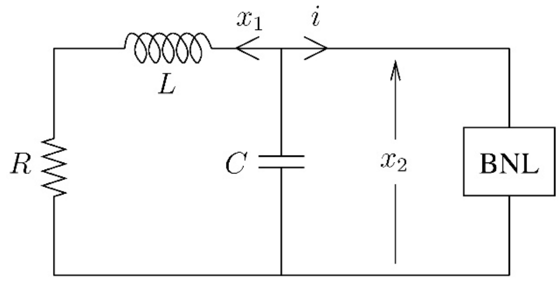
TEORIA DEI SISTEMI
(Dinamica non lineare)

COGNOME e NOME: # MATRICOLA:

CODICE PERSONALE: FIRMA:

Problema 3:

Si consideri il circuito elettrico rappresentato in figura, caratterizzato dalla presenza di un bipolo non lineare (BNL) realizzato con un diodo opportunamente polarizzato. La caratteristica tensione (x_2 in Volt) - corrente (i in Ampere) del BNL è data da $i = -\alpha x_2 + \beta x_2^3$ con $\alpha = 0.04$ e $\beta = 0.18$. I parametri elettrici L e C sono pari a $L = (10 + [n]_3 + [c]_3)nH$, $C = (10 + [n]_3 + [c]_3)pF$, dove n e c sono gli interi corrispondenti (nell'alfabeto inglese) alla prima lettera del nome e del cognome e $[x]_3$ (x modulo 3) è il resto della divisione di x per 3.



1. Si descriva il circuito con le sue due equazioni di stato $\dot{x}_1 = \ldots$, $\dot{x}_2 = \ldots$

2. Si dica perché per R sufficientemente grande il circuito non può oscillare.

3. Si determinino gli stati di equilibrio al variare di R e si dica da quali biforcazioni sono caratterizzati.

4. Sulla base dei risultati ottenuti si disegnino, anche solo qualitativamente, nello spazio a tre dimensioni (R, x_1, x_2) (con R in orizzontale) gli invarianti del sistema (equilibri e cicli) al variare di R (se possibile, attrattori in verde, selle in blu e repulsori in rosso).

5. Si riempia la tabella seguente, riportando il numero di biforcazioni trovate

forcone	
Hopf	
omoclina	
tangente di cicli	

6. Si supponga ora che, a causa di sbalzi termici, la resistenza vari periodicamente rispetto al suo valore nominale del 25%, ovvero che

$$R(t) = \bar{R}(1 + 0.25\sin(\omega t)).$$

Si dica se, per opportuni valori di $\bar{R}$ e ω il sistema elettrico funziona in maniera caotica. In caso di risposta positiva, si mostri la proiezione nello spazio (x_1, x_2, R) dell'attrattore caotico ottenuto, si caratterizzi una sua sezione di Poincarè (ad esempio quella con $R = \bar{R}$), si verifichi la dipendenza sensibile dalle condizioni iniziali e se ne calcoli il primo esponente di Liapunov.

7. Disegnare il diagramma di biforcazione nello spazio (R, α), riportando in ogni regione uno sketch qualitativo del comportamento del sistema.

Osservazioni:

- Pinzare (non rilegare!) i fogli che si consegnano utilizzando questo come copertina
- Rispondere nell'ordine ai punti 1, …, 6
- Evitare spiegazioni prolisse
- Scrivere in modo leggibile

Svolgimento:

I miei dati sono $n = \ldots$, $c = \ldots$, per cui
$[n]_3 = \ldots \quad [c]_3 = \ldots$

e quindi

$L = \ldots\ldots\ldots nH \quad C = \ldots\ldots\ldots pF$