

# Caratterizzazione di un cristallo LYSO per la rilevazione di sorgenti radioattive

Massimiliano Proietti, Luca Pacioselli, Andrea Radicchi, Marco Stella \*

\* Corso di Laboratorio di Fisica - Università degli studi di Perugia - Dipartimento di Fisica

9 giugno 2020

L'oggetto del presente esperimento è la calibrazione di uno scintillatore inorganico basato su di un cristallo scintillante di Ortosilicato di Lutezio e Ittrio (LYSO), la caratterizzazione della sua radioattività naturale e la successiva utilizzazione per la rilevazione di decadimenti dovuti a diversi tipi di sorgenti.

## 1 Principi teorici

### 1.1 Particelle cariche

Il passaggio di particelle cariche attraverso la materia è caratterizzato da una perdita di energia della particella e dalla relativa deflessione della sua traiettoria originale. Si ha interazione elettromagnetica con elettroni e nuclei e si possono avere i seguenti effetti:

1. eccitazione/ionizzazione degli atomi;
2. diffusione coulombiana;
3. effetto Cherenkov;
4. radiazione di transizione;
5. Bremsstrahlung.

Analizziamo separatamente i relativi contributi.

**Eccitazione/ionizzazione** A causa delle collisioni anelastiche della particella carica incidente con gli elettroni atomici, si può avere trasferimento di energia dalla particella agli elettroni ed eccitazione/ionizzazione dell'atomo. Tali collisioni anelastiche sono per loro natura statiche e sono la principale fonte di perdita

di energia. Possiamo fare le seguenti approssimazioni, indicando con  $m_p$  la massa della particella incidente e con  $m_e$  la massa dell'elettrone:

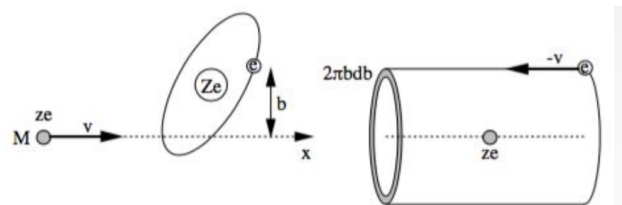


Figura 1: Urto della particella con l'elettrone.

- $m_p \gg m_e$ ;
- velocità  $\vec{v}$  della particella costante;
- impulso trasferito piccolo, quindi la particella non viene deflessa;
- sistema di riferimento solidale con la particella;
- consideriamo solo il campo elettrico  $E_{\perp}$  ortogonale a  $\vec{v}$ .

Alla luce di questo, possiamo calcolare l'impulso trasferito:

$$\Delta \vec{p} = \int e E'_{\perp} dt' = \int e E'_{\perp} \frac{dx'}{v} \approx \frac{e}{v} \int E'_{\perp} dx' \quad (1)$$

Utilizzando la Legge di Gauss possiamo calcolare il flusso del campo elettrico:

$$\Phi(\vec{E}') = \int_{s'} \vec{E}' \cdot \vec{n}' d\vec{S} = 2\pi b \int E'_{\perp} dx' = \frac{ze}{\epsilon_0} \quad (2)$$

dove  $b$  è il parametro d'urto. Da questo possiamo evincere il valore dell'integrale ed ottenere l'impulso

trasferito

$$\Delta \vec{p} = \frac{ze^2}{4\pi\epsilon_0 b^2} \frac{2b}{v} \quad (3)$$

dato dalla forza di Coulomb per il tempo d'urto. Notare che esso è un invariante di Lorentz perché la componente ortogonale del campo si espande come  $E'_\perp = \gamma E_\perp$  mentre il tempo d'urto si contrae come  $\Delta t' = \Delta t/\gamma$ . Supponendo  $p_e \ll m_e c$  (elettrone non relativistico) possiamo calcolare l'energia cinetica trasferita in un singolo urto.

$$E = \left( \frac{ze^2}{2\pi\epsilon_0 b v} \right)^2 \frac{1}{2m_e} = 2m_e c^2 \frac{z^2}{\beta^2} \frac{r_e^2}{b^2}$$

dove  $r_e$  è il raggio classico dell'elettrone e ovviamente  $\beta = v/c$ . Se indichiamo con  $n_e$  la densità elettronica, il numero di urti nel tratto di percorso  $dL$ , con parametro d'urto compreso tra  $b$  e  $b+db$  sarà:  $n_e 2\pi b db dL$ , da cui l'energia perduta è pari a:

$$\frac{d^2 E}{db dL} = n_e r_e^2 m_e c^2 \frac{z^2}{\beta^2} \frac{4\pi b}{b^2} \quad (4)$$

Integrando (4) tra  $b_{\min}$  e  $b_{\max}$ , e considerando che:

1.  $b_{\min}$  non può essere minore della dimensione dell'elettrone.  $\lambda = \hbar/p$ ,  $p = m_e v \gamma = m_e c \beta \gamma$ , quindi

$$b_{\min} \approx \frac{\hbar}{m_e c \beta \gamma}$$

2.  $b_{\max}$  non può essere troppo grande o il tempo d'urto sarebbe troppo prolungato e verrebbe meno l'ipotesi di elettrone fermo. Se

$$\Delta t = \frac{b}{\gamma v} > \frac{1}{\omega_e}$$

non è possibile il trasferimento di energia dalla particella all'elettrone ( $\omega_e$  velocità angolare dell'elettrone), quindi:

$$b_{\max} \approx \gamma v / \langle \omega_e \rangle$$

si ottiene la **Formula di Bohr**.

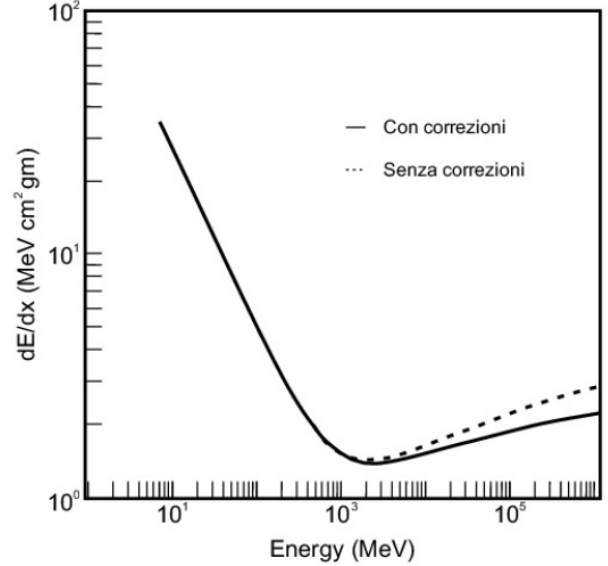
$$\frac{dE}{dL} = 4\pi r_e^2 m_e c^2 \frac{N_0 Z \rho}{A} \frac{z^2}{\beta^2} \ln \frac{m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{\hbar \langle \omega_e \rangle} \quad (5)$$

dove  $n_e = N_0 Z \rho / A$  ( $\rho$ =densità). Si tratta di una formula classica. La corrispondente formula quantistica è la seguente **Formula di Bethe e Bloch**:

$$\frac{dE}{dx} = C \frac{Z}{A} \frac{z^2}{\beta^2} \left( \ln \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{\langle I \rangle} - \beta^2 \right) \quad (6)$$

dove abbiamo sostituito  $\Delta x = \rho \Delta L$ , il potenziale medio di ionizzazione  $\langle I \rangle = \hbar \langle \omega_e \rangle \approx 3.6 Z$  eV, e il termine costante  $C = 4\pi r_e^2 m_e c^2 N_0$ . Notiamo che

- $\beta \ll 1 \Rightarrow \frac{dE}{dx} \propto \frac{1}{\beta^2}$



**Figura 2:** Perdita di energia per unità di lunghezza, in funzione dell'energia della particella incidente.

- $\beta \rightarrow 1 \Rightarrow \frac{dE}{dx} \propto \ln \gamma^2$
- alti valori di  $\gamma \Rightarrow \frac{dE}{dx} = \text{costante}$ .

In figura 2 l'andamento logaritmico della perdita di energia per unità di lunghezza.

Il minimo si ha per particelle con  $\beta \sim 0.95$ , nelle cosiddette MIP (Minimum Ionizing Particle). In generale, materiali con densità più bassa danno una perdita di energia maggiore rispetto a materiali più densi.

Se consideriamo sia le perdite di energia piccole (distribuzione gaussiana) che quelle più intense (distribuzione poissoniana) otteniamo la distribuzione di Landau, il cui picco si sposta all'aumentare del materiale attraversato.

**Diffusione coulombiana** Si ha a causa di scattering con i nuclei atomici in cui la particella cambia direzione ma non varia la sua energia cinetica apprezzabilmente, quindi con un risultato diametralmente opposto all'urto con gli elettroni. il trasferimento di energia è molto basso poiché le masse dei nuclei, soprattutto nel caso di cristalli di LYSO, sono grandi rispetto alle particelle incidenti quindi questo effetto non contribuisce sensibilmente alla perdita di energia.

**Effetto Cherenkov** Si ha quando la velocità della particella è maggiore della velocità della luce nel mezzo  $c/n(\omega)$ . La radiazione è coerente con la superficie di un cono che ha come asse la direzione del moto della particella ed apertura angolare :

$$\cos \theta = \frac{c/n(\omega)}{\beta c} = \frac{1}{\beta n(\omega)} \quad (7)$$

Non contribuisce alla perdita di energia, ma la luce Cherenkov può essere percepita dal fotomoltiplicatore e rilevata dalla strumentazione.

**Radiazione di transizione** Si ha quando una particella relativistica ( $\beta \sim 1$ ) passa da un materiale ad un altro con una diversa costante dielettrica. L'energia irradiata in questo caso è:

$$W = \frac{1}{3} \alpha z^2 \hbar \omega_p \gamma \quad (8)$$

dove  $\omega_p$  è la frequenza di plasma, che dipende dal materiale. **Non** contribuisce alla perdita di energia e, nel nostro caso, non è rilevante.

**Bremsstrahlung** detta emissione di frenamento, l'energia perduta ha il seguente andamento in funzione dello spessore di materiale attraversato.

$$E(x) = E_0 e^{-\frac{x}{X_0}} \quad (9)$$

dove  $X_0$  rappresenta la lunghezza di radiazione tale che:

$$\frac{1}{X_0} = 4r_e^2 \alpha \frac{N_0 Z^2}{A} \ln 183 Z^{-\frac{1}{3}} \quad (10)$$

( $\alpha$  = costante). La perdita di energia per bremsstrahlung è significativa, cioè domina rispetto ai processi di ionizzazione ed eccitazione del nucleo, per elettroni o positroni altamente energetici, dell'ordine di centinaia di MeV in aria e acqua o decine di MeV in materiali pesanti. Per particelle più pesanti è rilevante solo per  $\gamma \gg 1$ . Nel nostro esperimento possiamo trascurare questo effetto.

## 1.2 Fotoni

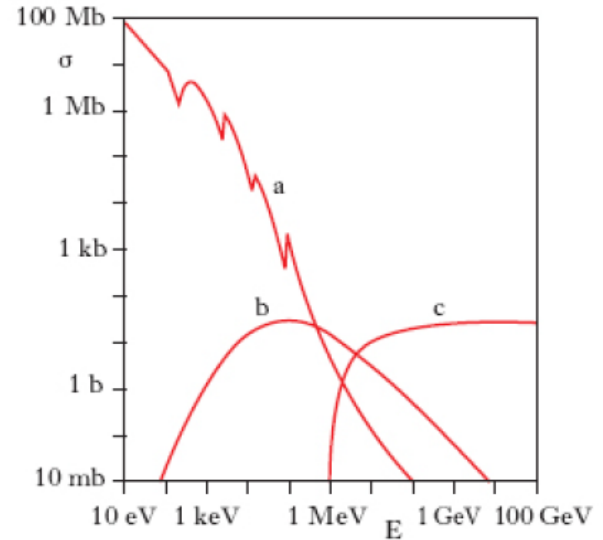
Il comportamento dei fotoni nella materia è totalmente diverso da quello delle particelle cariche. La mancanza di carica elettrica da parte dei fotoni rende impossibile le collisioni anelastiche con gli elettroni atomici. Le principali interazioni dei fotoni con la materia sono:

1. effetto fotoelettrico;
2. diffusione Compton;
3. produzione di coppie;

I fotoni sono molto più penetranti rispetto alle particelle cariche in quanto la sezione d'urto dei tre processi (figura 3) è minore rispetto a quella delle collisioni anelastiche degli elettroni.

