

Raccolta di Geometria

- Per ogni problema, indicare sul cartellino delle risposte un intero compreso tra 0000 e 9999.
- Se la quantità richiesta non è un numero intero, dove non indicato diversamente, si indichi la sua parte intera.
- Se la quantità richiesta è maggiore di 9999, si indichino le ultime quattro cifre della sua parte intera.
- I problemi più impegnativi (a mio giudizio) sono contrassegnati da una o più stelle [★].
- Nello svolgimento dei calcoli può essere utile tener conto dei seguenti valori approssimati:

$$\sqrt{2} = 1.41421 \quad \sqrt{3} = 1.73205 \quad \sqrt{5} = 2.23607 \quad \pi = 3.14159$$

1. Trig., derivata o intuizione?

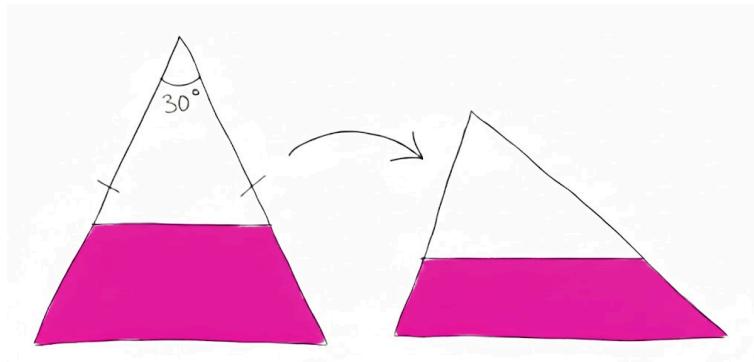
Hai un triangolo con due lati lunghi 10 e il terzo è incognito. Quanto vale l'area massima?

2. Problema spigoloso

Un quadrato di lato 10 viene ruotato di 45° intorno a uno dei suoi vertici. Calcola l'area in comune tra il quadrato originale e quello ruotato.

3. Cambio di prospettiva

Un triangolo isoscele viene coricato su un lato obliquo = 12 cm. L'altezza iniziale del liquido rosso è $\frac{h}{2}$. Determina l'altezza finale del liquido.

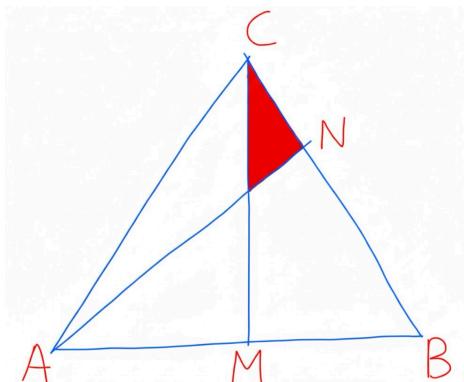


4. Soluzione sistematica

Nel triangolo ABC sia O il centro della circonferenza inscritta. Si sanno i valori degli angoli al centro: $\angle AOB = 100^\circ$, $\angle BOC = 120^\circ$ e $\angle COA = 140^\circ$. Determinare l'ampiezza dell'angolo $\angle BAC$.

5. Un po' di proporzioni

Il triangolo ABC è equilatero. Inoltre sai che $AM = MB$ e $BN = 3NC$. Calcola il rapporto tra l'area colorata in figura e il triangolo ABC .

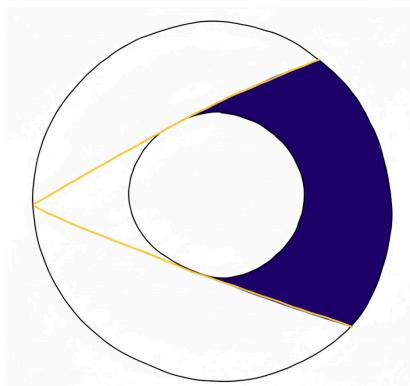


6. Un classico

Un triangolo isoscele ha la base di lunghezza 16 e il lato obliquo di lunghezza 17. Calcola il raggio del cerchio inscritto nel triangolo.

