

高温作业服装的热传导数学模型

摘要

本文针对高温作业专业服装的设计问题,基于多层复合平壁导热模型建立抛物型扩散方程,利用 Du Fort-Frankel 差分格式的有限差分法并结合题目给出的数据求解,建立了热传导数学模型.再结合二分查找法,利用上述模型,求出了各条件下介质的最优厚度,较好地解决了题目提出的问题.

针对问题一,利用传热学中的傅里叶实验定律和格林公式,推导出一维热传导方程,建立多层复合平壁导热模型.同时,利用热扩散系数,根据稳定时热流量密度相等,计算稳态时各介质交界处的温度.然后,以皮肤外侧温度变化为边界条件,利用 Du Fort-Frankel 差分格式求解.通过逐点搜索调整每种介质的步数,拟合各介质稳态时的温度分布,建立模型一.以步数为自变量、稳态时温度分布为因变量进行多项式拟合,推得人体中心距离空气接触面的总步数.以总步数为约束条件,通过调整人体中心与皮肤外侧温度测量点的距离和假人的热传导系数,使该模型在皮肤外侧的温度变化曲线与已知曲线拟合,建立模型二.求得假人中心与皮肤外侧温度测量点的距离约为 23cm,假人热导系数与橡胶大致相同.与实际情况符合,说明上述模型用于解决实际问题可行的.

针对问题二,根据已有数据证明问题二实际限制条件只有:在工作 55 分钟时,皮肤外侧温度不超过 44°C .以此为限制条件利用模型二,通过二分查找可得第二层的最优厚度为 22.1563mm.

针对问题三,类似问题二,题目可以简化为:当环境温度 80°C 时,求 25 分钟时皮肤表面温度低于 44°C 的第 II、IV 层最优厚度.此问题有两个决策变量.充分考虑第 II、IV 层的厚度和质量,知第 IV 层介质厚度应该在给定范围内尽量大且不至于因为空气层过厚而导致热对流不可忽略不计的情况下,才能得到最优高温作业专用服装.而给定范围内的介质厚度均不足以导致热对流,故第 IV 层最优厚度为其最大厚度,即第 IV 层最优厚度为 6.4mm.所以,利用和问题二相同的方法,得出第 II 层最优厚度为 21.375mm.

最后,我们阐述了模型的优缺点,对模型进行了评价与改进.

关键词: 多层复合平壁导热模型 Du Fort-Frankel 差分格式 逐点搜索 二分查找

一 问题重述

随着时代的发展与进步，人们从事的生产活动变得愈加复杂与多变，我们对服装性能的要求也愈发提高。消防、石油、化工等行业的工作人员需要在高温的环境下进行工作，如何设计高温环境下的专用服装迫在眉睫。

在高温环境下工作时，人们需要穿着专用服装以避免灼伤。专用服装通常由三层织物介质构成，记为 I、II、III 层，其中 I 层与外界环境接触，III 层与皮肤之间还存在空隙，将此空隙记为 IV 层。

为设计专用服装，我们将体内温度控制在 37°C 的假人放置在实验室的高温环境中，测量假人皮肤外侧的温度。为了降低研发成本、缩短研发周期，我们一般通过实验对数据进行一系列分析，提出较为充分合理的假设，并对数据建立模型，确定假人皮肤外侧的温度变化情况，并解决以下问题：

问题一：给定专用服装介质的某些参数值，对环境温度为 75°C 、II 层厚度为 6mm 、IV 层厚度为 5mm 、工作时间为 90 分钟的情形开展实验，测量得到了假人皮肤外侧的温度。建立数学模型，对温度、参数进行分析，构造曲线，计算温度分布，并生成温度分布的 Excel 文件。

问题二：当环境温度为 65°C 、IV 层的厚度为 5.5mm 时，确定 II 层的最优厚度，确保工作 60 分钟时，假人皮肤外侧温度不超过 47°C ，且超过 44°C 的时间不超过 5 分钟。

问题三：当环境温度为 80°C 时，确定 II 层和 IV 层的最优厚度，确保工作 30 分钟时，假人皮肤外侧温度不超过 47°C ，且超过 44°C 的时间不超过 5 分钟。

二 问题分析

2.1 问题一的分析

题目中要求得到 90 分钟内温度的分布，即得到每一秒每一个介质温度分布。考虑到空气层，即第 IV 层的厚度不超过 6.4mm ，热对流影响可以忽略不计，

因而在所有问题中均不需要考虑热对流情况，只需考虑热传导的影响^[1]。

另外，为了简化模型，把人看做成一个圆柱体，衣服看作是均匀包在这个圆柱体外部的圆筒。假设躯干足够长，则可以忽略掉上下底面热传递对皮肤外侧表面温度分布的影响。而侧面的热传递是沿垂直于圆筒表面方向进行，故可近似视为一维。

利用傅里叶实验定律和格林公式，推导出一维热传导方程，分析其稳定性与相容性，得到时间间隔与空间步长的比例关系，取合理的时间间隔，并据此建立相容性较高的多层复合平壁导热模型。根据每个介质通过的热流量相等，利用热扩散系数，可以得到稳态情况下各层的温度。然后，我们以介质与空气接触面恒温 75°C 和皮肤外侧温度变化为热传导方程的边界条件，使用 Du Fort-Frankel 差分格式，利用 MATLAB 对第一类边界条件的热传导抛物型方程进行数值求解。利用题目中的已知数据可以计算出总步长，之后为了拟合各介质稳态时的温度分布，调整每种介质的步长。先取一系列步长，代入扩散方程，获得步长取值的大概范围。通过逐点搜索调整每种介质的步长，计算该步长下的稳态分布情况，并据此拟合已知的稳态时的温度分布。选取求得稳态分布与已知稳态温度分布欧氏距离最小的步长，建立模型一。

之后，我们以步数为自变量、稳态时温度分布为因变量用多项式函数拟合稳态时的温度分布。利用得到的函数，求出皮肤外侧与人体中心的步数。最后，以介质与空气接触面恒温 75°C 和人体的中心温度 37°C 为边界条件，使用 Du Fort-Frankel 差分格式，利用 MATLAB 对第一类边界条件的热传导抛物型方程进行数值求解。通过采用和调整模型一步数参数相似的方法，调整人体中心与皮肤外侧温度测量点的距离和假人的热传导系数拟合附件二中皮肤外侧温度数据，得到最终的温度分布。

2.2 问题二的分析

题目中要求在环境温度为 65°C 、IV 层的厚度为 5.5 mm 时，得到假人皮肤外侧温度不超过 47°C ，且超过 44°C 的时间不超过 5 分钟时第 II 层介质的最优厚度。

这是一个最优化问题，显然要求得的第 II 层厚度要在满足上述条件下尽可

能更小，这样才能降低衣服的质量和造价成本。

首先对题目进行分析，问题二的实际限制条件只有一个——在工作 55 分钟时，皮肤外侧温度不超过 44°C 。反之，则皮肤外侧温度在 5 分钟内上升了 3°C 。根据附件二中的数据，这是不可能成立的。

所以，题目要求的条件变为求 55 分钟时，皮肤温度不超过 44°C 的第 II 层介质最小厚度。利用问题一得到的模型二，通过二分法查找，我们可以得到第 II 层的最优厚度。

2.3 问题三的分析

题目要求求得当环境温度为 80°C 时，工作 30 分钟后假人皮肤外侧温度不超过 47°C ，且超过 44°C 的时间不超过 5 分钟的第 II 层和 IV 层的最优厚度。与问题二类似，我们可以把问题简化为求当环境温度为 80°C 时，工作 25 分钟时温度不超过 44°C 的第 II 层和 IV 层的最优厚度。

此外，这是一个二元最优化问题。我们需要同时考虑第 II 层和 IV 层的厚度。综合考虑两个条件：（1）厚度；（2）质量。由第一问的结果，知第 IV 层的隔热效果明显优于第 II 层，对比两层介质特性，发现在没有热对流的情况下，第 IV 层越厚越好。所以，我们使用 IV 层大厚度 6.4mm，此时问题三化为了和问题二相同的模型。和第二问相同，通过二分法查找，利用 MATLAB 求得第 II 层最优厚度。

三 模型假设

1. 假设人可以看做成一个圆柱体，衣服看作是均匀包在这个圆柱体外部的圆筒。假设躯干相对于假人的半径足够长，忽略上下底面热传递的影响，而侧面的热传递沿圆筒半径进行，故可近似视为一维。
2. 假设织物介质各层之间充分接触，可以近似地认为接合面上各处的温度相等。
3. 假设各个织物是均匀的各向同性体^[2]。
4. 假设热传递过程中，各介质的结构特性几乎不变，即温度变化不会影响介

质的热学属性.

5. 假设高温作业服装初始温度和假人一样为 37℃.

