Automazione industriale

NOZIONI BASE PER GLI ESERCIZI

2021

PARTE 1 – PROPRIETA' DI RP

Scatto di transizioni

$M_1 = M_0 + Cs$

Raggiungibilità

Una marcatura M_1 si dice raggiungibile da una marcatura M se esiste una sequenza di scatti S tale che sia possibile ottenere la marcatura M_1 a partire dalla marcatura M applicando S

$M[S > M_1$ oppure $M_1 \in [M >$

Reversibilità

Una rete di Petri con marcatura iniziale M_0 si dice reversibile se la marcatura iniziale è raggiungibile da ogni marcatura $M \in [M_0 >$

$\forall M \in [M_0 > \Longrightarrow M_0 \in [M >$

Verificare reversibilità una rete di Petri:

$M_0 = M_0 + Cx \ \Longrightarrow Cx = 0$ se l'unica soluzione è $x = 0$ allora non esiste una sequenza di scatti per cui si possa tornare alla marcatura iniziale, la rete non è reversibile.

NB: se avessi trovato una sequenza di scatti $x \neq 0$, non è detto la rete sarebbe stata reversibile, infatti non è detto la sequenza sia eseguibile

Da grafo di raggiungibilità: se trovo un deadlock (Marcatura morta) allora la rete non è sicuramente reversibile, se posso tornare nella marcatura iniziale da qualunque marcatura in cui io mi trovi, allora è reversibile.

Limitatezza

Un posto di una rete di Petri si dice k-limitato se in tutte le marcature raggiungibili il numero di token nel posto non supera mai il valore k.

Una rete di Petri si dice k-limitata se tutti i suoi posti sono k-limitati.

Una rete di Petri si dice limitata se è k-limitata, con k di valore finito.

$\exists k \Longrightarrow \forall M \in [M_0 >, \forall P \Longrightarrow M(P) < k$

Verificare se una rete di Petri è non limitata:

Verificare se un posto possa raggiungere un numero infinito di token.

Da grafo di raggiungibilità: se il grafo ha un numero finito di nodi, allora la rete è limitata.

Vivezza

Una transizione di una rete di Petri si dice viva se in una qualsiasi delle marcature raggiungibili a partire dalla marcatura iniziale la transizione risulta abilitata.

Una rete di Petri si dice viva se tutte le sue transizioni sono vive.

$\forall t \in T, \forall M \in [M_0 >, \exists M^* \in [M >: M^*[t >$

Una marcatura in cui non è abilitata nessuna transizione si dice marcatura morta.

Verificare vivezza di una rete di Petri:

Grafo di raggiungibilità: se ci sono deadlock allora la rete è morta.

Non vale il contrario: non è detto che se non ci sono marcature morte allora la rete sia viva!

PARTE 2 – INVARIANTI

P-invarianti

Per trovarli porre $C'x = 0$ dove $x = [x_1 \quad \cdots \quad x_n]^t$ con n numero dei posti. Ricavare i p-invarianti minimi a seconda dello spazio trovato.

La rete è **conservativa** (non necessariamente strettamente) se è coperta da P-invarianti non negativi, quindi se ha almeno un p-invariante positivo senza zeri, lo ricavo come combinazione lineare di p-invarianti minimi. Se questo p-invariante ha ogni elemento uguale a 1 allora la rete è anche **strettamente conservativa**.

Una rete conservativa è anche limitata.

T-invarianti

Per trovarli porre $Cy = 0$ dove $y = [y_1 \quad \cdots \quad y_n]^t$ con n numero delle transizioni. Ricavare i t-invarianti minimi a seconda dello spazio trovato.

PARTE 3 – CLASSI DI RP

Macchina a stati finiti

Ogni transizione ha solamente un arco entrante ed un arco uscente: $|{}^0t_i|$=$|t_i{}^0| = 1 \forall i$

Per verificare che una RP sia una macchina a stati finiti a partire dalla sua matrice di incidenza, si verifica che contenga solo degli 1 e che la somma dei coefficienti su ogni colonna dia come risultato 0.

Grafo Marcato

Ogni posto ha solamente un arco entrante ed un arco uscente: $|{}^0p_i|$=$|p_i{}^0| = 1 \forall i$

Per verificare che una RP sia un grafo marcato a partire dalla sua matrice di incidenza, si verifica che contenga solo degli 1 e che la somma dei coefficienti su ogni riga dia come risultato 0.

Rete a scelta libera (FCN)

Se un posto ha scelta, allora deve essere una scelta libera, cioè per ogni arco da un posto a una transizione, o quel posto è l'unico in ingresso alla transizione, oppure quella transizione è l'unica in uscita da quel posto.

(Per verificare che una RP sia una rete a scelta libera a partire dalla sua matrice di incidenza, si verifica che per ogni -1 contenuto in una riga che ne contiene molteplici, la colonna di quel -1non contenga altri -1) not working

PARTE 4 – SIFONI E TRAPPOLE

Sifone

Un sifone è un insieme di posti tale che ${}^0S \subseteq S^0$.

Un sifone che contiene un posto Pi è **Pi-minimo** se non esiste un suo sottoinsieme che sia sifone e contenga Pi.

Un sifone è **minimo** se non contiene nessun altro sifone.

$$\{SifoniMinimi\} \subseteq \{SifoniPi\text{-}Minimi\} \subseteq \{Sifoni\}$$

Calcolare un sifone P-minimo: scrivere tabella con pre e post-set di ogni posto e a partire dal posto di interesse, aggiungere altri posti al fine di avere un post-set contenente il pre-set.

I sifoni minimi in generale sono quei sifoni p-minimi che non sono contenuti in altri sifoni p-minimi.

L' insieme dei posti smarcati in una marcatura morta corrispondono a un sifone che si è svuotato.

Trappola

Una trappola è un insieme di posti tale che $S^0 \subseteq {}^0S$.

Una trappola che contiene un posto Pi è **Pi-minima** se non esiste un suo sottoinsieme che sia trappola e contenga Pi.

Una trappola è **minima** se non contiene nessun'altra trappola.

$$\{TrappoleMinime\} \subseteq \{TrappolePi\text{-}Minime\} \subseteq \{Trappole\}$$

Calcolare una trappola P-minima: scrivere tabella con pre e post-set di ogni posto e a partire dal posto di interesse, aggiungere altri posti al fine di avere un pre-set contenente il post-set.

Le trappole minime in generale sono quelle trappole p-minime che non sono contenute in altre trappole p-minime.

NB: in generale un supporto minimo P-I (positivo!) di una rete è sia un sifone che una trappola. I sifoni che compongono il supporto minimo di una rete sono anche trappole e non si svuoteranno mai.

PARTE 5 – CONTROLLO BASATO SU P-INVARIANTI

1. Formulare il vincolo desiderato del tipo $L \cdot M_p \leq b$

   Per esempio il vincolo $\begin{cases} m_2 + m_4 + m_5 \geq 1 \\ m_2 + m_3 \leq 2 \end{cases}$ è $L = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, $b = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$
2. Calcolare $C = \begin{bmatrix} C_P \\ C_C \end{bmatrix}$ dove $C_C = -LC_P$
3. Calcolare $M_{C0} = b - L \cdot M_{P0}$