

Exercice optionnel TD 6

Reprenez le sujet des TD 6. Analysez l'état de contrainte et déformation dans une section orientée à 45° dans le centre de l'éprouvette. On observe que la fracture de l'éprouvette se produit dans cette section à 45° . Qu'est-ce que vous pouvez déterminer sur la mécanique de la fracture de l'éprouvette ?

Correction

1. — Loi de rotation de tenseurs

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{N}{A} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & -\nu \varepsilon_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & -\nu \varepsilon_{xx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{N}{EA} & 0 & 0 \\ 0 & -\nu \frac{N}{EA} & 0 \\ 0 & 0 & -\nu \frac{N}{EA} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\underline{\underline{R}} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\underline{\underline{\sigma}}' = \underline{\underline{R}} \cdot \underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{\underline{R}}^T \quad \underline{\underline{\varepsilon}}' = \underline{\underline{R}} \cdot \underline{\underline{\varepsilon}} \cdot \underline{\underline{R}}^T \quad (4)$$

$$\underline{\underline{\sigma}}' = \begin{bmatrix} \cos^2(\theta) \sigma_{xx} & -\cos(\theta) \sin(\theta) \sigma_{xx} & 0 \\ -\cos(\theta) \sin(\theta) \sigma_{xx} & \sin^2(\theta) \sigma_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\underline{\underline{\varepsilon}}' = \begin{bmatrix} \cos^2(\theta) \varepsilon_{xx} - \nu \sin^2(\theta) \varepsilon_{xx} & -\cos(\theta) \sin(\theta) \varepsilon_{xx} - \nu \cos(\theta) \sin(\theta) \varepsilon_{xx} & 0 \\ -\cos(\theta) \sin(\theta) \varepsilon_{xx} - \nu \cos(\theta) \sin(\theta) \varepsilon_{xx} & -\nu \cos^2(\theta) \varepsilon_{xx} + \sin^2(\theta) \varepsilon_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

45°

$$\underline{\underline{\sigma}}' = \frac{\sigma_{xx}}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \frac{N}{2A} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\underline{\underline{\varepsilon}}' = \varepsilon_{xx} \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(1-\nu) & -\frac{1}{2}(1+\nu) & 0 \\ -\frac{1}{2}(1+\nu) & \frac{1}{2}(1-\nu) & 0 \\ 0 & 0 & -\nu \end{bmatrix} = \frac{N}{EA} \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(1-\nu) & -\frac{1}{2}(1+\nu) & 0 \\ -\frac{1}{2}(1+\nu) & \frac{1}{2}(1-\nu) & 0 \\ 0 & 0 & -\nu \end{bmatrix} \quad (8)$$

2. Dans la section à 45° on a les valeurs maximales de cisaillement et glissement. La fracture de l'éprouvette se produit par glissement du matériau à l'échelle microscopique, produit par la présence de la contrainte de cisaillement dans le plan à 45° .