四 符号说明

| 符号 | 说明 |
|--------------|---|
| t | 时间 |
| x | 与空气接触面边界的距离 |
| $u(x, t)$ | 在位置 x , 时刻 t 的温度 |
| ρ_i | 第 i 层介质的密度 ($i=1, 2, 3, 4$) |
| c_i | 第 i 层介质的比热容 ($i=1, 2, 3, 4$) |
| λ_i | 第 i 层介质的热传导率 ($i=1, 2, 3, 4$) |
| d_i | 第 i 层介质的厚度 ($i=1, 2, 3, 4, 5$) |
| D_i | 前层介质的厚度 ($i=1, 2, 3, 4, 5$) |
| a_i | 第 i 层介质的热传导系数 ($i=1, 2, 3, 4, 5$) |
| dQ_i | 第 i 层介质单位面积热流量 ($i=1, 2, 3, 4$) |
| ΔT_i | 第 i 层介质两边界之间的温度差 ($i=1, 2, 3, 4, 5$) |
| h_i | 第 i 层介质的步长 ($i=1, 2, 3, 4, 5$) |
| m_i | 第 i 层介质的步数 ($i=1, 2, 3, 4, 5$) |
| M_i | 第 i 层介质距空气接触面的总步数 ($i=1, 2, 3, 4, 5$) |
| T_0 | 假人体温 |
| T_e | 环境温度 |
| τ | 时间间隔 |

注: $i=5$ 指的是假人中心到皮肤外侧的介质

五 问题一的模型建立与求解

根据附件二数据, 我们可以利用 MATLAB 做出皮肤外侧温度与时间的变化关系的图像如下图所示. X 轴代表时间, Y 轴代表温度.

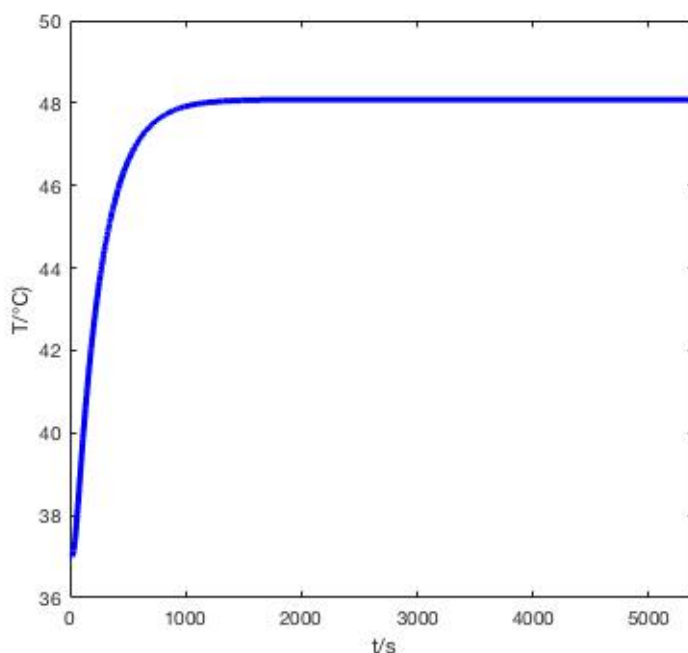


图 1 皮肤上温度与时间的变化关系图

结合数据,从图中可以看出,在 1645 秒之后,皮肤温度一直维持在 47.08℃,即达到了稳态. 因此,在问题一中可以考虑从初始时刻到第 34 分钟 (2040s) 内的温度变化. 问题要求求得温度的分布,即求得在各介质各时刻温度. 首先,需要得到一个热传导方程并对其进行数值求解.

5.1 一维热传导方程的导出及其稳定性和相容性

考虑织物介质的热传导问题,以 $u(x, t)$ 表示介质在位置 x 及时刻 t 的温度. 因为考虑的织物介质内部没有热源,所以得到的方程为齐次方程. 利用传热学中的傅里叶实验定律和格林公式,推导出一维热传导方程:

$$cp \frac{\partial u}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad [2].$$

根据假设:各织物介质都是均匀的,此时 λ , p , c 均为常数,记

$$a_i = \frac{\lambda_i}{p_i c_i} \quad (i=1, 2, 3, 4).$$

各层系数 a_i ($i = 1, 2, 3, 4$) 如下表所示.

表 1 各层的相关数据

| 分层 | 密度 ρ (kg/m^3) | 比热 c ($\text{J}/(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C})$) | 热传导率 λ ($\text{W}/(\text{m} \cdot ^\circ\text{C})$) | 系数 a (m^2/s) |
|-------|---|---|--|-------------------------------------|
| I 层 | 300 | 1377 | 0.082 | 1.98×10^{-7} |
| II 层 | 862 | 2100 | 0.370 | 2.04×10^{-7} |
| III 层 | 74.2 | 1726 | 0.045 | 3.51×10^{-7} |
| IV 层 | 1.18 | 1005 | 0.028 | 2.36×10^{-5} |

此时，热传导方程变为：

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a_i \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (i = 1, 2, 3, 4).$$

边界条件

$$u(x,t)|_{x \in \Gamma} = g(x,t);$$

为第一类边界条件^[2]

对热传导方程： $\frac{\partial u}{\partial t} = a_i \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ ($i = 1, 2, 3, 4$)，利用 Du

Fort-Frankel 差分格式进行数值求解.

$$\text{令 } \tau = \Delta t; \quad h = \Delta x;$$

由

$$\frac{u(x_j, t_{n+1}) - u(x_j, t_{n-1})}{2\tau} = a_i \frac{u(x_{j+1}, t_n) - [(x_j, t_{n+1}) + u(x_j, t_{n-1}) + u(x_{j-1}, t_n)]}{h^2}$$

化简得到

$$u(x_j, t_{n+1}) = k_1(u(x_{j+1}, t_n) + u(x_{j-1}, t_n)) + k_2 u(x_j, t_{n-1}),$$

其中

$$\begin{cases} k_1 = \frac{2\tau a}{h^2 + 2a\tau} \\ k_2 = \frac{h^2 - 2a\tau}{h^2 + 2a\tau} \end{cases}.$$

由下图可以清晰地看出上述递推关系.

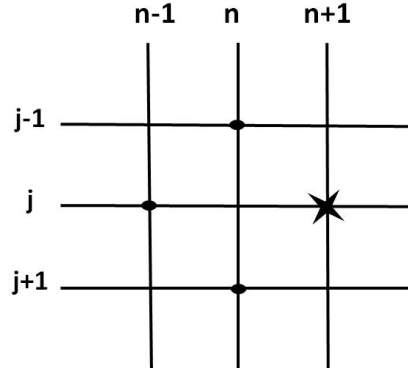


图 2 $u(x,t)$ 递推关系示意图

首先，考察差分格式和微分方程的相容性问题.

设 $u(x, t)$ 是微分方程 $\frac{\partial u}{\partial t} = a_i \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ 的光滑解，则可以求出差分格式的截断误差.

$$\frac{u(x_j, t_{n+1}) - u(x_j, t_{n-1})}{2\tau} = \left[\frac{\partial u}{\partial t} \right]_j^n + O(\tau^2);$$

$$\frac{u(x_{j+1}, t_n) - [u(x_j, t_{n+1}) + u(x_j, t_{n-1}) + u(x_{j-1}, t_n)]}{h^2} = a_i \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right]_j^n - a_i \left(\frac{\tau}{h} \right)^2 \left[\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right]_j^n + O\left(\frac{\tau^4}{h^2}\right).$$

即有
$$\left[\frac{\partial u}{\partial t} \right]_j^n - a_i \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right]_j^n + a_i \left(\frac{\tau}{h} \right)^2 \left[\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right]_j^n + O(\tau^2 + h^2) + O\left(\frac{\tau^4}{h^2}\right) = 0.$$

由此可以看出：截断误差为 $O(\tau^2 + h^2) + O\left(\frac{\tau^4}{h^2}\right)$. 则相容性条件为 $\tau \rightarrow 0$ 的速度要比 $h \rightarrow 0$ 的速度要快. 所以，为了满足相容性，时间间隔 τ 应尽量取较小的值.

其次，我们考虑 Du Fort-Frankel 差分格式的稳定性.

由于这个方程是属于三层格式，因此我们可以把它化成等价的二层差分方程组. 再利用 von Neumann 条件是差分格式稳定的充分必要条件这一定理，我们可以得到此差分格式是无条件稳定的^[3].

5.2 求稳态时各层介质的温度^[4]

由傅里叶导热定律：

$$\lambda = \frac{dQ}{\frac{\Delta T}{d}},$$

其中 λ 为热传导率， dQ 为单位面积热流量，介质
介质;

$$\Delta T_1 : \Delta T_2 : \Delta T_3 : \Delta T_4 = \frac{d_1}{\lambda_1} : \frac{d_2}{\lambda_2} : \frac{d_3}{\lambda_3} : \frac{d_4}{\lambda_4} .$$

根据上述公式，利用 **MATLAB**，可以得到稳态时各介质的温度（用靠近皮肤侧的温度代表介质的温度）如下表所示.

表 2 稳态时的温度分布

| 位置 | 与空气接触面的距离/mm | 温度/℃ |
|-------|--------------|---------|
| 空气接触面 | 0 | 75 |
| 第I层 | 0.6 | 74.3018 |
| 第II层 | 6.6 | 72.7543 |
| 第III层 | 10.2 | 65.1203 |
| 第IV层 | 15.2 | 48.08 |

同时，以与空气接触面的距离为横轴画出稳态时的温度分布折线图.

