Experimentalphysik III - Zusammenfassung

Luca Cordes

WS 2023/2024

Inhaltsverzeichnis

1 Licht

1.1 Fermat's Prinzip

Die geometrische Optik lässt sich mathematisch elegant beschreiben wenn man den Lichtweg $L = \int |\vec{r}(t)| \cdot n(\vec{r}(t))\,\mathrm{d}t$ definiert. Er ist der normale Weg, gewichtete mit dem lokalen Brechungsindex. Das Licht nimmt immer den Weg, der den Lichtweg extremal werden lässt. Zur Erinnerung: Es gilt $n = \frac{c}{v}$
Es Weg des Lichts kann daher formal mithilfe der Euler-Lagrange Gleichungen beschrieben werden:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\vec{x}}} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \vec{x}}\ , \quad \text{mit } \mathcal{L} = |\vec{r}(t)| \cdot n(\vec{r}(t))$$

1.2 Snell's Gesetz

Reist ein Lichtstrahl von einem Medium mit Brechungsindex n_1 in ein zweites mit Brechungindex n_2, wird er gebrochen. Der Winkel kann mithilfe von Snell's Gesetz berechnet werden:

$$\frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{n_a}{n_b}$$

2 Strahlenoptik

2.1 Allgemein

Abbildungsmaßstab:	$\beta = \frac{B}{G}$
Gegenstandsweite:	$g \cong$ Distanz Linse/Gegenstand
Bildweite:	$b \cong$ Distanz Linse/Bild
Gegenstandsweite:	$G \cong$ Gegenstand
Bildweite:	$B \cong$ Bild
Abbildungsmaßstab:	$\beta = \frac{B}{G}$
Deutliche Sehweite:	$s_0 = 25\,\mathrm{cm}$
Vergrößerung:	$V = \frac{\tan\varepsilon}{\tan\varepsilon_0}$

2.2 Dünne Linsen in Paraxialer Näherung

Linsengleichungen:

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \qquad \text{und} \qquad \frac{b}{g} = \frac{B}{G}$$

Linsenmachergleichung:

$$D = \frac{n_0}{f} = (n_L - n_0)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)$$

Brechkraft eines optischen Systems:

$D = D_1 + D_2 - dD_1D_2$, mit $d \cong$ Distanz zwischen Linsen

2.3 Dicke Linsen

Linsenmachergleichung:

$$D = \frac{n_0}{f} = (n_L - n_0)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right) + \frac{(n_L - n_0)^2}{n_L}\frac{d}{r_1 r_2}$$

Haubtebenen:

$$h_1 = \frac{n_L - n_0}{n_L}\frac{fd}{r_2}$$
$$h_2 = -\frac{n_L - n_0}{n_L}\frac{fd}{r_1}$$

Newtonsch'sche Abbildungsgleichung

$$z \cdot z' = f_B \cdot f_G$$

2.4 Matrizen-Optik

Zustandsvektor: $\vec{v} = \begin{pmatrix} x \\ n\alpha \end{pmatrix}$

Freie Ausbreitung: $\mathbf{M}_T = \begin{pmatrix} 1 & \frac{s}{n_0} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Brechung: $\mathbf{M}_B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n_0 - n_L}{R} & 1 \end{pmatrix}$

Dünne Linse: $\mathbf{M}_L = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -D & 1 \end{pmatrix}$

Dicke Linse:

$$\mathbf{M}_{\bar{L}} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{n_L - n_0}{n_L}\frac{d}{R_1} & \frac{d}{n_L} \\ -D & 1 + \frac{n_L - n_0}{n_L}\frac{d}{R_2} \end{pmatrix}$$

2.5 Bildfehler

Öffnungsfehler:

Koma:

Astigmatismus:

Verzeichung:

3 Fotometrie

3.1 Allgemein

Strahlungsphysikalische Größen			Lichttechnische Größen		
Name	**Definition**	**Einheit**	**Name**	**Definition**	**Einheit**
Strahlungsfluss	Φ_E	1 W	Lichtstrom	Φ_V	1 lm
Strahlungsmenge	$Q_E = \int \Phi_E dt$	1 J	Lichtmenge	$Q_V = \int \Phi_V dt$	1 lms
Strahlstärke	$I_E = \frac{d\Phi_E}{d\Omega}$	$1\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{sr}}$	Lichtstärke	$I_V = \frac{d\Phi_V}{d\Omega}$	1 cd
Strahldichte	$L_E = \frac{1}{\cos\varphi}\frac{d\Phi_E}{dAd\Omega}$	$1\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2 sr}}$	Leuchtdichte	$L_V = \frac{1}{\cos\varphi}\frac{d\Phi_V}{dAd\Omega}$	$1\frac{\mathrm{cd}}{\mathrm{m^2}}$
Bestrahlungsstärke	$E_E = \frac{d\Phi_E}{dA}$	$1\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2}}$	Beleuchtungsstärke	$E_V = \frac{d\Phi_V}{dA}$	1 lx
			Belichtung	$H_V = \int E_V dt$	1 lxs

