

# Unidade 01b - Noções de Complexidade

Luca Ribeiro Schettino Regne

1

## 1. Exercícios Resolvidos

### 1.1. Exercício Resolvido 1

Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

```
1  ...
2  a--;
3  a -= 3;
4  a = 1 - 2;
```

3 subtrações.

### 1.2. Exercício Resolvido 2

Calcule o número de adições que o código abaixo realiza:

```
1  ...
2  if (a + 5 < b + 3)
3      i++;
4      ++b;
5      a += 3;
6  } else {
7      j++;
8  }
```

No melhor caso 3, no pior 5.

### 1.3. Exercício Resolvido 3

Calcule o número de adições que o código abaixo realiza:

```
1  ...
2  if (a + 5 < b + 3 || c + 1 < d + 3)
3      i++;
4      ++b;
5      a += 3;
6  } else {
7      j++;
8  }
```

No pior caso são executadas 7 somas, se e somente se a primeira sentença for falsa e a segunda verdadeira. Enquanto no melhor caso são executadas 5 somas, quando as duas condições são falsas.

#### 1.4. Exercício Resolvido 4

Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

```
1  ...
2  for(int i = 0; i < 4; i++){
3      a--;
4  }
```

São realizadas 4 subtrações.

#### 1.5. Exercício Resolvido 5

Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

```
1  ...
2  for(int i = 0; i < n; i++){
3      a--;
4      b--;
5  }
```

Serão realizadas  $2n$  subtrações.

#### 1.6. Exercício Resolvido 6

Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

```
1  ...
2  int i = 0, b = 10;
3  while(i < 3){
4      i++;
5      b--;
6  }
```

Serão realizadas 3 subtrações.

#### 1.7. Exercício Resolvido 7

Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

```
1  ...
2  for(int i = 3; i < n; i++){
3      a--;
4  }
```

Serão realizadas  $(n - 3)$  subtrações.

#### 1.8. Exercício Resolvido 8

Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

```
1  int a = 10;
2  ...
3  for(int i = 0; i < 3; i++){
4      for(int j = 0; j < 2; j++){
5          a--;
6      }
7  }
```

$3 * 2 = 6$   
 $i = 0, j = 0$   
 $i = 0, j = 1$   
 $i = 1, j = 0$   
 $i = 1, j = 1$   
 $i = 2, j = 0$   
 $i = 2, j = 1$

Serão realizadas 6 subtrações.

### 1.9. Exercício Resolvido 9

Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:

```
1  ...  
2  for (int i = n; i < 0; i /= 2) {  
3      a *= 2;  
4  }
```

Serão realizadas  $\lg(n) + 1$  multiplicações.

### 1.10. Exercício Resolvido 10

Faça um método que receba um número inteiro  $n$  e efetue o número de subtrações pedido em:

- a)  $3n + 2n^2$
- b)  $5n + 4n^3$
- c)  $\lg(n) + n$
- d)  $2n^3 + 5$
- e)  $9n^4 + 5n^2 + n/2$
- f)  $\lg(n) + 5 \lg(n)$

```
1  i = 0;  
2  
3  while (i < n) {  
4      i++; a--;  
5      b--;  
6      c--;  
7  }  
8  
9  for (i = 0; i < n; i++) {  
10     for (j = 0; j < n; j++) {  
11         a--;  
12         b--;  
13     }  
14 }
```

### 1.11. Exercício Resolvido 11

Encontre o menor valor em um array de inteiros

```
1  int min = array[0];  
2  
3  for (int i = 1; i < n; i++) {
```

```

4     if (min > array[i]){
5         min = array[i];
6     }
7 }

```

1º) Qual é a operação relevante?

R: Comparação entre elementos do array.

2º) Quantas vezes ela será executada?

