

Unidade 01b - Noções de Complexidade

Luca Ribeiro Schettino Regne

1

1. Exercícios Resolvidos

1.1. Exercício Resolvido 1

Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

```
1  ...
2  a--;
3  a -= 3;
4  a = 1 - 2;
```

3 subtrações.

1.2. Exercício Resolvido 2

Calcule o número de adições que o código abaixo realiza:

```
1  ...
2  if (a + 5 < b + 3)
3      i++;
4      ++b;
5      a += 3;
6  } else {
7      j++;
8  }
```

No melhor caso 3, no pior 5.

1.3. Exercício Resolvido 3

Calcule o número de adições que o código abaixo realiza:

```
1  ...
2  if (a + 5 < b + 3 || c + 1 < d + 3)
3      i++;
4      ++b;
5      a += 3;
6  } else {
7      j++;
8  }
```

No pior caso são executadas 7 somas, se e somente se a primeira sentença for falsa e a segunda verdadeira. Enquanto no melhor caso são executadas 5 somas, quando as duas condições são falsas.

1.4. Exercício Resolvido 4

Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

```
1  ...
2  for(int i = 0; i < 4; i++){
3      a--;
4  }
```

São realizadas 4 subtrações.

1.5. Exercício Resolvido 5

Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

```
1  ...
2  for(int i = 0; i < n; i++){
3      a--;
4      b--;
5  }
```

Serão realizadas $2n$ subtrações.

1.6. Exercício Resolvido 6

Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

```
1  ...
2  int i = 0, b = 10;
3  while(i < 3){
4      i++;
5      b--;
6  }
```

Serão realizadas 3 subtrações.

1.7. Exercício Resolvido 7

Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

```
1  ...
2  for(int i = 3; i < n; i++){
3      a--;
4  }
```

Serão realizadas $(n - 3)$ subtrações.

1.8. Exercício Resolvido 8

Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

```
1  int a = 10;
2  ...
3  for(int i = 0; i < 3; i++){
4      for(int j = 0; j < 2; j++){
5          a--;
6      }
7  }
```

$3 * 2 = 6$
 $i = 0, j = 0$
 $i = 0, j = 1$
 $i = 1, j = 0$
 $i = 1, j = 1$
 $i = 2, j = 0$
 $i = 2, j = 1$

Serão realizadas 6 subtrações.

1.9. Exercício Resolvido 9

Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:

```
1  ...
2  for (int i = n; i < 0; i /= 2) {
3      a *= 2;
4  }
```

Serão realizadas $\lg(n) + 1$ multiplicações.

1.10. Exercício Resolvido 10

Faça um método que receba um número inteiro n e efetue o número de subtrações pedido em:

- a) $3n + 2n^2$
- b) $5n + 4n^3$
- c) $\lg(n) + n$
- d) $2n^3 + 5$
- e) $9n^4 + 5n^2 + n/2$
- f) $\lg(n) + 5 \lg(n)$

```
1  i = 0;
2
3  while (i < n) {
4      i++; a--;
5      b--;
6      c--;
7  }
8
9  for (i = 0; i < n; i++) {
10     for (j = 0; j < n; j++) {
11         a--;
12         b--;
13     }
14 }
```

1.11. Exercício Resolvido 11

Encontre o menor valor em um array de inteiros

```
1  int min = array[0];
2
3  for (int i = 1; i < n; i++) {
```

```

4     if (min > array[i]){
5         min = array[i];
6     }
7 }

```

1º) Qual é a operação relevante?

R: Comparação entre elementos do array.

2º) Quantas vezes ela será executada?