Inoltre un fascio di fotoni, quando attraversa la materia, non è degradato in energia ma solo attenuato in intensità, a causa dei fotoni che vengono rimossi dal fascio o per assorbimento, o per scattering. L'attenuazione del fascio ha il seguente andamento in funzione dello spessore del materiale  $x$ .

$$I(x) = I_0 e^{-\mu x} \quad (11)$$



**Figura 3:** sezioni d'urto dei fotoni in funzione dell'energia. a: effetto fotoelettrico, b: diffusione Compton, c: produzione di coppie.

## 1.3 Rilevatori a scintillazione

I rilevatori a scintillazione sono tra i rilevatori di particelle più utilizzati e diffusi nella Fisica nucleare e delle particelle. Essi fanno uso di materiali cosiddetti *scintillanti*, cioè in grado di emettere luce subito dopo aver assorbito energia, ad esempio dopo il passaggio di una particella. Gli scintillatori sono quindi materiali *luminescenti*, che emettono luce visibile se sollecitati da alcune forme di energia, come calore, radiazione, particelle cariche. L'emissione di luce si distingue in *fluorescenza*, se avviene subito dopo l'assorbimento ( $< 10$  ns), *fosforescenza* in caso contrario, in cui la riemissione può avvenire anche nell'arco di ore. In prima approssimazione, tale riemissione può essere descritta dalla legge esponenziale

$$N = N_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (12)$$

dove  $\tau$  è il tempo di decadimento e  $N_0$  il numero totale di fotoni emessi.<sup>1</sup>

Per descrivere in modo completo il comportamento degli scintillatori, è necessario utilizzare un modello della dipendenza temporale della scintillazione prodotta che tenga conto delle due componenti, veloce (fluorescenza) e lenta (fosforescenza e fluorescenza ritardata). Si otterrà quindi:

$$N = A e^{-\frac{t}{\tau_f}} + B e^{-\frac{t}{\tau_s}} \quad (13)$$

dove  $\tau_f$  e  $\tau_s$  indicano le costanti di decadimento rispettivamente veloce e lenta. Le costanti A e B sono caratteristiche del materiale, ma in generale la componente veloce è quella dominante. In effetti è preferibile uno scintillatore con costante di decadimento  $\tau$  molto

<sup>1</sup>Il tempo di assorbimento dell'energia da parte di atomi/molecole è trascurabile rispetto a quello di ri-emissione.

breve, al fine di ridurre i tempi morti e poter rilevare anche eventi che si presentano con alta frequenza.

La componente lenta ha comunque la sua utilità perché la quantità di luce che vi appare dipende dalla natura della particella eccitante. È possibile sfruttare questa caratteristica nel processo di *pulse shape discrimination*, che consiste nel distinguere la particella che attraversa il rivelatore in base al diverso  $\tau_s$ , quindi osservando la forma dell'impulso emesso. Questo metodo è ampiamente utilizzato, in particolare per distinguere i raggi  $\gamma$  dai neutroni, come si può osservare in figura 4.

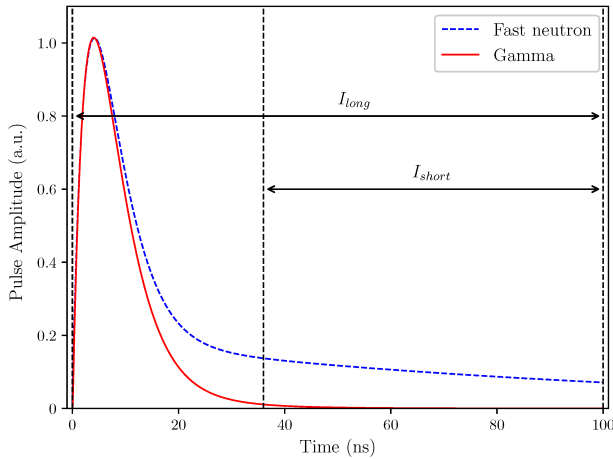


Figura 4: Pulse shape discrimination

Solitamente il materiale scintillante viene accoppiato otticamente a fotomoltiplicatori, che permettono di convertire la scintillazione in un impulso elettrico senza aggiungere una quantità eccessiva di rumore, andando a costituire quello che viene chiamato *scintillatore*. Il fotomoltiplicatore è caratterizzato da un *catodo fotosensibile* che permette di trasformare i fotoni incidenti in *fotoelettroni* per effetto fotoelettrico, seguito da un sistema di raccolta per portarli senza perdite al primo stadio di moltiplicazione. La sezione moltiplicatrice è costituita da *dinodi* posti a ddp costante ed infine da un anodo che, collegato all'elettronica, consente di analizzare il segnale. Una grandezza fondamentale del fotomoltiplicatore è l'efficienza quantica (*quantum efficiency QE*), definita come:

$$QE(\lambda) = \frac{\text{numero di fotoelettroni emessi}}{\text{numero di fotoni incidenti sul catodo}}$$

La QE ideale sarebbe del 100%. Valori realistici sono della QE sono di  $\sim 20 \div 30\%$ , ma in alcuni casi si può superare il 45%. Il materiale scintillante ha quindi la doppia funzione di emettere luce e di trasmetterla al rivelatore di fotoni. Le proprietà che dovrebbe possedere uno scintillatore ideale sono.

- convertire l'energia cinetica delle particelle incidenti in luce rivelabile con un'alta efficienza di scintillazione;

- la conversione dell'energia dovrebbe essere lineare affinché la luce emessa sia proporzionale all'energia depositata;
- il mezzo dovrebbe essere trasparente alla lunghezza d'onda della sua stessa emissione in modo che ci sia una buona trasmissione di luce;
- il tempo di decadimento dovrebbe essere breve per far sì che vengano prodotti impulsi veloci;
- il materiale dovrebbe essere di buona qualità e abbastanza grande per poter essere utilizzato come rivelatore;
- il suo indice di rifrazione dovrebbe essere prossimo a quello del vetro in modo da poterlo accoppiare efficientemente al fotomoltiplicatore;
- la sua emissione dovrebbe avvenire ad una lunghezza d'onda coerente con l'efficienza quantica del fotomoltiplicatore.

Non esistono materiali che soddisfino simultaneamente tutte queste proprietà, quindi la scelta del rivelatore è sempre una scelta bilanciata tra di esse.



Figura 5: cristalli LYSO

Un ottimo compromesso è rappresentato dai rilevatori inorganici, che al contrario degli organici hanno un'alta efficienza, sebbene siano più lenti. In particolare abbiamo utilizzato il cristallo LYSO (figura 5). Si tratta di un composto chimico usato principalmente come cristallo scintillatore la cui formula chimica è  $\text{Lu}_{1.8}\text{Y}_{0.2}\text{SiO}_5$ . Comunemente utilizzati per costruire calorimetri elettromagnetici nella Fisica delle particelle e nei tomografi PET, i cristalli LYSO hanno i vantaggi di un'alta emissione di luce, rapido tempo di decadimento, alta densità, minore lunghezza di attenuazione, migliore risoluzione energetica rispetto ad altri scintillatori inorganici e basso costo.

Il principale svantaggio del LYSO è dato dal fatto che è basato sul Lutezio, che contiene l'isotopo radioattivo  $^{176}\text{Lu}$ , che decade  $\beta^-$  verso  $^{176}\text{Hf}$ , nel 99.6% verso lo stato eccitato a 597 keV. Questo stato decade con una cascata a raggi  $\gamma$  di 307, 202 e 88 keV e ciò dà luogo ad un'attività intrinseca non trascurabile.

Molto più raramente può avvenire cattura elettronica verso il *ground state* o il primo stato eccitato di  $^{176}\text{Yb}$ ; quest'ultimo si diseccita con emissione di gamma a 82.2 keV. Il raggio gamma può dar luogo ad un rarissimo *effetto Auger* e ionizzare nel vuoto un elettrone degli strati più esterni.

Il funzionamento degli scintillatori inorganici è basato sulla struttura delle bande energetiche degli elettroni. Se una particella o un fotone entrano nel cristallo, possono cedere energia ad un elettrone creando due possibili effetti:

1. lo spostano dalla banda di valenza alla banda di conduzione, creando un elettrone ed una lacuna liberi.
2. lo spostano da una banda di valenza ad un'altra banda appena al di sotto della banda di conduzione, creando un *eccitone* ed una lacuna legata ad esso.

Il drogaggio del cristallo inserisce delle impurezze che creano dei livelli elettronici nella zona normalmente proibita tra la banda di valenza e quella di conduzione. Se una lacuna libera, o una legata, incontrano una di queste impurezze, può ionizzare il corrispondente atomo. Se successivamente arriva un elettrone, esso può cadere nella buca lasciata dalla ionizzazione e rilasciare energia in forma di radiazione visibile. Ciò è alla base dell'emissione di luce degli scintillatori.

Un'altra grandezza caratteristica dello scintillatore è il *Light Output* LO definito come

$$LO = LY \cdot QE \cdot \varepsilon_{\text{RAC}}$$

Dove LY è il *Light Yield* (numero di fotoni emessi per unità di energia), QE è l'efficienza quantica mentre  $\varepsilon_{\text{RAC}}$  è l'efficienza di raccolta, ovvero la probabilità che un fotone emesso in un punto del cristallo raggiunga il fotocatodo senza essere assorbito o perso. Quest'ultima, a differenza dell'efficienza quantica, non si può misurare perché dovremmo conoscere tutti gli indici di rifrazione in funzione delle lunghezze d'onda. Il *Light Output* non è altro che il numero di fotoni emessi dallo scintillatore per unità di energia, ovvero

$$LO = \frac{P[\text{pC}]}{x[\text{pC}] \cdot E[\text{MeV}]} \quad (14)$$

dove  $P$  rappresenta la carica rilevata per evento,  $x$  è la carica per singolo fotone ed  $E$  è l'energia dell'evento. Otteniamo così il numero di fotoni per MeV, che è un parametro che caratterizza lo scintillatore ed è una misura dell'efficienza di conversione, ovvero del rapporto tra le particelle rilevate e le particelle totali che incidono sul rivelatore. Il *Light Output* è legato anche alla risoluzione in energia, ovvero al rapporto tra la FWHM<sup>2</sup>, o la deviazione standard, e la posizione del picco. Scintillatori con valori grandi di *Light Output* sono più sensibili a variazioni nell'energia della particella incidente.

<sup>2</sup>Full Width at Half Maximum - larghezza del picco a metà altezza.

Caratteristica dei cristalli inorganici, quindi anche del LYSO, è la forte dipendenza di questa grandezza dalla temperatura a causa di effetti di *quenching*, ovvero a processi di de-eccitazione dove l'eccitazione è degradata principalmente a causa dell'agitazione termica.

## 2 Procedura Sperimentale

### 2.1 Strumentazione utilizzata

#### Cristallo LYSO

- densità:  $7.1 \text{ g cm}^{-3}$ ;
- lunghezza d'attenuazione per 511 KeV: 1.2 cm;
- tempo di decadimento: 36 ns;
- risoluzione energetica @ 662 KeV: 8.0;
- fotoni emessi per KeV: 33;
- coefficiente di temperatura:  $-0.28$ .

#### Fotomoltiplicatore Photonis 2260-B

- resistenza totale: 1.2 M $\Omega$ ;
- alimentazione massima: 2500 V;
- dissipazione: 2.8 W.

#### Oscilloscopio LeCroy Wave Surfer 424

- banda: 200 MHz;
- rise time: 1.75 ns;
- risoluzione verticale: 8 bits;
- sensibilità verticale:  $1 \text{ mV/div} \div 2 \text{ V/div}$  ( $50 \pm 0.5 \Omega$ );
- accuratezza verticale:  $\pm 1.5\% + 0.5\%$  del fondo scala;
- intervallo della base dei tempi:  $1 \text{ ns/div} \div 1000 \text{ s/div}$ ;
- accuratezza della base dei tempi: 10 ppm.

#### Multimetro FLUKE 87

- letture min-max di tensione:  $0.01 \text{ mV} \div 1 \text{ KV}$ ;
- accuratezza:  $\pm 0.1\% + 1 \text{ digit}$ .

