

Gara nerfatissima

Rainero Luca Meng - Domenica 16 Giugno 2025

- Per ogni problema, indicare sul cartellino delle risposte un intero compreso tra 0000 e 9999.
- Se la quantità richiesta non è un numero intero, dove non indicato diversamente, si indichi la sua parte intera.
- Se la quantità richiesta è maggiore di 9999, si indichino le ultime quattro cifre della sua parte intera.
- I problemi più impegnativi (a mio giudizio) sono contrassegnati da una stella [★].
- Nello svolgimento dei calcoli può essere utile tener conto dei seguenti valori approssimati:

$$\sqrt{2} = 1.41421 \quad \sqrt{3} = 1.73205 \quad \sqrt{5} = 2.23607 \quad \sqrt{6} = 2.44949$$

Scadenze importanti

- **20 minuti dall'inizio:** termine per la scelta del problema Jolly (dopo verrà dato d'ufficio il primo problema).
- **60 minuti dall'inizio:** termine per rivolgere domande sul testo.
- **120 minuti dall'inizio:** termine della gara.

1. Logistica greca

Gli achei sono organizzati in tre "fazioni": Miceli (guidati da Agamennone), Tessali (guidati da Achille) e Itacesi (guidati da Odisseo); ognuna composta da 100 guerrieri indistinguibili se non per la propria fazione. Odisseo deve distribuire questi guerrieri su quattro navi identiche con capienza massima di 100 persone. Gli achei, però, noti per la loro hybris si rifiutano di viaggiare con guerrieri di altre fazioni sulla stessa nave. Inoltre ogni nave deve avere a bordo almeno una persona per poter partire. In quanti modi può farlo Odisseo?

2. Collatz di wish (il ritorno)

Dato un numero intero positivo, se è pari lo dividi per 2. Altrimenti se è dispari aggiungi 1. Quante volte devi applicare Collatz per arrivare ad un numero già raggiunto precedentemente, partendo da 2025?

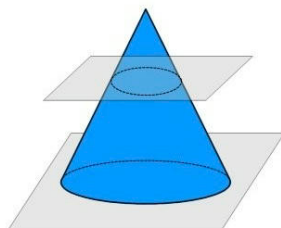
3 Time to lock in

Determina la somma dei valori di $a \in \mathbb{Z}$ tali che la seguente espressione sia intera:

$$\frac{a + 2025}{a - 7}$$

4. Similitudini in 3D [★]

Un cono viene tagliato a $\frac{2}{3}$ della sua altezza con un piano parallelo alla base. Dopo il taglio si ottengono due solidi: un cono più piccolo sopra e un tronco di cono sotto. Qual è il rapporto tra il volume del cono piccolo e il volume del tronco di cono? *Scrivere la somma del numeratore e denominatore della frazione ridotta ai minimi termini.*



5. Un piccolo sforzo

Marco, da quando ha perso il lavoro, non sa più che pesci pigliare. Nell'orlo della disperazione si ricorda della sua passione per la matematica e riesce ora a vedere il bicchiere mezzo pieno: Può passare il tempo a risolvere problemi di matematica tutto il giorno. Il primo giorno si imbatte in questo quesito: quante cifre ha 5^{100} ?

6. La pandemia

Immagina di essere un epidemiologo impegnato nello studio della diffusione di un'infezione in una piccola comunità. Dopo una lunga serie di test, emerge che la probabilità che una persona scelta a caso sia infetta è del 25%. Stai lavorando con un gruppo di ricerca che vuole valutare la probabilità che almeno due persone su un campione casuale di quattro risultino infette.

Dai come risposta la somma del numerato e denominatore della frazione ridotta ai minimi termini.

7. Biliardo? [★]

Hai una scatola rettangolare con pareti interne riflettenti (come specchi). Le dimensioni della scatola sono 21 metri (larghezza) e 15 metri (altezza). Un raggio di luce parte dall'angolo inferiore sinistro, nel punto (0,0), e si muove lungo una diagonale con una pendenza di 1 (cioè, forma un angolo di 45° rispetto agli assi). Ogni volta che il raggio colpisce una parete, rimbalza simmetricamente rispetto ad essa. Quanto è lunga la distanza orizzontale totale percorsa dal raggio di luce quando ritorna per la prima volta al punto di partenza?

8. Cercare l'ago nel pagliaio

Giovanni, passeggiando insieme alla sua fidanzata, perde il suo portafogli. Giovanni esclama: "Accidenti non ci voleva! Trovarlo sarà più difficile di calcolare il resto della divisione di 987654321 per 999."

9. Standard...

Trova il valore di $x + y$.

$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 50 \\ xy = 5 \end{cases}$$

10. Mi sento provinciale

Sia dato un quadrato $ABCD$ di lato 1cm e siano M e N due punti rispettivamente sui lati AB e AD tali che $AM = AN$. Quanto può valere, al massimo, l'area del quadrilatero $CDNM$? *Dare la risposta in millimetri.*

11. Più facile di quanto sembri

Definiamo una funzione f tale che per ogni n intero positivo vale:

$$\begin{cases} f(n+1) = f(n) + a \\ f(2n) = a^2 f(n) \end{cases}$$

Calcola $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(20)$.

12. Un gioco mortale [★]

Alberto lancia un dado con facce numerate da 1 a 6. Barbara lancia un dado con facce numerate da 1 a 12. Vince chi ottiene il numero più alto. Se entrambi ottengono lo stesso numero, i dadi vengono rilanciati. Qual è la probabilità che Barbara vinca?

Dare come risposta la somma del numerato e denominatore della frazione ridotta ai minimi termini.

13. La vista prima di tutto

Un architetto deve pianificare un viale urbano con indirizzi numerati. Deve mettere in fila 10 palazzi con altezze tutte diverse in modo tale un palazzo non abbia palazzi più alti sia a sinistra che a destra, cioè deve avere la vista libera almeno in una direzione. In quanti modi può farlo?