R: Se tivermos n elementos:  $T(n) = n - 1$

## 2. Exercícios

### 2.1. Exercício 1

- |              |                |                    |
|--------------|----------------|--------------------|
| a) $2^0 = 1$ | e) $2^4 = 16$  | i) $2^8 = 256$     |
| b) $2^1 = 2$ | f) $2^5 = 32$  | j) $2^9 = 512$     |
| c) $2^2 = 4$ | g) $2^6 = 64$  | k) $2^{10} = 1024$ |
| d) $2^3 = 8$ | h) $2^7 = 128$ | l) $2^{11} = 2048$ |

### 2.2. Exercício 2

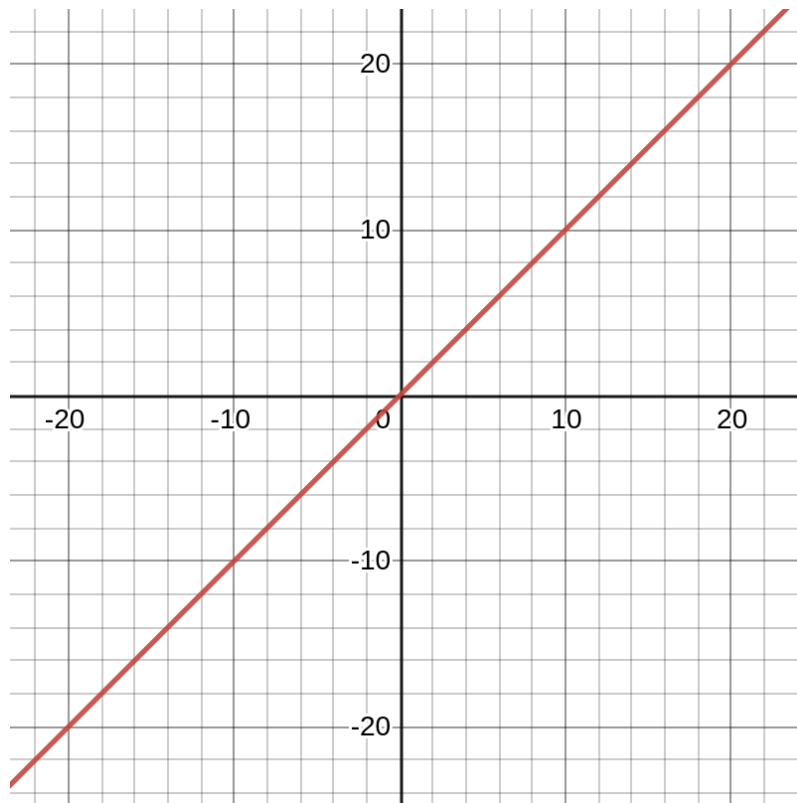
- |                     |                   |                 |
|---------------------|-------------------|-----------------|
| a) $\log 2048 = 11$ | e) $\log 128 = 7$ | i) $\log 8 = 3$ |
| b) $\log 1024 = 10$ | f) $\log 64 = 6$  | j) $\log 4 = 2$ |
| c) $\log 512 = 9$   | j) $\log 32 = 5$  | k) $\log 2 = 1$ |
| d) $\log 256 = 8$   | h) $\log 16 = 4$  | l) $\log 1 = 0$ |