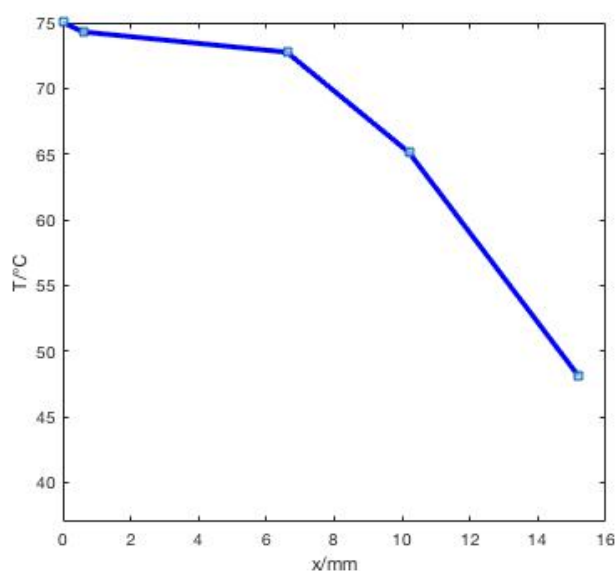


图 3 横坐标为距离的稳态温度分布图

5.3 求非稳态时各层介质的温度

5.3.1 热传导方程的边界条件为皮肤外侧温度

我们利用 MATLAB 对热传导方程进行 Du Fort-Frankel 差分求数值解。

要使满足相容性条件, $\tau \rightarrow 0$ 的速度要比 $h \rightarrow 0$ 的速度要快. 然而附件二给出的数据间隔的时间为 1s, 间隔太大. 经过多次调整, 观察结果得到当令 $\tau = 0.1s$ 时数值解的相容性较强. 因为时间间隔改变, 需要对附件 2 中的皮肤外侧温度变化进行数据处理. 考虑到每隔 τ 时间, 温度变化幅度不大, 为了简便计算, 采用等距线性插值, 近似得到了 34 分钟内每隔 0.1s 皮肤温度的数据.

由附件二数据我们可以看出: 在前 15 秒(150τ), 皮肤表面的温度均为 37.00°C , 即这段时间皮肤表面不参与热交换. 随着时间的推移, 温度变化涉及范围从第 I 层与空气接触侧开始逐步增大, 温度变化一步步地传播到皮肤表面. 环境温度的影响每隔 τ 时间沿 x 方向前进 h . 而在 1645 秒之后, 皮肤温度一直维持在 47.08°C , 即达到了稳态. 因此, 可以考虑从初始时刻到第 34 分钟 ($2040s$) 内的温度变化. 综上, $u(x_i, t_j)$ 是一个 (151×20400) 的矩阵:

$$\begin{bmatrix} T_e & T_e & \cdots & T_e \\ T_0 & \cdots & \cdots & \cdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ T_0 & T_0 & \cdots & 48.08 \end{bmatrix};$$

其中

$$u(x_j, t_{n+1}) = k_1(u(x_{j+1}, t_n) + u(x_{j-1}, t_n)) + k_2 u(x_j, t_{n-1}),$$

当 $j=2, n=1$ 时,

$$u(2,2) = k_1(u(3,1) + u(1,1)) + k_2 u(2,0) = k_1(T_e + T_0) + k_2 T_0.$$

$$m_i = \frac{d_i}{h_i} (\text{步数} = \text{厚度} / \text{步长}) (i = 1, 2, 3, 4).^{[3]}$$

接下来, 利用 MATLAB 对第一类边界条件的热传导抛物型方程进行数值求解. 利用题目中的已知数据计算出总步数为 150, 之后为了拟合各介质稳态时温度分布, 调整每种介质的步数.

通过随机取每一层的步数, 计算出此时介质接触面的温度并与稳态时的数据进行比较, 可以获得每一层步长的大致范围.

例如, 每一层步数分别取 5, 9, 40, 96 时各介质的温度为 74.1026, 72.4873, 65.3087, 48.08. 此数据和稳态时求得的 74.3018, 72.7543, 65.1203, 48.08 已基本吻合.

获得每一层步数的范围分别为 5 ± 2 , 9 ± 3 , 40 ± 5 , 96 ± 10 .

下面进一步精确参数的取值:

已得到各介质步数大致为 5, 9, 40, 96. 为了得到更精确的参数, 逐点搜索

步长范围内的每一组稳态温度，并计算其与已知稳态温度的欧氏距离

$$O = \sqrt{(T_1 - T'_1)^2 + (T_2 - T'_2)^2 + (T_3 - T'_3)^2} ,$$

其中， T_1 、 T_2 、 T_3 分别为第 1、2、3 层已知稳态温度； T'_1 、 T'_2 、 T'_3 分别为第 1、2、3 层求出的稳态温度。

最后利用 MATLAB 搜索最小欧式距离，得到一组较为精确的参数：4，8，44，94。

经过计算，当每一层步长分别取 4，8，44，94 的时候，每一层的温度最终为 74.2821，72.8463，65.9498，48.08。此数据和稳态时我们求得的 74.3018，72.7543，65.1203，48.08 已基本吻合，符合条件。

至此，成功地建立了模型一，并生成温度分布的 Excel 文件。

我们得到的图像如下图所示：

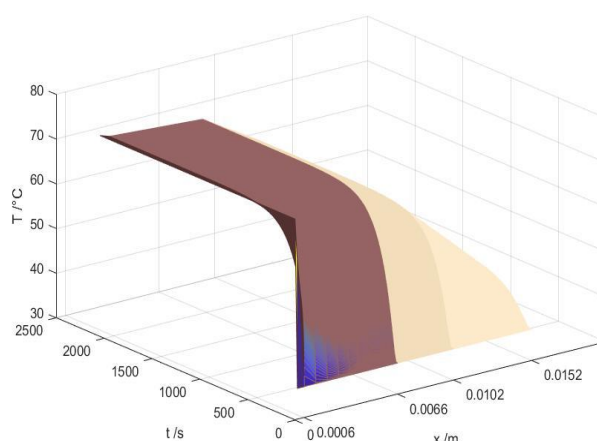


图 4 边界条件为皮肤表面温度变化时的三维温度分布图

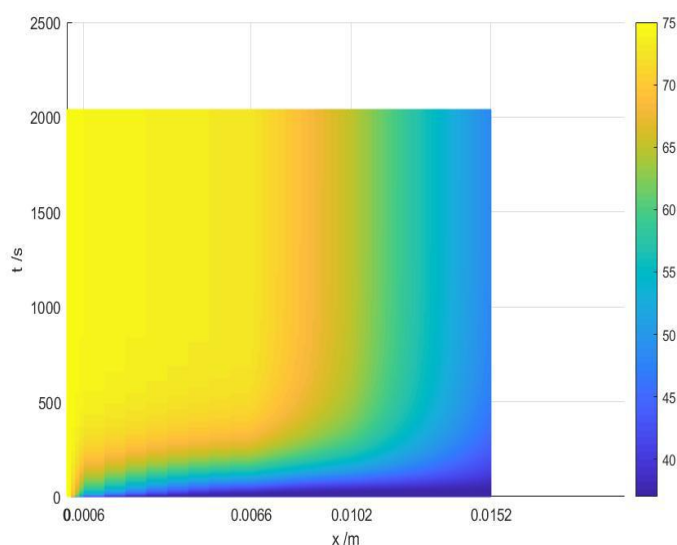


图 5 边界条件为皮肤表面温度变化时的二维温度分布图

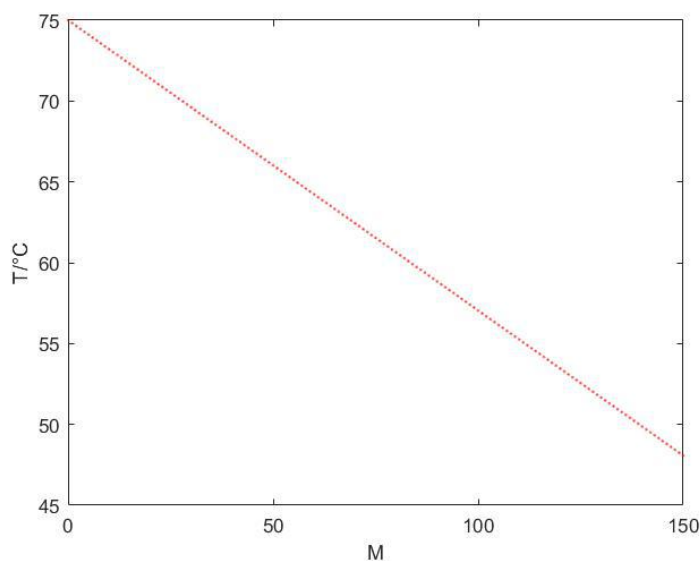


图 6 横坐标为总步数的稳态温度分布图

5.3.2 热传导方程的边界条件为 $T \equiv 37^{\circ}\text{C}$.

从图六中可看出稳态时的温度分布与总步数具有一次线性关系. 利用 MATLAB 的拟合工具箱进行拟合, 得到温度 T 与总步数 M 的线性关系为 $T = -0.1795 \cdot m + 75.18$.

由题目, 假人内部的温度保持 37°C 恒定. 将 $T = 37$ 带入 $T = -0.1795 \cdot M + 75.18$, 由于总步数 M 一定为整数, 可以近似得到假人内部维持 37°C 恒温处距离空气交界面的总步数 $M_5 = 213$.

