



UNIVERSITÀ DI PISA

RELAZIONE DI LABORATORIO

Trasformata di Fourier

Mario De Vita

Luca Palumbo

23 maggio 2023

1 Introduzione

Il fine di questo esercizio è di calcolare tramite la FFT (Fast Fourier Transform) gli spettri di varie acquisizioni realizzate tramite Arduino, e sottolinearne caratteristiche interpretabili secondo le nostre conoscenze di teoria.

In particolare ci soffermeremo su varie forme d'onda e sul segnale in uscita a un circuito RLC.

2 Forme d'onda

In questa sezione discuteremo la FFT di forme d'onda triangolari, sinusoidali e quadrate.

Partendo dalla forma d'onda sinusoidale, possiamo notare nel grafico sottostante, che lo spettro presenta un picco strettissimo che testimonia la natura monocromatica del segnale, e altri picchi decisamente più bassi, che sono dovuti alla presenza di rumore.

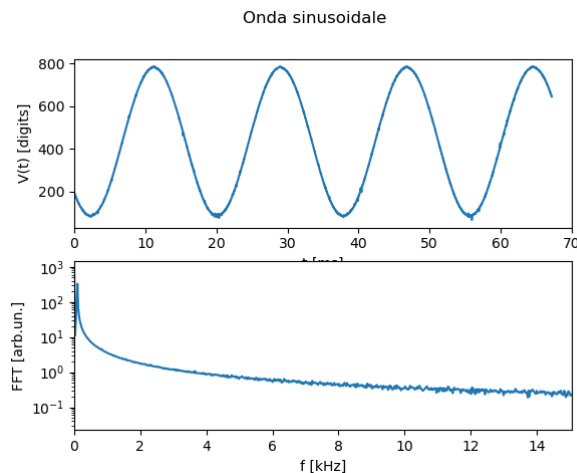


Figura 1: Forma d'onda sinusoidale

Per quanto riguarda le forme d'onda triangolare e quadrata invece, si osserva un picco principale corrispondente alla frequenza dell'onda stessa, più altri picchi minori che corrispondono alle diverse armoniche. Inoltre la frequenza di questi picchi dovrebbe essere nel corretto rapporto con la frequenza fondamentale e anche la loro ampiezza dovrebbe soddisfare le aspettative. Come ultima osservazione, può essere interessante sapere che si registra in tutti gli spettri, un contributo della frequenza zero, che corrisponde alle componenti continue di offset o bias, che per i nostri scopi non è rilevante.

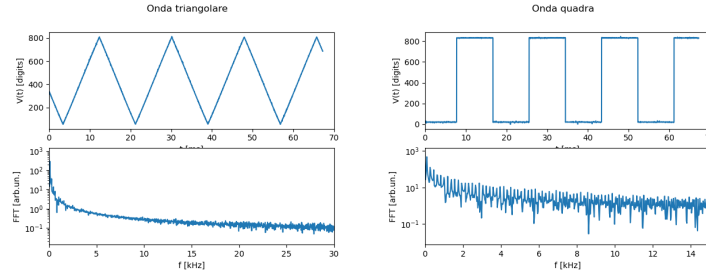


Figura 2: Onda triangolare e onda quadra

3 Oscillatore smorzato

In questa sezione, discuteremo l'analisi di Fourier del segnale di un circuito RLC utilizzando i dati acquisiti mediante Arduino. Ogni set di dati è stato ottenuto con l'introduzione di un oggetto all'interno dell'induttore, il quale ha generato correnti parassite. Le caratteristiche del circuito RLC sono una induttanza $L = 0.5$ H (valore nominale) e una capacità $C = 0.22 \pm 10\%$ μ F.

Sappiamo quindi che il circuito ha frequenza di risonanza pari a $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = (3.02 \pm 0.15) \times 10^3$ rad/s $\implies f = \omega/2\pi = 480 \pm 24$ Hz.

