

ESPERIENZA n° 7

Misura del passo di un reticolo di diffrazione

Anno Accademico 2018/2019

Relatori:

Lorenzo Bartolozzi,

Luca Pacioselli,

Giuseppe Prudente.

Introduzione:

L'esperienza n° 7 di laboratorio consiste di un unico punto fondamentale:

- I. Determinare il passo di un reticolo di diffrazione.

Strumenti a disposizione:

Reticolo di diffrazione: 140 div./mm.

Laser: 635 nm.

Banco ottico.

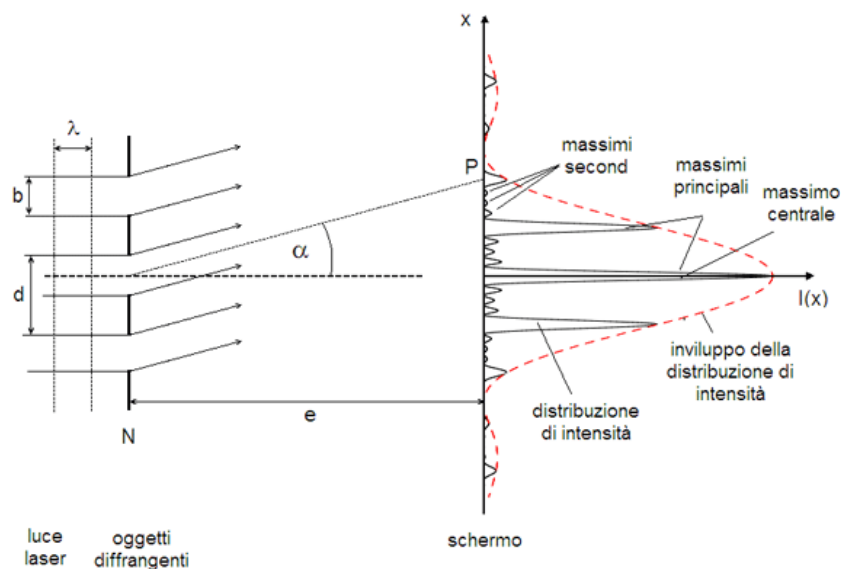
Metro a nastro: portata=300 cm, risoluzione di fondo scala=0,1 cm.

Supporti vari.

I valori utilizzati per le formule non sono stati approssimati su foglio elettronico; nel riportarli nella relazione sono stati approssimati coerentemente con l'errore. Si è fatta attenzione per tutta l'esperienza all'alimentazione delle varie sorgenti luminose, per non danneggiarle.

Metodo sperimentale:

Per prima cosa si verifichi che il laser sia collimato proiettando il fascio luminoso su di una parete a una distanza maggiore di quella utilizzata per l'esperienza di diffrazione e andando a verificare che non perda collimazione, misurando la larghezza della radiazione del laser che non deve modificarsi in tale tragitto; si posizioni il laser sul banco ottico insieme al reticolo di diffrazione e allo schermo, che nel nostro caso è la parete stessa del laboratorio, utilizzando gli appositi supporti, seguendo lo schema in figura:



Per verificare che tutti gli strumenti siano allineati, si accenda il laser e si regoli l'apparato sperimentale finché non si ottiene una figura di interferenza simmetrica rispetto al massimo centrale (i massimi inferiore e superiore devono essere equidistanti da quello citato). Abbiamo notato che una curvatura del reticolo implicava una analoga curvatura dei massimi principali, influenzando quindi la presa dati. Si è andati, quindi, ad allineare tutti i massimi con l'aiuto del metro a nastro messo perpendicolarmente al terreno e attaccato alla parete. La formula per ricavare il passo del reticolo di diffrazione mediante l'analisi delle frange di interferenza, secondo la teoria, è:

$$d \cdot \sin(\alpha_n) = n \cdot \lambda \quad ,$$

da cui si ha:

$$d = \frac{n \cdot \lambda}{\sin(\alpha_n)} \quad ,$$

con $n=0,1,2,\dots$, λ =lunghezza d'onda della radiazione incidente, d =passo del reticolo, α =angolo tra i segmenti che congiungono il reticolo con il massimo di interferenza ennesimo e con quello centrale.

La validità di tale formula non può essere verificata in quanto sarebbe necessario modificare la lunghezza d'onda della radiazione incidente per avere diverse λ , ma ciò non è possibile per limiti strumentali.

