III. Physikalisches Institut B, RWTH Aachen
Prof. Dr. Christopher Wiebusch, Dr. Philipp Soldin

Übungen zur Physik IV - SS 2024
Atome Moleküle Kerne

Übung 2

Ausgabedatum: 17.04.2024 Abgabedatum: 24.04.2024 Tag der Besprechung: 29.04.2024

Verständnisfragen

Kapitel 1.3

1. Wie können die Linien des *Wasserstoffspektrums* beschrieben werden?
2. Welche *Serien* gibt es im Linienspektrum?
3. Was ist die *Rydbergkonstante*?
4. Was ist der Ansatz des *Bohrschen Atommodells*?
5. Was ist der *Bohrsche Radius* und wie groß ist er?
6. Was sind die Energieniveaus des Wasserstoff?
7. Wie erklärt das Bohrsche Atommodell Spektrallinien?
8. Beschreiben Sie das *Franck-Hertz Experiment.*
9. Was sind die Erfolge des *Bohrschen Atommodells*? Was sind die Probleme?

Kapitel 1.4

10. Erläutern Sie die *zeitabhängige* und die *zeitunabhängige Schrödinger Gleichung*! Unter welchen Bedingungen kann die zeitunabhängige Gleichung verwendet werden?
11. Wie interpretiert man die Lösungsfunktionen der Schrödinger Gleichung?
12. Was ist der *Hamilton Operator*?
13. Was ist der *Hilbert Raum*?
14. Erläutern Sie das Ergebnis der Lösung der Schrödingergleichung in einem eindimensionalen Kastenpotential mit unendlichen Wänden.
15. Wiederholen Sie aus der Physik 3 die folgenden Anwendungsbeispiele der Schrödingergleichung:
    (a) Quantenmechanischer harmonischer Oszillator.
    (b) Streuung an einer Potentialbarriere.
16. Wie funktioniert ein Rastertunnelmikroskop?
17. Wie bestimmt man in der Quantenmechanik Erwartungswerte physikalischer Observablen?
18. Was ist Vertauschbarkeit (Kommutation) von Operatoren? Was schließt man, wenn zwei Operatoren vertauschen (kommutieren)?
19. Welche wichtigen Operatoren der Quantenmechanik kennen Sie?
20. Erläutern sie die *Bra-Ket* Schreibweise.

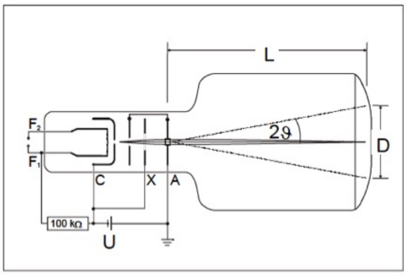

Abbildung 1: Zeichnung der Röhre für die Bestimmung des Streuwinkels.

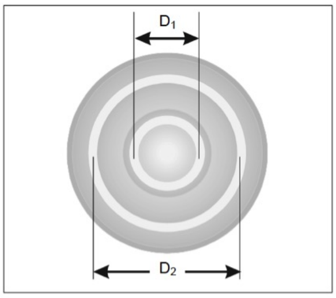

Abbildung 2: Darstellung der beobachteten Ringe.

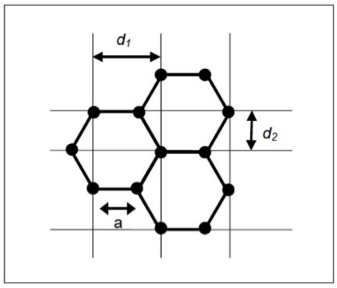

Abbildung 3: Gitterstruktur von Graphit.

Übungsaufgaben

Aufgabe 1 ★ ★ ★ ☆ ☆ (10 + 25 = 35 Punkte)

Elektronenbeugung an einem polykristallinen Gitter

In einer Elektronenbeugungsröhre werden die Elektronen von der Kathode emittiert und an einem mit Graphitpulver belegten Beugungsgitter gestreut (Debye-Scherrer-Verfahren, siehe Vorlesung). Es entstehen zwei Beugungsringe, da zwei verschiedene Netzebenenabstände vorkommen. Die Ringe werden auf dem Fluoreszenzschirm der Röhre beobachtet. Der Öffnungswinkel der Streukegel (und damit der Radius der Ringe) ändert sich mit der angelegten Beschleunigungsspannung aufgrund der Bragg-Bedingung und der de-Broglie-Beziehung. Die Tabelle gibt an welche Durchmesser der Beugungsringe bei unterschiedlichen Spannungen gemessen wurden. Die Messung des Abstands zwischen Graphitfolie und Fluoreszenzschirm ergab $L = 13.3\,\text{cm}$.

