

Experimentalphysik II (SS 2023/2024)

Übung 8

Tutorium: 2

Abgabe: 09.06.2023

Aufgabe 1: Driftgeschwindigkeit im Kupfer

(a)

$$\begin{aligned}
 j &= nqv \\
 v &= \frac{j}{nq} = \frac{I}{Anq} \\
 n &= n_A N_{frei} \frac{\rho V}{\rho_n} \\
 v &= \frac{I \rho_n}{\pi r^2 q n_A N_{frei} \rho V} \\
 &\approx \frac{500 \text{ mA} \cdot 63.5 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{\pi \cdot \frac{1}{2^2} \text{ mm}^2 \cdot (-1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}) \cdot 6.022 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}} \cdot 1 \cdot 8.92 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} \\
 &\approx -4.70 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}}{\text{s}} = -47.0 \frac{\mu\text{m}}{\text{s}}
 \end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned}
 j &= nqv \\
 \sigma_{el} E &= nqa\tau_s \\
 \frac{1}{\rho_s} E &= nq \frac{qE}{m_e} \tau_s \\
 \tau_s &= \frac{m_e}{\rho_s n q^2} \\
 &= \frac{m_e \rho_n}{\rho_s n_A N_{frei} \rho V q^2} \\
 &\approx \frac{9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 63.5 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{1.7 \cdot 10^{-8} \Omega \text{ m} \cdot 6.022 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}} \cdot 1 \cdot 8.92 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} (-1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C})^2} \\
 &\approx 2.47 \cdot 10^{-14} \text{ s}
 \end{aligned}$$

$$\Lambda = v\tau_s$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{3}{2}k_B T$$

$$v = \sqrt{\frac{3k_B T}{m_e}}$$

$$\Lambda = \tau_s \sqrt{\frac{3k_B T}{m_e}}$$

$$\approx 2.47 \cdot 10^{-14} \text{ s} \cdot \sqrt{\frac{3 \cdot 1.381 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot 300^\circ \text{ K}}{9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}}$$

$$\approx 2.89 \text{ nm}$$

Aufgabe 2: Innenwiderstand einer Batterie

(a)

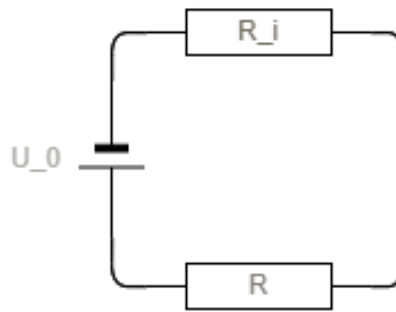


Figure 1: Schaltbild einer vereinfachten Batterie

(b)

$$-I_0 = I$$

$$-\frac{U_0}{R_{ges}} = \frac{U}{R}$$

$$U = -U_0 \frac{R}{R_{ges}} \quad , \quad \text{mit } R_{ges} = R + R_i$$

$$I = -\frac{U_0}{R_{ges}}$$

(c)

$$P = U \cdot I = R \left(\frac{U_0}{R_{ges}} \right)^2$$

$$\left| \frac{U}{U_0} \right| = \frac{R}{R_{ges}}$$
$$R = \left| \frac{U}{U_0} \right| R_{ges}$$

$$P = \left| \frac{U}{U_0} \right| \frac{U_0^2}{R_{ges}} = 0.85\% \frac{U_0^2}{R_i + R}$$

(d)

$$\rightarrow \begin{cases} U_1 = -U_0 \frac{R_1}{R_{ges}} = -U_0 \frac{R_1}{R_i + R_1} \\ I_1 = -\frac{U_0}{R_{ges}} = -\frac{U_0}{R_i + R_1} \\ U_2 = -U_0 \frac{R_2}{R_i + R_2} \\ I_2 = -\frac{U_0}{R_i + R_2} \end{cases}$$
$$\rightarrow \begin{cases} \frac{U_1}{I_1} = R_1 \\ \frac{U_2}{I_2} = R_2 \\ I_1(R_i + R_1) = I_2(R_i + R_2) \\ U_0 = -I_1(R_i + R_1) \end{cases}$$
$$\rightarrow \begin{cases} R_1 = \frac{U_1}{I_1} \\ R_2 = \frac{U_2}{I_2} \\ R_i = \frac{I_2 R_2 - I_1 R_1}{I_1 - I_2} \\ U_0 = -I_1 \left(\frac{I_2 R_2 - I_1 R_1}{I_1 - I_2} + R_1 \right) = I_1 I_2 \frac{R_1 - R_2}{I_1 - I_2} \end{cases}$$
$$\stackrel{(1)}{\rightarrow} \begin{cases} R_1 = 10.1 \pm 0.0715 \, \Omega \\ R_2 = 0.771 \pm 0.00263 \, \Omega \\ R_i = 0.0594 \pm 0.004 \, \Omega \\ U_0 = -3.20 \pm 0.0109 \, \text{V} \end{cases}$$

(1) : Fehlerfortpflanzung von Summen/Differenzen berechnet mit: $\sigma = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$ und bei Produkten/Brüchen mit: $\sigma = \mu_1 \mu_2 \sqrt{\left(\frac{\sigma_1}{\mu_1}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_2}{\mu_2}\right)^2}$