Considerando le formule trigonometriche di base, per cui $\sin(\alpha_n) = \frac{x_n}{\sqrt{L^2 + x_n^2}}$,

si considera allora l'equazione nella forma:

$$d = \frac{n \cdot \lambda \cdot \sqrt{L^2 + x_n^2}}{x_n}$$

dove con x_n si indica la distanza tra il massimo centrale, x_0 , e quello ennesimo considerato e con L la distanza tra reticolo e schermo.

Una volta chiarito il valore di $\lambda = (635,0 \pm 0,3)$ nm, con incertezza ricavata assumendo un errore sull'ultima cifra significativa contenente gli errori casuali e per questo divisa per radice di 12, risulta evidente, dalla formula usata, che per minimizzare l'errore relativo sul passo del reticolo si può solo intervenire su x_n ed L , dato che, come detto in precedenza, non si può variare il valore di λ né intervenire sulla sua incertezza. Per determinare tali distanze si ha a disposizione un metro a nastro con sensibilità costante entro la sua intera portata, perciò per minimizzare gli errori relativi su x_n ed L si cercherà di rendere queste distanze le più grandi possibile. Dato che la figura di diffrazione presenta più di un massimo, si comincia accertando, mediante misure preliminari, che effettuare le misurazioni considerandone uno piuttosto che un altro non modifichi i risultati di d , che in generale saranno diversi, apprezzabilmente sia nel valore che nell'incertezza. Effettuata con successo la verifica, si decide allora di prendere come riferimento il massimo di interferenza, visibile, più lontano da quello centrale. In questo modo, infatti, si può procedere aumentando L e facendo così avvicinare il più possibile il massimo considerato al bordo dello schermo. Questo accorgimento ci consente di minimizzare gli errori relativi su x_n ed L . Per rendere più definiti i massimi di interferenza si sono spente le luci del laboratorio, permettendoci così di poter

misurare il quinto massimo superiore dopo quello centrale. Ne consegue che la formula utilizzata per ricavare d è quella riportata in precedenza con $n=5$. Si effettuano allora più misurazioni di x_5^{sup} togliendo e rimettendo ogni volta il reticolo alla L scelta, con il criterio di cui sopra e misurata partendo dalla parete fino alla mascherina con cui si è tenuto il reticolo, così da evidenziare eventuali errori casuali.

Raccolta dati:

Dopo aver calibrato il sistema, tramite diverse misure ($x_1^{\text{sup}}=x_1^{\text{inf}}=(16,10\pm0,03)$ cm), si è scelta la distanza $L=(174,50\pm0,03)$ cm, con incertezza divisa per radice di 12 perché più misure di tale distanza non hanno presentato fluttuazioni casuali, si sono prese le x_n dei massimi visibili a luce spenta, anch'esse prive di oscillazioni statistiche:

| MASSIMI | DISTANZA [cm] |
|---------|----------------|
| x_1 | $16,10\pm0,03$ |
| x_2 | $32,40\pm0,03$ |
| x_3 | $49,70\pm0,03$ |
| x_4 | $68,90\pm0,03$ |
| x_5 | $89,10\pm0,03$ |

Analisi dati:

Utilizzando la formula:

$$d = \frac{5 \cdot \lambda \cdot \sqrt{L^2 + x_5^2}}{x_5} ,$$

con un errore dato da:

$$\delta d = \sqrt{\left(\frac{\partial d}{\partial \lambda} \cdot \delta \lambda\right)^2 + \left(\frac{\partial d}{\partial x_5} \cdot \delta x_5\right)^2 + \left(\frac{\partial d}{\partial L} \cdot \delta L\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{25 \cdot x_5^2 + L^2}{x_5^2}\right) \cdot (\delta \lambda)^2 + \left(\frac{25 \cdot \lambda^2 \cdot L^4}{x_5^4 \cdot (x_5^2 + L^2)}\right) \cdot (\delta x_5)^2 + \left(\frac{25 \cdot \lambda^2 \cdot L^2}{x_5^2 \cdot (x_5^2 + L^2)}\right) \cdot (\delta L)^2}$$

In definitiva si ha $d=(6,982\pm0,004) \mu\text{m}$. Tale risultato presenta un errore relativo percentuale dello 0,06%, che è inverosimilmente ottimo per gli strumenti a nostra disposizione, infatti si può vedere come il valore del passo da noi trovato risulta consistente, entro l'errore, con una sola, la peggiore, delle approssimazioni possibili del valore nominale $7,14285714285 \mu\text{m}$.