Analizzando i plot delle fft, possiamo innanzitutto osservare che (oltre il picco a frequenza zero, che ci aspettavamo) è presente un picco a $\simeq 480$ Hz, che è compatibile con il valore trovato per la frequenza di risonanza del circuito. Possiamo inoltre notare che tale picco è più largo per i segnali più smorzati (è particolarmente evidente per il ferro pieno), e ciò è in accordo con quanto ci aspettavamo dal calcolo del quality factor (vedere la tabella in appendice).

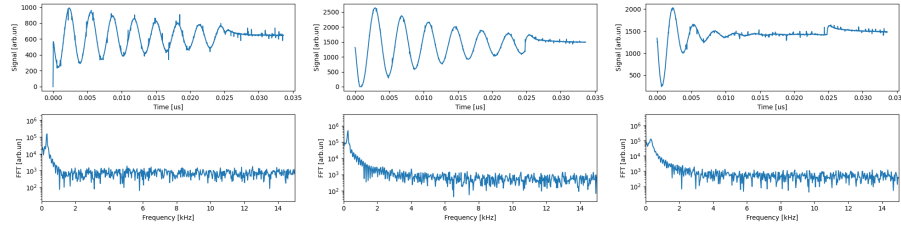


Figura 3: Da sinistra: circuito RLC con induttanza "vuota", con ferro laminato all'interno dell'induttanza, e con ferro pieno all'induttanza.

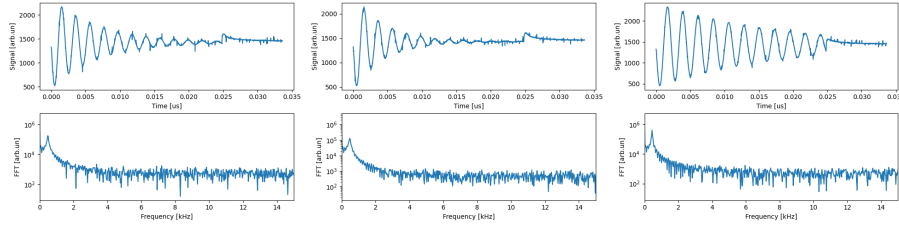


Figura 4: Da sinistra: circuito RLC con alluminio pieno all'interno dell'induttanza, con alluminio profilato, e con alluminio profilato segato per lungo.

Le differenze tra i vari plot sono dovute alla presenza di correnti parassite (o eddy currents), che generano effetti diversi a seconda del materiale introdotto nell'induttore e della forma di tale materiale:

- infilare dell'alluminio non è sufficiente a modificare sensibilmente i risultati, nel caso del profilato segato longitudinalmente, l'oscillatore si comporta in maniera simile a quando il core è vuoto;
- tuttavia nel caso del pieno di alluminio e anche del profilato a forma quadrata si osserva una sensibile riduzione del tempo di smorzamento τ ;
- infilando del ferro, poi, si osserva un aumento dello pseudoperiodo, cioè una diminuzione della frequenza ω , in particolare nel caso del laminato;
- infine, infilando del ferro pieno si ottiene un andamento sensibilmente smorzato.

Possiamo quindi concludere che il comportamento dell'oscillatore in presenza di materiale nel core dell'induttore dipenda dal tipo di materiale, ma anche dalla forma e dalle dimensioni dell'oggetto infilato, il che è in accordo qualitativo con quanto previsto in precedenza.

4 Appendice

Risultati fit				
Oggetto	$\omega \times 10^3$ [rad/s]	τ [ms]	$Qf = \omega\tau/2$	L [H]
Niente	28.124 ± 0.001	19.5 ± 1.2	27.45	0.57 ± 0.06
Alluminio pieno	9.074 ± 0.006	6.7 ± 0.2	10.37	0.48 ± 0.05
Alluminio profilato	3.0385 ± 0.0008	4.34 ± 0.14	6.60	0.49 ± 0.05
Alluminio segato	28.154 ± 0.002	17.4 ± 0.9	24.59	0.57 ± 0.06
Ferro pieno	2.055 ± 0.001	2.86 ± 0.5	2.94	1.07 ± 0.11
Ferro laminato	1.589 ± 0.001	16.1 ± 1.2	12.79	1.79 ± 0.18

Tabella 1: Quality factor al variare dell'oggetto dentro l'induttore