

Parallel Matrix Multiplication

Matteo Conti, Luca Falasca

Universita' degli Studi di Roma Tor Vergata

Roadmap

1 Introduzione

- Descrizione del problema
- Obiettivi
- Metriche di valutazione
- Raccolta dei dati

2 MPI

- Distribuzione del carico
- Riduzione del risultato
- Implementazione del prodotto

3 CUDA

- 1 versione
- 2 versione
- 3 versione
- Configurazione dei parametri

4 MPI+CUDA

5 Analisi delle prestazioni

- MPI
- CUDA
- MPI+CUDA

Introduzione - Descrizione del problema

Il progetto verte sull'implementazione di un nucleo di calcolo per effettuare il prodotto tra due matrici dense, definito come:

Definition

$$C = C + A \cdot B \quad (1)$$

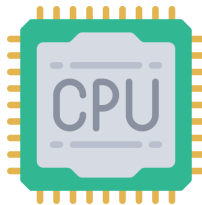
dove A , B e C sono matrici di dimensioni $M \times K$, $K \times N$ ed $M \times N$ rispettivamente, in particolare verranno considerate:

- Matrici quadrate
- Matrici rettangolari con $M, N \gg K$ con $K = \{32, 64, 128, 156\}$

Introduzione - Obiettivi

Verranno analizzate le prestazioni di tre differenti implementazioni del prodotto, in particolare:

- MPI, utilizzando il paradigma SIMD per la parallelizzazione su CPU
- CUDA, sfruttando le potenzialità delle GPU per l'accelerazione computazionale
- MPI+CUDA, cercando di combinare i vantaggi delle due precedenti versioni



Introduzione - Metriche di valutazione

Per valutare le prestazioni delle soluzioni sviluppate la metrica utilizzata sono i FLOPS, i quali sono definiti come:

Definition

$$FLOPS = \frac{2MNK}{exec_time} \quad (2)$$



Introduzione - Raccolta dei dati

I dati raccolti sono stati ottenuti eseguendo i vari nuclei di calcolo sul server di dipartimento il quale presenta le seguenti specifiche:

- CPU: 2 x Intel Xeon Silver 4210
- Memory: 64 GiB of RAM
- GPU: Nvidia Quadro RTX 5000
- CUDA version: 12.3
- MPI version: 4.1



Roadmap

1 Introduzione

- Descrizione del problema
- Obiettivi
- Metriche di valutazione
- Raccolta dei dati

2 MPI

- Distribuzione del carico
- Riduzione del risultato
- Implementazione del prodotto

3 CUDA

- 1 versione
- 2 versione
- 3 versione
- Configurazione dei parametri

4 MPI+CUDA

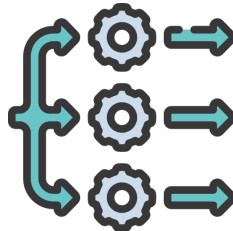
5 Analisi delle prestazioni

- MPI
- CUDA
- MPI+CUDA

MPI

In questa sezione verranno presentate la versione dell'implementazione del prodotto tra matrici utilizzando le funzionalità offerte da MPI per la parallelizzazione su CPU, in particolare verranno affrontati tre aspetti:

- Distribuzione del carico
- Riduzione del risultato
- Implementazione del prodotto



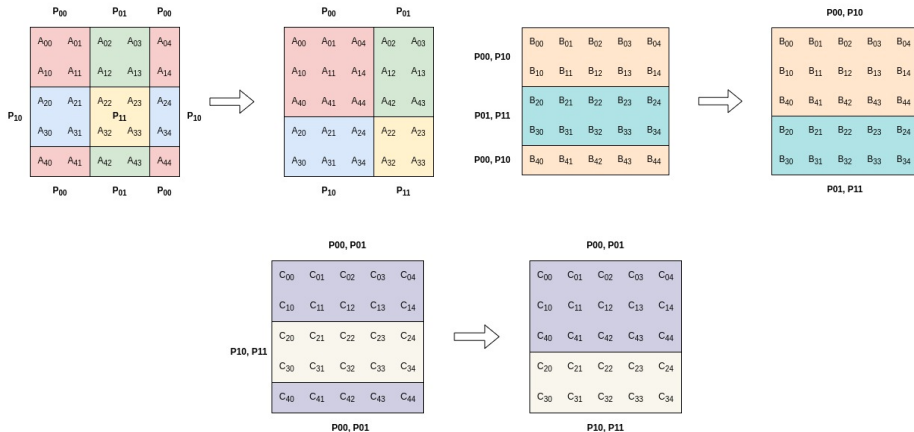
MPI - Distribuzione del carico (1)

Per la distribuzione del carico è stato utilizzato un approccio analogo a quello utilizzato dalla libreria ScaLAPACK, cioè la block cyclic distribution, questa tecnica permette di distribuire la matrice di partenza in modo da bilanciare il carico tra i processi in modo abbastanza ragionevole. La tecnica si basa su tre idee:

- I processi vengono visti come una griglia $P_r \times P_c$
- La matrice viene divisa in blocchi di dimensione $B_r \times B_c$
- La griglia dei processi viene fatta scorrere in modo tumbling sui blocchi assegnando tali blocchi ai processi

