Name: Luca Cordes, 444900
Name: Mahmut Can Dogan, 435714

# Experimentalphysik II (SS 2023/2024)

Übung 07

Tutorium: 2 Abgabe: 26.05.2023

1. **Plattenkondensator im Dielektrikum**

(a)

$$
\begin{aligned}
U &\overset{(*)}{=} U_1 + U_2 \\
U &= U_1 + \frac{U_1}{\epsilon_r} \\
U_1 &= \frac{U}{1+\frac{1}{\epsilon_r}} \\
U_2 &= U\left(1 - \frac{1}{1+\frac{1}{\epsilon_r}}\right) \\
E_1 &= \frac{U_1}{d_1} \approx \frac{1}{3\,\mathrm{cm}}\frac{200\,\mathrm{V}}{1+\frac{1}{5}} \approx 5.56\,\frac{\mathrm{kV}}{\mathrm{m}} \\
E_2 &= \frac{U_2}{d_2} \approx \frac{1}{3\,\mathrm{cm}} 200\,\mathrm{V}\left(1 - \frac{1}{1+\frac{1}{5}}\right) \approx 1.11\,\frac{\mathrm{kV}}{\mathrm{m}}
\end{aligned}
$$

$(*)$ : 1 bezeichnet den Teil ohne Dielektrikum, 2 mit Dielektrikum.

(b) Die Länge des mit Luft gefüllten Anteils des Kondensators ist gegeben durch: $x_l = x - L$, die des mit Dielektrikum gefüllten Anteils durch: $x_d = L - x_l = 2L - x$.

$$
\begin{aligned}
C &= C_1 + C_2 \\
&= \epsilon_0 \frac{A_1}{d} + \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A_2}{d} \\
&= \epsilon_0 \frac{x_l b}{d} + \epsilon_0 \epsilon_r \frac{x_d b}{d} \\
&= \frac{\epsilon_0 b}{d}(x_l + \epsilon_r (L - x_l)) \\
&= \frac{\epsilon_0 b}{d}(x(1-\epsilon_r) + L(2\epsilon_r - 1))
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
W_U &= \frac{1}{2} C U^2 = \frac{\epsilon_0 b U^2}{2d}(x(1-\epsilon_r) + L(2\epsilon_r - 1)) \\
F_U &= -\vec{\nabla} W_U = -\frac{\epsilon_0 b U^2}{2d}(1-\epsilon_r)
\end{aligned}
$$

$$W_Q = \frac{1}{2}C\left(\frac{Q}{C}\right)^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}\frac{Q^2 d}{\epsilon_0 b(x(1-\epsilon_r) + L(2\epsilon_r - 1))}$$
$$F_Q = -\vec{\nabla} W_Q = \frac{1}{2}\frac{Q^2 d(1-\epsilon_r)}{\epsilon_0 b(x(1-\epsilon_r) + L(2\epsilon_r - 1))^2}$$

2. **Geladener Draht**

   Das Koordinaten-System in Zylinderkoordinaten sei so orientiert, dass die z-Achse durch den Draht durch geht.

$$\begin{aligned}
\vec{E}(\vec{r}) &= E(r)\vec{e}_r \\
\oiint_A \vec{E}(\vec{r})\,\mathrm{d}\vec{S} &= \int_V \frac{\rho(\vec{r})}{\epsilon_0}\,\mathrm{d}^3 r \\
\int_0^l \int_0^{2\pi} \mathrm{d}A\, E(r) &\overset{(*)}{=} \frac{1}{\epsilon_0}\int_0^l \lambda\,\mathrm{d}z \\
\int_0^l \mathrm{d}z \int_0^{2\pi} \mathrm{d}\phi\, rE(r) &= \frac{l\lambda}{\epsilon_0} \\
2\pi r l E(r) &= \frac{l\lambda}{\epsilon_0} \\
E(r) &= \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \\
\vec{E}(\vec{r}) &= \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}\vec{e}_r
\end{aligned}$$

   $(*)$ : Für die Stirnflächen eines Zylinders gilt: $\mathrm{d}\vec{S} \parallel \vec{e}_z \implies \mathrm{d}\vec{S}_{Stirnfl.} \cdot \vec{E} = 0$