R: Se tivermos n elementos: $T(n) = n - 1$

2. Exercícios

2.1. Exercício 1

- | | | |
|--------------|----------------|--------------------|
| a) $2^0 = 1$ | e) $2^4 = 16$ | i) $2^8 = 256$ |
| b) $2^1 = 2$ | f) $2^5 = 32$ | j) $2^9 = 512$ |
| c) $2^2 = 4$ | g) $2^6 = 64$ | k) $2^{10} = 1024$ |
| d) $2^3 = 8$ | h) $2^7 = 128$ | l) $2^{11} = 2048$ |

2.2. Exercício 2

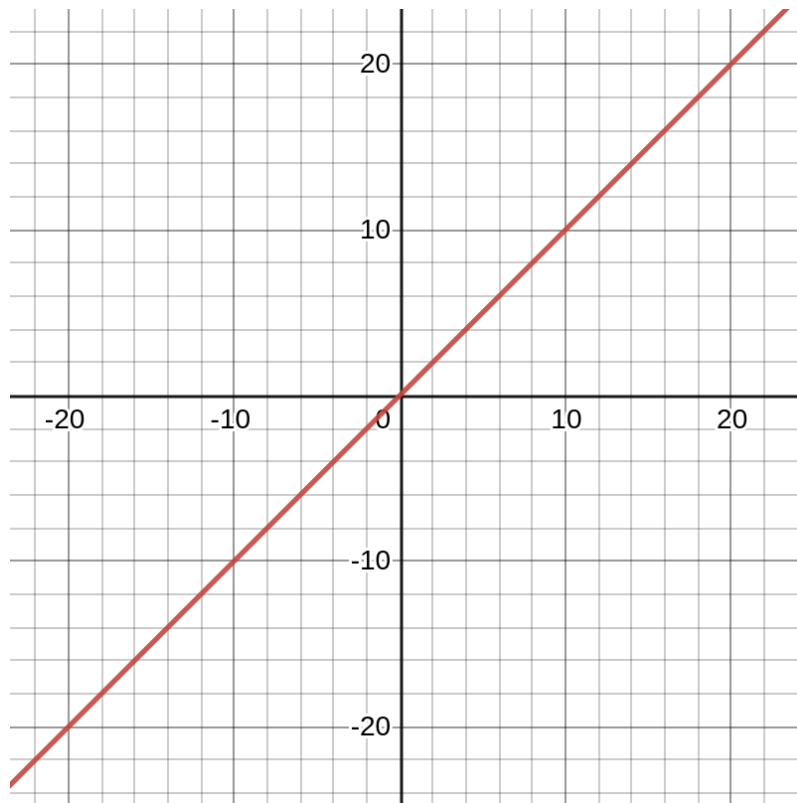
- | | | |
|---------------------|-------------------|-----------------|
| a) $\log 2048 = 11$ | e) $\log 128 = 7$ | i) $\log 8 = 3$ |
| b) $\log 1024 = 10$ | f) $\log 64 = 6$ | j) $\log 4 = 2$ |
| c) $\log 512 = 9$ | j) $\log 32 = 5$ | k) $\log 2 = 1$ |
| d) $\log 256 = 8$ | h) $\log 16 = 4$ | l) $\log 1 = 0$ |

2.3. Exercício 3

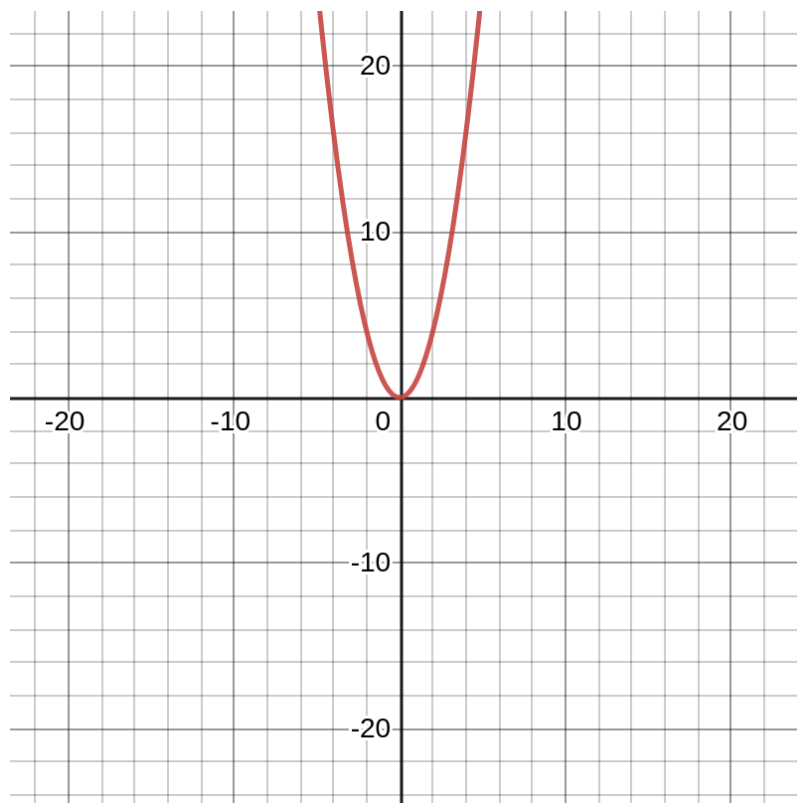
- | | | |
|--------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| a) $\lceil 4, 01 \rceil = 5$ | e) $\lceil \log 16 \rceil = 4$ | i) $\lfloor \log 17 \rfloor = 5$ |
| b) $\lfloor 4, 01 \rfloor = 4$ | f) $\lfloor \log 16 \rfloor = 4$ | j) $\log 15 = 3.90$ |
| c) $\lceil 4, 99 \rceil = 5$ | g) $\log 17 = 4.08$ | k) $\lceil \log 15 \rceil = 3$ |
| d) $\lfloor 4, 99 \rfloor = 4$ | h) $\lceil \log 17 \rceil = 4$ | l) $\lfloor \log 15 \rfloor = 4$ |