#### Moduli di alimentazione CAEN

#### Light Emitting Diod

### 2.2 Caratterizzazione dello scintillatore

Nella prima fase dell'esperimento abbiamo proceduto alla caratterizzazione del cristallo LYSO ed in particolare al tempo di rilassamento nella fase di riemissione dei fotoni. Abbiamo provveduto ad alimentare il fototubo con una tensione pari a  $1853 \pm 2 \text{ V}$ , ( $2000 \pm 2 \text{ V max}$ ). Collegando il fototubo all'oscilloscopio ci è stato possibile visualizzare i picchi di decadimento, che si presentano con una frequenza media di  $\sim 30 \text{ KHz}$ .

Impostando 2 Gigasamples/s e 50 mV di trigger, ci è stato possibile raccogliere 10000 forme d'onda da cui studiare il tempo di rilassamento, eseguendo il fit della curva con una funzione esponenziale come in equazione (12). Eseguendo invece l'integrale delle stesse curve è possibile evincere la carica totale legata ad ogni decadimento in quanto, integrando la curva nel tempo, e considerando un'impedenza in ingresso di 50  $\Omega$  come da documentazione, abbiamo infatti:

$$\frac{[nV] [s]}{[\Omega]} = [nA] [s] = [nC] \quad (15)$$

Dalla carica totale, dividendo per la carica unitaria  $e = 1.69 \times 10^{-19} C$ , si può dedurre il numero totale di elettroni che arrivano all'anodo del fototubo. Ai valori di tensione è stato sottratto il piedistallo, ovvero l'ampiezza associato al rumore, ottenuta mediando sui valori di tutte le forme d'onda nei primi 50 ns.

Rappresentando i diversi valori dell'integrale in un istogramma, possiamo fittare i dati ottenendo una distribuzione di Poisson, che presenta 3÷4 picchi, prima dell'andamento esponenziale. I picchi sono dovuti al fatto che, se il decadimento avviene in prossimità della superficie del cristallo, i fotoni più energetici possono uscire dallo stesso senza essere assorbiti. L'andamento atteso della curva è rappresentato in figura 6.

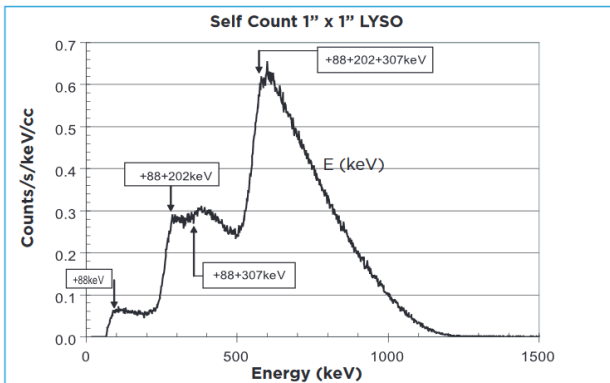


Figura 6: spettro del cristallo LYSO

In particolare, il primo picco corrisponde ai casi in cui i due fotoni più energetici non vengono assorbiti, il secondo e il terzo quando esce solo un fotone dei più energetici e rispettivamente quello con energia pari a 307 KeV e 202 KeV. L'ultimo picco quando vengono assorbiti tutti i fotoni emessi nel decadimento.

Abbiamo successivamente calcolato il **guadagno del fotomoltiplicatore** calibrandolo utilizzando un LED. Si può impostare il modulo di alimentazione *Dual timer* in modo da inviare un impulso con durata temporale finita ad un altro modulo di alimentazione, alla stregua di un clock e in modo tale che, allo scendere del segnale dal primo modulo, il secondo invia un impulso singolo al led con una determinata tensione. Considerato che l'emissione di fotoni del LED segue una poissoniana

$$P(N, \mu) = \frac{\mu^N e^{-\mu}}{N!}$$

è possibile impostare l'alimentazione in modo da far emettere in media zero fotoni al LED. Ci saranno pochi eventi con uno o più fotoni, ma soprattutto con uno, distinguibili chiaramente anche dalla lettura dell'oscilloscopio in base alla profondità dei picchi.

Si può facilmente stimare  $\mu$  considerando la probabilità teorica di avere zero fotoni e confrontandola con le occorrenze sperimentali

$$P(0, \mu) = e^{-\mu} = \frac{\text{forme d'onda piatte}}{\text{forme d'onda totali}}$$

Notiamo che, essendo il processo altamente stocastico, se c'è una variazione nel primo dinodo del fototubo questo si riflette in maniera significativa sull'anodo e ciò comporta una variazione importante sul valore del guadagno. La larghezza rilevata per il singolo fotone è dominata dalle variazioni di guadagno dell'oggetto e questa variabilità ci dà un'idea della componente di rumore che introduciamo utilizzando questo tipo di detector. Tale errore di guadagno, chiamato *excess noise factor*, sarà ovviamente molto grande sul singolo fotone ma scala come  $1/\sqrt{N}$  su N fotoni e diventa trascurabile se si hanno molti fotoni.

In questo caso abbiamo raccolto 10048 forme d'onda ed integrato i dati, dopo aver sottratto il piedistallo e diviso per l'impedenza in ingresso, ottenendo la carica rilevata per ogni occorrenza. Nel calcolo del piedistallo abbiamo impostato una soglia di 10 mV per escludere picchi secondari. Per ottenere la carica media collegata all'emissione di un singolo fotone abbiamo interpolato il numero di occorrenze per carica (su scala logaritmica) con 3 gaussiane, imponendo dei vincoli sui valori della media e della varianza, tenendo conto che:

$$\mu_0 \simeq 0 \quad \mu_2 = 2\mu_1 \quad \sigma_2 = \sqrt{2}\sigma_1$$

dove abbiamo indicato con  $\mu$  e  $\sigma$  rispettivamente la media e la varianza degli eventi con 0, 1 o 2 fotoni. Il valore di interesse è chiaramente  $\mu_1$ , corrispondente alla carica emessa dal fototubo in caso di emissione di un fotone da parte del LED. dividendo tale carica per la carica dell'elettrone, si ottiene il guadagno del fototubo.

Un altro dato interessante ottenuta dalla calibrazione del fotomoltiplicatore è la carica per singolo fotone, che possiamo utilizzare per calcolare il *Light Output LO*, come definito nella sezione teorica in equazione (14). Essendo una grandezza caratteristica dello scintillatore, possiamo utilizzare tale parametro per il percorso inverso e calcolare l'energia collegata ad altri tipi di eventi. Ci aspettiamo un andamento lineare di tale grandezza in funzione dell'energia della particella incidente assumendo che:

1. l'emissione di luce del cristallo sia direttamente proporzionale all'energia della radiazione incidente;
2. l'impulso elettrico prodotto dal fototubo sia direttamente proporzionale alla luce di scintillazione emessa.



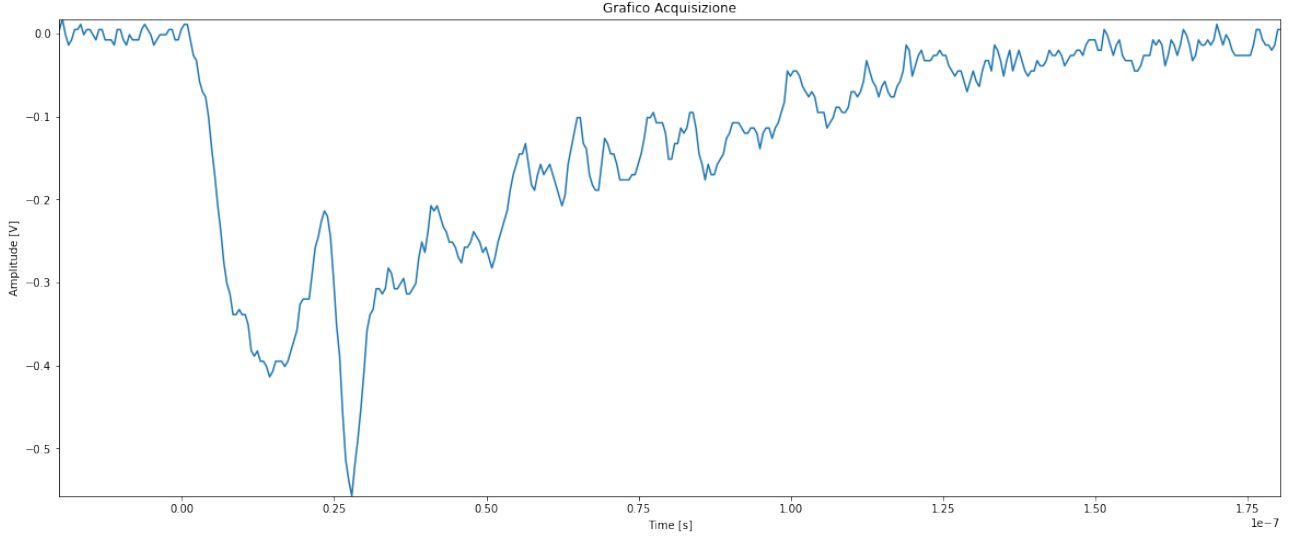


Figura 7: esempio di forma d'onda.

L'assunzione, in prima approssimazione, è in genere rispettata anche se ci possono essere deviazioni, soprattutto per particelle più pesanti.

Abbiamo successivamente studiato i decadimenti associati ad altre **3 sorgenti radioattive** poste a contatto con il cristallo, raccogliendo 20000 forme d'onda. Interpolando gli integrali delle forme d'onda, analogamente a quanto fatto nel caso della radioattività naturale del Lutezio, siamo potuti risalire alle cariche di picco e da queste, per mezzo del LO, alle relative energie. Dallo spettro energetico si può risalire anche ai tipi di decadimenti, che danno maggiori indicazioni sulla sorgente che può averli generati.

Abbiamo inoltre studiato il tempo di decadimento per verificare se è possibile scomporlo in una componente veloce ed una lenta come da equazione (13), e verificato se fossero presenti altri fenomeni che possano avere un tempo di decadimento diverso da quello della radioattività naturale del cristallo, evidenziati da valori per la  $\tau$  che si discostano molto dalla media.

Infine, abbiamo studiato l'andamento della risoluzione energetica in funzione dell'energia.

Le incertezze considerate sono quelle statistiche, quando il valore è ricavato da fit con distribuzioni note. L'errore sperimentale è stato associato alla deviazione standard della media (SDOM):  $\sigma/\sqrt{N}$ , con  $\sigma$  deviazione standard. Per i valori ricavati indirettamente si è usata la regola generale di propagazione degli errori. Ad esempio, per il *Light Output*:

$$\delta LO = \sqrt{\left(\frac{\partial LO}{\partial P} \delta P\right)^2 + \left(\frac{\partial LO}{\partial x} \delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial LO}{\partial E} \delta E\right)^2}$$

considerato che in  $\delta P$  andrà propagata sia l'incertezza della carica di picco, che quella del piedistallo.

I dati sono stati elaborati con l'applicativo *Root* e con scripts *Python* opportunamente creati per l'esperimento.

### 3 Presentazione dei risultati

#### 3.1 Misure preliminari

Nel grafico in figura 7 riportiamo un esempio di forma d'onda rilevata. Si può immediatamente notare il decadimento esponenziale del segnale al fotocatodo, ancora più evidente nel grafico a dispersione in figura 9, con una diversa scala temporale.

Effettuando un fit con l'equazione (12), e mediando su tutte le funzioni d'onda, otteniamo il seguente valore per il tempo di decadimento.

$$\tau = 48 \pm 12 \text{ ns} \quad (16)$$

In figura 8 l'istogramma dei tempi di decadimento per tutte le forme d'onda.

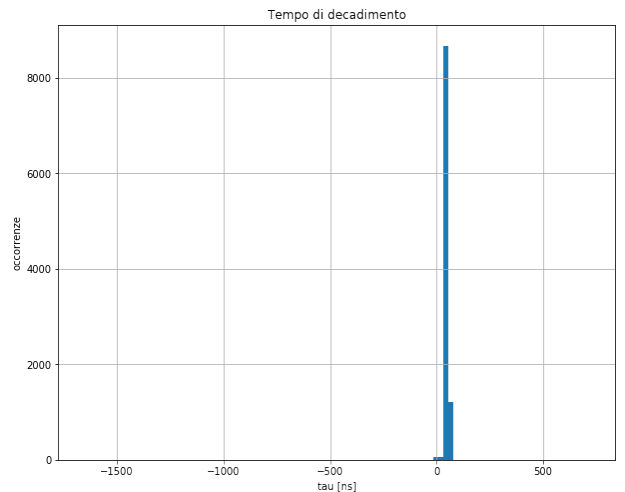


Figura 8: istogramma dei tempi di decadimento.