3. **Funkengenerator**

$$T_l(\mathrm{Al}) = 933.47\,\mathrm{K} \quad , \quad c_M(\mathrm{Al}) = 24.2\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol\,K}}$$

$$\begin{aligned}
W &= \frac{1}{2}CU^2 \\
&\approx \frac{1}{2}\cdot 22000\,\mu\mathrm{F}\cdot(4\cdot 9\,\mathrm{V})^2 \\
&\approx 14.3\,\mathrm{J}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
W &= c_M n \Delta T \\
n &= \frac{W}{c_M(T_l - T_0)} \\
&\approx \frac{14.3\,\mathrm{J}}{24.2\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol\,K}}\cdot(933.47\,\mathrm{K} - 290\,\mathrm{K})} \\
&\approx 9.18\cdot 10^{-4}\,\mathrm{mol} = 0.0247\,\mathrm{g}
\end{aligned}$$

4. **Feldstärke einer Leiterplatte (num.)**

(a)

$$\sigma = \frac{Q}{A} = \frac{N^2 e}{(Nl)^2} = \frac{e}{l^2}$$
$$e = \sigma l^2 = 1\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{m}^2} \cdot l^2$$
$$l = \sqrt{\frac{e}{\sigma}} = \sqrt{\frac{e}{1\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{m}^2}}}$$

(b/c) [siehe hinten]

(c) Die numerische Lösung verhält sich mehr wie eine Punktladung, in der Hinsicht, dass die Feldstärke mit steigendem Abstand abfällt, im Gegensatz zur analytischen unendlichen Fläche, die ein konstantes E-Feld hat. Es fällt aber auch auf, dass sich die Propotionalität $E \propto \frac{1}{r^2}$ mit einem höherem $N$ und kleinerem $l$ der Propotionalität der unendlichen Leiterplatte $E \propto 1$ annähert (für kleine $d$).

E7

May 23, 2023

# 1 Jupyter-Notebook zur Experimentalphysik II, SS 2023

von Dr. Markus Merschmeyer und Sebastian Wiedenbeck, III. Physikalisches Institut A, RWTH Aachen University

## 1.1 Übungsaufgabe: Feldstärke einer Leiterplatte (numerisch)

[1]:
```python
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import scipy.constants as scc

eps0  = scc.epsilon_0
e     = scc.e
sigma = 1
```

[2]:
```python
def getFieldStrength(d=1.0, N=11, l=1.0):
    E = np.array([eps0 * e / d**2])
    for i in range(0, int(np.ceil(N/2))):
        for j in range(0, int(np.floor(N/2))):
            r = np.array([i*l, j*l, d])
            E += (4 * eps0 * e / r.dot(r)**(3/2) * r)[2]
    return E
```

[3]:
```python
for v_d in [0.1, 1.0, 10.0] :
    for v_N, v_l in [(21,0.5), (201,0.05), (2001,0.05)]:
        print ("E_z(d=",v_d,",N=",v_N,",l=",v_l,") = ",␣
 ↪getFieldStrength(v_d,v_N,v_l),"V/m")
```

```
E_z(d= 0.1 ,N= 21 ,l= 0.5 ) =  [7.23739541e-28] V/m
E_z(d= 0.1 ,N= 201 ,l= 0.05 ) =  [4.91959098e-27] V/m
E_z(d= 0.1 ,N= 2001 ,l= 0.05 ) =  [4.97758522e-27] V/m
E_z(d= 1.0 ,N= 21 ,l= 0.5 ) =  [4.32869808e-29] V/m
E_z(d= 1.0 ,N= 201 ,l= 0.05 ) =  [3.04787637e-27] V/m
E_z(d= 1.0 ,N= 2001 ,l= 0.05 ) =  [3.61743842e-27] V/m
E_z(d= 10.0 ,N= 21 ,l= 0.5 ) =  [5.09481199e-30] V/m
E_z(d= 10.0 ,N= 201 ,l= 0.05 ) =  [4.62125736e-28] V/m
E_z(d= 10.0 ,N= 2001 ,l= 0.05 ) =  [2.94492815e-27] V/m
```