$\frac{dU}{dt} = F(U,t) \qquad U(0) = U^0$

$\boxed{\text{Ptos de equilibrio}}$ → aquellos donde la derivada es nula.

$F(U,t) = 0 \Rightarrow U_0$

↳ Puede ocurrir muchas cosas: que no ∃ realmente o que, si perturbamos, se muevan dichos puntos.

$\boxed{\text{Estabilidad}}$ → alteración para ver como cambia un punto.

$U(t) = U_0 + \varepsilon V(t)$

$\frac{dU}{dt} = \cancel{\frac{dU_0}{dt}}^{\,0} + \varepsilon \cdot \frac{dV}{dt} = F(U_0 + \varepsilon V, t) = \cancel{F(U_0)}^{\,0} + \frac{\partial F}{\partial U}(U_0) V \varepsilon + \overbrace{O(\varepsilon^2)}^{\text{perturbación}}$

0 si es pto equilibrio

$\frac{dV}{dt} = \underbrace{\frac{\partial F}{\partial U}(U_0)}_{A} \cdot V \longrightarrow A_{ij} = \underline{\frac{\partial F_i}{\partial U_j}} \cdot (U_0) \simeq \frac{F_i(U_0 + \delta_j \varepsilon) - F_i(U_0 - \delta_j \varepsilon)}{2\varepsilon}$

versor unitario sobre la dirección que quieres derivar. ($\delta_j \to \Delta x$)

aproximación de una derivada ⇒ fórmula en diferencia.

derivada en este punto

$j-1 \qquad j \qquad j+1$ (Δx)

$f'(x_j) = \frac{f(x_{j+1}) - f(x_{j-1})}{2\Delta x}$ ($x-\Delta x$, $x+\Delta x$)

$\frac{dV}{dt} = AV$ → las soluciones fundamentales vienen por $e^{\lambda_i t}$ $\quad \lambda_i \in \Lambda(A)$

Si $Re(\lambda) < 0$ → estable.
$Re(\lambda) > 0$ → inestable
$= 0$ → ¿?

$\boxed{\text{Estabilidad numérica}}$ → Simplemente es necesario hacer un dibujo.

↳ Dibujamos la región de estabilidad absoluta.

↳ Superponer $\lambda_i \Delta t$ y descartar

Esquema $U^{n+1} = G(U^n)$

EULER $U^{n+1} = U^n + \Delta t\, F(U^n) = U^n + \Delta t\, A U^n = (\underbrace{I + \Delta t A}_{r})\, U^n$ ($\Delta t A = \omega$, $U^n = 1$)

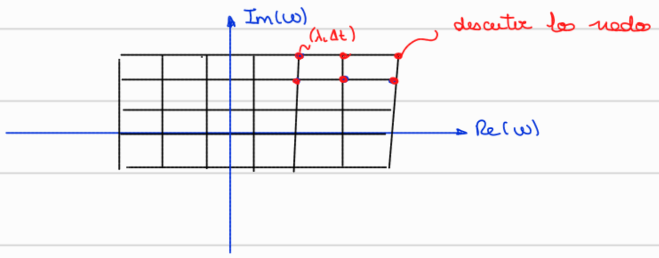
$r = (1 + \omega) \cdot 1$

Si $\Delta t = 1$ $\quad U^{n+1} = r \quad U^n = u \quad$ tendríamos $\Delta t A = \omega$ → ω es un punto del plano complejo

$\boxed{r = u + \omega u}$

Cogemos un trozo del plano complejo (mallado) y analizo cada nodo (es decir, cada r).

$\rho_{ij} = |r_{ij}|$



Cada punto de equilibrio tendrá su dibujo.