In figura 10 riportiamo l'istogramma degli integrali delle forme d'onda a 128 bins, da cui si ottiene uno spettro energetico consistente con quello teorico in

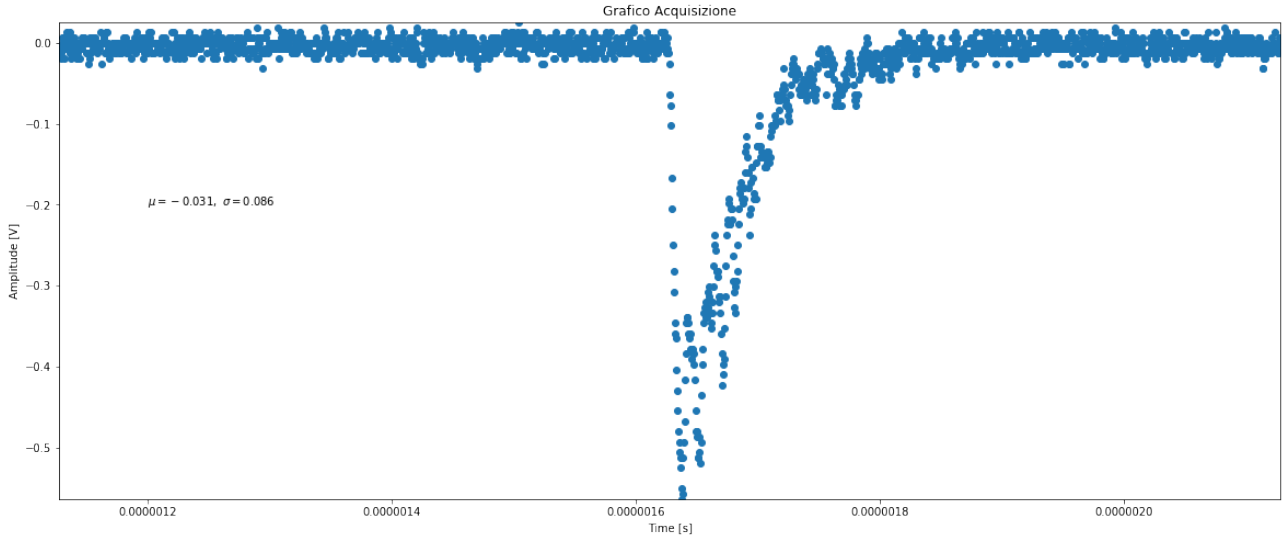


Figura 9: Grafico a dispersione di una forma d'onda.

figura 6. Notiamo inoltre un piccolo picco prima del grafico a "scalino" (cerchiato in rosso), probabilmente dovuto ad effetto Cherenkov dato da muoni cosmici che hanno attraversato il quarzo del fotomoltiplicatore.

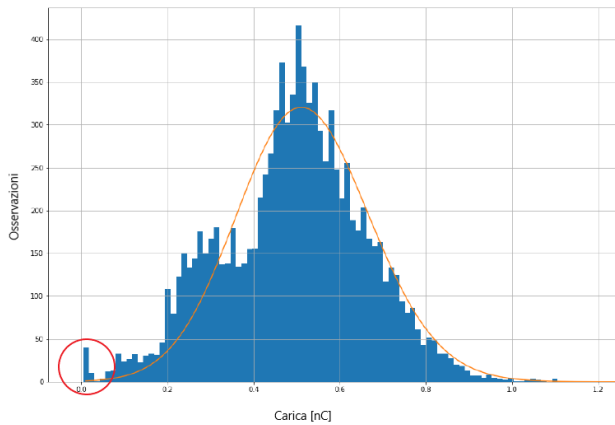


Figura 10: integrale delle forme d'onda con fit gaussiano della carica di picco e, evidenziato in rosso, il picco di luce Cherenkov.

Abbiamo effettuato un fit dell'istogramma utilizzando una gaussiana asimmetrica, ovvero con diverse varianze nei due rami, destro e sinistro. Il valore ottenuto per la carica di picco è:

$$P = 515 \pm 11 \text{ pC} \quad (17)$$

Come detto, il valore è stato già epurato dal piedistallo il cui integrale, mediato su tutte le forme d'onda, risulta pari a:

$$P_{\text{ped}} = 10 \pm 5 \text{ pC} \quad (18)$$

Questo stesso valore del piedistallo è stato sottratto alle cariche di tutte le altre misure dell'esperimento, non avendo ragione di credere che possa dipendere dalla specifica osservazione.

### 3.2 Calibrazione del fotomoltiplicatore

Impostando il setup sperimentale e l'alimentazione come precedentemente esposto, abbiamo raccolto le relative forme d'onda, rappresentate sovrapposte e con diversi colori nel grafico a dispersione di cui in figura 11<sup>3</sup>

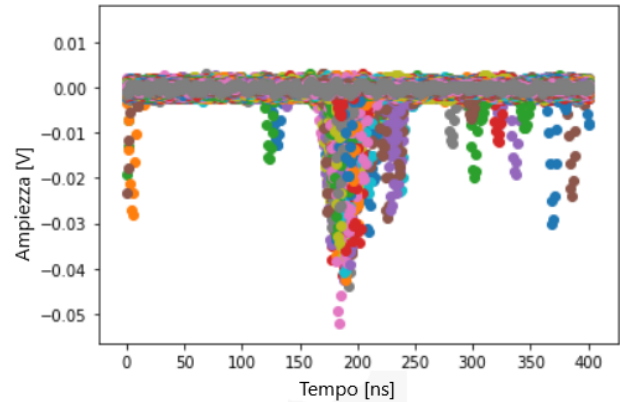


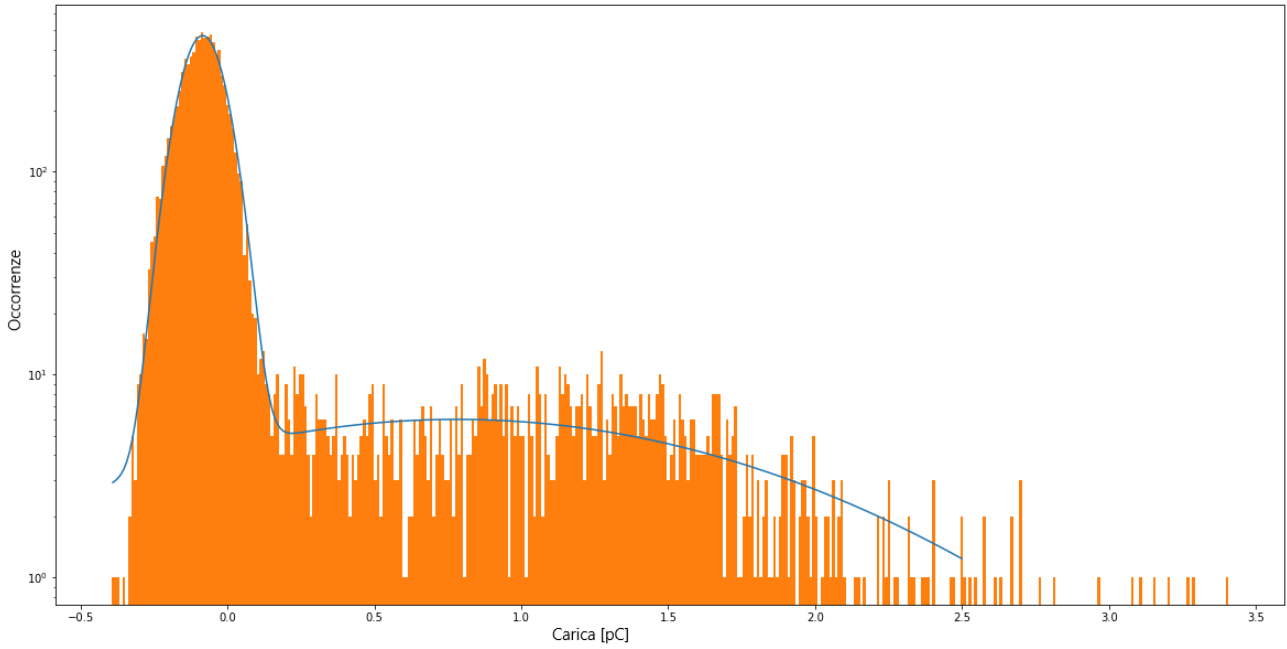
Figura 11: grafico di dispersione delle ampiezze rilevate da emissione LED.

Effettuando l'integrale, otteniamo il seguente istogramma per tutte le forme d'onda (figura 13). Notiamo che, sottraendo il piedistallo, il picco principale è centrato sullo zero, con presenza di altri picchi gaussiani più avanti, corrispondenti ad uno o più fotoni emessi.

Con questa scala nei conteggi non è possibile distinguere i picchi secondari in modo appropriato. Siamo quindi passati a scala logaritmica sull'asse delle ordinate ed abbiamo fittato i dati con una funzione multigaussiana, ovvero con la somma di 3 gaussiane ognuna centrata, imponendo determinati vincoli in fase di plot, sui picchi corrispondenti a 0, 1 o 2 foto-

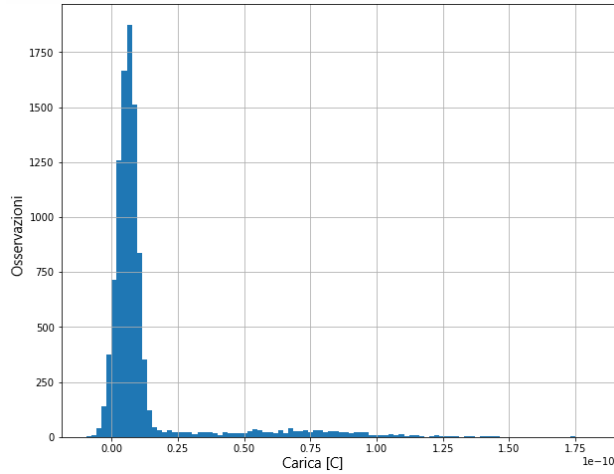
<sup>3</sup>Il grafico è invertito perché, a differenza dei precedenti, non è stato preso il valore assoluto dell'ampiezza.





**Figura 12:** istogramma logaritmico della carica rilevata da emissione LED con fit multigaussiano a 400 bins.

ni, ritenendo trascurabile il picco relativo ai 3 fotoni (figura 12). La gaussiana relativa ai 2 fotoni non è visibile perché coperta dalla ampia varianza di quella relativa ad un fotone, a riprova dell'*excess noise factor* precedentemente menzionato.



**Figura 13:** istogramma della carica rilevata da emissione LED.

Gli indici statistici per le 3 gaussiane sono i seguenti.

	media [pC]	dev. stand. [pC]
0 fotoni	0.08	0.08
1 fotone	0.78	0.97
2 fotoni	1.56	1.37

L'indice chi quadro ridotto è  $\tilde{\chi}^2 = 1.08$ , che indica un adattamento accettabile del fit. Prendendo la SDOM come incertezza sperimentale, otteniamo la carica associata ad un singolo fotone da cui, dividendola per la

carica del singolo elettrone, calcolare il guadagno  $G$  del fotomoltiplicatore.

$$G = 4.9 \pm 0.3 \times 10^6 \quad (19)$$

Consistente con i valori tipici di guadagno di questo tipo di fotomoltiplicatori.

### 3.3 Studio di altre sorgenti

Conoscendo il valore nominale dell'energia di picco della radioattività naturale ( $700 \pm 10$  keV), dalla carica del singolo fotone possiamo ricavare il *Light Output*, come da relazione (14), con un'incertezza calcolata come in (16).