2.4. Exercício 4

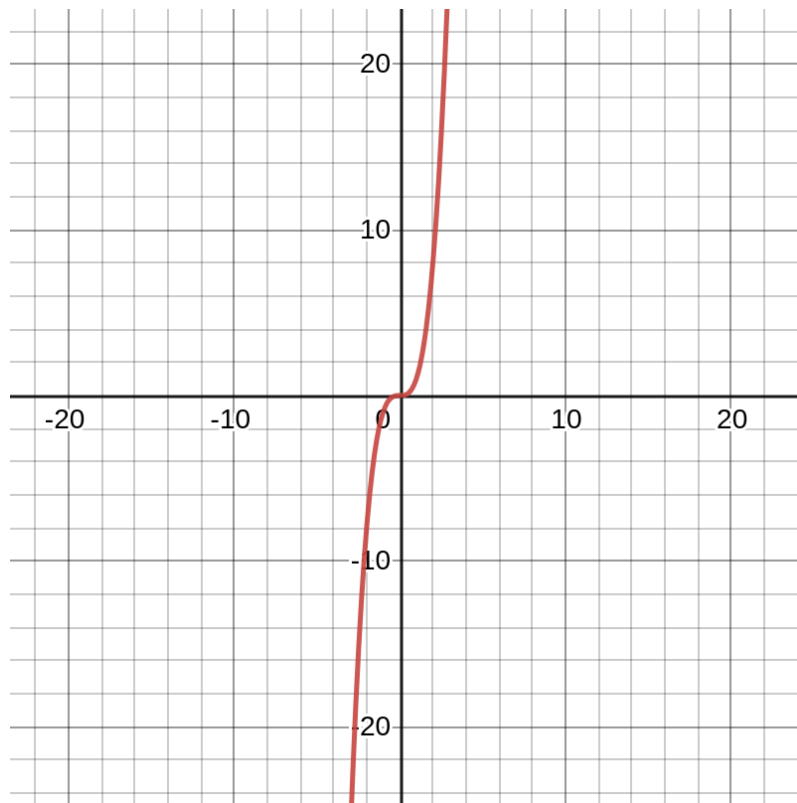
- a) $f(n) = n$



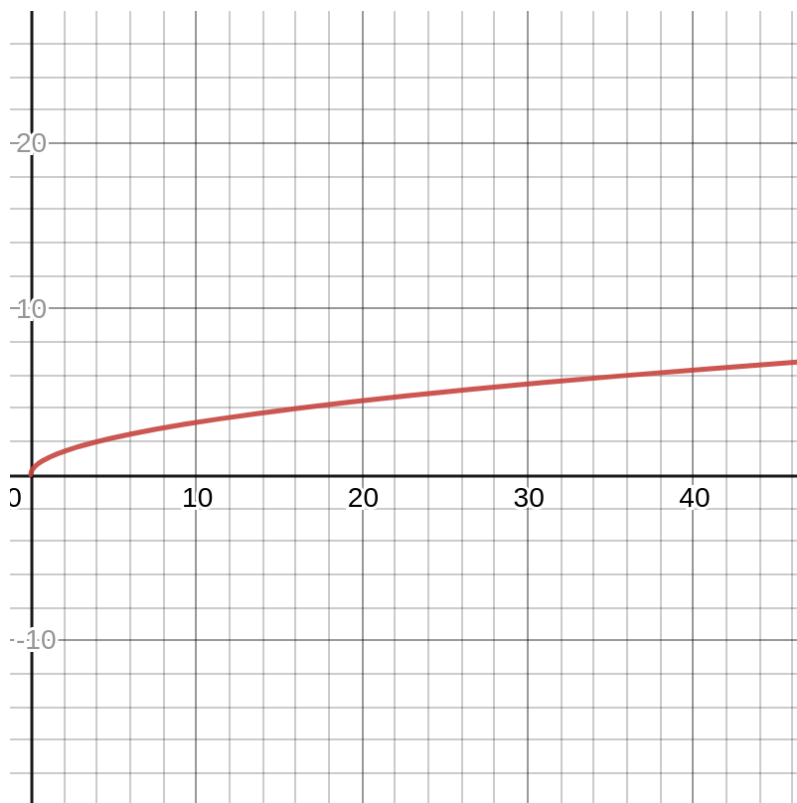
