Name: Luca Cordes, 444900
Name: Mahmut Can Dogan, 435714

Experimentalphysik II (SS 2023/2024)
Übung 6

Tutorium: 2 Abgabe: 19.05.2023

1. **Elektrostatisches Pendel**

   (a) In einem Kugelkondensator mit den Radien r_1 und r_2 gilt, herrscht für $r_1 < r < r_2$ das Feld einer im Kugelmittelpunkt sitzenden Punktladung:

$$\vec{E}(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2}\vec{e}_r$$

$$\begin{aligned}\phi(r) &= -\int \vec{E}(r)\cdot \mathrm{d}\vec{r}\\ &= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r} + \phi_0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}U &= \phi(r_1) - \phi(r_2)\\ &= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}C_K &= \lim_{r_2\to\infty}\frac{Q}{U}\\ &= \lim_{r_2\to\infty}\frac{Q}{\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)}\\ &= 4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r_1 \approx 4\pi\varepsilon_0 R\end{aligned}$$

   (b)

$$\begin{aligned}0 &= \ddot{r} - \frac{F}{m}\\ &= \ddot{r} - \frac{E(r)q}{m}\\ &= \ddot{r} - \frac{\frac{U}{d}\cdot UC_K}{m}\\ &= \ddot{r} - \frac{C_K U^2}{dm}\\ \vec{r}(t) &= \frac{C_K U^2}{2dm}t^2 + v_0 t + r_0\end{aligned}$$

Die Kupferkugel sei nun auf der linken Seite des Kondensators, sodass gilt $v_0 = 0 \ \wedge r_0 = 0$. Dann ergibt sich die Periodendauer aufgrund des symmetrischen Schwingvorganges aus:
$P = 2t_0 \mid r(t_0) = d$

$$\vec{r}(t_0) = \frac{C_K U^2}{2dm} t_0^2 = d$$
$$t_0 = \sqrt{\frac{2d^2 m}{C_K U^2}}$$

$$P = 2t_0 = 2\sqrt{\frac{2d^2 m}{C_K U^2}} = 2\frac{d}{U}\sqrt{\frac{2m}{C_K}} = \frac{2}{E}\sqrt{\frac{2m}{C_K}}$$

2. **Influenzmaschine**

   Aufbau: Der wichtigste Bestandteil einer Influenzmaschine ist das Rad, auf welchem sich innen und außen jeweils voneinander isolierte Leiterplatten befinden, die sich in entgegengesetzte Richtung voneinander drehen können. Die beiden Seiten der Leiterplatten werden mit zwei gegenüberliegenden, leitenden Bürsten abgestrichen und so jeweils mit einem der beiden Polen eines Kondensators verbunden. Des weiteren wird einmal die Außenseite und einmal die Innenseite, jeweils an gegenübergelegenden Seiten abgestrichen und leitend verbunden.

   Skizze:

   Funktionsweise:

   i. Es sei angenommen, dass es eine Leiter-Platte gibt, die rein zufällig eine beliebig kleine Ladung ungleich null hat. Diese Asymmetrie wird durch die Influenzmaschine ausgenutzt und verstärkt.
   ii. Die geladene Leiterplatte verursacht bei vorbeirotierenden Platten durch den Effekt der Influenz eine Ladungstrennung.
   iii. Berührt nun einer dieser durch Influenz geladenen Platten eine der Bürsten, die die Außen- / Innenseite miteinander verbinden, fließen Elektronen von einer Platte zur andern , aus einer geladenen Platte sind jetzt mehrere geworden.
   iv. Dreht sich das Rad nun weiter verstärkten sich die Ladungsdifferenzen, jedesmal wenn zwei Seiten elektrisch verbunden werden und mindestens eine der Platten geladen ist. Die Spannung zwischen den Platten schaukelt sich hoch.
   v. Hin und wieder kommen die Platten auch in Kontakt mit den Polen des Kondensators, sodass ein Ladungsausgleich stattfindet und der Kondensator sich langsam auflädt.

3. **Zylinderkondensator**

(a)

$$
\begin{aligned}
\frac{\rho}{\varepsilon_0} &= \vec{\nabla} \cdot \vec{E} \\
\int_K \frac{\rho}{\varepsilon_0} \, \mathrm{d}^3 r &= \int_K \vec{\nabla} \cdot \vec{E} \, \mathrm{d}^3 r \\
\frac{Q}{\varepsilon_0} &= \oint_A \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{A} \\
&= \oint_A E \cdot \mathrm{d}A \\
&= \int_0^l \int_0^{2\pi} r E \, \mathrm{d}\theta \mathrm{d}r \\
&= 2\pi l r E \\
E &= \frac{Q}{2\pi \varepsilon_0 l r}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
U &= \int_{R_1}^{R_2} E \, \mathrm{d}r \\
&= \int_{R_1}^{R_2} \frac{Q}{2\pi \varepsilon_0 l r} \, \mathrm{d}r \\
&= \frac{Q}{2\pi \varepsilon_0 l} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
C_Z &= \frac{Q}{U} \\
&= \frac{Q}{\frac{Q}{2\pi \varepsilon_0 l} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} \\
&= \frac{2\pi \varepsilon_0 l}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}
\end{aligned}
$$