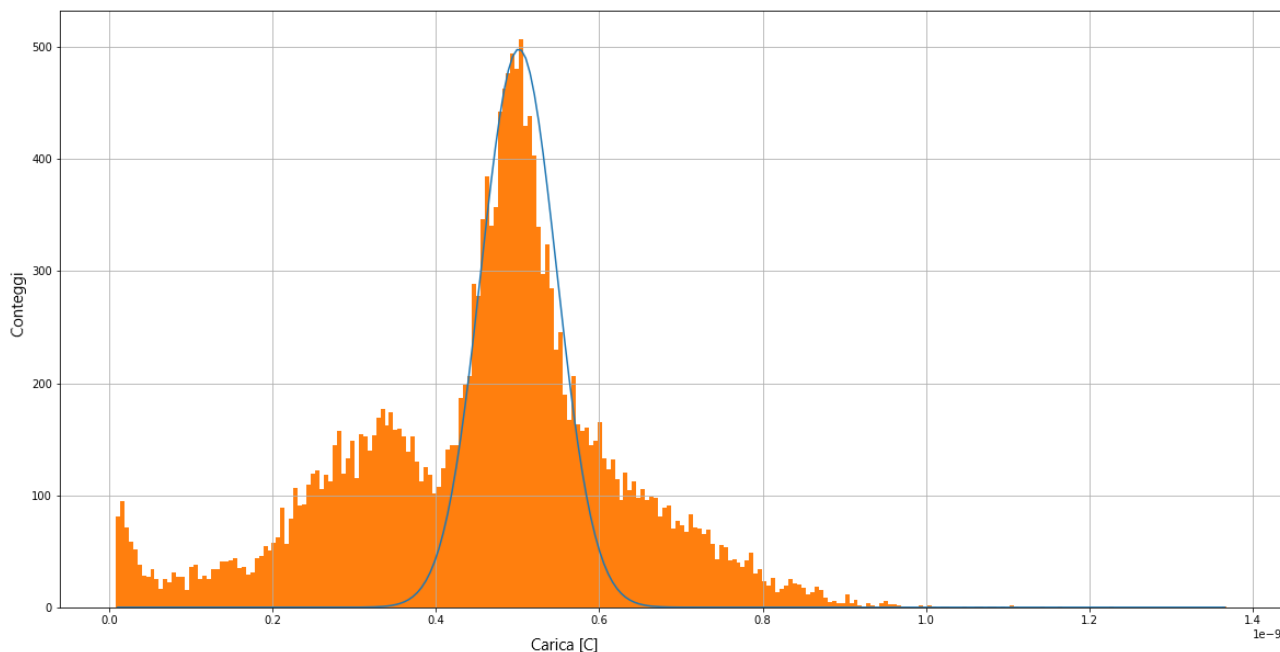
$$LO = 0.94 \pm 0.06 \gamma/\text{keV} \quad (20)$$

Avendo caratterizzato lo scintillatore, conoscendone la radioattività naturale ed il LO, l'abbiamo poi utilizzato per studiare gli spettri energetici di altre sorgenti radioattive, per ciascuna delle quali sono stati registrati 20000 eventi.

**Sorgente 1** In Figura 14 riportiamo l'istogramma degli integrali delle forme d'onda della prima sorgente.

È immediatamente evidente un alto picco che si sovrappone alla forma della radioattività naturale, e l'andamento di una spalla Compton. Effettuando un fit gaussiano intorno al picco otteniamo una carica di  $502 \pm 3$  pC, consistente con la carica di picco dell'emissione del Lutezio.

Ciò non è sufficiente per considerare l'energia di emissione della sorgente come coincidente con quella del Lutezio, in quanto il picco potrebbe essere l'involuzione dei due picchi, e quello della sorgente potrebbe



**Figura 14:** spettro di emissione della sorgente 1.

essere leggermente traslato a destra o a sinistra rispetto a quello del cristallo.

A tal fine abbiamo effettuato due ulteriori fit gaussiani nell'intorno di due "picchi" che sembrano andare a costituire il picco principale (figure 16 e 17 nella pagina successiva). Da questi, utilizzando il *Light Output*, abbiamo ottenuto le energie di picco. I valori ottenuti sono i seguenti.

	carica [pC]	energia [keV]	$\tilde{\chi}^2$
1° picco	$462 \pm 2$	$628 \pm 16$	0.85
2° picco	$496 \pm 2$	$674 \pm 18$	1.18

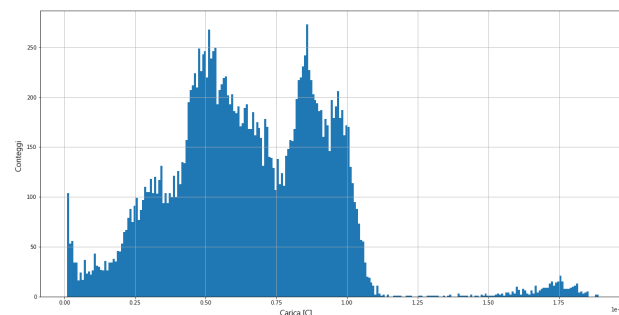
L'adattamento con due gaussiane sembra essere forzato e siamo portati ad assumere un unico picco centrato sull'energia di  $680 \pm 20$  keV.

Dalle poche informazioni che ci fornisce, possiamo dire che questo spettro energetico è consistente con quello di una sorgente che ha un solo tipo di emissione gamma. Un possibile elemento potrebbe essere  $^{137}\text{Cs}$ , che decade  $\beta^-$  verso l'isomero nucleare metastabile  $^{137\text{m}}\text{Ba}$ . Quest'ultimo è il responsabile dell'emissione gamma con un'energia di 662 keV ed un'emivita di 2.55 s. Il Bario ha altresì un'emissione X a 30 keV, che corrisponderebbe ad una carica di 22 pC e potrebbe essere responsabile del picco ben visibile all'estrema sinistra del grafico in figura 14, che non ci è possibile fittare data la prossimità con lo 0. È possibile che tale evento non sia rilevabile dal cristallo in quanto, in linea teorica, dovrebbe avere un numero di occorrenze superiore all'emissione gamma e non è ciò che rileviamo nel nostro caso.

l'energia di diseccitazione del bario-137 è poco al di fuori dell'incertezza sperimentale considerata sul

valore dell'energia ricavata dal fit, quindi il cesio-137 può essere considerato un buon candidato come prima sorgente.

**Sorgente 2** In figura 15 l'istogramma degli integrali delle forme d'onda della seconda sorgente.



**Figura 15:** spettro di emissione della sorgente 2.

In questo caso sono evidenti i due picchi di decadimento della sorgente subito dopo il grafico "a scalino" della radioattività naturale, ed un terzo picco probabilmente corrispondente alla somma dei primi due.

Per avere un riscontro quantitativo di tale interpretazione, e considerato che il picco più alto della radioattività naturale segue approssimativamente una landau, abbiamo deciso di interpolarlo con tale funzione e, in base al valore del  $\chi^2$ , avere un'indicazione della bontà dell'interpretazione di tale picco come dovuto alla radioattività del LYSO, quindi che non ci siano altri eventi che si vadano a sovrapporre ad esso.

Il fit landau ci dà un  $\chi^2$  ridotto di 0.91, a conferma della nostra ipotesi. I valori di carica dei fit gaussiani

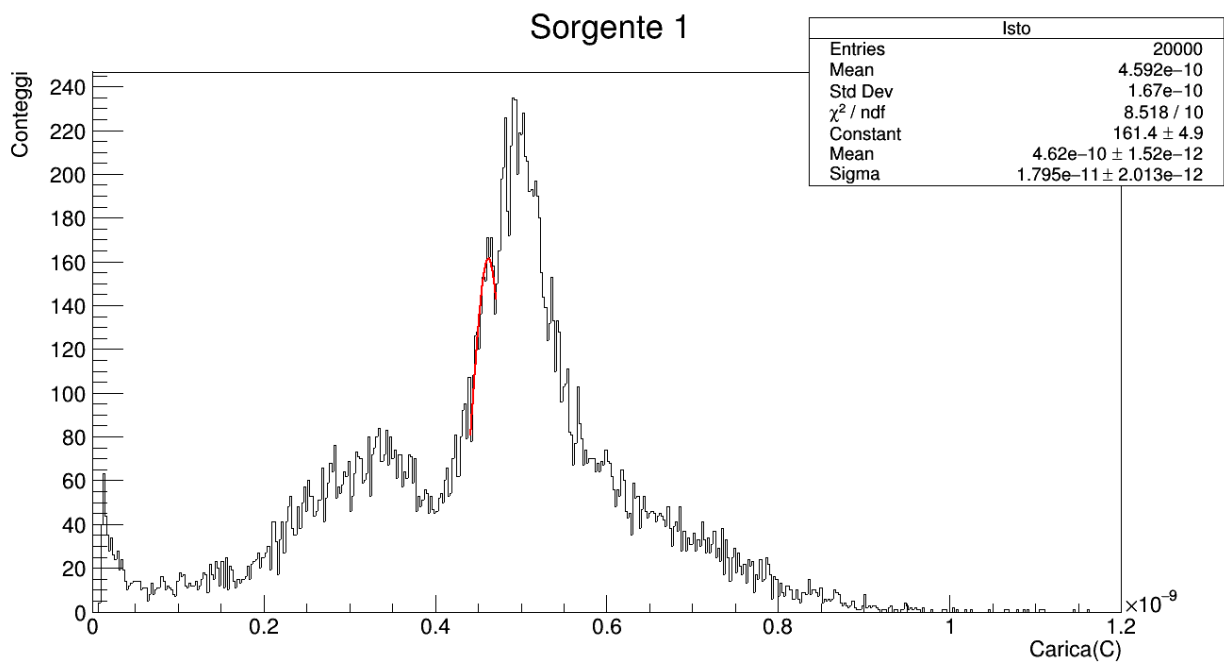


Figura 16: fit del primo picco della sorgente 1.