### 2.3. Exercício 3

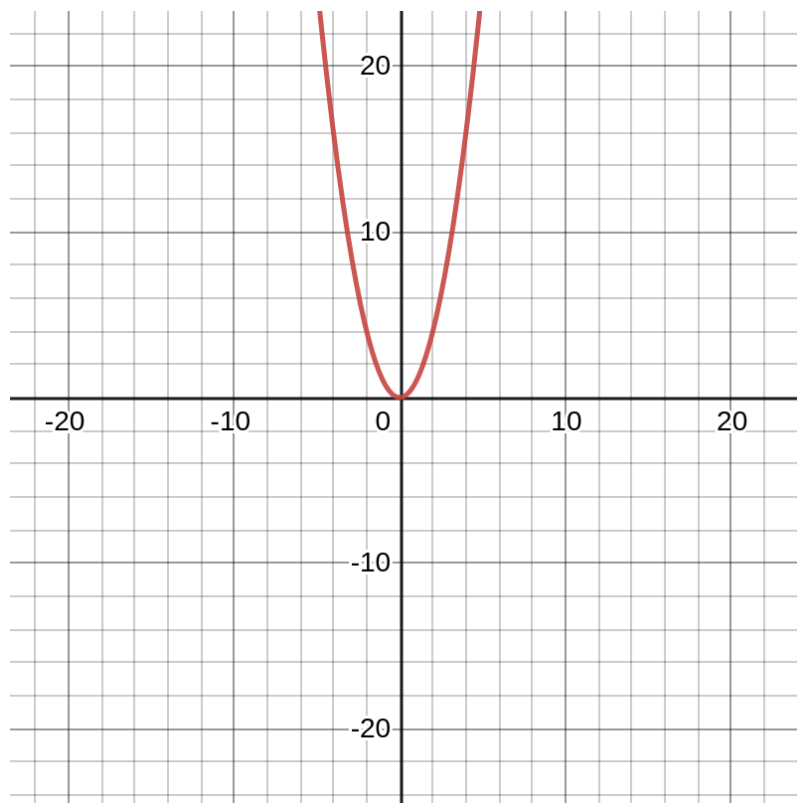
- |                                |                                  |                                  |
|--------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| a) $\lceil 4, 01 \rceil = 5$   | e) $\lceil \log 16 \rceil = 4$   | i) $\lfloor \log 17 \rfloor = 5$ |
| b) $\lfloor 4, 01 \rfloor = 4$ | f) $\lfloor \log 16 \rfloor = 4$ | j) $\log 15 = 3.90$              |
| c) $\lceil 4, 99 \rceil = 5$   | g) $\log 17 = 4.08$              | k) $\lceil \log 15 \rceil = 3$   |
| d) $\lfloor 4, 99 \rfloor = 4$ | h) $\lceil \log 17 \rceil = 4$   | l) $\lfloor \log 15 \rfloor = 4$ |

