Name: Luca Cordes, 444900

Experimentalphysik III (WS 2023/2024)

Übung 7

Tutorium: 8 Abgabe: 28.11.2023

Aufgabe 1: Beugungsscheiben eines Sterns

Mit einer Kamera vom Öffungsverhältnis $\frac{D}{f} = \frac{1}{2.8}$, mit dem Öffnungsdurchmesser D und der Brennweite f , wird ein Stern fotografiert. Welchen Radius hat das auf dem Fotochip entstehende zentrale Beugungsscheibchen ($= 600\,\text{nm}$)?

....

Nach dem Rayleigh-Kriterium gilt für die Winkeldistanz bei der sich das Beugungsminimum erster Ordnung, des einen Objektes, mit dem Beugungsmaximum erster Ordnung, des anderen Objektes, überlappt:

$$\begin{aligned}
\sin\theta_{min} &= 1.22\frac{\lambda}{D} \\
r_{min} &= 1.22\frac{f\lambda}{D} \\
&\approx 1.22 \cdot 2.8 \cdot 600\,\text{nm} \\
&\approx 2050\,\text{nm}
\end{aligned}$$

Aufgabe 2: Spektrumüberlappung

Weisen Sie nach, dass das rote Ende ($\lambda_1 = 700\,\text{nm}$) des Spektrums 2. Ordnung eines Beugungsgitters vom violetten Ende des Spektrums 3. Ordnung ($\lambda_2 = 400\,\text{nm}$) überlappt wird

....

$$\begin{aligned}
\Delta\phi &= 2\pi\frac{d}{\lambda}\sin\theta \\
n &= \frac{d}{\lambda}\sin\theta\ , \quad \text{für konstr. Interferenz} \\
\theta_n &= \arcsin\left(\frac{n\lambda}{d}\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\theta_2(\lambda_1) &= \arcsin\left(\frac{2\cdot 700\,\text{nm}}{d}\right) \\
&= \arcsin\left(\frac{1400\,\text{nm}}{d}\right) \\
\theta_3(\lambda_2) &= \arcsin\left(\frac{3\cdot 400\,\text{nm}}{d}\right) \\
&= \arcsin\left(\frac{1200\,\text{nm}}{d}\right)
\end{aligned}$$

$$\implies \theta_2(\lambda_1) > \theta_3(\lambda_2)\ , \quad \text{da } \arcsin x \text{ streng monoton steigend}$$

Da das Ende des Spektrums 2. Ordnung mit einem größeren Winkel abgestrahlt wird als der Anfang des Spektrums 3. Ordnung, ist klar, dass sich die Spektren 2. und 3. Ordnung überlappen. Bei höheren Ordungen wird die Überlappung noch signifikanter werden.

Aufgabe 3: Laser auf gerader Oberfläche
Scheint man mit einem optischen Laser auf eine gerade Oberfläche, sieht man ein Scheibchen reflektierten Lichts (siehe Bild). Man erkennt, dass dem Intensitätsprofil des Lasers (circa gaussisch) eine granulare Feinstruktur überlagert ist. Betrachtet ein(e) Brillenträger(in) das Scheibchen ohne Brille in einer Distanz, in der er/sie nicht mehr scharf sehen kann, verschwimmt das Scheibchen. Die granulare Feinstruktur verschmiert interessanterweise nicht. (Jemand der üblicherweise keine Brille trägt, beobachtet den gleichen Effekt, wenn er das Scheibchen durch die Brille jemand anderes beobachtet).
Erklären Sie diese Beobachtung qualitativ!

....

Das Laserlicht ist nahezu perfekt kohärent. Wenn es auf die Oberfläche trifft, wird es gestreut; von jedem Punkt der Oberfläche geht nun eine Kugelwelle aus, dessen Phase von der mikroskopische Beschaffenheit der Oberfläche abhängt. Da das Licht zu diesem Zeitpunkt immer noch kohärent ist, interferiert es, und es bilden sich praktisch zufällig im Raum verteilte Intensitätsminima/maxima. Dieser Effekt findet unabhängig davon statt, ob das Licht in einer optischen Vorrichtung, wie dem Auge, gebrochen wird; Folglich kann der Effekt auch beobachtet werden, wenn die Augen des Beobachters nicht vollständig akkommodiert sind. Zusammenfassend handelt es sich also um ein Beugungs/Interferenzphänomen.

Aufgabe 4: Kohärenz beim Michelson-Interferometer
Bei Messungen mit einem Michelson-Interferometer wird bei einem der beiden Interferometer-Arme der Spiegel bewegt und dabei das Erscheinen und Verschwinden der Maxima im Zentrum des Interferenzbildes auf dem Schirm beobachtet. Im Interferenzmeter werde zunächst Licht der roten Cadmium-Linie mut der Wellenlänge $\lambda = 646.8\,\text{nm}$ und der Linienbreite $\Delta\lambda = 0.0013\,\text{nm}$ benutzt. Für die Abstrahlung gilt für die Frequenz ν und die Abstrahldauer t, $\nu \cdot t = 1$

(a) Wie groß ist die gesamte Verstellstrecke des Spiegels, innerhalb derer eine Interferenzbild zu beobachten ist?