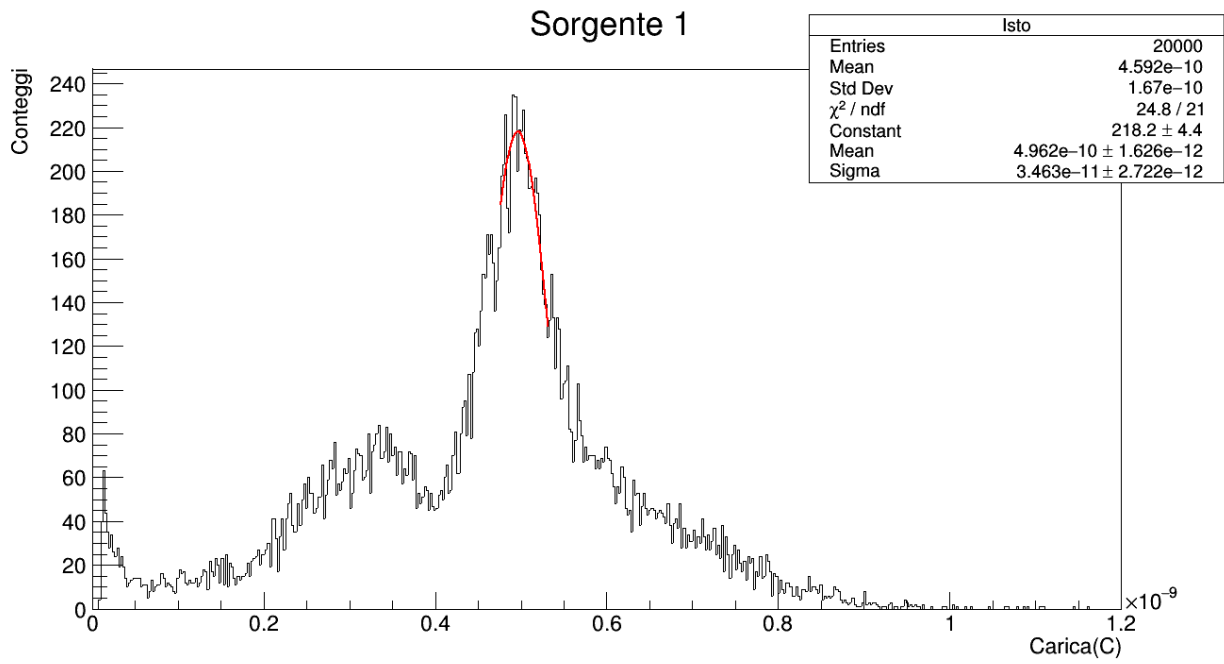
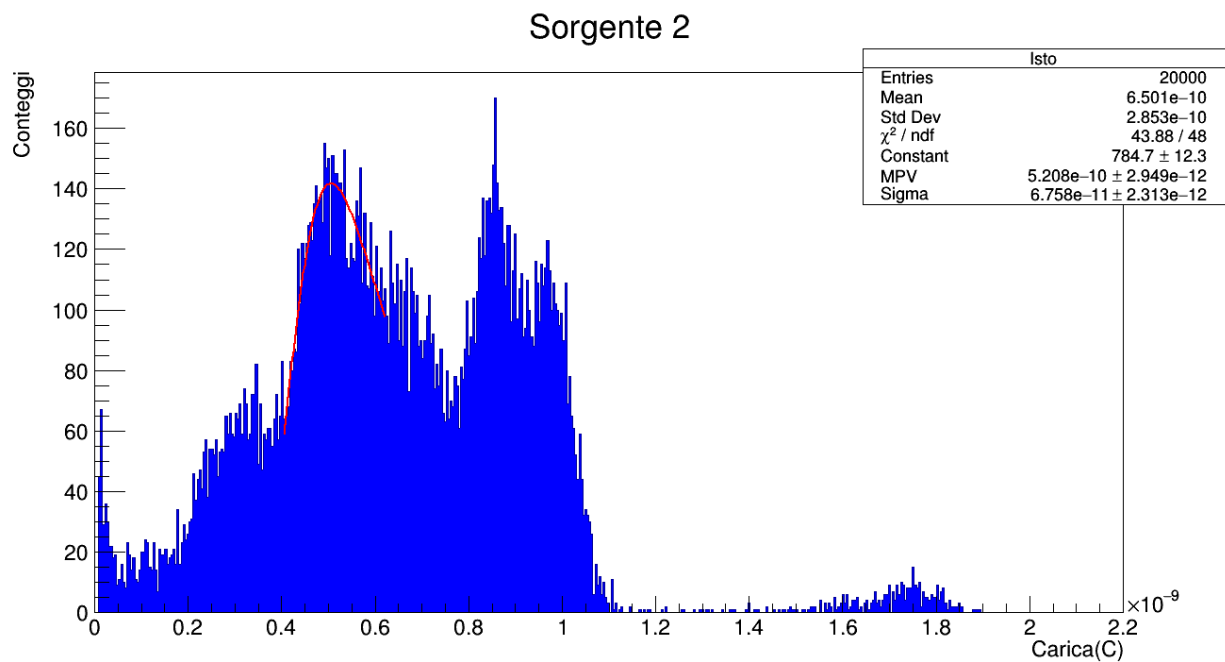
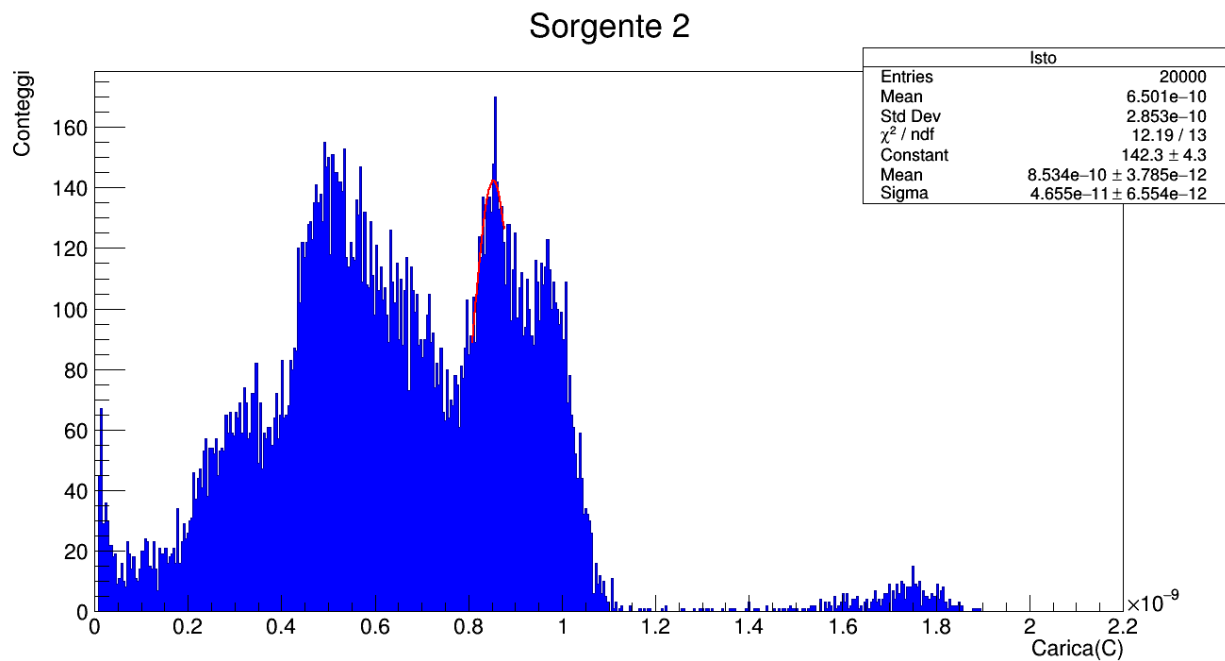


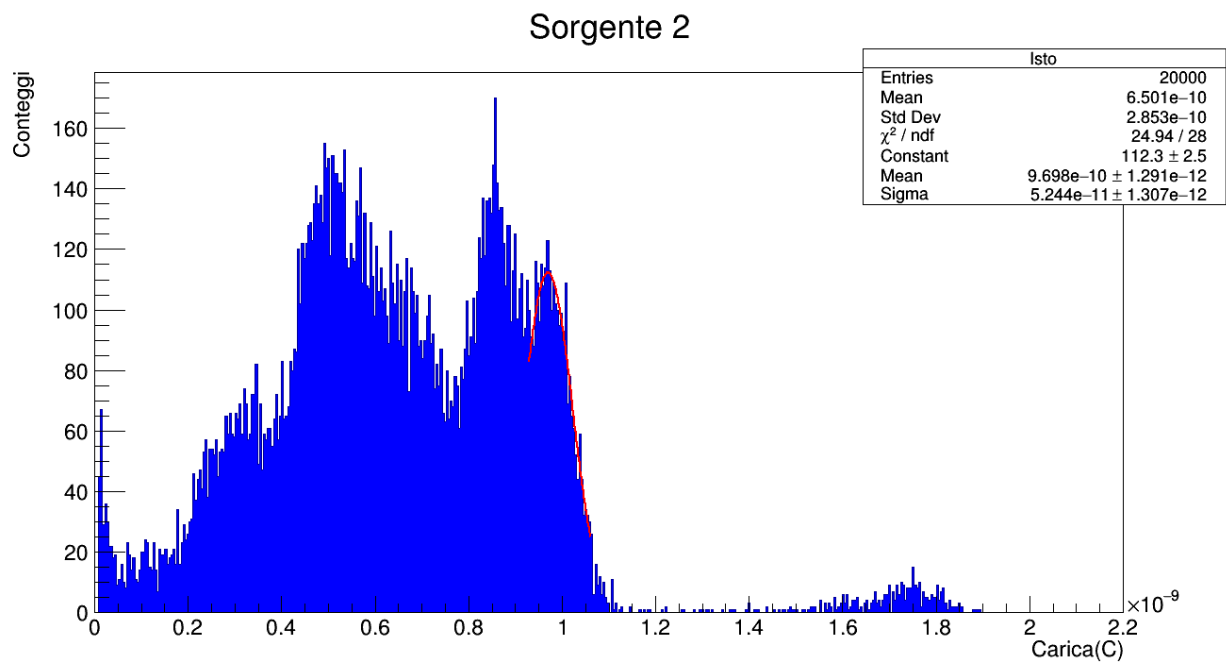
Figura 17: fit del secondo picco della sorgente 1.



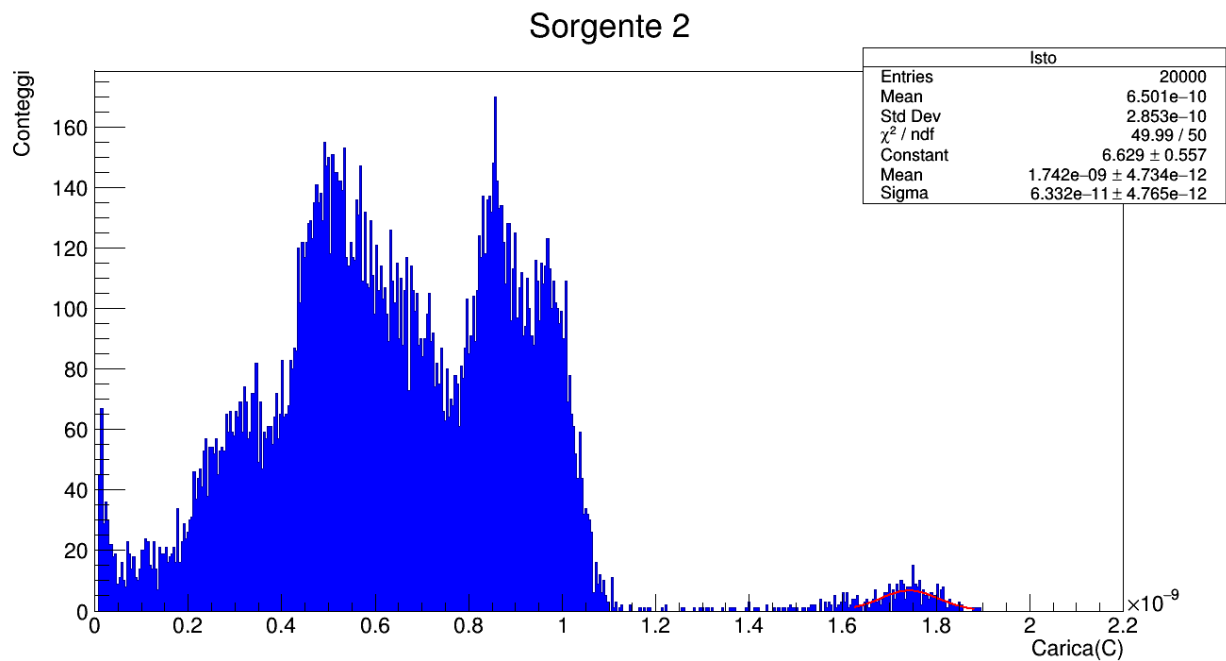
**Figura 18:** fit landau della radioattività naturale nella sorgente 2.



**Figura 19:** fit del primo picco della sorgente 2.



**Figura 20:** fit del secondo picco della sorgente 2.



**Figura 21:** fit del terzo picco della sorgente 2.

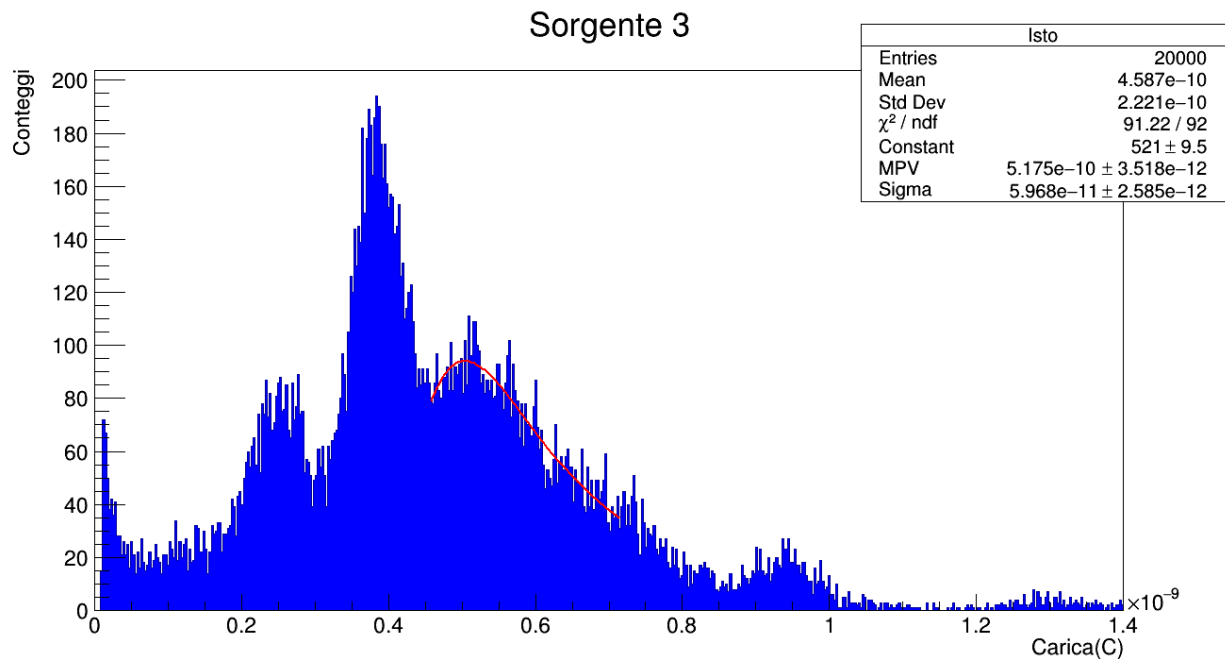


Figura 22: fit landau della radioattività naturale nella sorgente 3.

sui 3 picchi della sorgente, con le relative energie, sono i seguenti.

	carica [pC]	energia [keV]	$\tilde{\chi}^2$
1° picco	853 ± 4	1160 ± 30	0.94
2° picco	970 ± 1	1320 ± 34	0.89
3° picco	1742 ± 5	2370 ± 60	1

I valori dei  $\chi^2$  ridotti sono soddisfacenti e ci indicano un buon adattamento del fit per i primi due, al limite dell'accettabilità per il terzo. La somma delle energie dei primi 2 picchi dà  $2480 \pm 60$  keV, consistente con il valore del terzo picco nei margini dell'errore sperimentale, e ciò potrebbe confermare l'ipotesi iniziale.