### 2.4. Exercício 4

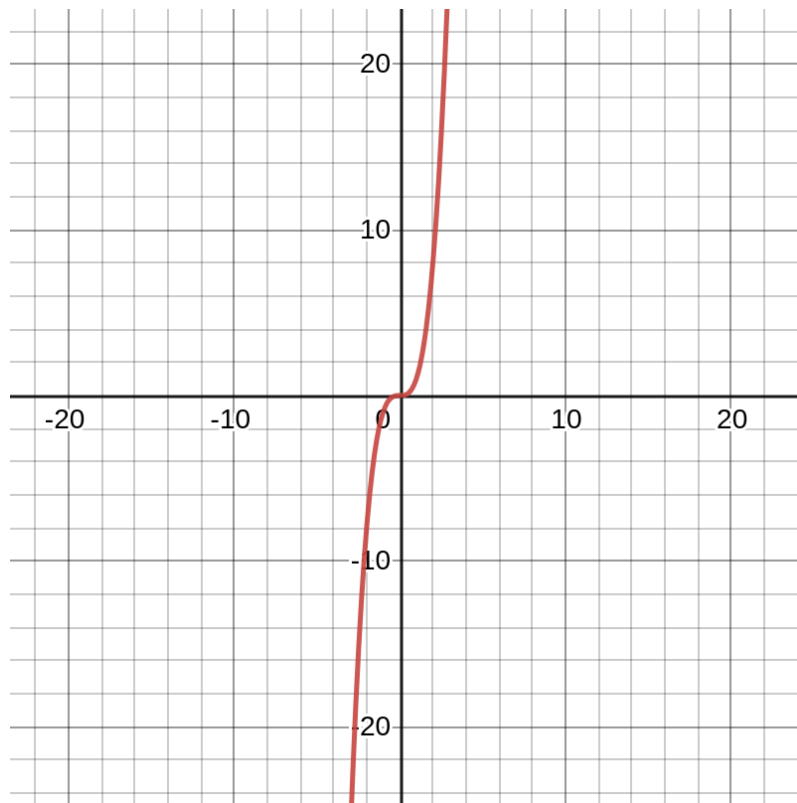
- a)  $f(n) = n$



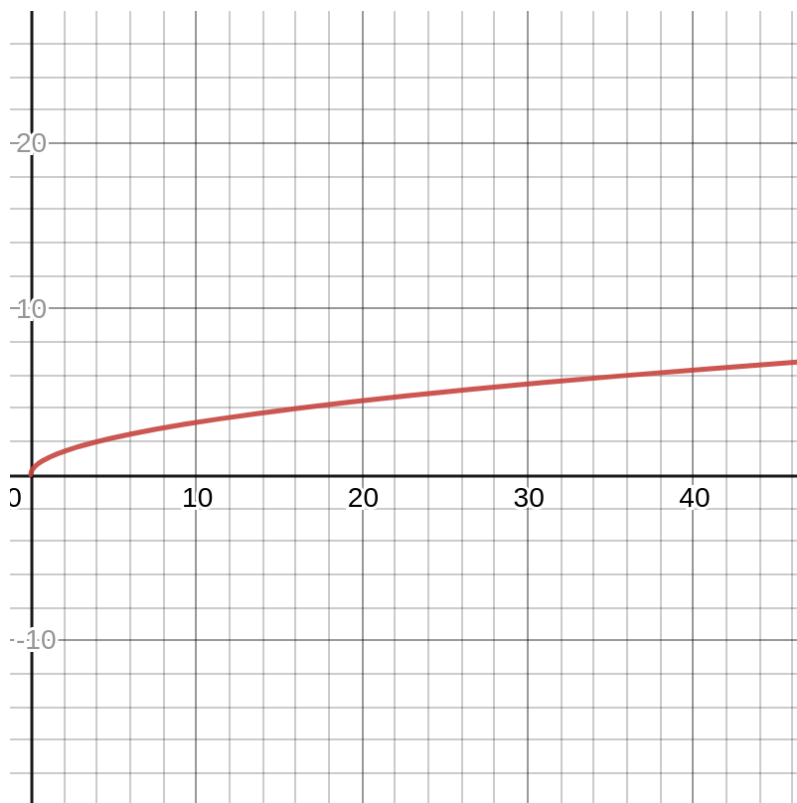
b)  $f(n) = n^2$



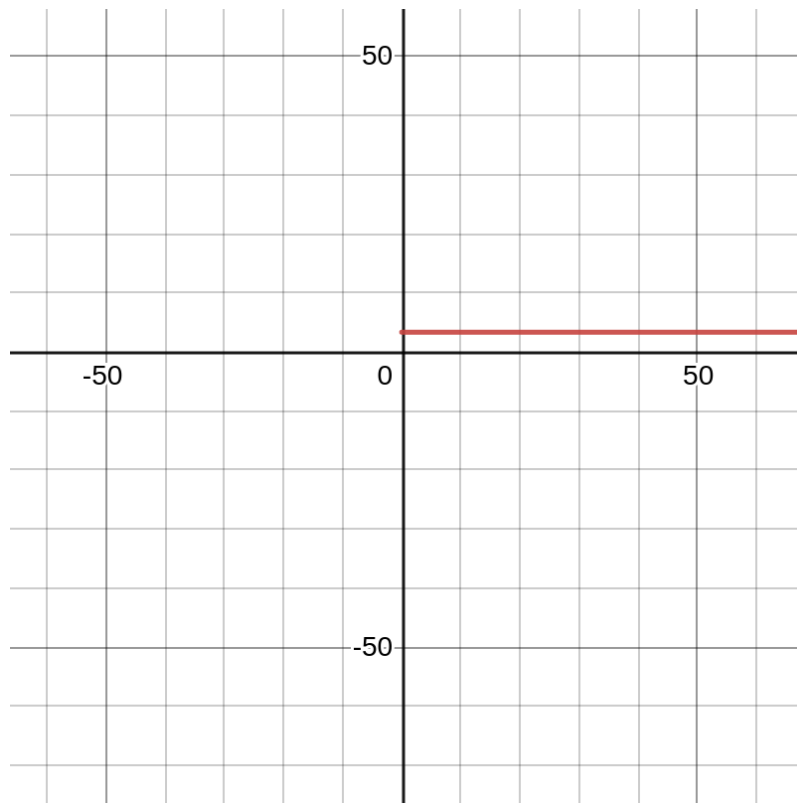
c)  $f(n) = n^3$