b) $f(n) = n^2$



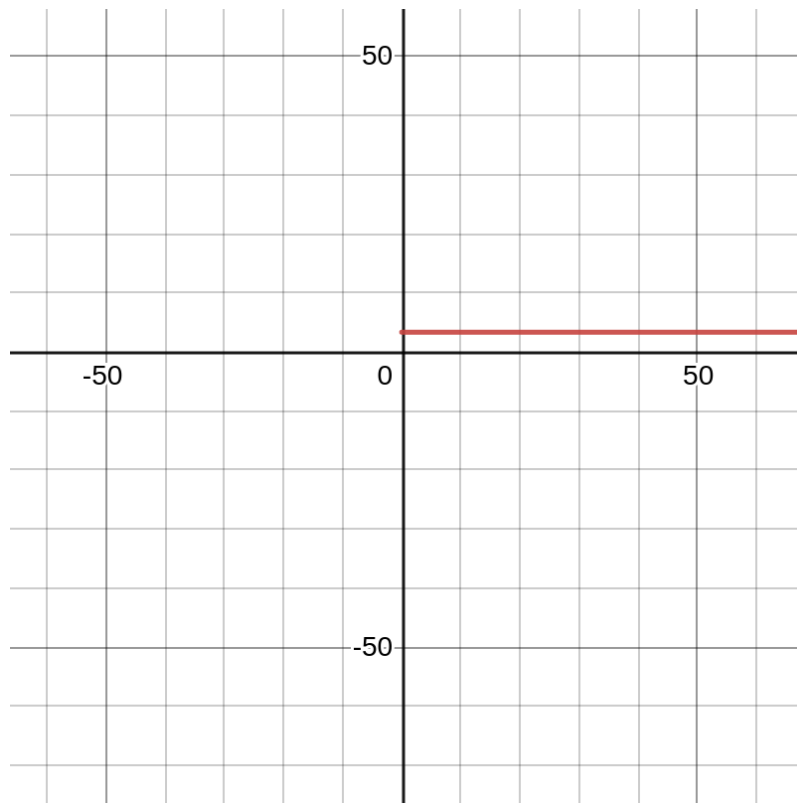
c) $f(n) = n^3$



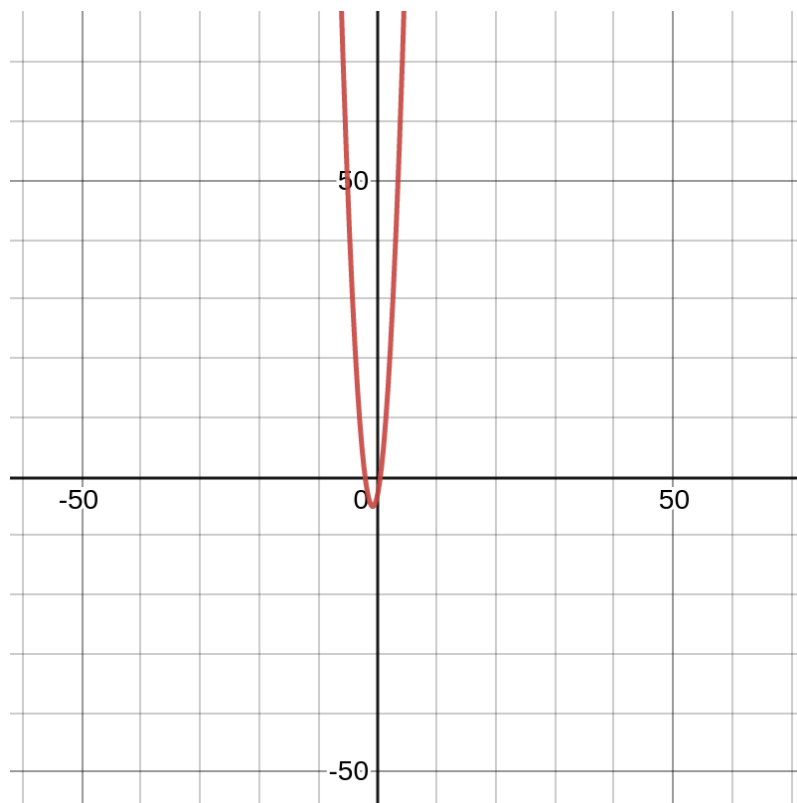