为了得到人体中心与皮肤外侧温度测量点的距离和假人的热传导系数, 以介质与空气接触面恒温 75°C 和人体的中心温度 37°C 为边界条件, 使用 Du Fort-Frankel 差分格式, 利用 MATLAB 对第一类边界条件的热传导抛物型方程进行数值求解. 通过使用和 5.3.1 类似的方法, 调整人体中心与皮肤外侧温度测量点的距离和假人的热传导系数拟合附件二中皮肤外侧温度数据, 得到最终的温度分布.

为拟合皮肤外侧温度数据, 选取 5, 10, 15 分钟的时刻, 计算不同人体中心与皮肤外侧温度测量点的距离和假人的热传导系数在上述时间皮肤外侧温度, 并与附件二中皮肤外侧温度分布函数进行比较, 利用 MATLAB 求得欧氏距离

$$O = \sqrt{(T_1 - T'_1)^2 + (T_2 - T'_2)^2 + (T_3 - T'_3)^2},$$

其中, T_1 、 T_2 、 T_3 分别为第 5、10、15 分钟已知皮肤外侧温度; T'_1 、 T'_2 、 T'_3 分别为第 5、10、15 分钟求出的皮肤外侧温度.

搜索最小值, 最终得到, 当皮肤外侧温度测量点的距离 d 取 23cm、热传导

系数 a 取 1×10^{-4} 时，欧氏距离最小。

此时皮肤外侧温度变化图如图 所示，其中红色的曲线为利用求出的人体中心与皮肤外侧温度测量点的距离和假人的热传导系数得到的皮肤外侧温度变化图，蓝色为已知皮肤外侧温度变化图。

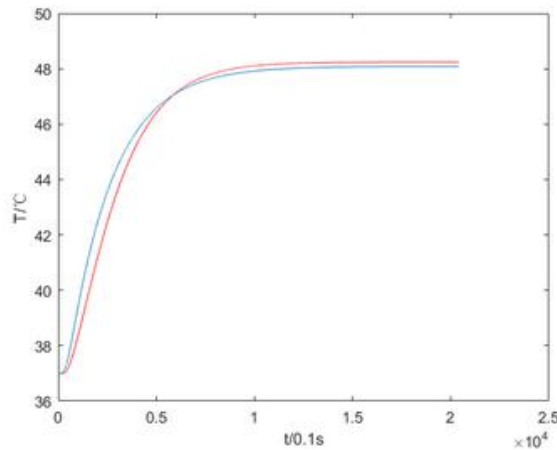


图 7 皮肤外侧温度变化图

假人中心与皮肤外侧温度测量点的距离约为 23cm ，假人热导系数与橡胶大致相同。^[5] 这与实际情况符合，充分说明了用这种模型解决实际问题可行的，也印证了模型的正确性与可靠性。

至此，问题一得到解决。

六 问题二的求解

问题二是一个求最优化的问题。显然我们要求得的第 II 层厚度要在满足题目条件下越薄越好。

题目中要求我们在环境温度为 65°C 、IV 层的厚度为 5.5mm 时，得到假人皮肤外侧温度不超过 47°C ，且超过 44°C 的时间不超过 5 分钟时第 II 层介质的最优厚度。

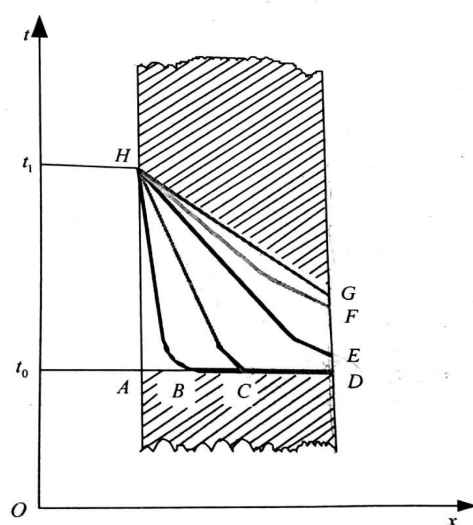


图 8 非稳态导热过程中温度的变化过程^[6]

根据题目分析知，问题二的实际限制条件只有一个——在工作 55 分钟时，皮肤外侧温度不超过 44°C 。下证若有在工作 55 分钟时，皮肤外侧温度不超过 44°C 成立，则成立在 60 分钟时皮肤外侧温度小于 47°C 。反证而设，有在工作 55 分钟时皮肤外侧温度不超过 44°C 且 60 分钟时达到或超过 47°C 成立。则皮肤外侧温度在 55 分钟到 60 分钟这 5 分钟至少升高了 3°C 。结合附件一温度分布及常理推断，在皮肤外侧稳定地参与热传递之后，温度上升的速度随着时间的推移越来越小，即在工作开始的一段很短时间之后温度关于时间的偏导数单调递减。这一初始阶段称为非正规状况阶段^[6]，一般地说，物体整个非稳态导热过程主要出于正规状况阶段。那么，不妨设从工作第 5 分钟开始到第 60 分钟，每隔五分钟温度上升 3°C 。则初始温度居然小于 37°C ，与题目条件矛盾。故问题二实际限制条件只有在工作 55 分钟时，皮肤外侧温度不超过 44°C 。

换句话说，题目要求的条件变为求 55 分钟时，皮肤温度不超过 47°C 的第 II 层介质最小厚度。

6.1 二分法的过程

二分法是计算机上的一种常用算法，下面列出计算步骤：

步骤 1 准备 计算 $f(x)$ 在有根区间 $[a, b]$ 端点处的值 $f(a), f(b)$ 。

步骤 2 二分 计算 $f(x)$ 在区间中点 $\frac{a+b}{2}$ 处的值 $f(\frac{a+b}{2})$ 。

步骤 3 判断 若 $f(\frac{a+b}{2})=0$ ，则 $\frac{a+b}{2}$ 即是根，计算过程结束，否则检验：

若 $f(\frac{a+b}{2})f(a)<0$ ，则以 $\frac{a+b}{2}$ 代替 b ，否则以 $\frac{a+b}{2}$ 代替 a 。

反复执行步骤 2 和步骤 3，直到区间[a,b]的长度小于允许误差 0.005，此时中点 $\frac{a+b}{2}$ 即为所求近似根。^[7]

6.2 利用二分法求解第二层厚度 d_2

利用第一问得到的模型二，以二层厚度 d_2 为自变量，利用二分查找法求解。流程图如图 所示。

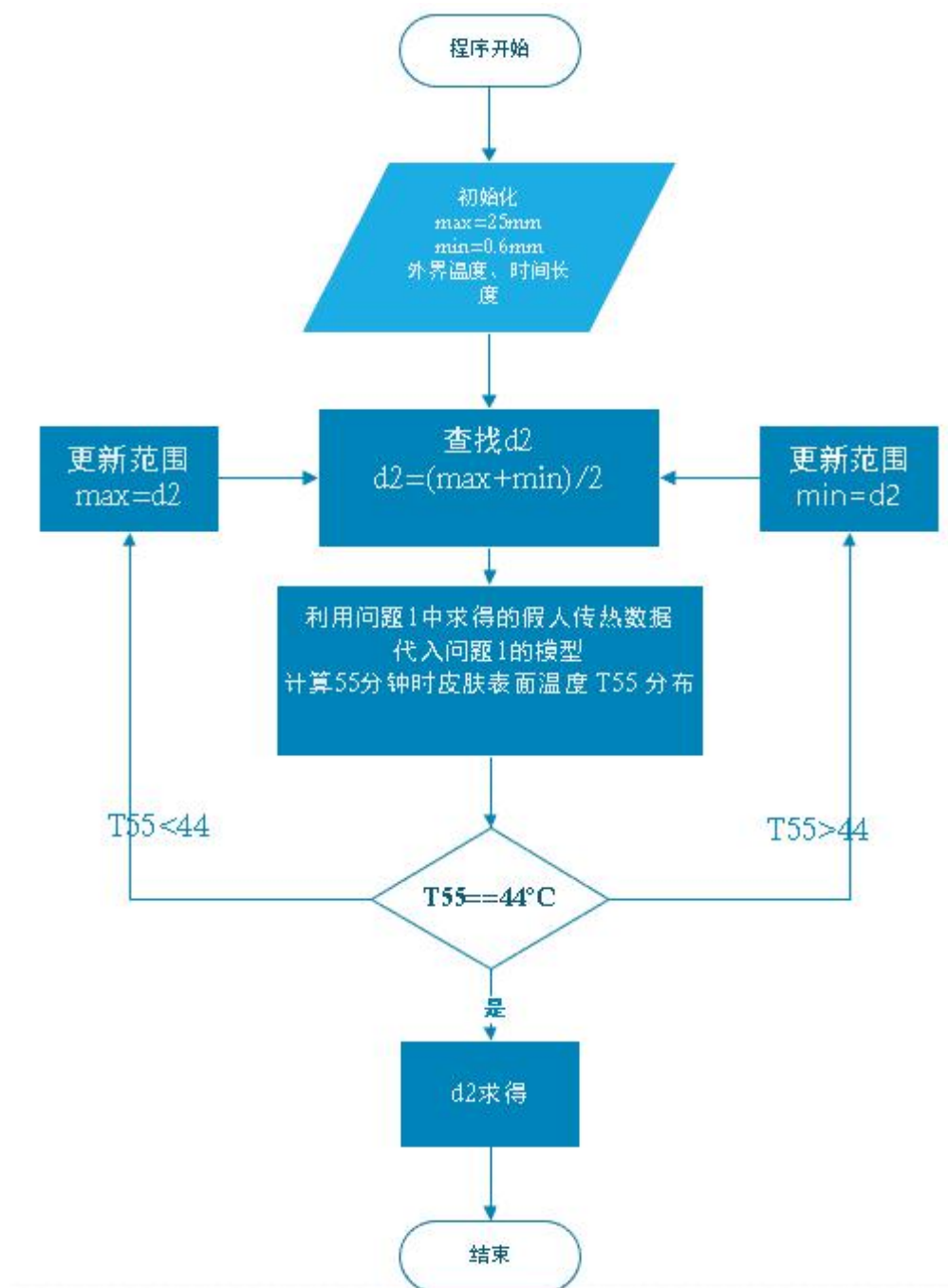


图 9 二分法求解问题二流程图

图中 t55 表示在 55 分钟的时候皮肤表面的温度

利用 MATLAB 实现上述流程，最终得到当 $d_2=22.1563\text{mm}$ 时：
 55 分钟皮肤外侧温度 $T_{55}=43.9089^\circ\text{C} < 44^\circ\text{C}$ ；
 60 分钟皮肤外侧温度 $T_{60}=44.0484^\circ\text{C} < 47^\circ\text{C}$ 。