(b)

$$
\begin{aligned}
C_Z &= \frac{2\pi \varepsilon_0 l}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} \\
&\approx \frac{2\pi \cdot 8.85 \cdot 10^{-12} \, \frac{\mathrm{As}}{\mathrm{Vm}} \cdot 1.5 \, \mathrm{m}}{\ln\left(\frac{6 \, \mathrm{mm}}{2 \, \mathrm{mm}}\right)} \\
&\approx 75.9 \, \mathrm{nF}
\end{aligned}
$$

4. **Unendlich ausgedehnte Leiterplatte**

(a) Aus der Symmetrie folgt, dass die Richtung des E-Feldes überall der normalen Vektor $\vec{e}_n$ der

Ebene ist, welcher von der Ebene wegzeigt. Sei $E = |\vec{E}| \ \wedge \mathrm{d}\vec{S} = |\mathrm{d}\vec{S}| \ \wedge \ \hat{E} = \frac{\vec{E}}{E} \ \wedge \ \mathrm{d}\hat{S} = \frac{\mathrm{d}\vec{S}}{\mathrm{d}S}$.

$$\begin{aligned}
\oint_A \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{A} &= \frac{Q}{\varepsilon_0} \\
\oint_A \hat{E} \cdot \mathrm{d}\hat{S} \cdot E \,\mathrm{d}A &= \frac{\sigma A}{\varepsilon_0} \\
\oint_A E \,\mathrm{d}A &= \frac{\sigma A}{\varepsilon_0} \\
2EA &= \frac{\sigma A}{\varepsilon_0} \\
E &= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \\
\vec{E} &= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \vec{e}_n \\
&= \begin{cases} \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \vec{e}_z & \text{, für } z > 0 \\ -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \vec{e}_z & \text{, für } z < 0 \end{cases}
\end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned}
E &= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \\
&\approx \frac{1 \,\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{m}^2}}{2 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12} \,\frac{\mathrm{As}}{\mathrm{Vm}}} \\
&\approx 5.65 \cdot 10^{10} \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}
\end{aligned}$$

5. **Potenzialdifferenz**

(a) Höheres Potenzial im Vergleich zu was? Je nach Referenzpunkt kann das Potenzial der Platte A oder B gleich null sein, oder jeden anderen Wert annehmen, nur die Differenz des Potenzials von A und B ist fest als 750 V gegeben. Dementsprechend hängt die Antwort dieser Frage vom Betrachter ab, und ist im Rahmen dieser Aufgabe nicht klar beantwortbar.

(b)

$$\begin{aligned}
E &= \frac{U}{d} \\
&= \frac{750\,\mathrm{V}}{0.1\,\mathrm{m}} \\
&= 7500 \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}
\end{aligned}$$

(c)

$$\begin{aligned}
W &= Ue \\
&= 750\,\mathrm{eV} \\
&\approx 1.20 \cdot 10^{-16}\,\mathrm{J}
\end{aligned}$$

(d)

$$\begin{aligned} T &= W \\ v &= \sqrt{\frac{2W}{m}} \\ &\approx \sqrt{\frac{2 \cdot 750\,\mathrm{eV}}{9.11 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}}} \\ &\approx 1.62 \cdot 10^{7}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \end{aligned}$$

6. **Kondensatorauf-/ und -umladung**

(a)

$$\begin{aligned} I_Q &= \frac{U_Q}{R} = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = C\frac{\mathrm{d}U_Q}{\mathrm{d}t} \\ 0 &= \frac{\mathrm{d}U_Q}{\mathrm{d}t} - \frac{U_Q}{C\,R} \\ U_Q(t) &= U_Q(0) \cdot e^{-\frac{t}{C\,R}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_C(t) &= U_Q(0) - U_Q(t) \\ &= U_Q(0)\left(1 - e^{-\frac{t}{C\,R}}\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_C(t) &= C\frac{\mathrm{d}U_C(t)}{\mathrm{d}t} \\ &= -\frac{U_Q(0)}{R}e^{-\frac{t}{C\,R}} \end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned} W &= \int_0^Q U\,\mathrm{d}q \\ &= \int_0^Q \frac{q}{C}\,\mathrm{d}q \\ &= \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} \\ &= \frac{1}{2}C\,U^2 \end{aligned}$$

(c) Abgeklemmte Spannungsquelle:

$$\begin{aligned} W_1 &= W_1' + W_2' \\ W_1' &= W_2' \\ \Longrightarrow W_1' &= W_2' = \frac{W_1}{2} \\ W' &= W \end{aligned}$$

Mit Spannungsquelle werden einfach beide Kondensatoren aufgeladen, sodass:

$$W_1 = W_1' = W_2'$$
$$W' = 2W$$

(d) Die Parallel-Schaltung in (c) kann so interpretiert werden, dass sich ein neuer Kondensator bildet, dessen Kapazität die Summe der Kapazitäten der beiden einzelnen Kondensatoren ist. In diesem Sinne handelt es sich bei (b) und (c) um mathematisch äquivalente Aufbauten. Für eine Reihen-Schaltung würde dies nicht mehr stimmen.