

Gara nerfata

Rainero Luca Meng - Domenica 15 Giugno 2025

- Per ogni problema, indicare sul cartellino delle risposte un intero compreso tra 0000 e 9999.
- Se la quantità richiesta non è un numero intero, dove non indicato diversamente, si indichi la sua parte intera.
- Se la quantità richiesta è maggiore di 9999, si indichino le ultime quattro cifre della sua parte intera.
- I problemi più impegnativi (a mio giudizio) sono contrassegnati da una stella [★].
- Nello svolgimento dei calcoli può essere utile tener conto dei seguenti valori approssimati:

$$\sqrt{2} = 1.41421 \quad \sqrt{3} = 1.73205 \quad \sqrt{5} = 2.23607 \quad \sqrt{6} = 2.44949$$

Scadenze importanti

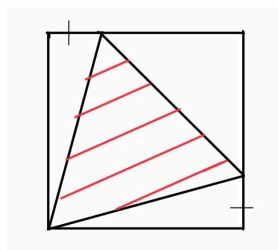
- **20 minuti dall'inizio:** termine per la scelta del problema Jolly (dopo verrà dato d'ufficio il primo problema).
- **60 minuti dall'inizio:** termine per rivolgere domande sul testo.
- **120 minuti dall'inizio:** termine della gara.

1. Alfiere pigro

Un alfiere posizionato nella casella in basso a sinistra di una scacchiera 8x8 deve fermarsi su tutte le caselle del suo stesso colore. Va ricordato che l'alfiere si muove in diagonale di quanto vuole rimanendo quindi sempre sullo stesso colore. L'alfiere però è pigro e vuole percorrere la traiettoria minore possibile in questa impresa. Quanto è lungo il suo percorso? (Lo spostamento da una casella a quella adiacente diagonalmente va contato uguale a 1)

2. Questione di tecnica

Un triangolo equilatero è contenuto all'interno di un quadrato di lato 100 come mostrato in figura. Calcola l'area del triangolo.



3. Riscaldamento mentale

Gaussiano si è comportato male a scuola e perciò l'insegnante di matematica lo obbliga, come punizione, a calcolare:

$$1 - (2 - (3 - (4 - (\dots - (2025))))))$$

Questa espressione di 2025 termini stanca parecchio il nostro Gaussiano. Aiutalo a superare la punizione.

4. Trovare la quadra

Abbiamo un quadrato 11x11 e vogliamo riempirlo completamente con tessere quadrate $n \times n$ con $n \in \mathbb{Z}^+$ senza sovrapposizioni e senza uscire dai bordi. Si possono usare anche più tessere delle stesse dimensioni, ma non una 11x11 (sarebbe banale). Quante tessere servono come minimo per riempire completamente il quadrato?

5. L'enigma della Sfinge

La sfinge interroga Edipo: "Io penso ad un numero intero da 1 a 9999 e tu devi indovinarlo. Edipo protesta: "così è quasi impossibile per me indovinarlo! Dammi almeno un indizio". Allora la Sfinge sussurra ad Edipo: "Il mio numero ha esattamente [numero inudibile] divisori positivi". Edipo esclama: "Adesso so qual è il tuo numero!". Quanto può essere piccolo al massimo il numero pensato dalla Sfinge? (è univocamente determinabile)

6. Torta esotica [★]

Per il suo compleanno Francesca si è fatta preparare una torta a forma di trapezio isoscele con base maggiore uguale al doppio di quella minore. Alla festa ci sono 5 invitati e quindi la torta viene divisa in 6 fette di medesima area con 5 tagli paralleli alle basi. Chiamiamo h l'altezza della fetta più "alta" e H l'altezza totale della trapezio, calcola $2000 \frac{h}{H}$.

7. Gioco equo?

Carlo pensa a un numero intero tra 1 e 11 (inclusi). Alberto e Barbara, a turno, cercano di indovinare il numero. Si alternano ponendo una domanda alla volta: in ciascun turno, un giocatore dice un numero e Carlo risponde se il numero pensato è maggiore, minore oppure uguale a quello detto.

Il primo che indovina il numero vince la partita. Alberto inizia per primo. Entrambi i giocatori adottano la strategia ottimale. Qual è la probabilità che Alberto vinca la partita?

Dare come risposta la somma del numeratore e denominatore della frazione ridotta ai minimi termini.

8. I numeri Dionisiaci

Dioniso, dopo aver bevuto troppo vino divino, inventò i numeri dionisiaci:

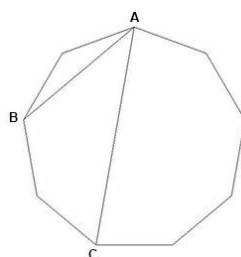
$$D = p^7 q$$

con p, q primi ≤ 100 .

Trovare il valore minimo di $D_{10} - D_1$ dove $D_1 < D_2 < \dots < D_{10}$ sono dieci numeri dionisiaci.

9. Senza motivo

La figura in foto è un ennagono regolare. Quanto vale l'angolo $\angle BAC$ in gradi?



10. Numeri astronomici [★]

Definiamo $f(n) = 2^{-n}(n+1)!$

Quanti $f(n)$ con n intero compreso tra 1 e 2025 sono interi?

11. Giurassico

Nel lontano Giurassico (parliamo di circa 200-150 milioni di anni fa) i dinosauri erano soliti porsi domande esistenziali. Una di queste era un quesito matematico di grande importanza spirituale:

Abbiamo un cilindro e dobbiamo sezionarlo con 17 tagli a forma di piani infiniti. Inoltre tutte le sezioni così formate devono essere uguali tra loro. Quante sezioni posso ottenere al massimo?

12. Manteniamo la calma [★]

Siano x_1, x_2, x_3 reali presi casualmente dall'intervallo uniforme $[0, 1]$. Calcola la probabilità che:

$$x_1 + \frac{x_2}{2} + \frac{x_3}{3} < 1$$

Dare come risposta la somma del numeratore e denominatore della frazione ridotta ai minimi termini.