3.2 Gesetze

Stefan-Boltzmann-Gesetz:

$\Phi_E = \sigma \cdot A \cdot T^4$

$\sigma = 5.670 \cdot 10^{-8}\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2K^4}}$, Stefan-Boltzmann-Konstante

Wien'sches Verschiebungsgesetz:

Ist λ_{max} die Wellenlänge, bei der die Emission eines Schwarzerkörpers die maximale Intensität zeigt, so gilt:

$$\lambda_{max} \cdot T = \mathrm{const.} = 2.8978 \cdot 10^{-3}\mathrm{m\,K}$$

Rayleigh-Jean-Gesetz:

Das Rayleigh-Jean-Gesetz beschreibt die Abstrahlungsleistungspektrum bei hohen Wellenlängen:

$$M_E(\lambda) := \frac{\mathrm{d}\Phi_E(\lambda)}{\mathrm{d}\lambda} = 2\pi kc\frac{T}{\lambda^4}$$

Wien'sches Strahlungsgesetz:

Das Wien-Gesetz beschreibt die Abstrahlungsleistungspektrum bei niedrigen Wellenlängen:

$$M_E(\lambda) = \frac{c_1}{\lambda^5}\frac{1}{e^{\frac{c_2}{\lambda T}}} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5}\frac{1}{e^{\frac{hc}{k_B}\frac{1}{\lambda T}}}$$

4 Wellenoptik

4.1 EM-Wellen:

Eine ebene Welle wird mathematisch beschrieben durch:

$$\mathbf{E} = E_{0x}\vec{e}_x e^{i(\omega t - kz)} + E_{0y}\vec{e}_y e^{i(\omega t - kz + \delta)}$$

Für $\delta = 0$ ist die Welle linear polarisiert. Für $\delta = \pm\frac{\pi}{2}$ ist sie rechts-/linksdrehend.
Überlagern sich die Amplituden zweier kohärenter Wellen, so ist die Intensität:

$$\langle I \rangle = 4\langle I_0 \rangle \cos^2\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)$$

Und allgemein für zwei Wellen mit Phasendifferenz $\Delta\phi$:

$$\begin{aligned}
\langle I \rangle &= \varepsilon_0 c \big\langle (\vec{E}_1 + \vec{E}_2)^2 \big\rangle \\
&= \varepsilon_0 c \left[\big\langle \vec{E}_1^2 \big\rangle + 2\big\langle \vec{E}_1 \vec{E}_2 \big\rangle + \big\langle \vec{E}_1 2^2 \big\rangle \right] \\
&= \big\langle I_1 \big\rangle + \big\langle I_{12} \big\rangle + \big\langle I_2 \big\rangle \\
\langle I_{12} \rangle &= \varepsilon_0 c E_{01} E_{02} \cos(\Delta\phi) = \varepsilon_0 c \sqrt{\langle I_1 \rangle \langle I_2 \rangle} \cos(\Delta\phi)
\end{aligned}$$

4.2 Kohärenz

Zeitliche Kohärenz

Zeitspanne Δt_c in der sich die Phasendifferenz $\Delta\phi_{12}(\vec{r}, t) = \phi_1(\vec{r}, t) - \phi_2(\vec{r}, t)$ um weniger als 2π ändert.
Man definiert hier auch die Kohärenzlänge $\Delta l_c = c \cdot \Delta t_c$.

Räumliche Kohärenz

Analog definiert man die räumlihe Kohärenz, wenn eine Wellenfront ihre Phasendifferenz $\Delta\phi_{12}(\vec{r}, t) = \phi_1(\vec{r}, t) - \phi_2(\vec{r}, t)$ zwischen zwei an zwei Orten um weniger als 2π ändert.

