

# Fotodiodo per calcolo della costante di accelerazione gravitazionale $g$

LORENZO BARTOLOZZI

LUCA PACIOSELLI

GIUSEPPE PRUDENTE

Università di Perugia

A.A.2018/2019

## Sommario

*La presente esperienza è volta all'implementazione di un sistema di acquisizione automatico per calcolare la costante di accelerazione gravitazionale  $g$ , mediante il periodo di un pendolo misurato con l'utilizzo di un fotodiodo OPT-101 stimolato con un LED a raggi infrarossi.*

## I. INTRODUZIONE

### i. Strumenti a disposizione

- alimentatore in CC (fondoscala utilizzato: 10V);
- basette sperimentali;
- scheda NI USB-6008;
- LED a raggi infrarossi (funzionamento a circa 1,6V);
- resistenza da 100 $\Omega$ ;
- sostegni vari;
- foglio di alluminio;
- spago;
- massetta;
- fotodiodo con amplificatore invertente in transimpedenza on-chip, OPT-101.

### ii. Cenni di teoria

Il fotodiodo è un particolare tipo di diodo fotorelizzatore in grado di riconoscere una determinata lunghezza d'onda di un'onda elettromagnetica incidente, assorbirne l'energia associata e trasformarla in un segnale elettrico, perciò è un trasduttore da un segnale ottico a un segnale elettrico. Più nel dettaglio, il fotodiodo è un semiconduttore a giunzione p-n asimmetrica, cioè costituito da una regione drogata di tipo  $n$  (eccesso di cariche negative) ed una drogata di tipo  $p$  (eccesso di cariche positive). Le

due giunzioni sono divise da una zona, detta di svuotamento, la quale presenta una lieve corrente (corrente di buio) dovuta ad effetti termici.

Nel momento in cui un fascio di luce incide la zona di svuotamento, l'energia dei fotoni  $E = h\nu$  (dove con  $\nu$  si intende la frequenza dell'onda incidente) viene assorbita producendo un elettrone e una lacuna liberi che, risentendo del campo elettrico applicato esternamente (fotodiodo in polarizzazione inversa), si spostano rispettivamente verso  $p$  e  $n$ , generando una corrente che si aggiunge alla già presente corrente di buio.

È importante far notare che tale fenomeno avviene esclusivamente nel caso in cui il diodo venga polarizzato inversamente, altrimenti agirebbe come un diodo qualunque e a causa della poca resistenza che possiede si potrebbe danneggiare.

Le caratteristiche principali di un fotodiodo sono:

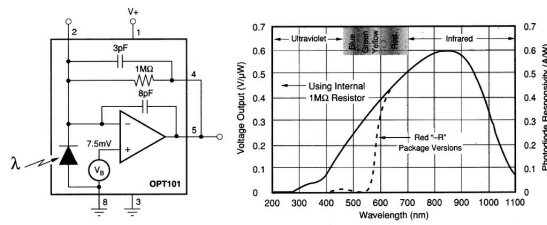
- Efficienza quantica, che indica la probabilità di creare una coppia  $e-h$  (elettrone-lacuna) per singolo fotone incidente;
- Responsività, che indica il quantitativo di corrente generato per potenza luminosa incidente ( $A/W$ );
- Energia di GAP, ovvero il quantitativo di energia minimo dopo il quale è molto pro-

babile che si generi una coppia elettrone-lacuna e si produca, di conseguenza, un segnale.

Per un corretto funzionamento del fotorelatore è necessario che l'energia del fotone incidente superi quella di GAP).

Sia l'efficienza quantica che la responsività sono dipendenti dal parametro lunghezza d'onda  $\lambda$ . Nel nostro caso l'OPT-101 ha una massima efficienza quantica se investito da una radiazione luminosa caratterizzata da una  $\lambda$  compresa tra gli 800nm e i 900nm (infrarosso) come si può vedere dalla seguente Figura 1 (presa dal datasheet del dispositivo OPT-101):

**Figura 1:** Schema circuitale (a sinistra) e grafico della responsività spettrale (a destra) del dispositivo OPT-101



Nell'utilizzo del fotodiodo, che di base è un generatore di corrente, è importante far notare che si sono collegati i *pin* 4 (transimpedenza da 1MΩ) e 5 (output dell'op-amp) così da rendere il dispositivo un convertitore corrente-tensione e poter lavorare con la tensione, piuttosto che con la corrente che risulterebbe scomodo in questo caso.