MPI - Distribuzione del carico (2)

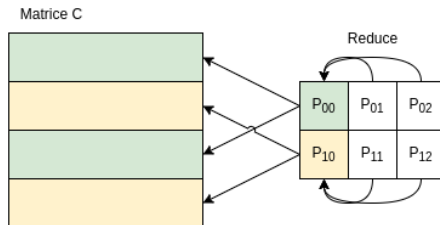
Le matrici A, B e C vengono distribuite come segue:



MPI - Riduzione del risultato

Dato che ogni riga di processi nella process grid partecipa alle stesse K righe del risultato, si è scelto di non effettuare la riduzione su un solo processo bensì di definire per ogni riga un *row leader*.

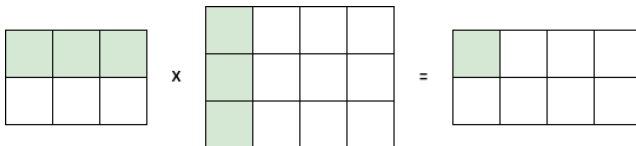
I leader effettuano la riduzione dei risultati parziali di tutti i processi nella loro riga e successivamente scriveranno su file il risultato senza interferire tra loro, in quanto scriveranno in punti diversi.



MPI - Implementazione del prodotto

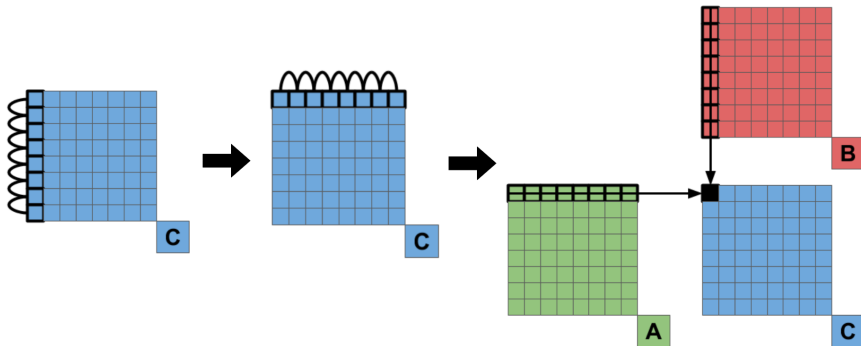
L'effettiva implementazione del prodotto è stata realizzata in due versioni:

- *Naive*, implementazione semplice che non tiene conto di ottimizzazioni
- *Column blocked*, implementazione più complessa che ottimizza l'utilizzo della cache



MPI - Implementazione del prodotto - Implementazione Naive

Come detto è una versione semplice, è composta da soli tre cicli che permettono di scorrere le matrici e costruire il risultato.



MPI - Implementazione del prodotto - Implementazione Column blocked

Roadmap

1 Introduzione

- Descrizione del problema
- Obiettivi
- Metriche di valutazione
- Raccolta dei dati

2 MPI

- Distribuzione del carico
- Riduzione del risultato
- Implementazione del prodotto

3 CUDA

- 1 versione
- 2 versione
- 3 versione
- Configurazione dei parametri

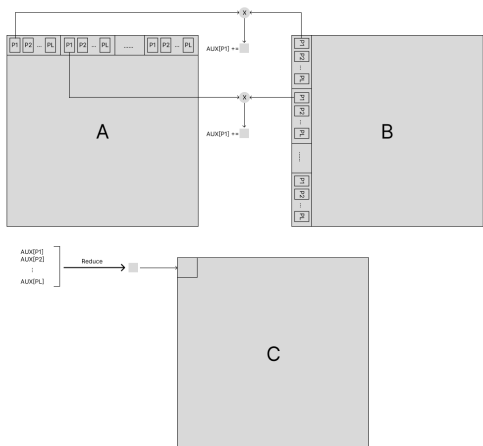
4 MPI+CUDA

5 Analisi delle prestazioni

- MPI
- CUDA
- MPI+CUDA

CUDA

CUDA - 1 versione



- 1 Divisione della riga di A tra i thread
- 2 Divisione della colonna di B tra i thread
- 3 Calcolo del prodotto per ogni thread
- 4 Memorizzazione dei risultati parziali in shared memory
- 5 Reduce dei risultati parziali
- 6 Scrittura sulla matrice C
- 7 Ripeti per ogni colonna di B
- 8 Ripeti per ogni riga di A

CUDA - 1 versione

Nella versione 1 tra il calcolo di una colonna e l'altra, i thread devono sincronizzarsi per poi fare l'operazione di reduce dei risultati parziali.

Questo perchè il vettore in shared memory riesce a contenere solo i risultati della riga di A per 1 colonna di B.