7. Ostruzione visiva

In una stanza di forma circolare con raggio 2 è presente, al centro, un pilastro anch'esso circolare di raggio 1. Dal punto in cui si trova la porta d'ingresso, determina l'area della parte di stanza che non risulta visibile a causa del pilastro (area blu in figura). *Dare come risposta 30 moltiplicato per la soluzione*



8. X di Zorro

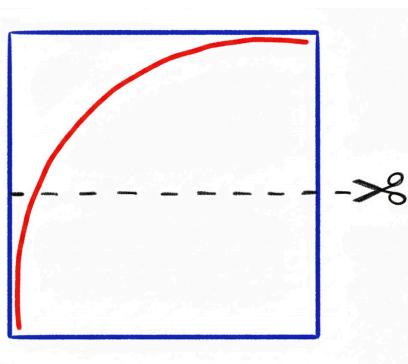
Un trapezio isoscele ha la base maggiore AB. Le diagonali del trapezio si intersecano nel punto P. L'area del triangolo ABP è 36, mentre l'area del triangolo CDP è 16. L'altezza del trapezio è 8. Calcola la lunghezza della base maggiore AB.

9. Problema tecnico

Sia dato un quadrato $ABCD$ di lato 1cm e siano M e N due punti rispettivamente sui lati AB e AD tali che $AM = AN$. Quanto può valere, al massimo, l'area del quadrilatero $CDNM$? *Dare la risposta in millimetri.*

10. Collage estremo

Ogni taglio è parallelo a uno dei due lati del foglio e divide il foglio a metà. Dopo ogni taglio, scegliamo uno dei due fogli risultanti e ripetiamo il processo per un totale di 10 tagli. Vogliamo massimizzare il perimetro rosso del foglio finale. Chiamiamo C e T i numeri di tagli nelle due direzioni opposte rispetto al foglio iniziale. Quanto vale $|C - T|$?



11. Un fratello premuroso

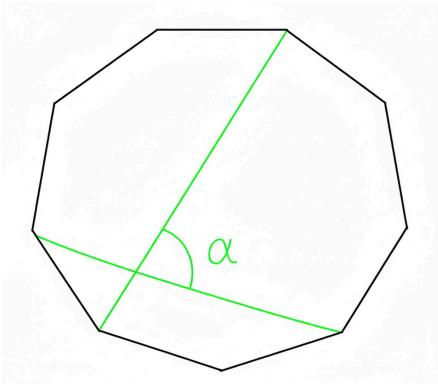
Stefano vuole regalare a suo fratello minore due biglie di vetro identiche. Ha a disposizione una scatola regalo a forma di cubo con lato 2000. Desidera che le biglie siano il più grandi possibile, in modo che non possano essere ingerite per errore. Le due biglie devono essere poste dentro la scatola senza sovrapporsi e senza uscire dal cubo. Qual è il massimo valore possibile del raggio delle biglie?

12. Lati di seconda mano

Nel triangolo ABC si traccia la mediana relativa al vertice A . Sono noti i lati: $AB = 14$, $BC = 15$, $AC = 13$. Calcola il quadrato della mediana.

13. Trova l'angolo

Il poligono in figura è un ennagono regolare (9 lati). Trova l'angolo α in gradi.



14. Torta esotica [★ ★]

Per il suo compleanno Francesca si è fatta preparare una torta a forma di trapezio isoscele con base maggiore uguale al doppio di quella minore. Alla festa ci sono 5 invitati e quindi la torta viene divisa in 6 fette di medesima area con 5 tagli paralleli alle basi. Chiamiamo h l'altezza della fetta più "alta" e H l'altezza totale della trapezio, calcola $2000 \frac{h}{H}$.

15. Sfida matematica [★]

Nel cuore del labirinto, Teseo alza la spada... ma il Minotauro non attacca. Indossa occhiali, tiene un gesso in mano e mormora: "Niente duello. Se vuoi uscire, risolvi questo problema."

Disegna un triangolo isoscele ABC con base BC a terra e aggiunge: "Gli angoli alla base misurano 30° . Inoltre chiamiamo M e N rispettivamente i piedi delle bisettrici in B e C . Sapendo che l'area del triangolo ABC è uguale a 1000, quanto vale l'area del triangolo AMN ?"

Teseo guarda il disegno, poi il Minotauro ed esclama: "Geometria? Noiosa!"

Lo trafigge senza esitazione e se ne va col filo di Arianna, lasciando il labirinto...

16. La piramide nel deserto [★ ★]

Nella figura è rappresentata una piramide a base quadrata vista dall'alto. La piramide ha il lato della base lungo $\sqrt{12}$ e lo spigolo laterale (lato obliquo) lungo $\sqrt{5}$. La distanza indicata è $d = \sqrt{288}$.

Partendo da un punto rosso, qual è il percorso più breve per raggiungere l'altro punto rosso? *Dare come risposta il quadrato della soluzione*

