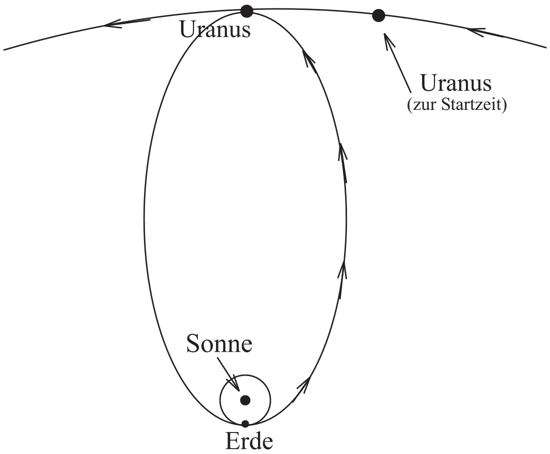
Übungen zur Experimentalphysik I — Blatt 9

Aufgabe 1: *Uranus-Mission*

6 Punkte $(1+1+2+1+1)$

Um eine Mission zum Planeten Uranus mit minimalem Verbrauch an Treibstoff auf den Weg zu bringen, sollte man ein Raumschiff in dieselbe Richtung wie die Bahnbewegung der Erde um die Sonne starten und in einen elliptischen Orbit um die Sonne bringen, mit dem Perihel (sonnennächster Punkt) auf der Erdumlaufbahn und dem Aphel (sonnenfernster Punkt) auf der Umlaufbahn des Uranus (siehe Abbildung). Vernachlässigen Sie Masse und Eigenrotation der Erde.



a) Berechnen Sie aus der minimalen Entfernung $r_{min} = 1$ AE und maximalen Entfernung $r_{max} = 19{,}2$ AE die große Halbachse a und die Exzentrizität ε der gesuchten Bahn.

b) Zeigen Sie, dass die Geschwindigkeit, die das Raumschiff braucht, um von der Erdbahn (d_E: mittlerer Abstand Erde-Sonne) aus dem Gravitationsfeld der Sonne (Masse M_S) zu entkommen, gegeben ist durch:

$$v_F = \sqrt{\frac{2\,G\,M_S}{d_E}}.$$

Hierbei soll das Gravitationsfeld der Erde vernachlässigt werden.

c) Nutzen Sie die Energieerhaltung aus, insbesondere, dass die Gesamtenergie des Raumschiffs (Masse m, hier vereinfachend als konstant anzunehmen) in Perihel und Aphel gleich ist und zeigen Sie, dass gilt:

$$E = -\frac{G\,M_S\,m}{2\,a}.$$

d) Lösen Sie den Ausdruck für die Gesamtenergie nach v auf und leiten Sie hiermit einen Ausdruck für die Geschwindigkeit des Raumschiffs als Funktion des Abstands r von Raumschiff und Sonne her:

$$|v| = v_F\sqrt{d_E\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{2a}\right)}.$$

e) Wie groß ist die benötigte Abschussgeschwindigkeit relativ zur Erdoberfläche, um das Raumschiff bei $r = d_E$ in eine elliptische Bahn zum Uranus zu bringen? Wie lange braucht das Raumschiff, um den Uranus zu erreichen?

Aufgabe 2: *Halleyscher Komet*

4 Punkte (1 + 3)

Der Halleysche Komet erreicht alle 76 Jahre sein Perihel. Die beobachtete minimale Entfernung des Kometen zum Sonnenmittelpunkt beträgt r_{min} =0,59 AE (1 AE=1,50·10^{11} m).

a) Benutzen Sie das 3. Keplersche Gesetz, um den Betrag der großen Halbachse für den Halleyschen Kometen zu bestimmen.

b) Bestimmen Sie die maximale Entfernung r_{max} und die Exzentrizität ε der Bahn.

Aufgabe 3: *Corioliskraft*

6 Punkte (1 + 2 + 2 + 1)

Ein Fadenpendel der Masse $m = 6$ kg und Pendellänge $L = 7$ m wird um den Winkel $\beta = 10°$ ausgelenkt und dann losgelassen. Der Versuch findet an einem Ort der geographischen Breite $\phi = 50°47'$ Nord statt, das Pendel schwingt in Nord-Süd-Richtung. Die Reibung kann vernachlässigt werden.

a) Wie groß ist die Corioliskraft beim Durchgang durch die Ruhelage?

b) Wie groß ist der minimale Krümmungsradius r der Bahn (in der Projektion der Bahn auf eine horizontale Unterlage) beim Durchgang durch die Ruhelage, die aus Sicht des nichtrotierenden Beobachters gemessen werden kann?

c) Wie groß ist die Dauer T einer vollen Drehung der Pendelebene in Bezug auf die Umgebung? Leiten Sie den Ausdruck dafür her, vgl. Skript-Teil 7, S. 27.

d) Was ändert sich, wenn man das Pendel anfangs in Ost-West-Richtung schwingen lässt?

Aufgabe 4: *Statisches Gleichgewicht Starrer Körper*

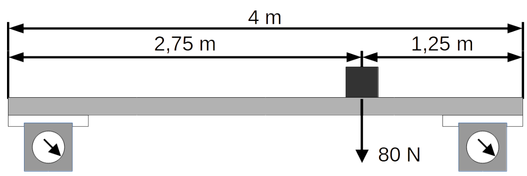
2 Punkte

Zeigen Sie, dass die Stabilitätsbedingung für einen starren Körper, "Der Körper bleibt in Ruhe, wenn Gesamtkraft und Gesamtdrehmoment bezüglich eines beliebigen Bezugspunktes null sind" (siehe Skriptteil 8, Seite 9), unabhängig vom gewählten Bezugspunkt ist.

Aufgabe 5: *Statisches Gleichgewicht starrer Körper*

3 Punkte

Ein 4 m langes masseloses Brett liegt an seinen beiden Enden je einer Waage. Auf dem Brett liegt ein Massestück mit einer Gewichtskraft von 80 N. Der Abstand zum linken Brettende beträgt 2,75 m, der zum rechten Ende 1,25 m. Was zeigen die beiden Waagen an?



Aufgabe 6: *Inertialsystem vs. rotierendes System*

4 Punkte

Reproduzieren Sie mit einem **numerischen Verfahren** die spiralförmige Bahn wie sie in Bild 34 rechts in Skriptteil 7 der Vorlesung gezeigt ist. Wir betrachten dazu ein rotierendes Bezugssystem mit $\omega = 0{,}01\,\mathrm{s}^{-1}$, wobei die Rotationsachse senkrecht zur gezeigten x-y-Ebene steht. Die Anfangsbedingungen für den Massenpunkt sind: $\vec{v}(t = 0) = \vec{0}$, $x(t = 0) = 0{,}11$ m, $y(t = 0) = 0$ m. Hinweis: Berechnen Sie numerisch die Bahn, indem Sie, anfangend bei $t = 0$, kleine Zeitschritte wählen und jeweils die wirkenden Kräfte und die resultierende Beschleunigung und die sich daraus ergebenden Geschwindigkeits- und Ortskoordinaten berechnen. Stellen Sie die so bestimmten Ortskoordinaten graphisch dar, ähnlich wie in der Vorlesung gezeigt.

Allgemeiner Hinweis: Bitte rechnen Sie grundsätzlich so lange wie möglich mit den Variablen, d.h. setzen Sie die gegebenen Zahlenwerte erst ganz am Schluss ein.