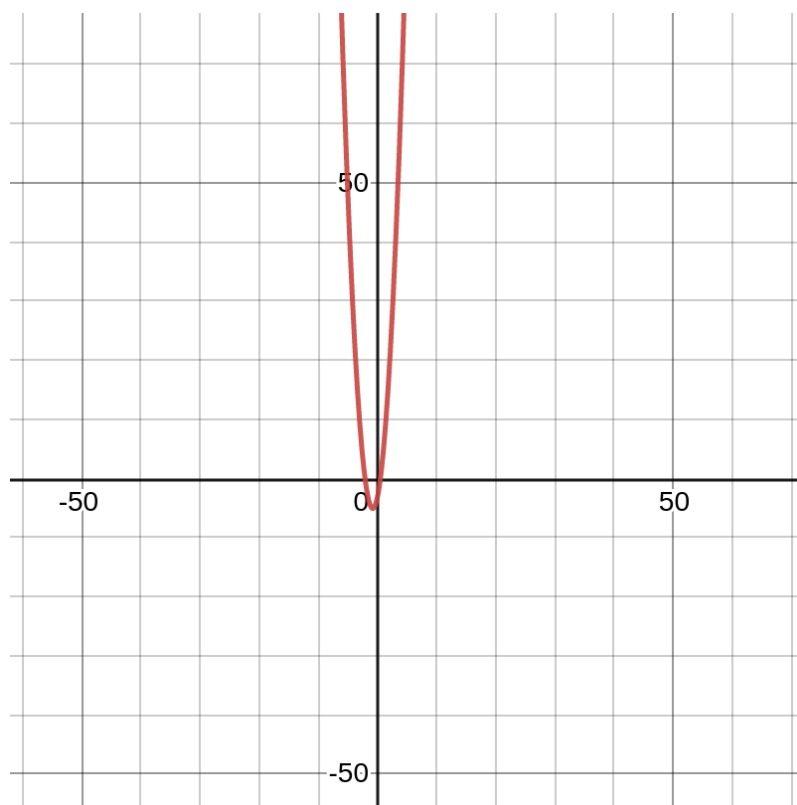
d)  $f(n) = \text{sqrt}(n)$



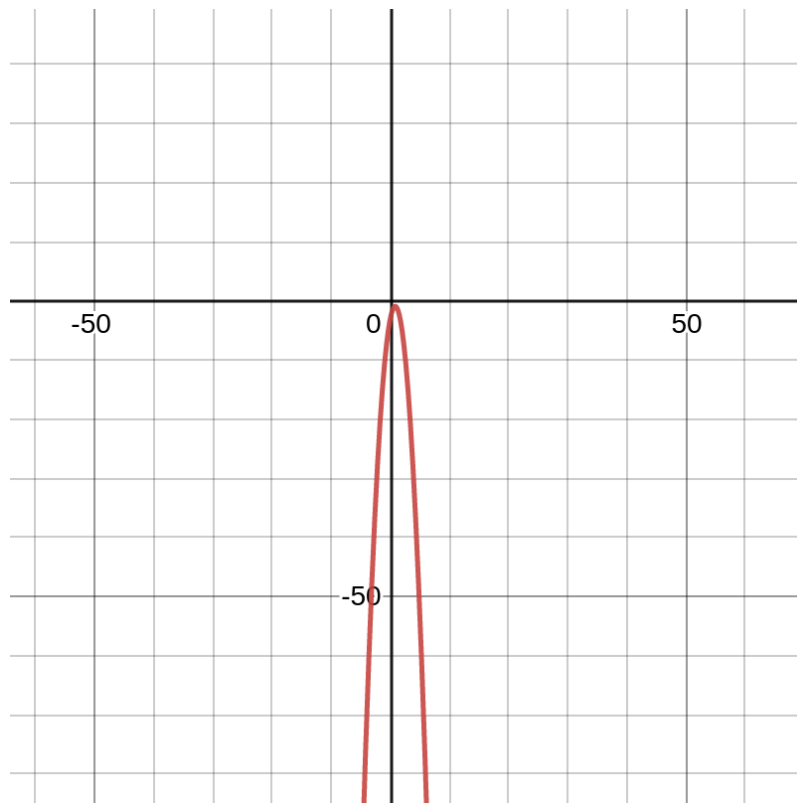
e)  $f(n) = \lg n = \log_2 n$



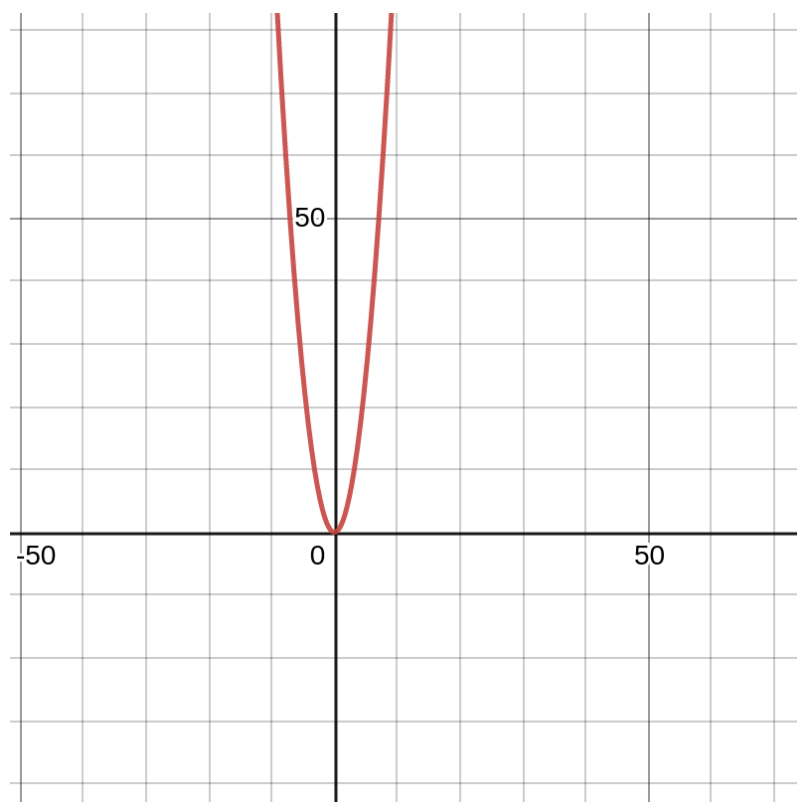
f)  $f(n) = 3n^2 + 5n - 3$