d) $f(n) = \text{sqrt}(n)$



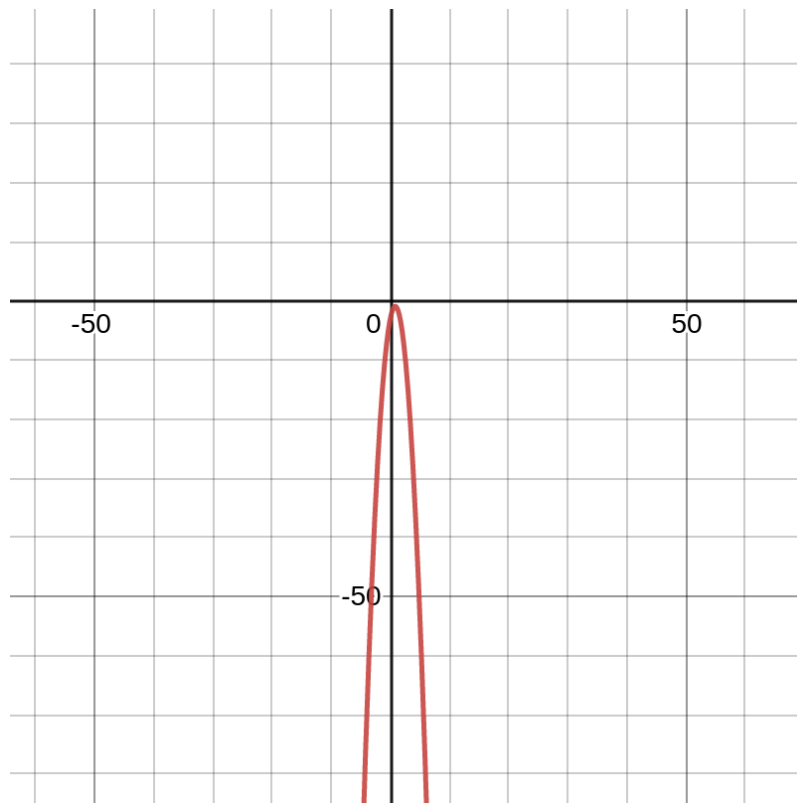
e) $f(n) = \lg n = \log_2 n$