所求结果符合题目要求。

皮肤外侧温度变化曲线如图。

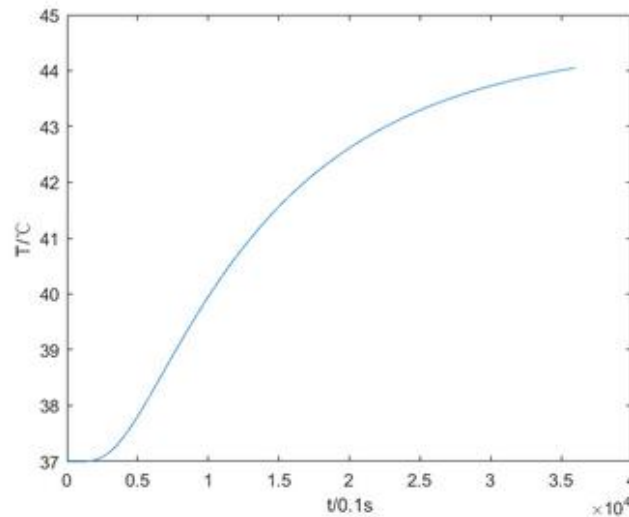


图 10 皮肤外侧温度变化曲线

七 问题三的求解

问题三利用问题一中得到的模型二求解。

题目要求我们求得当环境温度为 80°C 时，工作 30 分钟后假人皮肤外侧温度不超过 47°C ，且超过 44°C 的时间不超过 5 分钟的第 II 层和 IV 层的最优厚度。与问题二的分析过程相同，我们可以把问题简化为求当环境温度为 80°C 时，工作 25 分钟时皮肤外层温度不超过 44°C 时的，第 II 层和 IV 层的最优厚度。

此外，这是一个二元最优化问题。我们需要同时考虑第 II 层和 IV 层的厚度。综合考虑两个条件：（1）厚度；（2）质量。由第一问的结果，知第 IV 层的热传导系数显著地低于第 II 层的热传导系数，即第 IV 层隔热效果明显优于第 II 层，对比两层介质特性，发现在没有热对流的情况下，第 IV 层越厚越好。其次，考虑质量，由于第 IV 层密度远小于第 II 层密度，而二者厚度在数量级上相差不大，故相同体积的第 IV 层隔热性能远优于第 II 层。

所以，我们使用 IV 层大厚度 6.4mm ，此时问题三化为了和问题二相同的模型。和第二问相同，通过二分法查找，利用 MATLAB 求得第 II 层最优厚度。

最终得到当 $d_2=21.375\text{mm}$ 时：

55 分钟皮肤外侧温度 $T_{55}=43.9727^{\circ}\text{C} < 44^{\circ}\text{C}$;

60 分钟皮肤外侧温度 $T_{60}=44.9670^{\circ}\text{C} < 47^{\circ}\text{C}$.

所求结果符合题目要求.

皮肤外侧温度变化曲线如图.

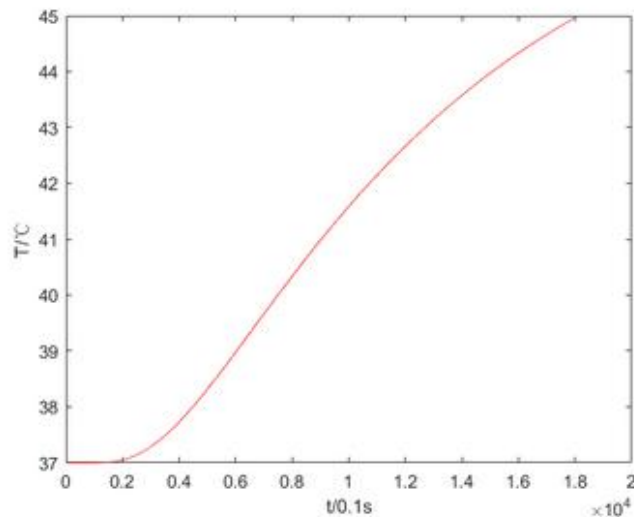


图 11 皮肤外侧温度变化曲线

八 模型的评价与改进

- (1) 优点：在求解温度分布的过程中，将环境温度对服装-皮肤的影响从三维平面转化为一维平面进行计算，降低了模型构造的复杂度，提高了运算效率.

缺点：将三维降低为一维，忽略了其他方向高温产生的热量对服装-皮肤的影响，对求解造成了一定的误差.

- (2) 优点：考虑到第 IV 层厚度不超过 6.4 mm，热对流影响很小，所以我们不考虑热对流的影响，并且忽略热辐射在高温-服装-皮肤模型中的影响，简化了问题，方便求解.

缺点：忽略热对流，热辐射的影响，只考虑热传导的影响，会对求得的温度分布，织物材料最优厚度产生一定的影响.

- (3) 缺点：在模型建立求解的过程中，我们对数据只保留四位有效数字，用近似的数值解进行计算会产生一定的实验误差.

- (4) 缺点：在采用 Du Fort-Frankel 差分格式对热传导方程进行数值求解时，为了满足相容性，选取了皮肤外侧每隔 0.1s 的温度作为边界条件。所以我们对皮肤外侧温度每秒的数据进行等距线性插值，得到每隔 0.1s 温度的

数据. 在操作过程中, 等距线性插值可能会使得到的温度偏小, 进而带来一定的误差.

改进: 对皮肤外侧温度数据进行拟合, 得到每隔 0.1s 温度的近似数据, 进而求解.

- (5) 缺点: 本文在数值求解过程中, 调整参数获得步长的时候会产生一定的误差.

改进: 可以使用多种差分方法对热传导方程进行求解, 对求取的结果取平均值, 减少误差.

九 参考文献

- [1]: TORVI D A , DALE J D , FAULKNER B. Influence of air gaps on bench-top test results of flame resistant fabrics[J]. Journal of Fire Protection engineering , 1999 10(1): 1-12.
- [2]: 谷超豪, 李大潜等. 数学物理方程 (第三版) [M]. 北京: 高等教育出版社, 2012: 47-48.
- [3]: 陆金甫, 关治. 偏微分方程的数值解法 (第三版) [M]. 北京: 清华大学出版社, 2016: 19-28, 89-94.
- [4]: [美]M.N. 奥齐西克, 著. 余昌铭, 译. 热传导 [M]. 北京: 高等教育出版社, 1983: 1-15.
- [5]: 陶慧, 陈双俊, 张军. 导热橡胶模型及导热橡胶的应用研究进展[J]. 橡胶工业, 2012, 59 (07) :440-448.
- [6]: 次英. 流体力学与传热学基础 [M]. 北京: 科学出版社, 2016: 80-98.
- [7]: 李庆扬, 王能超, 易大义. 数值分析 (第五版) [M]. 北京: 清华大学出版社, 2008: 213-215.

