

Experimentalphysik III (WS 2023/2024)

Übung 4

Tutorium: 8

Abgabe: 07.11.2023

Aufgabe 1: Zweilinsensystem

Welchen Abstand müssen zwei Sammellinsen von je 10 cm Brennweite haben, damit ihre Gesamtbrennweite $f = 8 \text{ cm}$ ist?

.....

$$\begin{aligned}
 D' &= D_1 + D_2 - dD_1D_2 \\
 &= 2D - dD^2 \\
 d &= \frac{2D - D'}{D^2} \\
 &\approx \frac{2 \cdot \frac{1}{10 \text{ cm}} - \frac{1}{8 \text{ cm}}}{\frac{1}{10^2 \text{ cm}^2}} \\
 &\approx 7.5 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M &= M_{T_3} \cdot M_{L_2} \cdot M_{T_2} \cdot M_{L_1} \cdot M_{T_1} \\
 &= \begin{pmatrix} 1 & \frac{b}{n_0} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -D_1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \frac{d}{n_0} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -D_2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \frac{g}{n_0} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} 1 - bD_1 - dD_1 - bD_2 + bdD_1D_2 & d + g + b - dgD_1 - bgD_2 - bgD_1 - bdD_2 + bgdD_1D_2 \\ -D_1 - D_2 + dD_1D_2 & 1 - gD_1 - dD_2 - gD_2 + gdD_1D_2 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 S_2 &= MS_1 \\
 &= M \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \alpha \end{pmatrix} \\
 &= \alpha \cdot \begin{pmatrix} d + g + b - dgD_1 - bgD_1 - bgD_2 - bdD_2 + bgdD_1D_2 \\ 1 - gD_1 - gD_2 - dD_2 + dgD_1D_2 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 S_2 &= \begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix} \\
 0 &= 1 - gD_1 - gD_2 - dD_2 + dgD_1D_2 \\
 &= 1 - 2gD - dD + dgD^2 \\
 &= 1 - 2 \left(8 \text{ cm} - \frac{d}{2} \right) D - dD + \left(8 \text{ cm} - \frac{d}{2} \right) dD^2, \quad \begin{cases} f = g + \frac{d}{2} = 8 \text{ cm} \\ g = 8 \text{ cm} - \frac{d}{2} \end{cases} \\
 &= 1 - 16 \text{ cm} \cdot D + dD - dD + 8 \text{ cm} \cdot dD^2 - \frac{d^2 D^2}{2} \\
 &= d^2 \frac{D^2}{2} - d \cdot 8 \text{ cm} \cdot D^2 - 1 + 16 \text{ cm} \cdot D \\
 d &= -\frac{D^2}{4} \pm \sqrt{16 \text{ cm} \cdot D^4 + 1 - 16 \text{ cm} \cdot D} \\
 &\approx -\frac{D^2}{4} \pm \sqrt{16 \text{ cm} \cdot D^4 + 1 - 16 \text{ cm} \cdot D}
 \end{aligned}$$

Aufgabe 2: Vorsatzlinse für Kamera

Aufgabe 3: Vergrößerung am Kepler'schen Fernrohr

Ein Keplersches Fernrohr besteht aus einem Objektiv mit Brennweite f_{obj} und einem Okular mit Brennweite f_{okl} die sich den selben Brennpunkt teilen.

(a)

Bestimmen Sie für einen Strahl der in der Höhe h und Winkel α das Objektiv trifft die Abbildungsmatrix. Das Objektiv ist eine plankonvexe Linse mit dem Radius von $r_1 = 24 \text{ cm}$, das Okular ist eine bikonvexe Linse mit Biegeradius $r_2 = 12 \text{ cm}$. Beide Linsen sind aus Kronglas mit einem Brechungsindex von $n_L = 1.6$ gefertigt.

$$D_1 = (n_L - n_0) \left(\frac{1}{r_{11}} + \frac{1}{r_{12}} \right) \approx (1.6 - 1) \left(\frac{1}{24 \text{ cm}} + \frac{1}{\infty \text{ cm}} \right) \approx \frac{1}{40} \text{ dpt}$$
$$D_2 = (n_L - n_0) \left(\frac{1}{r_{21}} + \frac{1}{r_{22}} \right) \approx (1.6 - 1) \left(\frac{1}{12 \text{ cm}} + \frac{1}{12 \text{ cm}} \right) \approx \frac{1}{10} \text{ dpt}$$

Abbildungsmatrix für das ganze System:

$$\begin{aligned} M &= M_{L_2} \cdot M_T \cdot M_{L_1} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -D_2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \frac{d}{n_0} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -D_1 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & \frac{d}{n_0} \\ -D_2 & 1 - D_2 \frac{d}{n_0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -D_1 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 - D_1 \frac{d}{n_0} & \frac{d}{n_0} \\ D_1 D_2 \frac{d}{n_0} - D_2 - D_1 & 1 - D_2 \frac{d}{n_0} \end{pmatrix} \\ &\approx \begin{pmatrix} -\frac{1}{4} & 50 \text{ cm} \\ 0 & -4 \end{pmatrix}, \quad \text{mit } \begin{cases} d = \frac{1}{D_1} + \frac{1}{D_2} = 50 \text{ cm} \\ n_0 \approx 1 \end{cases} \end{aligned}$$

(b)

Mit der Abbildungsmatrix:

$$\begin{aligned} S_2 &= M \cdot S_1 = M \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \alpha \end{pmatrix} \\ \Rightarrow \beta &= -4\alpha \\ V &= \frac{\tan \beta}{\tan \alpha} = \frac{\tan(-4\alpha)}{\tan \alpha} \approx -4, \quad \text{da } \tan \alpha = \alpha + \mathcal{O}(\alpha^3) \end{aligned}$$

Mithilfe die Geometrie:

$$V = \frac{\tan \beta}{\tan \alpha} = \frac{b_z/F_2}{-b_z/F_1} = -\frac{D_2}{D_1} = -4$$

Aufgabe 4: Öffnungsfehler plankonvexe Linse