Questo spettro di emissione sembrerebbe coincidere con quello del  $^{60}\text{Co}$ , che decade  $\beta^-$  verso uno stato eccitato del  $^{60}\text{Ni}$ , che si diseccita emettendo 2 gamma di energia 1170 e 1330 keV. Entrambe rientrano nei margini di incertezza dei valori ottenuti sperimentalmente.

Non molte altre sorgenti radioattive si adattano allo spettro rilevato e il cobalto-60 sembra essere la sorgente che stiamo cercando.

**Sorgente 3** In figura 22 l'istogramma degli integrali delle forme d'onda della terza sorgente.

Analogamente alla precedente, abbiamo effettuato un fit landau sulla parte relativa alla radioattività naturale per essere certi che non vi siano altre componenti nel relativo picco principale. Il valore ottenuto per il  $\chi^2$  ridotto è 0.99, al limite dell'accettabilità, probabilmente a causa della sovrapposizione di una spalla

Compton, la cui presenza è evidente anche dalla forma del secondo picco della radioattività naturale, più alto e deformato a causa dell'involuppo con la spalla.

Nelle figure delle pagine successive riportiamo i fit dei 3 picchi della sorgente 3. I relativi valori ottenuti per le cariche, energie e  $\tilde{\chi}^2$  sono i seguenti.

	carica [pC]	energia [keV]	$\tilde{\chi}^2$
1° picco	385.7 ± 0.9	524 ± 14	0.98
2° picco	930 ± 2	1264 ± 33	0.97
3° picco	1308 ± 7	1777 ± 47	0.79

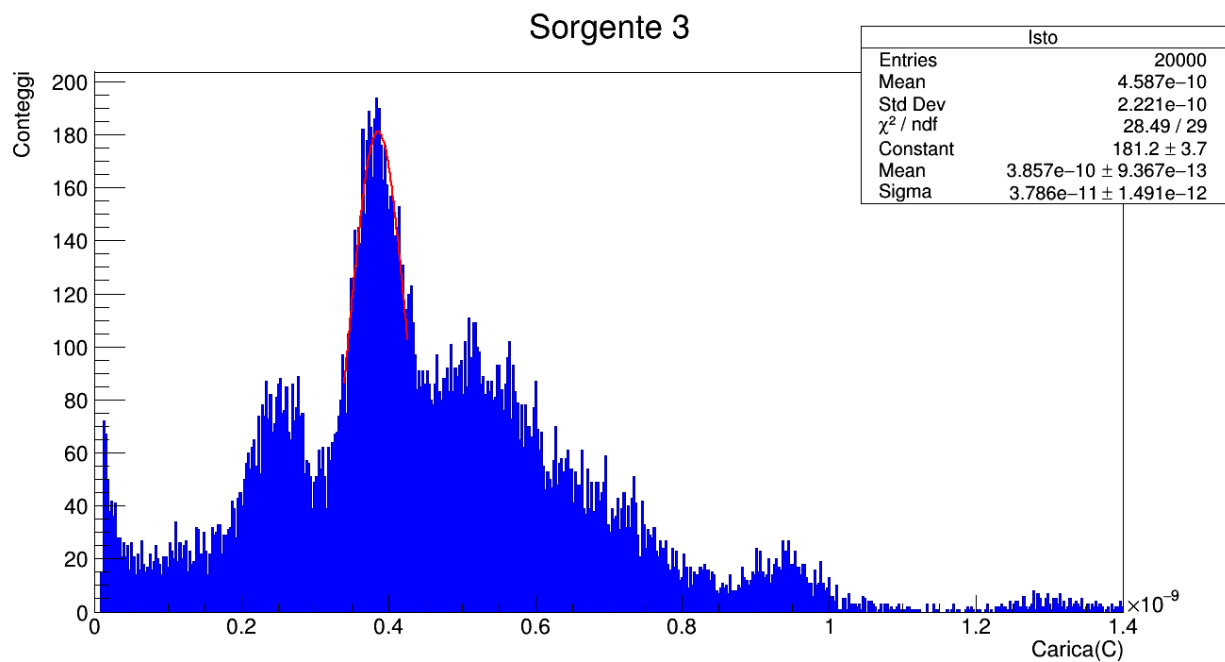
Questa sorgente sembra coincidere con il  $^{22}\text{Na}$ , che può decadere, all'89.8 %  $\beta^+$ , o al 10.2 % con cattura elettronica, verso lo stato eccitato  $^{22}\text{Ne}^*$  con energia 1274 keV, che viene poi riemessa sotto forma di  $\gamma$  quando si diseccita. I positroni emessi si annichiliscono nel materiale che fa da supporto alla sorgente in 2  $\gamma$  di energia 511 keV, che vengono emessi a 180° gradi l'uno dall'altro. Per questa ragione, solo uno dei due può intercettare il cristallo e dare luogo a scintillazione. I primi due picchi corrispondono, nei margini delle incertezze, a questi due fenomeni e l'ultimo picco alla sovrapposizione dei due eventi.

Non ci sono altre elementi radioattivi che hanno una corrispondenza così chiara con quest'ultima sorgente analizzata ed i dati in nostro possesso sembrano indicare che si tratti di sodio-22.

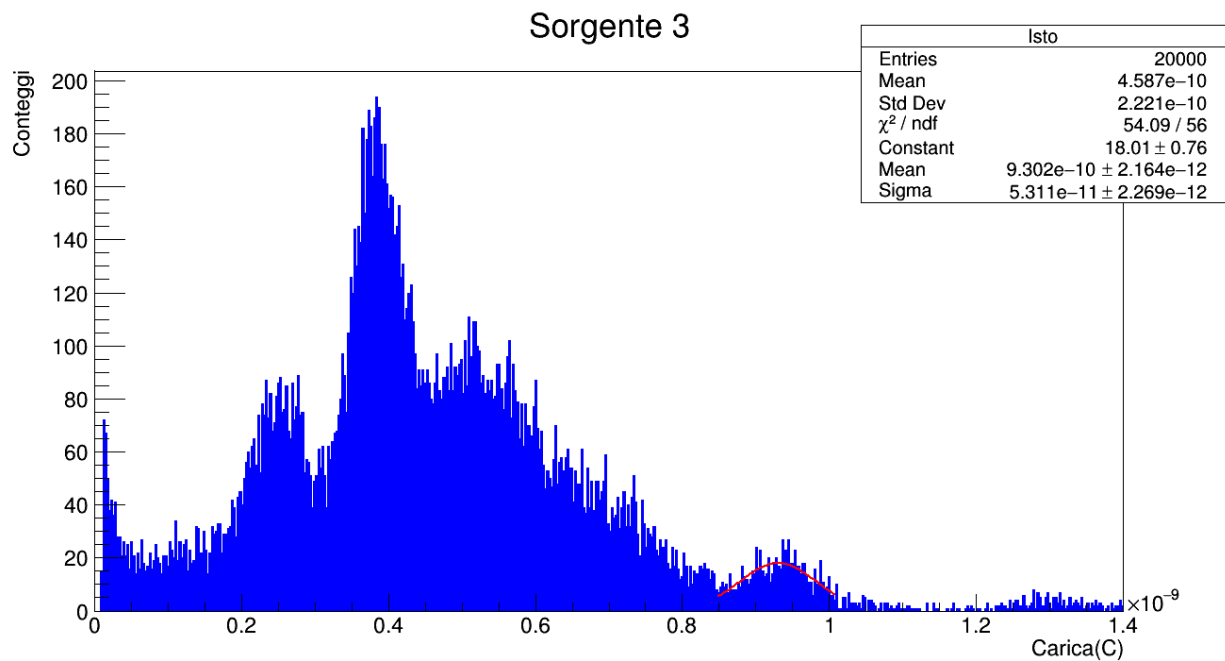
### 3.4 Ulteriori caratterizzazioni

**Componenti del tempo di decadimento** Abbiamo analizzato più approfonditamente il tempo di deca-

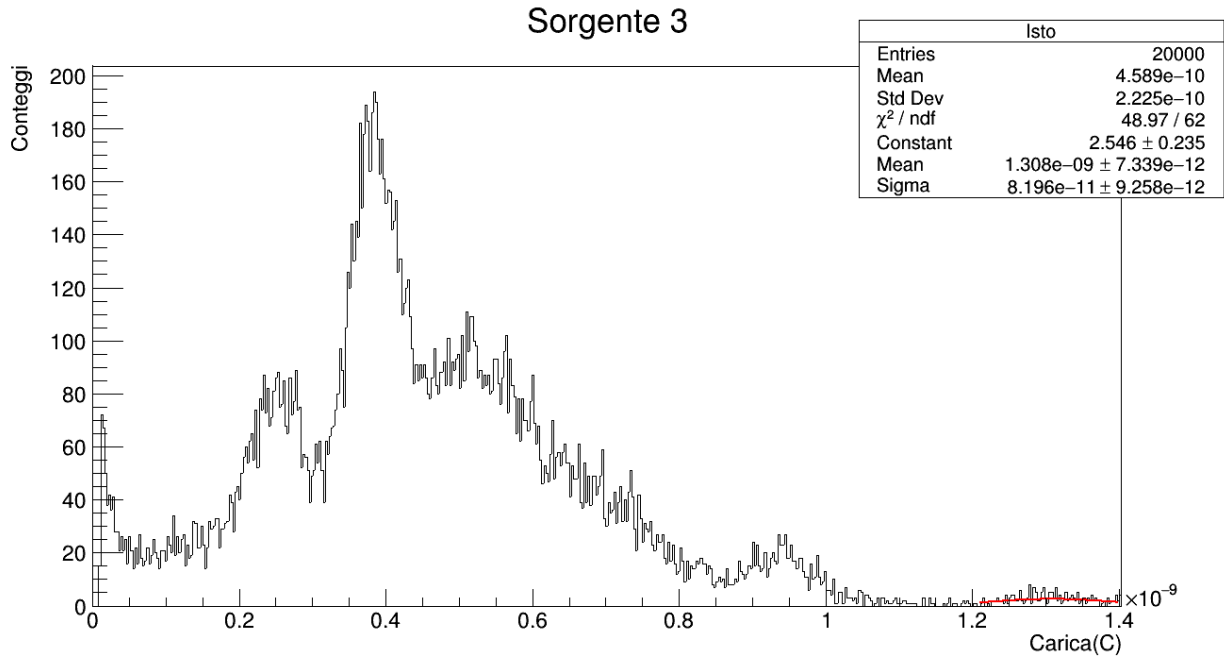




**Figura 23:** fit del primo picco della sorgente 2.



**Figura 24:** fit del secondo picco della sorgente 2.



**Figura 25:** fit del secondo picco della sorgente 2.

dimento per studiare la possibilità di decomporlo in una componente veloce (*fluorescenza*) ed una lenta (*fosforescenza*) come da equazione (13) che qui riportiamo.

$$N = Ae^{-\frac{t}{\tau_f}} + Be^{-\frac{t}{\tau_s}}$$

Lo studio è stato effettuato sui dati ricavati senza sorgenti, esclusivamente tramite la radioattività naturale del cristallo.

Fittando i dati di tutte le forme d'onda con tale funzione, otteniamo i seguenti coefficienti per le due tau.

$$A = 2.2 \times 10^{52} \quad B = 5.6 \times 10^{41}$$

Differendo per più di 10 ordini di grandezza, desumiamo che l'effetto di una delle due tau è infinitesimo rispetto a quello dell'altra e questo sembrerebbe scartare l'ipotesi di poter scomporre il tempo di decadimento, quantomeno per i processi studiati nel nostro esperimento. Una delle due tau è trascurabile e mostra un'alta varianza e pertanto riteniamo essere sufficiente analizzare il decadimento a tutti gli effetti come composto da una sola  $\tau$ .