附录

MATLAB 程序

1. 问题一稳态

文件名为: question1_Ts

```
clc,clear

format short

%导入数据

shuju1=load('shuju1.txt');

p(4)=0;c(4)=0;lambda(4)=0;d(4)=0;

for i=1:4

p(i)=shuju1(i,1);%密度

c(i)=shuju1(i,2);%比热

lambda(i)=shuju1(i,3);%热传导率

d(i)=shuju1(i,4)/1000;%厚度,m

end

L=1; %长度为一个单位

R(4)=0;

for i=1:4

R(i)=L*d(i)/lambda(i); %热阻

end

R

Ra=sum(R) %总热阻

T0=37; %体温

Te=75;%环境

Ts=[0,0,0,48.08];%稳态温度: 12 间,23 间, 34 间,人体表

qas=(Te-Ts(4))/Ra %稳态时热流密度

deltaTs(4)=0;

for i=1:4

deltaTs(i)=qas*R(i);

end

deltaTs
```

```

for i=1:3

Ts(4-i)=Ts(5-i)+deltaTs(5-i);

end

Ts %稳态温度

```

2. 问题一边界条件为皮肤外侧温度逐点搜索

文件名为: question1_step1_test

```

clc,clear

format short

%导入数据

[~,~,raw] = xlsread('CUMCM-2018-Problem-A-Chinese-Appendix.xlsx','附件 2','A3:B5403');

raw(cellfun(@(x) ~isempty(x) && isnumeric(x) && isnan(x),raw)) = {' '};

R = cellfun(@(x) ~isnumeric(x) && ~islogical(x),raw);

raw(R) = {NaN};

data = reshape([raw{:}],size(raw));

VarName1 = data(:,1);

VarName2 = data(:,2);

clearvars data raw R;

shuju1=load('shuju1.txt');

T0=37;%体温

Te=75;%环境

Ts=[74.3018,72.7543,65.1203,48.0800];%稳态温度

p(4)=0;c(4)=0;lambda(4)=0;d(4)=0;a(4)=0;%初始化

for i=1:4

p(i)=shuju1(i,1);%密度

c(i)=shuju1(i,2);%比热

lambda(i)=shuju1(i,3);%热传导率

d(i)=shuju1(i,4)/1000;%厚度

a(i)=lambda(i)/(p(i)*c(i));%热传导系数

end

D=sum(d);

TimeMax=2040.1;%考虑 34min 的

%利用等距线性插值法求每隔 0.1s 时, 人体表温度

lastT=zeros(1,20401);

```

```

for i=1:2040

deltaX=(VarName2(i+1)-VarName2(i))/10;

for ii=1:10

lastT(10*(i-1)+ii)=VarName2(i)+deltaX*(ii-1);

end

end

lastT(20401)=lastT(20400);

%利用 Du Fort-Frankel 格式，求抛物型方程的数值解

x=2;y=5;z=34;w=150-(x+y+z);

Dist2=zeros(5,7,11);

for loopi=1:5

x=x+1;

y=5;

for loopj=1:7

y=y+1;

z=34

for loopk=1:11

mi=[x,y,z,w];%mi(i)表示每层步数

tao=0.1;%时间步长 s

a2t(4)=0;k1(4)=0;k2(4)=0;h(4)=0;%初始化

for i=1:4

h(i)=d(i)/mi(i);

a2t(i)=2*a(i)*tao;

k1(i)=a2t(i)/(h(i)^2+a2t(i));

k2(i)=(h(i)^2-a2t(i))/(h(i)^2+a2t(i));

end

mi=round(mi)

m=sum(mi);

n=TimeMax/tao;

n=round(n);

u=zeros(m,n);%u=(x,t)

k1,k2

%u(j,w) u(x,t)

```

```

%初始条件

u(2:end,1)=T0;

u(1,:)=Te;

u(2,2)=k2(1)*T0+k1(1)*(T0+Te);

u(3:m,2)=T0;

u(m+1,:)=lastT;

Mi(1)=mi(1);Mi(4)=0;

for i=2:4

    Mi(i)=Mi(i-1)+mi(i);

end

Mi

for w=2:n-1

    for j=2:mi(1)

        u(j,w+1)=k1(1)*( u(j+1,w)+u(j-1,w) )+k2(1)*u(j,w-1);

    end

    for j=(mi(1)+1):Mi(2)

        u(j,w+1)=k1(2)*( u(j+1,w)+u(j-1,w) )+k2(2)*u(j,w-1);

    end

    for j=(Mi(2)+1):Mi(3)

        u(j,w+1)=k1(3)*( u(j+1,w)+u(j-1,w) )+k2(3)*u(j,w-1);

    end

    for j=(Mi(3)+1):Mi(4)

        u(j,w+1)=k1(4)*( u(j+1,w)+u(j-1,w) )+k2(4)*u(j,w-1);

    end

end

u

v(4)=0;

for i=1:4

    temp=u(Mi(i)+1,end)

    v(i)=(temp-Ts(i))^2;

end

Dist2(loopi,loopj,loopk)=sum(v);

end

```

```

end

end

Min=min(min(min(Dist2)));

[X,Y,Z]=find(Dist2==Min)

```

3. 问题一边界条件为皮肤外侧温度，步长为 4, 8, 44, 94 时稳态温度分布

文件名为: question1_step1

```

clc,clear

format short

%导入数据

[~,~,raw] = xlsread('CUMCM-2018-Problem-A-Chinese-Appendix.xlsx','附件 2','A3:B5403');

raw(cellfun(@x) ~isempty(x) && isnumeric(x) && isnan(x),raw)) = {' '};

R = cellfun(@x) ~isnumeric(x) && ~islogical(x),raw);

raw(R) = {NaN};

data = reshape([raw{:}],size(raw));

VarName1 = data(:,1);

VarName2 = data(:,2);

clearvars data raw R;

shuju1=load('shuju1.txt');

T0=37; %体温

Te=75;%环境

Ts=[74.3018,72.7543,65.1203,48.0800];%稳态温度

p(4)=0;c(4)=0;lambda(4)=0;d(4)=0;a(4)=0;%初始化

for i=1:4

p(i)=shuju1(i,1);%密度

c(i)=shuju1(i,2);%比热

lambda(i)=shuju1(i,3);%热传导率

d(i)=shuju1(i,4)/1000;%厚度

a(i)=lambda(i)/(p(i)*c(i));%热传导系数

end

D=sum(d);

TimeMax=2040.1;%考虑 34min 的

```



```

%利用等距线性插值法求每隔 0.1s 时，人体表温度

lastT=zeros(1,20401);

for i=1:2040

deltaX=(VarName2(i+1)-VarName2(i))/10;

for ii=1:10

lastT(10*(i-1)+ii)=VarName2(i)+deltaX*(ii-1);

end

end

lastT(20401)=lastT(20400);

%利用 Du Fort-Frankel 格式，求抛物型方程的数值解

mi=[4,8,44,94];%mi(i)表示每层步数

tao=0.1;%时间步长 s

a2t(4)=0;k1(4)=0;k2(4)=0;h(4)=0;%初始化

for i=1:4

h(i)=d(i)/mi(i);

a2t(i)=2*a(i)*tao;

k1(i)=a2t(i)/(h(i)^2+a2t(i));

k2(i)=(h(i)^2-a2t(i))/(h(i)^2+a2t(i));

end

mi=round(mi)

m=sum(mi);

n=TimeMax/tao;

n=round(n);

u=zeros(m,n);%u=(x,t)

k1,k2

%u(j,w) u(x,t)

%初始条件

u(2:end,1)=T0;

u(1,:)=Te;

u(2,2)=k2(1)*T0+k1(1)*(T0+Te);

u(3:m,2)=T0;

u(m+1,:)=lastT;

Mi(1)=mi(1);Mi(4)=0;

```

```

for i=2:4

Mi(i)=Mi(i-1)+mi(i);

end

Mi

for w=2:n-1

for j=2:mi(1)

u(j,w+1)=k1(1)*( u(j+1,w)+u(j-1,w) )+k2(1)*u(j,w-1);

end

for j=(mi(1)+1):Mi(2)

u(j,w+1)=k1(2)*( u(j+1,w)+u(j-1,w) )+k2(2)*u(j,w-1);

end

for j=(Mi(2)+1):Mi(3)

u(j,w+1)=k1(3)*( u(j+1,w)+u(j-1,w) )+k2(3)*u(j,w-1);

end

for j=(Mi(3)+1):Mi(4)

u(j,w+1)=k1(4)*( u(j+1,w)+u(j-1,w) )+k2(4)*u(j,w-1);

end

end

u

for i=1:4

u(Mi(i)+1,end)

end

```

4. 问题一边界条件为 37°C 逐点搜索

```

%第二题

clc,clear

format short

%导入数据

shuju2=load('shuju2.txt');

T0=37; %体温

Te=65;%环境

p(4)=0;c(4)=0;lambda(4)=0;d(4)=0;a(4)=0;%初始化

for i=1:4

p(i)=shuju2(i,1);%密度

```

```

c(i)=shuju2(i,2);%比热
lambda(i)=shuju2(i,3);%热传导率
d(i)=shuju2(i,4)/1000;%厚度
a(i)=lambda(i)/(p(i)*c(i));%热传导系数
end
%d2=22.0;
min=22.0;max=22.5;
for times=1:5
d2=(min+max)/2;
d(2)=d2/1000;
D=sum(d);
TimeMax=3600.1;%考虑 60min 的
mi=[4,0,44,94,63];
mi(2)=d(2)/(7.5e-4);
tao=0.1;%时间步长 s
d(5)=0.23;
a2t(5)=2e-5;
k1(5)=0;k2(5)=0;h(5)=0;
for i=1:4
h(i)=d(i)/mi(i);
a2t(i)=2*a(i)*tao;
k1(i)=a2t(i)/(h(i)^2+a2t(i));
k2(i)=(h(i)^2-a2t(i))/(h(i)^2+a2t(i));
end
h(5)=d(5)/mi(5);
k1(5)=a2t(5)/(h(5)^2+a2t(5));
k2(5)=(h(5)^2-a2t(5))/(h(5)^2+a2t(5));
mi=round(mi);
m=sum(mi);
n=TimeMax/tao;
n=round(n);
u=zeros(m,n);%u=(x,t)
%u(j,w) u(x,t)