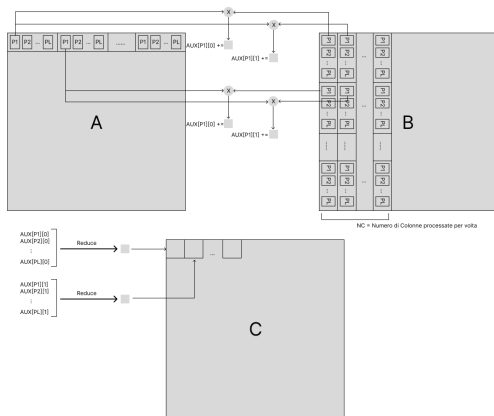
Soluzione:

Utilizzare una matrice di shared memory che mantiene i risultati parziali di più colonne per volta.

$$aux = \begin{bmatrix} pr_{col_0,t_0} & pr_{col_0,t_2} & \cdots & pr_{col_0,t_{BD}} \\ pr_{col_1,t_0} & pr_{col_1,t_2} & \cdots & pr_{col_1,t_{BD}} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ pr_{col_Q,t_0} & pr_{col_Q,t_2} & \cdots & pr_{col_Q,t_{BD}} \end{bmatrix}$$

CUDA - 2 versione

- 1 Divisione della riga di A tra i thread
- 2 Divisione delle colonne di B tra i thread
- 3 Calcolo del prodotto per ogni thread per tutto il gruppo di colonne
- 4 Memorizzazione dei risultati parziali in shared memory
- 5 Reduce dei risultati parziali
- 6 Scrittura sulla matrice C
- 7 Ripeti per ogni gruppo di colonne di B
- 8 Ripeti per ogni riga di A



CUDA - 2 versione

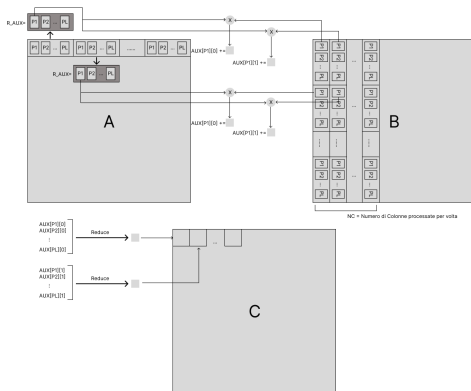
Nella versione 2 quando si processa il gruppo di colonne, poiché si calcola il risultato parziale di una colonna per volta, per ognuna di esse bisogna riaccedere alla riga della matrice A che è in memoria globale.

Soluzioni:

- Anziché processare una colonna per volta si processano i primi BD elementi delle Q colonne del gruppo corrente.
 - ▶ Questo permette di accedere una sola volta alla riga di A .
- Mantenere in shared memory parte della colonna A necessario per il calcolo.
 - ▶ Questo permette di accedere alla memoria globale una sola volta.
 - ▶ Ogni thread accede al proprio elemento della riga di A necessario per il calcolo dalla memoria shared.

CUDA - 3 versione

- 1 Divisione della riga di A tra i thread
- 2 Divisione delle colonne di B tra i thread
- 3 Memorizzazione della riga parziale di A in shared memory
- 4 Calcolo del prodotto per ogni thread per il blocco di righe del gruppo di colonne
 - ▶ ripeti per ogni blocco di righe del gruppo di colonne
- 5 Memorizzazione dei risultati parziali in shared memory
- 6 Reduce dei risultati parziali
- 7 Scrittura sulla matrice C



CUDA - Configurazione dei parametri - Thread

CUDA - Configurazione dei parametri - Shared memory

CUDA - Configurazione dei parametri - Bank conflict

Roadmap

1 Introduzione

- Descrizione del problema
- Obiettivi
- Metriche di valutazione
- Raccolta dei dati

2 MPI

- Distribuzione del carico
- Riduzione del risultato
- Implementazione del prodotto

3 CUDA

- 1 versione
- 2 versione
- 3 versione
- Configurazione dei parametri

4 MPI+CUDA

5 Analisi delle prestazioni

- MPI
- CUDA
- MPI+CUDA

MPI+CUDA

Roadmap

1 Introduzione

- Descrizione del problema
- Obiettivi
- Metriche di valutazione
- Raccolta dei dati

2 MPI

- Distribuzione del carico
- Riduzione del risultato
- Implementazione del prodotto

3 CUDA

- 1 versione
- 2 versione
- 3 versione
- Configurazione dei parametri

4 MPI+CUDA

5 Analisi delle prestazioni

- MPI
- CUDA
- MPI+CUDA

Analisi delle prestazioni - MPI

Analisi delle prestazioni - MPI - Matrici quadrate

Analisi delle prestazioni - MPI - Matrici rettangolari

Analisi delle prestazioni - CUDA

Analisi delle prestazioni - CUDA - Matrici quadrate

Analisi delle prestazioni - CUDA - Matrici rettangolari

Analisi delle prestazioni - MPI+CUDA

Analisi delle prestazioni - MPI+CUDA - Matrici quadrate

Analisi delle prestazioni - MPI+CUDA - MPI+CUDA

Grazie per l'attenzione!

- Tutto il codice che implementa il progetto è disponibile al seguente repository:
<https://github.com/LucaFalasca/ParallelMatrixMultiplication>
- contattaci a:
 - ▶ matteo.conti@students.uniroma2.eu
 - ▶ luca.falasca@students.uniroma2.eu