Name: Luca Cordes, 444900

Experimentalphysik II (SS 2023/2024)
Übung 3

Tutorium: 2 Abgabe: 28.04.2023

1. **Wärmestrahlung**
   Für die Emission des Kupferballs gilt:

$$\begin{aligned}
\sigma A T^4 = P &= -\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} = -\frac{cM\,\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} \\
\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} &= -\frac{\sigma A}{cM}T^4 \\
&= -\frac{\sigma \cdot 4\pi r^2}{c \cdot \rho \cdot \frac{4}{3}\pi r^3}T^4 \\
&= -3\frac{\sigma}{c\rho r}T^4
\end{aligned}$$

Aufgrund des thermischen Gleichgewichts des Behältnisses gilt:

$$\begin{aligned}
0 &= \dot{E}_E + \dot{E}_A \\
&= -\varepsilon\sigma A T_B^4 + \alpha A S \\
S &= \frac{\varepsilon}{\alpha}\sigma T_B^4 \\
&= \sigma T_B^4
\end{aligned}$$

Damit gilt für die Absorption des Kupferballs:

$$\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} &= AS \\
\frac{cM\,\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} &= A\sigma T_B^4 \\
\dot{T} &= \frac{A\sigma T_B^4}{cM} \\
&= \frac{4\pi r^2 \cdot \sigma T_B^4}{c \cdot \rho\frac{4}{3}\pi r^3} \\
&= 3\frac{\sigma}{c\rho r}T_B^4
\end{aligned}$$

Insgesamt:

$$\begin{aligned}
\dot{T} &= \dot{T}_E + \dot{T}_A \\
&= 3\frac{\sigma}{c\rho r}\left(T_B^4 - T^4\right) \\
&\approx 3\frac{5.77 \cdot 10^{-8}\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2K^4}}}{383\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K\,kg}} \cdot 8920\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m^3}} \cdot \frac{5}{100}\,\mathrm{m}}\left((30\ ^\circ\mathrm{C})^4 - (5\ ^\circ\mathrm{C})^4\right) \\
&\approx 8.20 \cdot 10^{-4}\,\frac{\mathrm{K}}{\mathrm{s}}
\end{aligned}$$

2. **Arbeit und Leistung**

(a)

$$\begin{aligned}|Q_{ab}| &= 4\,\mathrm{J} \\ |Q_{zu}| &= (1-\eta)\,|Q_{ab}| \\ &= \left(1-\frac{17}{100}\right) 4\,\mathrm{J} \\ &\approx 3.32\,\mathrm{J} \\ W &= \eta\,|Q_{ab}| \\ &= \frac{17}{100}\cdot 4\,\mathrm{J} \\ &\approx 0.68\,\mathrm{J}\end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned}P &= W \cdot f \\ &\approx 0.68\,\mathrm{J}\cdot 10\,\frac{1}{\mathrm{s}} \\ &\approx 6.80\,\mathrm{W}\end{aligned}$$

3. **Erster Haubtsatz**

(a)

$$\begin{aligned}\Delta U_{ACB} &= \Delta Q_{ACB} - \Delta W_{ACB} \\ &= 220\,\mathrm{J} - 60\,\mathrm{J} \\ &= 160\,\mathrm{J}\end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned}\Delta Q_{ADB} &= \Delta U_{ADB} + \Delta W_{ADB} \\ &= \Delta U_{ACB} + \Delta W_{ADB} \\ &= 160\,\mathrm{J} + 20\,\mathrm{J} \\ &= 180\,\mathrm{J}\end{aligned}$$

(c)

$$\begin{aligned}\Delta U_{BA} &= \Delta Q_{BA} + \Delta W_{BA} \\ -\Delta U_{ACB} &= \Delta Q_{BA} + \Delta W_{BA} \\ \Delta Q_{BA} &= -\Delta U_{ACB} - \Delta W_{BA} \\ &= -160\,\mathrm{J} - 40\,\mathrm{J} \\ &= -200\,\mathrm{J}\end{aligned}$$

(d)

$$\begin{aligned}
\Delta U_{AD} &= \Delta Q - \Delta W \\
&= \frac{3}{2} N k_B \Delta T - p\Delta V \\
&= \frac{3}{2} N k_B \cdot \frac{p\Delta V}{N k_B} - p\Delta V \\
&= \frac{3}{2} p\Delta V - p\Delta V \\
&= \Delta Q - \frac{2}{3}\Delta Q \\
\Delta Q &= 3\Delta U_{AD} \\
&= 3 \cdot 40\,\mathrm{J} \\
&= 120\,\mathrm{J}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Delta Q_{AB} &= -\Delta Q_{BA} \\
&= 200\,\mathrm{J}
\end{aligned}$$