```

```

%初始条件

u(2:end,1)=T0;

u(1,:)=Te;

u(2,2)=k2(1)*T0+k1(1)*(T0+Te);

u(3:m,2)=T0;

u(m+1,:)=T0;

Mi(1)=mi(1);Mi(4)=0;

for i=2:5

    Mi(i)=Mi(i-1)+mi(i);

end

for w=2:n-1

    for j=2:mi(1)

        u(j,w+1)=k1(1)*( u(j+1,w)+u(j-1,w) )+k2(1)*u(j,w-1);

    end

    for j=(mi(1)+1):Mi(2)

        u(j,w+1)=k1(2)*( u(j+1,w)+u(j-1,w) )+k2(2)*u(j,w-1);

    end

    for j=(Mi(2)+1):Mi(3)

        u(j,w+1)=k1(3)*( u(j+1,w)+u(j-1,w) )+k2(3)*u(j,w-1);

    end

    for j=(Mi(3)+1):Mi(4)

        u(j,w+1)=k1(4)*( u(j+1,w)+u(j-1,w) )+k2(4)*u(j,w-1);

    end

    for j=(Mi(4)+1):Mi(5)

        u(j,w+1)=k1(5)*( u(j+1,w)+u(j-1,w) )+k2(5)*u(j,w-1);

    end

end

disp('55min 体表温度')

t55=u(Mi(4)+1,33000) %55min 体表温度

disp('60min 体表温度')

t60=u(Mi(4)+1,end-1) %60min 体表温度

if t55>44

    min=d2

```

```

elseif t55==44

d2

break

else

max=d2

end

end

d2

distributeT=u(Mi(4)+1,:);

tt=(1:36001);

plot(tt,distributeT,'r')

```

5. 问题一边界条件为 37°C 温度分布

```

clc,clear

format short

%导入数据

[~,~,raw]=xlsread('CUMCM-2018-Problem-A-Chinese-Appendix.xlsx','附件 2','A3:B5403');

raw(cellfun(@(x) ~isempty(x) && isnumeric(x) && isnan(x),raw)) = {''};

R = cellfun(@(x) ~isnumeric(x) && ~islogical(x),raw);

raw(R) = {NaN};

data = reshape([raw{:}],size(raw));

VarName1 = data(:,1);

VarName2 = data(:,2);

clearvars data raw R;

shuju1=load('shuju1.txt');

T0=37;%体温

Te=75;%环境

p(4)=0;c(4)=0;lambda(4)=0;d(4)=0;a(4)=0;%初始化

for i=1:4

p(i)=shuju1(i,1);%密度

c(i)=shuju1(i,2);%比热

lambda(i)=shuju1(i,3);%热传导率

d(i)=shuju1(i,4)/1000;%厚度

a(i)=lambda(i)/(p(i)*c(i));%热传导系数

```

```

end

D=sum(d);

TimeMax=2040.1;%考虑 34min 的

lastT=zeros(1,20401);

for i=1:2040

deltaX=(VarName2(i+1)-VarName2(i))/10;

for ii=1:10

lastT(10*(i-1)+ii)=VarName2(i)+deltaX*(ii-1);

end

end

lastT(20401)=lastT(20400);

mi=[4,8,44,94,63];

tao=0.1;%时间步长 s

d(5)=0.23;

a2t(5)=2e-5;

k1(5)=0;k2(5)=0;h(5)=0;

for i=1:4

h(i)=d(i)/mi(i);

a2t(i)=2*a(i)*tao;

k1(i)=a2t(i)/(h(i)^2+a2t(i));

k2(i)=(h(i)^2-a2t(i))/(h(i)^2+a2t(i));

end

h(5)=d(5)/mi(5);

k1(5)=a2t(5)/(h(5)^2+a2t(5));

k2(5)=(h(5)^2-a2t(5))/(h(5)^2+a2t(5));

h

mi=round(mi)

m=sum(mi);

n=TimeMax/tao;

n=round(n);

u=zeros(m,n);%u=(x,t)

k1,k2

%u(j,w) u(x,t)

```

```

%初始条件

u(2:end,1)=T0;

u(1,:)=Te;

u(2,2)=k2(1)*T0+k1(1)*(T0+Te);

u(3:m,2)=T0;

u(m+1,:)=T0;

u

Mi(1)=mi(1);Mi(4)=0;

for i=2:5

Mi(i)=Mi(i-1)+mi(i);

end

Mi

for w=2:n-1

for j=2:mi(1)

u(j,w+1)=k1(1)*( u(j+1,w)+u(j-1,w) )+k2(1)*u(j,w-1);

end

for j=(mi(1)+1):Mi(2)

u(j,w+1)=k1(2)*( u(j+1,w)+u(j-1,w) )+k2(2)*u(j,w-1);

end

for j=(Mi(2)+1):Mi(3)

u(j,w+1)=k1(3)*( u(j+1,w)+u(j-1,w) )+k2(3)*u(j,w-1);

end

for j=(Mi(3)+1):Mi(4)

u(j,w+1)=k1(4)*( u(j+1,w)+u(j-1,w) )+k2(4)*u(j,w-1);

end

for j=(Mi(4)+1):Mi(5)

u(j,w+1)=k1(5)*( u(j+1,w)+u(j-1,w) )+k2(5)*u(j,w-1);

end

end

u

for i=1:3

u(Mi(i)+1,end)

end

```

```

distributeT=u(151,:);

tt=(1:20401);

plot(tt,distributeT,'r')

hold on

plot(tt,lastT)

hold off

xlabel('t/0.1s')

ylabel('T/°C')

U=u(:,1:10:end)

%U 为第一问所要求的矩阵，把 U 复制到名为 question1 的 Excel 文件

```

6. 问题二二分法求解

```

%第二题

clc,clear

format short

%导入数据

shuju2=load('shuju2.txt');

T0=37; %体温

Te=65;%环境

p(4)=0;c(4)=0;lambda(4)=0;d(4)=0;a(4)=0;%初始化

for i=1:4

p(i)=shuju2(i,1);%密度

c(i)=shuju2(i,2);%比热

lambda(i)=shuju2(i,3);%热传导率

d(i)=shuju2(i,4)/1000;%厚度

a(i)=lambda(i)/(p(i)*c(i));%热传导系数

end

%d2=22.0;

min=22.0;max=22.5;

for times=1:5

d2=(min+max)/2;

d(2)=d2/1000;

D=sum(d);

```



```

TimeMax=3600.1;%考虑 60min 的

mi=[4,0,44,94,63];

mi(2)=d(2)/(7.5e-4);

tao=0.1;%时间步长 s

d(5)=0.23;

a2t(5)=2e-5;

k1(5)=0;k2(5)=0;h(5)=0;

for i=1:4

h(i)=d(i)/mi(i);

a2t(i)=2*a(i)*tao;

k1(i)=a2t(i)/(h(i)^2+a2t(i));

k2(i)=(h(i)^2-a2t(i))/(h(i)^2+a2t(i));

end

h(5)=d(5)/mi(5);

k1(5)=a2t(5)/(h(5)^2+a2t(5));

k2(5)=(h(5)^2-a2t(5))/(h(5)^2+a2t(5));

mi=round(mi);

m=sum(mi);

n=TimeMax/tao;

n=round(n);

u=zeros(m,n);%u=(x,t)

%u(j,w) u(x,t)

%初始条件

u(2:end,1)=T0;

u(1,:)=Te;

u(2,2)=k2(1)*T0+k1(1)*(T0+Te);

u(3:m,2)=T0;

u(m+1,:)=T0;

Mi(1)=mi(1);Mi(4)=0;

for i=2:5

Mi(i)=Mi(i-1)+mi(i);

end

for w=2:n-1

```

```

for j=2:mi(1)
u(j,w+1)=k1(1)*( u(j+1,w)+u(j-1,w) )+k2(1)*u(j,w-1);
end

for j=(mi(1)+1):Mi(2)
u(j,w+1)=k1(2)*( u(j+1,w)+u(j-1,w) )+k2(2)*u(j,w-1);
end

for j=(Mi(2)+1):Mi(3)
u(j,w+1)=k1(3)*( u(j+1,w)+u(j-1,w) )+k2(3)*u(j,w-1);
end

for j=(Mi(3)+1):Mi(4)
u(j,w+1)=k1(4)*( u(j+1,w)+u(j-1,w) )+k2(4)*u(j,w-1);
end

for j=(Mi(4)+1):Mi(5)
u(j,w+1)=k1(5)*( u(j+1,w)+u(j-1,w) )+k2(5)*u(j,w-1);
end

end

disp('55min 体表温度')

t55=u(Mi(4)+1,33000) %55min 体表温度

disp('60min 体表温度')

t60=u(Mi(4)+1,end-1) %60min 体表温度

if t55>44

min=d2

elseif t55==44

d2

break

else

max=d2

end

end

d2

distributeT=u(Mi(4)+1,:);

tt=(1:36001);

plot(tt,distributeT,'r')