## II. PROCEDURA SPERIMENTALE

Come prima cosa si è costruito il circuito per alimentare il LED. Supponendo come limite di potenza dissipata dal LED  $\frac{1}{4}$  Watt gli abbiamo messo in serie una resistenza da 100Ω, per evitare che il LED si bruci, e con l'aiuto di una fotocamera (sensore CCD dello smartphone) sensibile agli infrarossi, abbiamo polarizzato

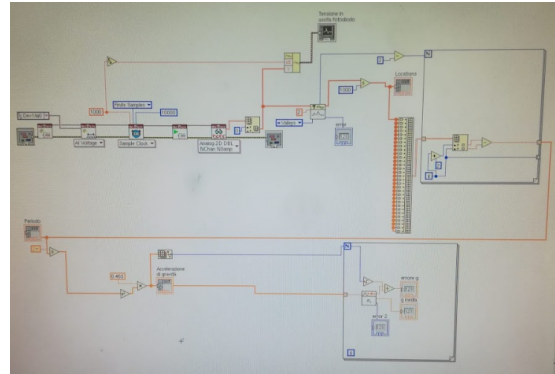
direttamente il LED con un voltaggio che gli faccia emettere una radiazione luminosa chiaramente distinguibile rispetto alla luce ambientale del laboratorio.

Successivamente su di un'altra basetta è stato montato l'OPT-101 seguendo lo schema del datasheet in Figura 1, quindi si avrà che il fotodiodo è polarizzato inversamente.

L'output dell'OPT-101 è stato collegato all'input della scheda NI-USB 6008; si sono messe in comune tutte le terre dei vari circuiti e della scheda NI-USB 6008. In questo modo siamo stati in grado di digitalizzare il segnale analogico in tensione proveniente dall'OPT-101.

Una volta implementati, i due circuiti sono stati montati su dei sostegni, facendo attenzione a mantenere le due basette il più parallele possibili, e facendo sì che fotodiodo e LED risultassero più vicini possibile e alla stessa altezza. A questo punto si è costruito il pendolo legando uno spago, di lunghezza  $l = (0,465 \pm 0,001)m$  misurata con un metro di sensibilità 1mm, con la massetta e lo si è calato fra le due basette, in modo che in condizioni di riposo questo si frapponesse fra LED ed OPT-101. Si è poi scritto un VI con Labview (seguito Figura 2):

**Figura 2:** Schema del VI per misura automatica di  $g$



che acquisisce dall'esterno un segnale in tensione, riconosce le valli del segnale sotto una certa soglia e calcola le distanze fra specifiche valli ricavando così varie misure di periodo con

cui poi si calcolano diverse  $g$  (con la formula:

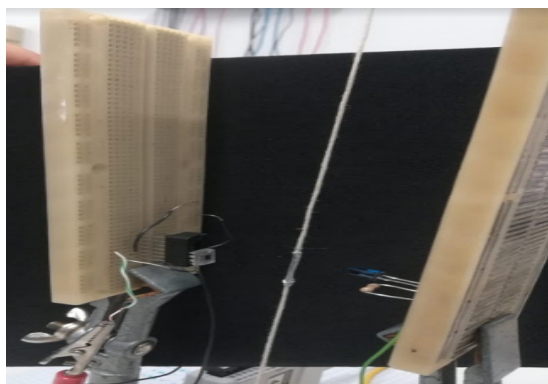
$$g = l * \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \quad (1)$$

dove  $l$  è la lunghezza del pendolo,  $T$  il periodo e  $g$  l'accelerazione di gravità) dalle quali si ottiene infine un valore di  $g$  che è la media dei dati precedenti con errore dato dalla deviazione standard della media  $\sigma_N$ .

Facendo delle misure preliminari, per verificare il corretto funzionamento del programma e dei circuiti, abbiamo notato che utilizzando la massetta davanti al sensore si avevano delle valli molto larghe, tali da mandare in confusione il VI, questo perché le dimensioni della massetta sono troppo grandi rispetto al sensore del fotodiodo. Abbiamo quindi deciso di frapporre tra LED e OPT-101 lo spago, ma questo è troppo poco spesso per coprire il fotodiodo e, di conseguenza, valli risultanti diverse hanno una profondità diversa tale da non rendersi visibili al VI a causa della soglia.

In definitiva si è deciso di avvolgere un foglio di alluminio, sulla parte di spago che si trova di fronte al sensore del fotodiodo, di spessore tale da coprire l'OPT-101 e il LED senza esagerare con la larghezza, come in Figura 3:

**Figura 3:** Apparato sperimentale (si noti il foglio di alluminio)

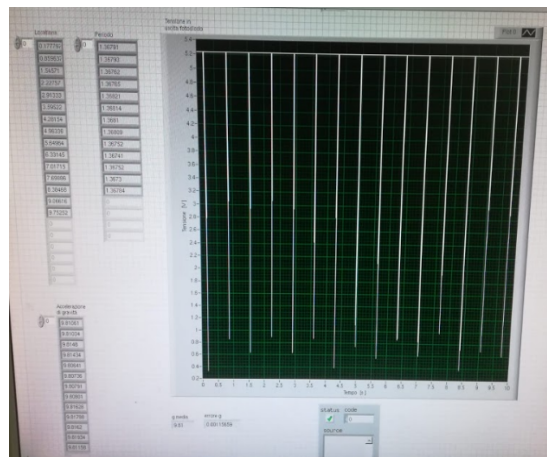


Dato che la Formula (1) per calcolare  $g$  risulta essere un risultato approssimato, con la condizione che gli angoli di oscillazione del pendolo siano piccoli, ci siamo tenuti sempre sotto i  $10^\circ$  limitando l'errore nel calcolo della  $g$  ad essere minore dell'1%.