U/kV	D_1/cm	D_2/cm
3.0	2.8	5.0
3.5	2.7	4.7
4.0	2.6	4.4
4.5	2.5	4.1
5.0	2.4	3.9

(a) Berechnen Sie die de-Broglie Wellenlänge der Elektronen für jeden Messwert.

(b) Sie haben nun für die beiden Beugungsringe jeweils eine Gitterkonstante $d_1 = 2.13 \cdot 10^{-10}$m und $d_2 = 1.23 \cdot 10^{-10}$m gegeben. Tragen Sie mittels eines Python-Skripts oder Jupyter-Notebooks die Radien der Beugungsringe als Funktion von $\frac{1}{\sqrt{U}}$ auf und fitten Sie die Steigung. Nutzen Sie die de-Broglie-Beziehung aus dem ersten Aufgabenteil aus um diese Steigung zu beschreiben. Bestimmen Sie daraus das Plancksche Wirkungsquantum h. In dem Profil für das Jupyter Notebook der Vorlesung finden Sie eine Vorlage für diese Teilaufgabe. Bitte reichen sie einen Graphen mit Fit und Erklärung sowie das Endresultat ein. Hinweis: Beachten sie dazu, dass für kleine Winkel $\lambda = d\frac{D}{2L}$ gilt.

Aufgabe 2 ★ ★ ☆ ☆ ☆ (20 + 10 = 30 Punkte)

Bohrsches Atommodell

Das Bohrsche Atommodell berechnet die Gesamtenergie von Elektronen klassisch $E_{\text{ges}} = E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}}$. Quantenmechanisch gilt jedoch eine Ortsunschärfe für das Elektron.

(a) Drücken Sie die kinetische Energie E_{kin} des Elektrons als Funktion des Impulses aus und setzen Sie die Unschärferelation für den Impuls ein. Minimieren Sie die Gesamtenergie E des Elektrons als Funktion des Radius und berechnen Sie so den ersten Bohrschen Radius!

(b) Berechnen Sie die Bindungsenergie des ersten Bohrschen Radius!

Hinweis: Verwenden sie die Unschärfe Relation $\Delta p \cdot \Delta x \sim \hbar$ wobei Δp der Unschärfe Relation für p entspricht und Δx für den Radius r.

Aufgabe 3 ★ ★ ☆ ☆ ☆ **(10 + 5 + 15 + 5 = 35 Punkte)**

Kastenpotential

Nehmen Sie ein eindimensionales Kastenpotential mit unendlich hohen Wänden an

$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{für} \quad 0 \leq x \leq L \\ \infty & \text{sonst} \end{cases}$$

Dies stellt ein einfaches quantenmechanisches Atommodell dar. Ein Elektron befinde sich in einem Kasten der Breite L mit unendlich hohen Wänden. Seine Geschwindigkeit sei klein im Vergleich zur Lichtgeschwindigkeit. Bitte wiederholen Sie folgende Punkte:

(a) Welche Wellenlängen kann die dem Elektron zugeordnete de-Broglie-Welle haben, und welche kinetischen Energien ergeben sich daraus?

(b) Erläutern Sie mit Hilfe der Unschärferelation, warum im Grundzustand die kinetische Energie des Elektrons nicht Null sein kann.

(c) Erstellen Sie ein Python-Skript oder Jupyter-Notebook, um die Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Elektrons für die Quantenzahlen $n = 1, 2, 3$ als Funktion der Ortskoordinate x darzustellen. Dies entspricht drei Diagrammen, wobei die Kastenwände bei $x = 0$ und $x = L$ liegen (mit $L = 9$ cm). In dem Profil für das Jupyter Notebook der Vorlesung finden Sie eine Vorlage für diese Teilaufgabe.

(d) Beschreiben Sie, wie sich ein Elektron im Potentialtopf nach klassischer Vorstellung bewegen müsste. Erläutern Sie, ob diese Vorstellung mit den in Teilaufgabe c) skizzierten Verteilungen im Einklang ist.