....

Die Kohärenzzeit ist die Zeit, in der zwei Wellen verschiedener Wellenlänge ihre Phasenrelation um 180° wechselt, daher muss gelten:

$$
\begin{aligned}
l_c &= \begin{cases} n\lambda_1 \\ (n+1)\lambda_2 \end{cases} \\
\implies l_c &= \left(\frac{ct_c}{\lambda_1} + 1\right)\lambda_2 \\
&= \frac{\lambda_2}{1 - \frac{\lambda_2}{\lambda_1}} \\
&= \frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} \\
&= \frac{(\lambda + \Delta\lambda/2)(\lambda - \Delta\lambda/2)}{\Delta\lambda} \\
&= \frac{\lambda^2 - \Delta\lambda^2/4}{\Delta\lambda}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
l_c &\approx \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}\ , \quad \text{für } \Delta\lambda \ll \lambda \\
&= \frac{(643.8 \cdot 10^{-9})^2}{0.0013 \cdot 10^{-9}} \\
&\approx 0.319\,\mathrm{m}
\end{aligned}
$$

Im Interferemeter lässt sich auf einer gesamten Verstellstrecke von ca. 0.319 m ein Interferenzbild beobachten.

(b) Wie groß ist sie, wenn man Licht eines Helium-Neon-Lasers mit $\lambda = 632.8\,\mathrm{nm}$ und einer Frequenzstabilität von $2 \cdot 10^{-10}$ benutzt?

....

Aufgabe 5: Fresnelsche Zonenplatte

Eine Zonenplatte ist eine ebene Glasplatte mit konzentrischen Kreisringen, die abwechselnd lichtdurchlässig und lichtundurchlässig sind. Die innerste Kreisfläche ist dabei lichtundurchlässig. Bestimmen Sie die Radien der Kreisringe so, dass die Platte als symmetrischen bikonvexen Sammellinse wirkt

(a) Wie müssen die Radien gewählt werden, wenn Licht der Wellenlänge 600 nm mit einer Brennweite von 50 cm fokussiert werden soll?

....

Es wird die Phasendifferenz im Fokuspunkt zwischen einem Lichtstrahl der durch die optische Achse verläuft, und einem der im Abstand r von der optischen Achse gebeugt wurde, berechnet. Ziel ist es den Kreis in Zonen einzuteilen, in denen jeweils konstruktive/destruktive Interferenz stattfindet. Für die Radien r_n an denen konstruktive zu destruktiver Interferenz wechselt, muss gelten, dass die überlagerte normierte Amplitude gleich eins ist, also weder konstruktive noch destruktive Interferenz stattfindet:

$$
\phi(r) = \frac{2\pi\sqrt{f^2 + r^2}}{\lambda}
$$

$$
\begin{aligned}
n\pi &= \Delta\phi = \phi(r) - \phi(0)\ ,\ n \in \mathbb{N} \\
&= \frac{2\pi\sqrt{f^2 + r_n^2}}{\lambda} - \frac{2\pi f}{\lambda} \\
r_n &= \sqrt{\left(\frac{n\lambda}{2} + f\right)^2 - f^2} \\
&= \sqrt{n\lambda f + \frac{n^2\lambda^2}{4}}
\end{aligned}
$$

(b) Vergleichen Sie die chromatische Aberration $\frac{\mathrm{d}D}{\mathrm{d}\lambda}$ dieser Zonenplatte mit der einer Sammellinse aus Flintglas mit der gleichen Brennweite

....

Für die chromatische Abberation der Sammellinse aus Flintglas gilt:

$$
\begin{aligned}
D &= \frac{2(n_L(\lambda) - n_0)}{r} \\
r &= 2f(n_L(600\,\mathrm{nm}) - n_0) \\
&= 2 \cdot 50\,\mathrm{cm} \cdot (1.61 - 1)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&= 61\,\mathrm{cm} \\
\frac{\mathrm{d}D}{\mathrm{d}\lambda} &= \frac{2}{r}\frac{\mathrm{d}n_L}{\mathrm{d}\lambda} \\
&= -\frac{2}{61\,\mathrm{cm}} \cdot 0.97 \cdot 10^5\,\mathrm{m}^{-1} \\
&\approx -31.8\,\mathrm{cm}^{-2}
\end{aligned}
$$

Für die Fresnelsche Linse gilt hingegen:

$$
\begin{aligned}
r_n &= \sqrt{n\lambda f + \frac{n^2}{4}\lambda^2} \\
&\approx \sqrt{n\lambda f}\ , \quad \text{da } \lambda \ll f
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
D &= \frac{1}{f} = \frac{n\lambda}{r_n^2} \\
\frac{\mathrm{d}D}{\mathrm{d}\lambda} &= \frac{n}{r_n^2} \\
&= \frac{1}{\lambda_0 f} \\
&\approx 3.33\,\mathrm{m}^{-2}
\end{aligned}
$$

Es fällt auf, dass die Brechkraft der Fresnellinse mit steigender Wellenlänge zunimmt, bei der Linse aus Flintglas andersrun; Außerdem ist die chormatische Abberation der Fresnellinse um mehrere Größenordnungen stärker.