### III. ANALISI DATI

Il risultato è contenuto in Figura 4

**Figura 4:** Front-end del VI



che mostra il front-end del VI utilizzato.

Il risultato restituito dal VI è nella forma  $(g \pm \sigma_N)$  e risulta essere  $(9,810 \pm 0,001) \frac{m}{s^2}$ .

Nonostante il risultato non sia deludente, non siamo soddisfatti con il valore dell'errore <sup>1</sup> che risulta molto piccolo (errore relativo percentuale dello 0,01%) in quanto, essendo limitati dal VI, non potendo prendere campionamenti più lunghi di 10s, non si hanno variazioni nell'angolo di oscillazione e di conseguenza nei valori di  $g$  che si ottengono.

Per questo motivo abbiamo deciso di modificare leggermente il VI in modo che si reiteri per più cicli, acquisendo così molti più valori di  $g$  che abbiano al loro interno anche diversi errori casuali dovuti alla diminuzione dell'angolo di oscillazione. Purtroppo abbiamo riscontrato un problema con Labview; il programma ci

<sup>1</sup>L'errore sulla  $g$  è stato trovato con la formula della deviazione standard della media, cioè:

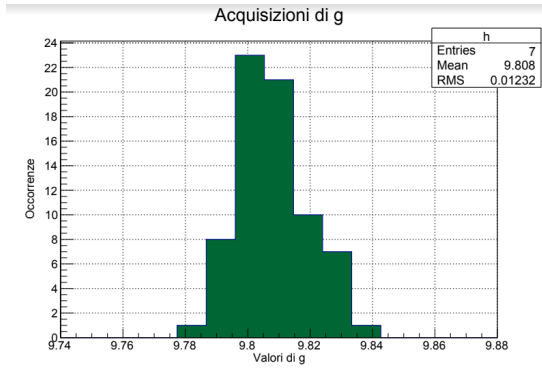
$$\sigma_N = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} \quad (2)$$

dove con  $N$  si indica il numero di campionamenti fatti e con  $\sigma$  si intende la deviazione standard:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N}} \quad (3)$$

ha dato un errore di time-out e dopo la prima iterazione si fermava. Conseguentemente abbiamo deciso di risolvere la questione manualmente, prendendo 71 misure di  $g$  facendo ripartire ogni tanto il VI, quando l'oscillazione degenerava dalle condizioni di perpendicolarità rispetto alla congiungente LED-fotodiode, ed elaborando i dati ottenuti esternamente a Labview. I dati sono riportati nell'istogramma seguente 5.

**Figura 5:** Distribuzione  $g$  medie



Il risultato, nella forma  $(g \pm \sigma_N)$ , che otteniamo elaborando questi dati è  $(9,807887 \pm 0,001473) \frac{m}{s^2}$  e nonostante sia identico al precedente, quest'ultimo non risulta viziato dal tempo di campionamento limitato che avevamo prima, quindi lo troviamo più affidabile. Infine abbiamo deciso di migliorare il nostro risultato con delle considerazioni teoriche e abbiamo utilizzato, quindi, la seguente:

**Teorema III.1 (Disuguaglianza di Chebyshev)**

Dato  $\lambda$  un numero reale positivo arbitrario, se una variabile casuale  $X$  ha un valore atteso  $\mu$  e una varianza di  $\sigma^2$ , allora la probabilità che  $X$  assuma un valore compreso tra  $\mu - \lambda\sigma$  e  $\mu + \lambda\sigma$  è maggiore di  $1 - \frac{1}{\lambda^2}$ , indipendentemente dalla specifica distribuzione della variabile casuale.

Dato che nelle 71 misure in Figura 5 abbiamo ottenuto valori di  $g$  che oscillano tra  $9,78 \frac{m}{s^2}$  e  $9,84 \frac{m}{s^2}$  (dovuti al fatto che l'angolo di oscillazione diminuiva andando avanti con il tempo), possiamo allargare un po' la nostra  $\sigma_N =$

$0,001473 \frac{m}{s^2}$  senza preoccuparci troppo che il nostro risultato perda di significato.

Decidiamo quindi di prendere  $\lambda = 10$  cosicché, anche se ipotizzassimo che la distribuzione di  $g$  avesse come estremi (intesi come valori dopo i quali la distribuzione diventa trascurabile)  $9,78 \frac{m}{s^2}$  e  $9,84 \frac{m}{s^2}$ ,  $10 * \sigma_N = 0,01 \frac{m}{s^2}$  coprirebbe solo un sesto dell'ipotetica distribuzione.

## IV. CONCLUSIONI

Il risultato finale è dunque  $g = (9,81 \pm 0,01) \frac{m}{s^2}$  che risulta coerente con il valore teorico atteso di  $9,81 \frac{m}{s^2}$  e, grazie alla disuguaglianza di Chebyshev possiamo affermare che ha una probabilità percentuale di affidabilità del 99%.