g)  $f(n) = -3n^2 + 5n - 3$

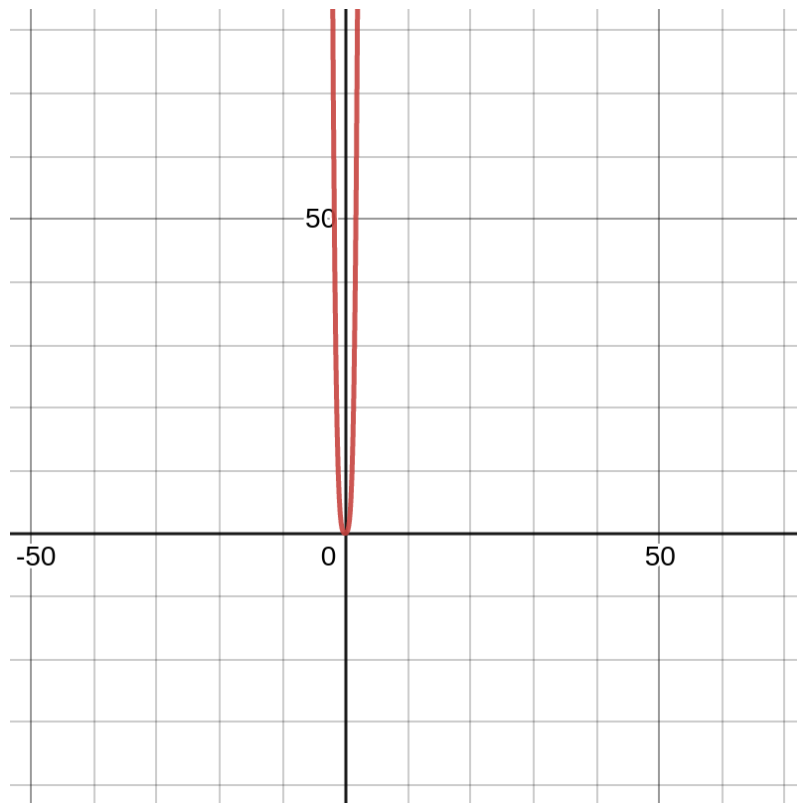


h)  $f(n) = | -n^2 |$

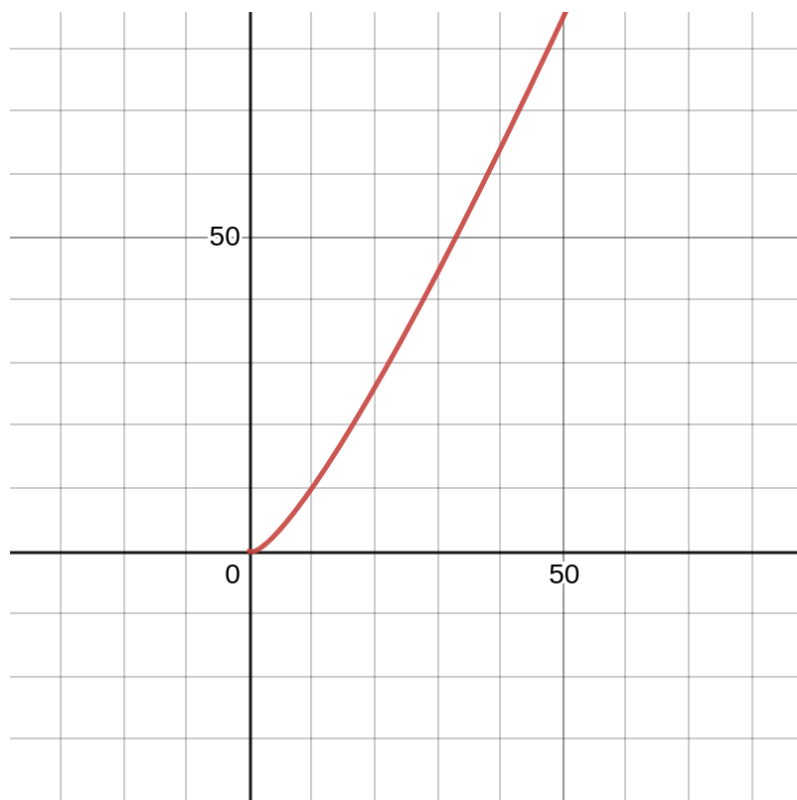


i)  $f(n) = 5n^4 + 2n^2$





j)  $f(n) = n * \lg(n)$



## 2.5. Exercício 5

Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

```

1  ...
2  int i = 10;
3  while (i >= 7) {
4      i--;
5  }

```

Serão realizadas 4 subtrações, quando i valer 10, 9, 8 e 7.