Il criterio da noi utilizzato per attribuire a tale valore un'incertezza è quello che abbiamo seguito per la lunghezza d'onda del laser, perciò si avrà:

| $d_{\text{nominale}} [\mu\text{m}]$ | Scarto con $d_{\text{sperimentale}} [\mu\text{m}]$ |
|-------------------------------------|--|
| $7,1430\pm0,0003$ | $0,161\pm0,004$ |
| $7,140\pm0,003$ | $0,158\pm0,005$ |
| $7,10\pm0,03$ | $0,12\pm0,03$ |
| $7,0\pm0,3$ | $0,02\pm0,3$ |

L'unico caso in cui la $d_{\text{sper.}}$ è consistente con $d_{\text{nom.}}$ è con la grossolana approssimazione $d_{\text{nom.}}=(7,0\pm0,3) \mu\text{m}$, che ha un errore relativo del 4,28%.

CONCLUSIONI:

Nonostante il risultato da noi ottenuto sia accettabile, perché la $d_{\text{sper.}}$ è consistente con la $d_{\text{nom.}}$ che ha un errore relativo minore del 5%, riteniamo che un errore di $0,004 \mu\text{m}$ sulla nostra $d_{\text{sper.}}$ sia esageratamente preciso e quindi inverosimile per le precisioni degli strumenti da noi utilizzati e perciò $d_{\text{sper.}}$ non è coerente con le altre approssimazioni. Si è deciso, in primo luogo, di non utilizzare la distribuzione di probabilità piatta, che risulta eccessiva a posteriori, cosicché abbiamo rifatto tutti i calcoli senza dividere gli errori per radice di 12, ottenendo così $(d_{\text{sper.}})_1=(6,980\pm0,013) \mu\text{m}$, che ha un errore relativo percentuale di 0,19%, e:

| $(d_{\text{nom.}})_1 [\mu\text{m}]$ | Scarto con $(d_{\text{sper.}})_1 [\mu\text{m}]$ |
|-------------------------------------|---|
| $7,143\pm0,001$ | $0,160\pm0,013$ |
| $7,14\pm0,01$ | $0,16\pm0,02$ |

| | |
|---------------|---------------|
| $7,1 \pm 0,1$ | $0,1 \pm 0,1$ |
| 7 ± 1 | 0 ± 1 |

Così facendo la nostra $(d_{\text{sper.}})_1$ risulta consistente con le ultime due misure di $(d_{\text{nom.}})_1$, che hanno, rispettivamente, errore relativo percentuale pari all'1,41% e al 14,28%.

Non soddisfatti neanche di questi nuovi risultati, abbiamo messo in discussione la nostra assunzione dell'errore pari a 1 nm sulla λ . Dato che l'intervallo di lunghezze d'onda del rosso è di circa 620-750 nm abbiamo fatto una seconda ipotesi a posteriori, ovvero di attribuire a λ un'incertezza di 15 nm così da non oltrepassare il limite inferiore del suddetto intervallo. Rifacendo di nuovo i calcoli si ottiene, questa volta, una $(d_{\text{sper.}})_2 = (6,90 \pm 0,16) \mu\text{m}$, che ha un errore relativo percentuale di 2,32%, e:

| $(d_{\text{nom.}})_2 [\mu\text{m}]$ | Scarto con $(d_{\text{sper.}})_2 [\mu\text{m}]$ |
|-------------------------------------|---|
| $7,1430 \pm 0,0003$ | $0,2 \pm 0,2$ |
| $7,140 \pm 0,003$ | $0,2 \pm 0,2$ |
| $7,10 \pm 0,03$ | $0,1 \pm 0,2$ |
| $7,0 \pm 0,3$ | $0,0 \pm 0,3$ |

Con questa nuova assunzione sull'incertezza di λ la $(d_{\text{sper.}})_2$ è consistente con tutte le $(d_{\text{nom.}})_2$ riportate in tabella; in realtà risulta consistente con qualunque approssimazione di $(d_{\text{nom.}})_2$ venga scelta. In questo caso l'approssimazione peggiore che si possa fare ha un errore relativo percentuale di 4,28%, che è comunque accettabile.

Infine tramite una formula inversa di $d = \frac{5 \cdot \lambda \cdot \sqrt{L^2 + x_5^2}}{x_5}$, si è andati a calcolare

approssimativamente, con i valori di x_5 ed L da noi presi, il valore di λ che teoricamente risulta coerente con la $d_{\text{nom.}}$, da noi presa come riferimento in questo caso. Tale valore è circa 650 nm, il quale rientra nell'intervallo $(635 \pm 15) \text{ nm}$; ciò può giustificare la nostra nuova assunzione.