Dallo studio della  $\tau$  come da equazione (12) è comunque possibile rilevare un evento di altra natura. Come si evince dagli istogrammi nelle figure della pagina seguente, sono presenti degli eventi con una  $\tau$  molto più rapida di quella del decadimento radioattivo, che possiamo studiare effettuandone un fit gaussiano.

I risultati dei fit sono i seguenti.

	$\tau$ [ns]	$\tilde{\chi}^2$
evento lento	$47.76 \pm 0.06$	0.97
evento veloce	$2.6 \pm 0.2$	0.74

Il tempo di decadimento dell'evento lento ricavato dal fit è consistente con quello già calcolato per la radioattività naturale del Lutezio direttamente dai dati delle forme d'onda. La  $\tau$  veloce può essere invece legata ad un evento che non ha a che fare con il cristallo ed in particolare con luce Cherenkov dovuto a muoni cosmici che attraversano il quarzo del fototubo, i cui fotoni vanno direttamente nel fotomoltiplicatore senza passare per il cristallo e che quindi non seguono le dinamiche legate alla scintillazione, né tantomeno i corrispondenti tempi di rilassamento.

Il valore ottenuto di  $2.6 \pm 0.2$  ns è consistente con l'ordine di grandezza di quello della luce Cherenkov. Questi eventi erano stati già rilevati anche nello studio dello spettro di energia della radioattività naturale.

**Risoluzione energetica** Una caratteristica del cristallo LYSO è la migliore risoluzione energetica rispetto ad altri scintillatori inorganici, la quale però è nota seguire un andamento non lineare in funzione dell'energia.

Per la risoluzione energetica utilizziamo la seguente, esprimendola in percentuale

$$RE = \frac{\sigma}{E} 100$$

Scrivendola in relazione alla corrispondente energia di picco otteniamo:

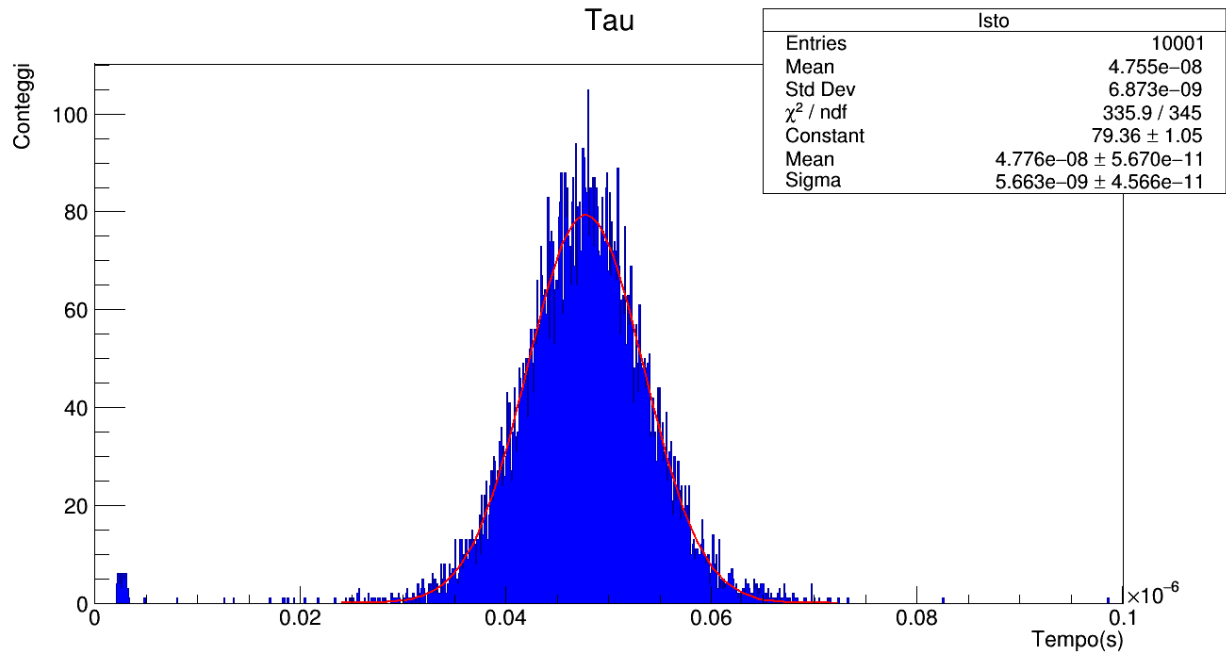


Figura 26: fit della  $\tau$  legata alla radioattività naturale.

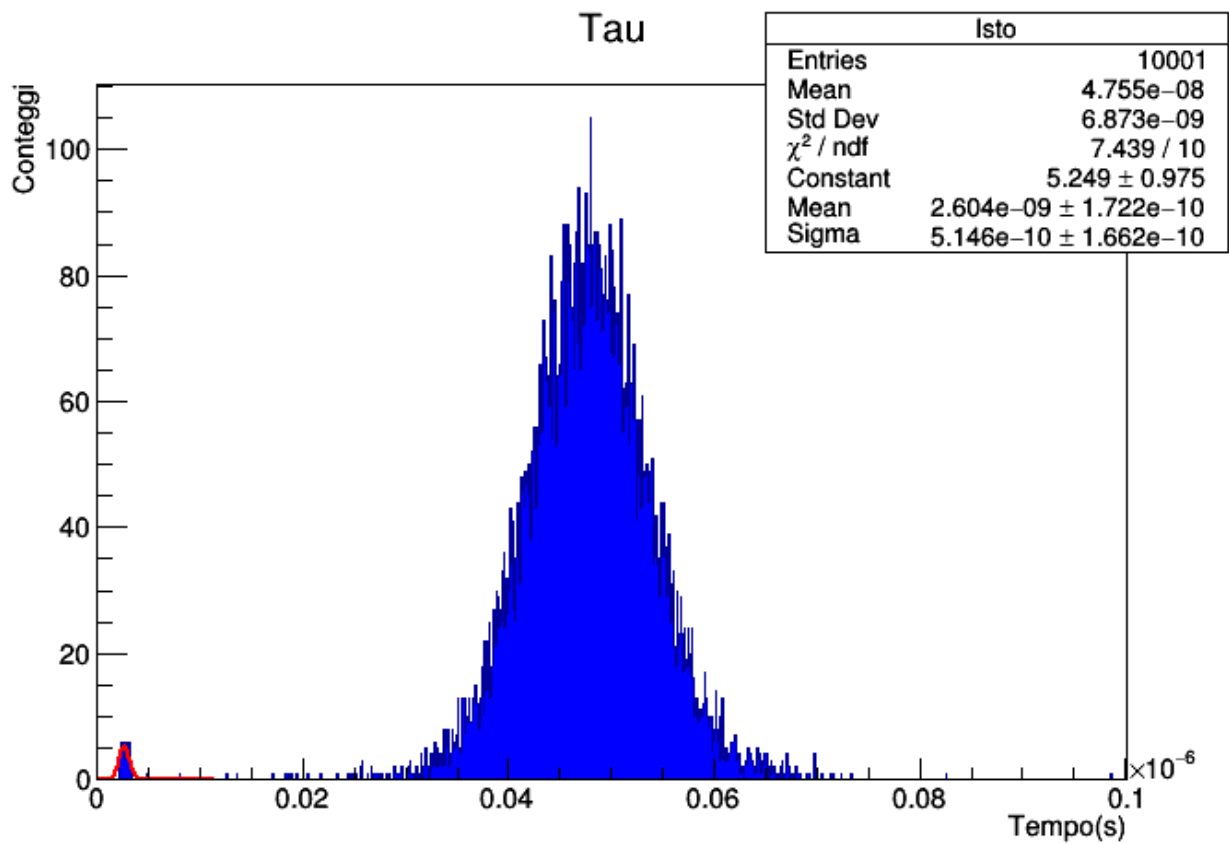
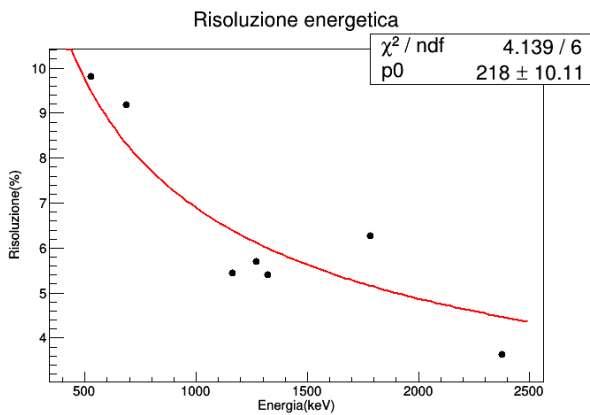


Figura 27: fit della  $\tau$  legata all'effetto Cherenkov.

energia [keV]	risoluzione energetica
524 ± 14	9.82 %
680 ± 20	9.19 %
1160 ± 30	5.45 %
1264 ± 33	5.71 %
1320 ± 34	5.41 %
1777 ± 47	6.27 %
2370 ± 60	3.63 %

In figura 28 il relativo grafico a dispersione, su cui abbiamo effettuato il fit con la funzione seguente.

$$RE = \frac{p0}{\sqrt{E}}$$



**Figura 28:** fit delle risoluzioni energetiche in funzione dell'energia.

L'indice  $\tilde{\chi}^2 = 0.69$  ci dà un buon adattamento, e l'andamento della risoluzione energetica è caratteristico di scintillatori di questo tipo.

## 4 Conclusioni

La calibrazione del cristallo LYSO è avvenuta in linea con quanto ci aspettavamo. I valori che lo caratterizzano sono consistenti con quelli teorici, nei margini delle incertezze sperimentali.

Il tempo di decadimento, per i processi gamma oggetto dello studio, non permettono di scomporlo efficacemente nella componente veloce e lenta, ciononostante ci ha permesso di individuare il raro effetto dovuto alla luce Cherenkov dei raggi cosmici.

Gli altri parametri legati allo scintillatore sono coerenti con la strumentazione utilizzata, sia il *Light Output*, che il guadagno del fotomoltiplicatore, sebbene l'alto errore sulla carica di singolo fotone legato all'*excess noise factor* abbia reso arduo il fit multigaussiano in fase di calibrazione con la luce LED.

Anche la risoluzione energetica è in linea con risultati noti ottenuti con medesimi scintillatori o simili. Ciò è dovuto al fatto che l'andamento della risoluzione

energetica in funzione dell'energia è proporzionale a  $1/\sqrt{E}$ , perché la risoluzione energetica è  $\propto \sigma/E$ , ma la deviazione standard è proporzionale a  $\sqrt{E}$ , e questo giustifica la funzione utilizzata in fase di fit, il cui ottimo indice  $\tilde{\chi}^2$ , conferma la bontà dell'approccio. Tutti gli scintillatori hanno questa non linearità intrinseca. La comprensione della sua origine, e di conseguenza la sua correzione, è un problema non risolto nello sviluppo degli scintillatori.

Lo studio delle sorgenti ci porta a concludere che molto probabilmente si tratti delle seguenti.

**Sorgente 1:**  $^{137}\text{Cs}$

**Sorgente 2:**  $^{60}\text{Co}$

**Sorgente 3:**  $^{22}\text{Na}$

Abbiamo ragione di credere di aver individuato le sorgenti 2 e 3 con un margine di confidenza abbastanza alto. La sorgente 1 sembra avere uno spettro consistente con il cesio-137, sebbene la corrispondente energia di picco sia al limite dell'errore sperimentale.

In conclusione il cristallo LYSO si è rivelato un ottimo strumento di indagine, anche per elementi come il cobalto-60, molto usati in radioterapia. In effetti questi scintillatori sono molto utilizzati in Fisica medica, come nella tomografia a positroni (PET), oltre che ovviamente nei calorimetri in Fisica della Particelle. Conoscendone lo spettro, la radioattività naturale permette comunque di distinguere le emissioni delle sorgenti che si stanno studiando e possiamo ritenere il LYSO all'altezza delle aspettative.

Una ulteriore accortezza che si potrebbe adottare per migliorarne l'efficienza è effettuare rilevazioni a basse temperature per ridurre effetti di quenching. Ciò permetterebbe altresì di discriminare con maggiore precisione particelle diverse con il *pulse shape discrimination*.