Kohärenzlänge realer Lichtquellen

Die Emission eine Wellenzuges durch ein angeregtes Atom dauert ca. 1 bis 10ns ($= \Delta t_c$). In einem Wellenzug koexistieren verschiedene Frequenzen, die einer Verteilung folgen. Man nennt $\Delta f = \frac{1}{\Delta t_c}$ die Frequenzbreite. Die Kohärenzlänge lasst sich in erster Näherung berechnen als $l_c = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$.

4.3 Interferenzphänomene

Doppenspalt:

$$\text{Maxima:} \qquad \sin\theta_{max} = \frac{n\lambda}{d}$$

$$\text{Minima:} \qquad \sin\theta_{min} = \left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{d}$$

Einzelspalt:

$$\text{Maxima:} \qquad \sin\theta_{max} = \left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{d}$$

$$\text{Minima:} \qquad \sin\theta_{min} = \frac{n\lambda}{d}$$

Gitter:

$$\text{Maxima:} \qquad \sin\theta_{max} = \frac{n\lambda}{d}$$

$$\text{Minima:} \qquad \sin\theta_{min} = \frac{n\lambda}{d}$$

Lochblende:

$$\text{Minimum:} \qquad \sin\theta_{min} = 1.22\frac{\lambda}{D}$$

4.4 Beugungsphänomene

Frauenhofer Beugung:

Abstand des Objektes zum Schirm groß $\rightarrow$ Stahlen annähernd parallel $\rightarrow$ Beugungsbild nur Richtungsabhängig.

Fresnel Beugung:

Abstand des Objektes zum Schirm *nicht* groß $\rightarrow$ Stahlen nicht parallel $\rightarrow$ Beugungsbild Distanz und Richtungsabhängig.

Fresnel-Kirchhoff'sches Beugungsintegral

Die Amplitude und Phase auf einem Schirm ($z = 0$) sei durch $\vec{E}_0(x, y)$ und $\phi(x, y)$ gegeben. Dann ist die Amplitude an einem Punkt $P = (x, y, z)^T$:

$$\vec{E}_P(x, y, z) = \iint\limits_{z=0} K(\beta)\frac{\vec{E}_0(x', y')}{r_A} e^{i(\phi(x',y') - kr_A)}\,\mathrm{d}x'\,\mathrm{d}y'$$

$$\text{mit } r_A = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + z^2}$$

Fresnel-Linse

$$\text{Radien:} \qquad r_n = \sqrt{n\lambda f + \frac{n^2\lambda^2}{4}} \overset{f \gg n\lambda}{\approx} \sqrt{n\lambda f}$$

Lochblende

Position der ersten Minima und Maxima hinter einer Lochblende. Angegeben sind die Werte für $\frac{kD}{2\pi}\sin\theta_{min}$ bzw. $\frac{kD}{2\pi}\sin\theta_{max}$. Außerdem ist die Intensität der Nebenmaxima im Verhältnis zum zentralen Maximum angegeben.

	1. Ordnung	2. Ordnung	3. Ordnung
Minimum	1,2197	2,2331	3,2383
Maximum	1,6347	2,6793	3,6987
I_{max}/I_0	0,0175	$4{,}16 \cdot 10^{-3}$	$1{,}60 \cdot 10^{-3}$

Rayleigh-Kriterium

Die maximale Auflösung eines optischen Systems ist durch Beugungseffekte am Rand der Linse fundamental beschränkt. Das Rayleigh-Kriterium definiert die minimale auflösbare Winkeldistanz als die Winkeldistanz bei der sich das Beugungsminimum erster Ordnung, des einen Objektes, mit dem Beugungsmaximum erster Ordnung, des anderen Objektes, überlappen würde:

$$\sin\theta_{min} = 1.22\frac{\lambda}{D} \quad \Longrightarrow \quad r_{min} = 1.22\frac{f\lambda}{D}$$

5 Polarisation

Allgemein

1. Lineare Polarisation:
   Ein Strahl, dessen $\vec{E}$-Feld in nur einer konstanten Ebene schwingt, z.B $\vec{E}(\vec{r}) = \hat{E}e^{i(\vec{k}\vec{r}+\omega t)}$. Er kann als Superposition zweier zirkular polarisierter Strahlen dargestellt werden, die konträren Drehsinn haben, z.B. überlagern sich die beiden Wellen $(x,)$.

2. Zirkulare Polarisation:
   Ein Strahl, dessen $\vec{E}$-Feld im Betrag konstant ist, und um die Ausbreitungsrichtung kreist. Er kann als Überlagerung zweier orthogonaler, linear polarisierter Strahlen dargestellt werden, die zueinnander um 90° phasenverschoben sind, z.B. $(x, \sin x, \sin(x + \pi/2))$

3. Optische Achse (Kristalloptik):
   Die optische Achse ist bei einem anisotropen Kristall jene Achse, entlang derer jede Polarisationsrichtung den gleichen Brechungsindex hat.