Aufgabe 3: Widerstandsmessung mit Wheatstone-Brücke

In den Punkten *a* und *b* gilt aufgrund der Knotenregel:

$$0 = I_1 - I_G - I_2 = I_1 - I_2 \quad (1)$$

$$0 = I_x + I_G - I_0 = I_x - I_0 \quad (2)$$

Außerdem gilt aufgrund der Maschenregel:

$$U_1 = U_x - U_G = U_x \implies I_1 R_1 = I_x R_x \quad (3)$$

$$U_2 = U_0 + U_G = U_0 \implies I_2 R_2 = I_0 R_0 \quad (4)$$

Und daher:

$$\begin{aligned}
 (3) \div (4) : \quad & \frac{I_1 R_1}{I_2 R_2} = \frac{I_x R_x}{I_0 R_0} \\
 (1) \wedge (2) : \quad & \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_x}{R_0} \\
 & R_x = R_0 \frac{R_1}{R_2} \\
 & = R_0 \frac{x}{L - x} \\
 & = 160 \Omega \frac{85 \text{ cm}}{1 \text{ m} - 85 \text{ cm}} \\
 & \approx 907 \Omega
 \end{aligned}$$

Aufgabe 4: Wasserkocher

$$\begin{aligned}
 R_{ges} &= R + R_0 \\
 R'_{ges} &= R + \frac{1}{\frac{1}{R_0} + \frac{1}{R_0}} = R + \frac{R_0}{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_0 &= \frac{U}{R_{ges}} = \frac{U}{R + R_0} \\
 I'_0 &= \frac{U}{R'_{ges}} = \frac{U}{R + \frac{R_0}{2}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 U_0 &= I_0 R_0 = \frac{U R_0}{R + R_0} \\
 U'_0 &= I'_0 \frac{R_0}{2} = \frac{U R_0}{2R + R_0}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P &= P' \\
 U_0 I_0 &= U'_0 I'_0 \\
 \frac{U R_0}{R + R_0} \frac{U}{R + R_0} &= \frac{U R_0}{2R + R_0} \frac{U}{R + \frac{R_0}{2}} \\
 (R + R_0)^2 &= (2R + R_0) \left(R + \frac{R_0}{2} \right) \\
 &= \frac{1}{2} (2R + R_0)^2 \\
 R^2 + R_0^2 + 2R R_0 &= \frac{1}{2} (4R^2 + R_0^2 + 4R R_0) \\
 0 &= R^2 - \frac{1}{2} R_0^2 \\
 R &= \frac{R_0}{\sqrt{2}} \approx \frac{25 \Omega}{\sqrt{2}} \approx 17.7 \Omega
 \end{aligned}$$

Aufgabe 5: Energieversorgung durch Solarzellen

(a)

$$\begin{aligned} P &\stackrel{(1)}{=} A_{eff} \cdot \rho_S \cdot \eta \\ &\stackrel{(2)}{=} \vec{A} \cdot \vec{\rho}_S \cdot \eta \\ &= \cos(\alpha) \cdot A \cdot \rho_S \cdot \eta \\ A &= \frac{P}{\cos(\alpha) \cdot \rho_S \cdot \eta} \\ &\approx \frac{9 \text{ kW}}{\cos(45^\circ) \cdot 1 \frac{\text{kW}}{\text{m}^2} \cdot 21\%} \\ &\approx 60 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (1) : & \begin{cases} A_{eff} \rightarrow \text{Der Sonne zugewandte Solarzellen-Fläche} \\ \rho_S \rightarrow \text{Strahlungsleistung der Sonne pro m}^2 \\ \eta \rightarrow \text{Wirkungsgrad der Solarzellen} \end{cases} \\ (2) : & \begin{cases} \vec{A} \rightarrow \text{Fläche der Solarzellen; Richtung ist der Normalvektor der Solarzellen} \\ \vec{\rho}_S \rightarrow \text{Strahlungsleistung der Sonne pro m}^2, \text{ Richtung ist die des Lichts} \end{cases} \end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned} \eta_{Nachbar} &= \eta_{th} \cdot \eta_{carnot} \\ &= \eta_{th} \cdot \left(1 - \frac{T_1}{T_2}\right) \\ &\approx 80\% \cdot \left(1 - \frac{273.15^\circ \text{ K} + 20^\circ \text{ K}}{273.15^\circ \text{ K} + 90^\circ \text{ K}}\right) \\ &\approx 15.4\% \end{aligned}$$

Der Wirkungsgrad der Solarzellen ist um etwa $\left(\frac{21}{15.4} - 1\right) \% \approx 36.4\%$ größer als der des Wasserresevoir + Carnotmaschine des Nachbars.

(c)

$$\begin{aligned}P &= \cos(\phi) \cdot A \cdot \rho_S \cdot \eta \\E &= \eta \rho_S A \int_{t_0}^{t_1} \cos(\phi(t')) \, dt' \\E_{Jahr} &\stackrel{(1)}{=} 365 \cdot \eta \rho_S A \int_{-\frac{T}{4}}^{\frac{T}{4}} \cos\left(2\pi \frac{t'}{T}\right) \, dt' \\&= \frac{365}{2\pi} \eta \rho_S A T \sin\left(2\pi \frac{t}{T}\right) \Big|_{-\frac{T}{4}}^{\frac{T}{4}} \\&= \frac{365}{2\pi} \eta \rho_S A T \left(\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) - \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right) \\&= \frac{365}{\pi} \eta \rho_S A T \\A &= \frac{\pi}{365} \frac{E_{Jahr}}{\eta \rho_S T} \\&\approx \frac{\pi}{365} \frac{6.2 \cdot 10^{20} \text{ J}}{21\% \cdot 1 \frac{\text{kW}}{\text{m}^2} \cdot 24 \text{ h}} \\&\approx 294000 \text{ km}^2\end{aligned}$$

(1) : Es muss für jeden Tag nur über den Zeitraum integriert werden, in dem die Sonne sich nicht auf der anderen Erdseite befindet.