```

7. 问题二温度

```
%第二题

clc,clear

format short

%导入数据

shuju2=load('shuju2.txt');

T0=37; %体温

Te=65;%环境

p(4)=0;c(4)=0;lambda(4)=0;d(4)=0;a(4)=0;%初始化

for i=1:4

    p(i)=shuju2(i,1);%密度

    c(i)=shuju2(i,2);%比热

    lambda(i)=shuju2(i,3);%热传导率

    d(i)=shuju2(i,4)/1000;%厚度

    a(i)=lambda(i)/(p(i)*c(i));%热传导系数

end

d2=22.1563;

d(2)=d2/1000;

D=sum(d);

TimeMax=3600.1;%考虑 60min 的

mi=[4,0,44,94,63];

mi(2)=d(2)/(7.5e-4);%h(2)=7.5e-4

tao=0.1;%时间步长 s

d(5)=0.23;

a2t(5)=2e-5;

k1(5)=0;k2(5)=0;h(5)=0;

for i=1:4

    h(i)=d(i)/mi(i);

    a2t(i)=2*a(i)*tao;

    k1(i)=a2t(i)/(h(i)^2+a2t(i));

    k2(i)=(h(i)^2-a2t(i))/(h(i)^2+a2t(i));

end
```

```

h(5)=d(5)/mi(5);

k1(5)=a2t(5)/(h(5)^2+a2t(5));

k2(5)=(h(5)^2-a2t(5))/(h(5)^2+a2t(5));

mi=round(mi);

m=sum(mi);

n=TimeMax/tao;

n=round(n);

u=zeros(m,n);%u=(x,t)

%u(j,w) u(x,t)

%初始条件

u(2:end,1)=T0;

u(1,:)=Te;

u(2,2)=k2(1)*T0+k1(1)*(T0+Te);

u(3:m,2)=T0;

u(m+1,:)=T0;

Mi(1)=mi(1);Mi(4)=0;

for i=2:5

Mi(i)=Mi(i-1)+mi(i);

end

for w=2:n-1

for j=2:mi(1)

u(j,w+1)=k1(1)*( u(j+1,w)+u(j-1,w) )+k2(1)*u(j,w-1);

end

for j=(mi(1)+1):Mi(2)

u(j,w+1)=k1(2)*( u(j+1,w)+u(j-1,w) )+k2(2)*u(j,w-1);

end

for j=(Mi(2)+1):Mi(3)

u(j,w+1)=k1(3)*( u(j+1,w)+u(j-1,w) )+k2(3)*u(j,w-1);

end

for j=(Mi(3)+1):Mi(4)

u(j,w+1)=k1(4)*( u(j+1,w)+u(j-1,w) )+k2(4)*u(j,w-1);

end

for j=(Mi(4)+1):Mi(5)

```

```

u(j,w+1)=k1(5)*( u(j+1,w)+u(j-1,w) )+k2(5)*u(j,w-1);

end

end

u

disp('55min 体表温度')

t55=u(Mi(4)+1,33000) %55min 体表温度

disp('60min 体表温度')

t60=u(Mi(4)+1,end-1) %60min 体表温度

distributeT=u(Mi(4)+1,:);

tt=(1:36001);

plot(tt,distributeT)

xlabel('t/0.1s')

ylabel('T/°C')

```

8. 问题三二分法求解

```

%第三题

clc,clear

format short

%导入数据

shuju3=load('shuju3.txt');

T0=37; %体温

Te=80;%环境

p(4)=0;c(4)=0;lambda(4)=0;d(4)=0;a(4)=0;%初始化

for i=1:4

p(i)=shuju3(i,1);%密度

c(i)=shuju3(i,2);%比热

lambda(i)=shuju3(i,3);%热传导率

d(i)=shuju3(i,4)/1000;%厚度

a(i)=lambda(i)/(p(i)*c(i));%热传导系数

end

%d2=22;

d4=6.4;

min=21.0;max=21.5;

```

```

for times=1:10

d2=(min+max)/2;

d(2)=d2/1000;

d(4)=d4/1000;

D=sum(d);

TimeMax=1800.1;%考虑 30min 的

mi=[4,0,40,0,63];

mi(2)=d(2)/(7.5e-4);

mi(4)=d(4)/(5.851e-05);

tao=0.1;%时间步长 s

d(5)=0.23;

a2t(5)=2e-5;

k1(5)=0;k2(5)=0;h(5)=0;

for i=1:4

h(i)=d(i)/mi(i);

a2t(i)=2*a(i)*tao;

k1(i)=a2t(i)/(h(i)^2+a2t(i));

k2(i)=(h(i)^2-a2t(i))/(h(i)^2+a2t(i));

end

h(5)=d(5)/mi(5);

k1(5)=a2t(5)/(h(5)^2+a2t(5));

k2(5)=(h(5)^2-a2t(5))/(h(5)^2+a2t(5));

mi=round(mi)

m=sum(mi);

n=TimeMax/tao;

n=round(n);

u=zeros(m,n);%u=(x,t)

%u(j,w) u(x,t)

%初始条件

u(2:end,1)=T0;

u(1,:)=Te;

u(2,2)=k2(1)*T0+k1(1)*(T0+Te);

u(3:m,2)=T0;

```

```

u(m+1,:)=T0;

Mi(1)=mi(1);Mi(4)=0;

for i=2:5

Mi(i)=Mi(i-1)+mi(i);

end

for w=2:n-1

for j=2:mi(1)

u(j,w+1)=k1(1)*( u(j+1,w)+u(j-1,w) )+k2(1)*u(j,w-1);

end

for j=(mi(1)+1):Mi(2)

u(j,w+1)=k1(2)*( u(j+1,w)+u(j-1,w) )+k2(2)*u(j,w-1);

end

for j=(Mi(2)+1):Mi(3)

u(j,w+1)=k1(3)*( u(j+1,w)+u(j-1,w) )+k2(3)*u(j,w-1);

end

for j=(Mi(3)+1):Mi(4)

u(j,w+1)=k1(4)*( u(j+1,w)+u(j-1,w) )+k2(4)*u(j,w-1);

end

for j=(Mi(4)+1):Mi(5)

u(j,w+1)=k1(5)*( u(j+1,w)+u(j-1,w) )+k2(5)*u(j,w-1);

end

end

disp('25min 体表温度')

t25=u(Mi(4)+1,15000) %55min 体表温度

disp('30min 体表温度')

t30=u(Mi(4)+1,end-1) %60min 体表温度

if t25>44

min=d2

elseif t25==44

d2

break

else

max=d2

```

```
end
```

```
end
```

```
d2
```

9. 问题三温度

```
%第三题
```

```
clc,clear
```

```
format short
```

```
%导入数据
```

```
shuju3=load('shuju3.txt');
```

```
T0=37; %体温
```

```
Te=80;%环境
```

```
p(4)=0;c(4)=0;lambda(4)=0;d(4)=0;a(4)=0;%初始化
```

```
for i=1:4
```

```
p(i)=shuju3(i,1);%密度
```

```
c(i)=shuju3(i,2);%比热
```

```
lambda(i)=shuju3(i,3);%热传导率
```

```
d(i)=shuju3(i,4)/1000;%厚度
```

```
a(i)=lambda(i)/(p(i)*c(i));%热传导系数
```

```
end
```

```
d2=21.375;
```

```
d4=6.4;
```

```
d(2)=d2/1000;
```

```
d(4)=d4/1000;
```

```
D=sum(d);
```

```
TimeMax=1800.1;%考虑 30min 的
```

```
mi=[4,0,40,0,63];
```

```
mi(2)=d(2)/(7.5e-4);
```

```
mi(4)=d(4)/(5.851e-05);
```

```
tao=0.1;%时间步长 s
```

```
d(5)=0.23;
```

```
a2t(5)=2e-5;
```

```
k1(5)=0;k2(5)=0;h(5)=0;
```



```

for i=1:4
h(i)=d(i)/mi(i);
a2t(i)=2*a(i)*tao;
k1(i)=a2t(i)/(h(i)^2+a2t(i));
k2(i)=(h(i)^2-a2t(i))/(h(i)^2+a2t(i));
end
h(5)=d(5)/mi(5);
k1(5)=a2t(5)/(h(5)^2+a2t(5));
k2(5)=(h(5)^2-a2t(5))/(h(5)^2+a2t(5));
mi=round(mi)
m=sum(mi);
n=TimeMax/tao;
n=round(n);
u=zeros(m,n);%u=(x,t)
%u(j,w) u(x,t)
%初始条件
u(2:end,1)=T0;
u(1,:)=Te;
u(2,2)=k2(1)*T0+k1(1)*(T0+Te);
u(3:m,2)=T0;
u(m+1,:)=T0;
Mi(1)=mi(1);Mi(4)=0;
for i=2:5
Mi(i)=Mi(i-1)+mi(i);
end
for w=2:n-1
for j=2:mi(1)
u(j,w+1)=k1(1)*( u(j+1,w)+u(j-1,w) )+k2(1)*u(j,w-1);
end
for j=(mi(1)+1):Mi(2)
u(j,w+1)=k1(2)*( u(j+1,w)+u(j-1,w) )+k2(2)*u(j,w-1);
end
for j=(Mi(2)+1):Mi(3)

```

```

u(j,w+1)=k1(3)*( u(j+1,w)+u(j-1,w) )+k2(3)*u(j,w-1);

end

for j=(Mi(3)+1):Mi(4)

u(j,w+1)=k1(4)*( u(j+1,w)+u(j-1,w) )+k2(4)*u(j,w-1);

end

for j=(Mi(4)+1):Mi(5)

u(j,w+1)=k1(5)*( u(j+1,w)+u(j-1,w) )+k2(5)*u(j,w-1);

end

end

u

disp('25min 体表温度')

t25=u(Mi(4)+1,15000) %55min 体表温度

disp('30min 体表温度')

t30=u(Mi(4)+1,end-1) %60min 体表温度

distributeT=u(Mi(4)+1,:);

tt=(1:18001);

plot(tt,distributeT,'r')

xlabel('t/0.1s')

ylabel('T/°C')

```