abgabedatum: 08.05.2024

Tag der Besprechung: 13.05.2024

### Verständnisfragen

#### Kapitel 3

1. Erläutern Sie den *normalen Zeeman Effekt*.
2. Warum treten beim normalen Zeeman Effekt nur 3 Spektrallinien auf, auch wenn die Aufspaltung in mehr Niveaus erfolgt?
3. Erläutern Sie den *anomalen Zeeman Effekt*. Was ist ursächlich für die komplizierte, vom normalen Zeeman Effekt abweichende, Aufspaltung?
4. Erläutern Sie den Paschen-Back Effekt.
5. Erläutern Sie den Stark Effekt.
6. Warum koppeln sich Spin und Bahndrehimpuls zum Gesamtdrehimpuls?
7. Warum und wie ergibt sich für den Gesamtdrehimpuls ein Landé Faktor?
8. Wer war Johannes Stark?

### Übungsaufgaben

#### Aufgabe 1 ★ ★ ☆ ☆ ☆

(15 + 15 + 15 = 45 Punkte)

#### ADDITION VON DREHIMPULSEN

Addiert man zwei Drehimpulse  $\vec{j}_1$  und  $\vec{j}_2$  zu einem Gesamtdrehimpuls  $\vec{J} = \vec{j}_1 + \vec{j}_2$ , so gilt:

- Die möglichen Eigenwerte  $J$  von  $\vec{J}$  sind

$$j_1 + j_2, j_1 + j_2 - 1, \dots, |j_1 - j_2|.$$

- Zu jedem dieser Werte  $J$  gehört genau eine Folge von  $(2J + 1)$  Werten des Gesamtdrehimpulses, mit  $m_J = -J, -J + 1, \dots, J - 1, J$ .

Benutzen Sie diese Eigenschaften, um die folgenden Aufgaben zu lösen:

- a) Machen Sie sich die obigen Regeln am Beispiel  $j_1 = 2, j_2 = 1$  plausibel. Gehen Sie dabei folgendermaßen vor: Schreiben Sie zu jedem  $j_i$  die zugehörigen  $m_{j_i}$  auf. Bilden Sie dann alle möglichen Werte  $m_J = m_{j_1} + m_{j_2}$  (Wenn sich die Drehimpulse vektoriell addieren, so gilt das sicher auch für die  $z$ -Koordinate). Sortieren Sie diese Werte anschließend in Multipletts zu  $J$ .

- b) Für die beiden ungekoppelten Spins  $\vec{j}_1$  und  $\vec{j}_2$  gibt es insgesamt  $(2j_1 + 1) \cdot (2j_2 + 1)$  Einstellmöglichkeiten. Berechnen Sie für  $j_1 = 2$  und  $j_2 = 1/2$  die Gesamtzahl aller Einstellmöglichkeiten. Wie viele Möglichkeiten erhalten Sie für den Gesamtspin  $\vec{J} = \vec{j}_1 + \vec{j}_2$ ? Stimmen die Zahlen überein?
- c) Zeigen Sie allgemein, dass es bei der Addition von  $L$  und  $S$  zu  $J$  jeweils die kleinere der Zahlen  $(2S + 1)$  oder  $(2L + 1)$  ist, die die Anzahl der möglichen Werte für  $J$  (und damit die Anzahl der Multipletts) beschreibt.

## Aufgabe 2 ★ ☆ ☆ ☆ ☆ ELEKTRON IM ERDMAGNETFELD

(5 + 5 + 5 = 15 Punkte)

Betrachten Sie ein freies Elektron im Magnetfeld der Erde ( $B = 0.5 \times 10^{-4} \text{ T}$ ).

- a) Wie groß ist der energetische Unterschied zwischen beiden Spineinstellungen?
- b) Welche Wellenlänge (und Energie) hat das Photon, welches beim Umklappen des Spins von der einen in die andere Einstellung emittiert wird?
- c) Zeigt der Spin des freien Elektrons im energetisch günstigeren Zustand zum Nordpol oder zum Südpol?

## Aufgabe 3 ★ ★ ★ ★ ☆ AUFENTHALTSWAHRSCHEINLICHKEIT

(20 + 10 + 10 = 40 Punkte)

Stellen Sie die Orbitale des Wasserstoff graphisch dar. Berechnen Sie die Aufenthaltswahrscheinlichkeitsdichte aus den Wellenfunktionen für die Zustände:

(a)  $1s\sigma$

(b)  $2p - \pi$

(c)  $3p\sigma$

Machen Sie jeweils eine Darstellung für die kartesischen Schnittebenen  $z - y$ ,  $x - z$  und  $y - x$ . Erstellen Sie dazu ein python-Skript oder Jupyter-Notebook. Wir haben Ihnen einen Jupyter-Notebook Template bereit gestellt.

Hinweis: Die Wahrscheinlichkeitsamplituden der drei Zustände sind:

$$\psi_{1,0,0}(r, \theta, \phi) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{Z}{a_0} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{Zr}{a_0}}$$

$$\psi_{2,1,\pm 1}(r, \theta, \phi) = \mp \frac{1}{8\sqrt{\pi}} \left( \frac{Z}{a_0} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{Zr}{a_0} e^{-\frac{Zr}{2a_0}} \sin \theta e^{\pm i\phi}$$

$$\psi_{3,1,0}(r, \theta, \phi) = \frac{\sqrt{2}}{81\sqrt{\pi}} \left( \frac{Z}{a_0} \right)^{\frac{3}{2}} \left( 6 - \frac{Zr}{a_0} \right) \frac{Zr}{a_0} e^{-\frac{Zr}{3a_0}} \cos \theta$$