4. Haubtschnitt:
   Der Haubtschnitt ist jene Ebene, die durch die optische Achse und die Ausbreitungsrichtung des Lichts aufgespannt wird.

5. (Außer)Ordentlicher Strahl:
   Der ordentliche Strahl eines Lichtstrahls ist jeder Teil dessen $\vec{E}$-Feld *senkrecht* zum Haubtschnitt schwingt. Beim außerordentlichen findet die Schwingung dem entsprechend in der Ebene (Haubtschnitt) statt.
   Die Brechungsindizes von ordentlichem und außerordentlichem Strahl sind jeweils n_o und n_{ao}.

Polarisationsfilter (Gesetz von Malus)

$$I' = I \cdot \cos^2(\Delta\theta)$$

Lambda/4-Plättchen

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} d\,\Delta n$$

Fresnel'sche Formeln

Trifft ein Lichtstrahl unter einem Winkel α zum Lot auf eine Grenzfläche zweier Medien mit Brechungszahlen n_1 und n_2, so wird er in einen reflektierten und einen gebrochenen Strahl aufgespalten. Ihre Amplituden sind durch die Reflexions- und Transmissionskoeffizienten für die Anteile an Polarisation in der Einfallsebene (Index p) und senkrecht dazu (Index n) gegeben:

$$\begin{aligned} r_n &= \frac{n_1\cos\alpha - n_2\cos\beta}{n_1\cos\alpha + n_2\cos\beta} \\ r_p &= \frac{n_2\cos\alpha - n_1\cos\beta}{n_2\cos\alpha + n_1\cos\beta} \\ t_n &= \frac{2n_1\cos\alpha}{n_1\cos\alpha + n_2\cos\beta} \\ t_p &= \frac{2n_2\cos\alpha}{n_2\cos\alpha + n_1\cos\beta} \end{aligned}$$

Anisotropie durch Spannung

Setzt man ein Material unter Spannung (Kraftvektor $\vec{F}$), kann das Material anisotrop werden. Der ordentliche Strahl ist orthogonal zu $\vec{F}$, der außerordentliche parallel.

Faraway Effekt

Linear polarisiertes Licht wird reist durch ein Material, das von einerm starken B-Feld entlang der Ausbreitungsrichtung durchsetzt ist. Es wird dabei um einen Winkel $\alpha = V\,L\,B$, V = Verdet-Konstante gedreht. Es lässt sich erklären, wenn man das linear polarisierte Licht als Überlagerung zweier zirkular polarisierter Strahlen betrachtet. Die beiden Wellen regen Elektronen zu einer Kreisbahn an, die einen Dipolmoment erzeugt, der je nach Richtung energetisch günstig oder ungünstig im B-Feld liegt.

Kerr-Effekt

Equivalent zum Faraway Effekt, jedoch wird hier ein E-Feld angelegt. Es bildet sich erneut ein anisotropes Material, da das äußere E-Feld die Schwingungseigenschaften der Elektronen beeinflusst. Die optische Achse liegt entlang der E-Feld Richtung. Die Erzeugung von

Dipolen ist proportional zu E, und die Ausrichtung der Dipole auch, insgesamt also $\propto E^2$:

$$\Delta n = n_{ao} - n_o = K\lambda E^2 \ , \ K = \text{Kerr-Konstante}$$
$$\Delta\phi = 2\pi L K E^2$$

Pockels-Effekt

Wie Kerr-Effekt, jedoch linear in E. Der Effekt ist um mindestens eine Größenordnung stärker als der Kerr-Effekt, bei gleicher Feldstärke. Der Effekt ist stark Richtungsabhängig.

$$\Delta n = n_{ao} - n_o = n^3 r_{\text{eff}} E \ , \ r_{\text{eff}} = \text{effektiver elektrootischer Tensor}$$

Spiegel-Isomerie

Eine Lösung mit chiralen Molekülen dreht den Winkel des einfallenden linear polarisierten Licht.

$$\begin{aligned} \alpha &= [\alpha]_\lambda^T \cdot \beta \cdot L \\ [\alpha]_\lambda^T &= \text{spezifischer Drehwinkekl} \\ \beta &= \text{Konzentration} \end{aligned}$$