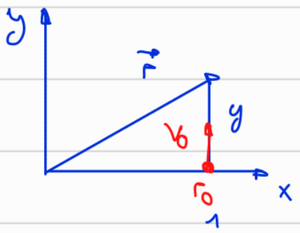
KEPLER

$$\ddot{\vec{r}} = \frac{-\vec{r}}{|\vec{r}|^3}$$



E.D. 2° orden

$\dot{r}$ velocidad

1° Condición $\vec{r}(0) = (1, 0)$ $\dot{\vec{r}}(0) = (0, 1)$

Método numérico : $\boxed{\text{EULER}}$ Los sistemas deben ser de 1° orden

Para ello para pasar a 1° orden.

$$v = \begin{pmatrix} \vec{r} \\ \dot{\vec{r}} \end{pmatrix}$$

Vector de estado

Nos gustaría saber:

$$\frac{dv}{dt} = \begin{pmatrix} \dot{\vec{r}} \\ \ddot{\vec{r}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{\vec{r}} \\ -\vec{r}/|\vec{r}|^3 \end{pmatrix} = F(v, t)$$

Vector columna F

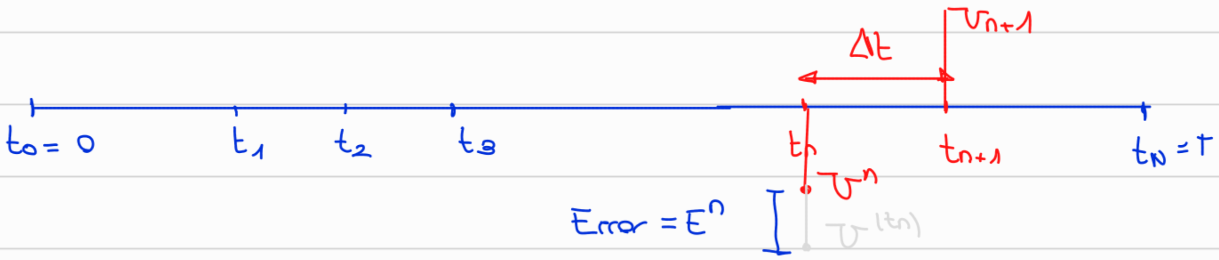
C.I

$$v^0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \vec{r} \\ \\ \\ \dot{\vec{r}} \end{array}$$

Todos los sistemas se expresan como : $\frac{dv}{dt} = F(v, t)$

Además, necesita una condición inicial : $v_0 = v^0$

Este método calcula soluciones en instantes temporales, no infinitos. Entre 2 pasos de tiempo, tenemos un Δt



En un instante t_n, tendremos un v^n, que será la solución aprox aplicando el esquema temporal de Euler.

$v(t_n)$ es la solución exacta del problema diferencial evaluada en t_n

El error, E^n, es el cometido entre la solución exacta y el del modelo.

Para ↓ ese error lo que se hace es ↓ Δt

El modelo $$\int_{U^n}^{U^{n+1}} dU = \int_{t_n}^{t_{n+1}} F(U,t)\, dt \simeq F(U^n)\,\Delta t = F^n \cdot \Delta t$$

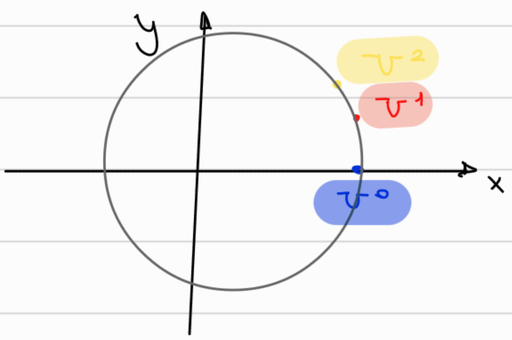
$F^n \rightarrow$ Solución del problema de Cauchy aproximada en el instante n.

$$\boxed{U^{n+1} = U^n + \Delta t \cdot F^n}$$

VECTOR ESTADO : U $\qquad \Delta t = 0'1$

$$n=0 \longrightarrow U^1 = U^0 + \Delta t \cdot F^0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + 0'1 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0'1 \\ -0'1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$n=1 \longrightarrow U^2 = U^1 + \Delta t\, F^1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0'1 \\ -0'1 \\ 1 \end{pmatrix} + 0'1 \begin{pmatrix} -0'1 \\ 1 \\ 1 \\ -0'1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0'99 \\ 0'2 \\ 0'2 \\ 0'99 \end{pmatrix}$$



LIBRERÍA PYTHON : numpy