## 2.6. Exercício 6

Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

```

1  ...
2  for (int i = 5; i >= 2; i--) {
3      a--;
4  }

```

$$(5 - 2 + 1) * 2 = (3 + 1) * 2 = 4 * 2 = 8$$

Serão realizadas 8 subtrações.

## 2.7. Exercício 7

Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

```

1  ...
2  for (int i = 0; i < 5; i++) {
3      if (i % 2 == 0) {
4          a--;
5          b--;
6      } else {
7          c--;
8      }
9  }

```

0, 2, 4 -> 2

1, 3 -> 1

$$3 * 2 * 2 * 1 = 6 + 1 = 7$$

Serão realizadas 7 subtrações.

## 2.8. Exercício 8

Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

```

1  ...
2  for (int i = 0; i < n; i++) {
3      for (int j = 0; j < n; j++) {
4          a--;
5      }
6  }

```

Serão realizadas  $n^2$  subtrações.

## 2.9. Exercício 9

Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

```

1  ...
2  int i = 1, b = 10;
3  while (i > 0) {
4      b--;
5      i = i >> 1;
6  }
7  i = 0;
8  while (i < 15) {
9      b--;
10     i += 2;
11 }

```

$1 + 15/2 = 1 + 7 = 8$   
 Serão realizadas 8 subtrações.

### 2.10. Exercício 10

Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:

```

1  ...
2  for (int i = 0; i < n; i++)
3      for (int j = 0; j < n - 3; j++)
4          a *= 2;

```

$n * (n - 3)$   
 Serão realizadas  $n*(n - 3)$  multiplicações.

### 2.11. Exercício 11

Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:

```

1  ...
2  for (int i = n - 7; i >= 1; i--)
3      for (int j = 0; j < n; j++)
4          a *= 2;

```

$((n - 7) - 1) * (n) = n * (n - 8)$   
 Serão realizadas  $n*(n-8)$  multiplicações.

### 2.12. Exercício 12

Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:

```

1  ...
2  for (int i = n; i > 0; i /= 2)
3      a *= 2;

```

Serão realizadas  $\log_2 n + 1$  multiplicações.

### 2.13. Exercício 13

Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:

```

1  ...
2  for (int i = n+4; i > 0; i >>= 1)
3      a *= 2;

```

Serão realizadas  $\log_2 n + 4$  multiplicações.

### 2.14. Exercício 14

Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:

```
1  ...
2  for (int i = n - 7; i >= 1; i--)
3      for (int j = n - 7; j >= 1; j--)
4          a *= 2;
```

Serão realizadas  $(n - 7)^2$  multiplicações.

### 2.15. Exercício 15

Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:

```
1  ...
2  for (int i = n + 1; i > 0; i /= 2)
3      a *= 2;
```

Serão realizadas  $\lg n + 12$  multiplicações.

### 2.16. Exercício 16

Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:

```
1  ...
2  for (int i = n; i > 1; i /= 2)
3      a *= 2
```

Serão realizadas  $\lg n$  multiplicações.

### 2.17. Exercício 17

Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:

```
1  ...
2  for (int i = 1; i < n; i *= 2)
3      a *= 2;
```

Serão realizadas  $(\sqrt{n} * 2)$  multiplicações.

### 2.18. Exercício 18

Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:

```
1  ...
2  for (int i = 1; i <= n; i *= 2)
3      a *= 2;
```

Serão realizadas  $((\sqrt{n} + 1) * 2)$  multiplicações.