4. **Ideales Gas**

(a)

$$\begin{aligned}
\Delta U &= \frac{3}{2} n n_A k_B \Delta T \\
&\approx \frac{3}{2}\frac{1}{2}\,\mathrm{mol} \cdot 6.022 \cdot 10^{23}\,\frac{1}{\mathrm{mol}} \cdot 1.381 \cdot 10^{-23}\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}} \cdot 375\,\mathrm{K} \\
&\approx 2340\,\mathrm{J} \\
\Delta Q &= 0 \\
\Delta W &= \Delta U
\end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned}
\Delta U &= \frac{3}{2} n n_A k_B \Delta T \\
&\approx 2340\,\mathrm{J} \\
\Delta Q &= 2500\,\mathrm{J} \\
\Delta W &= \Delta U - \Delta Q \\
&\approx 2340\,\mathrm{J} - 2500\,\mathrm{J} \\
&= -160\,\mathrm{J}
\end{aligned}$$

(c)

$$\begin{aligned}\Delta U &= \frac{3}{2} n n_A k_B \Delta T \\ &\approx 2340\,\mathrm{J} \\ \Delta W &= -p\Delta V \\ &= -n n_A k_B \Delta T \\ &\approx -1560\,\mathrm{J} \\ \Delta Q &= \Delta U - \Delta W \\ &= \frac{5}{2} n n_A k_B \Delta T \\ &\approx 3900\,\mathrm{J}\end{aligned}$$

(d)

$$\begin{aligned}\Delta U &= \Delta Q \\ \Delta Q &= \frac{3}{2} n n_A k_B \Delta T \\ &\approx 2340\,\mathrm{J} \\ \Delta W &= 0\end{aligned}$$

5. **Stirling-Prozess**

(a)

$$\begin{aligned}0 &= \Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} + \Delta U_{CD} + \Delta U_{DA} \\ &= \frac{3}{2} N k_B \left(\Delta T_{AB} + \Delta T_{BC} + \Delta T_{CD} + \Delta T_{DA}\right) \\ &= \frac{3}{2} N k_B \left(0 + \Delta T_{BC} + 0 + \Delta T_{DA}\right) \\ &= \Delta U_{BC} + \Delta U_{DA} \\ |\Delta U_{BC}| &= |\Delta U_{DA}|\end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned}\Delta W_1 &= -p_1 \Delta V \\ &= -\frac{k_B N T_1}{V} \Delta V\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}W_1 &= k_B N T_1 (\ln V_1 - \ln V_2) \\ &= k_B N T_1 \ln \frac{V_1}{V_2}\end{aligned}$$

$$\Delta Q_2 = -\frac{3}{2} N k_B \Delta T$$

$$W_2 = k_B N T_2 \frac{V_2}{V_1}$$

$$\Delta Q_4 = -\Delta Q_2$$

$$\begin{aligned}\eta_1 &= -\frac{W}{\Delta Q} \\ &= \frac{W_1 + W_2}{W_1 + Q_2} \\ &= \frac{k_B N T_1 \ln \frac{V_1}{V_2} - k_B N T_2 \frac{V_1}{V_2}}{k_B N T_1 \ln \frac{V_1}{V_2} - \frac{3}{2} N k_B (T_1 - T_2)} \\ &= \frac{T_1 - T_2}{T_1 + \frac{3}{2} \frac{T_1 - T_2}{\ln \frac{V_2}{V_1}}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\eta_2 &= -\frac{W}{\Delta Q} \\ &= \frac{W_1 + W_2}{W_1} \\ &= \frac{k_B N T_1 \ln \frac{V_1}{V_2} - k_B N T_2 \frac{V_1}{V_2}}{k_B N T_1 \ln \frac{V_1}{V_2}} \\ &= 1 - \frac{T_2}{T_1}\end{aligned}$$

$$\eta_1 < \eta_2$$

(c)

$$\begin{aligned}\eta_{Carnot} &= 1 - \frac{T_2}{T_1} \\ \eta_1 < \eta_2 &= \eta_{Carnot}\end{aligned}$$