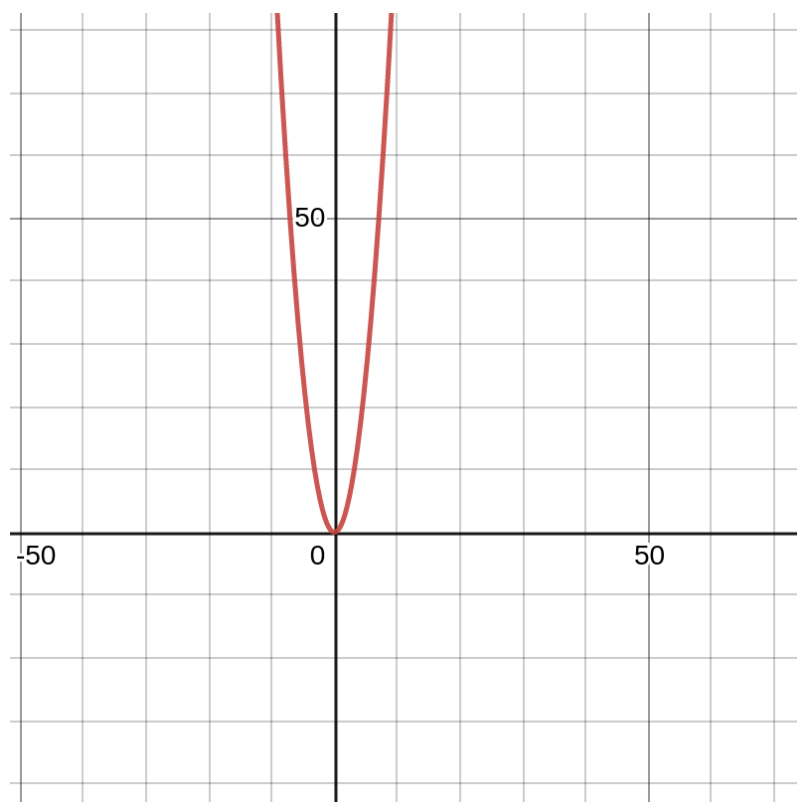
f) $f(n) = 3n^2 + 5n - 3$



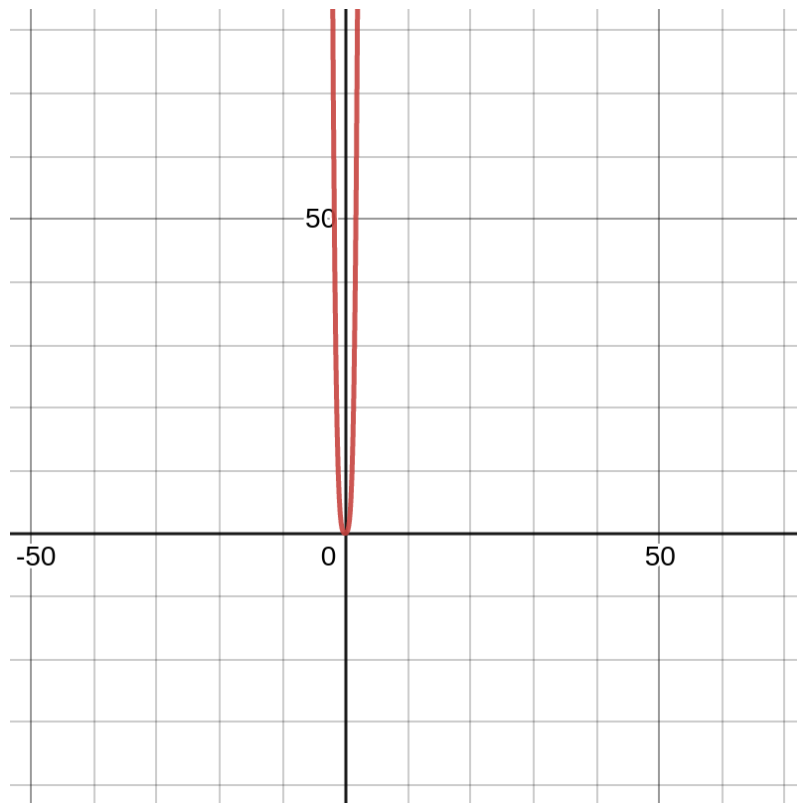
g) $f(n) = -3n^2 + 5n - 3$



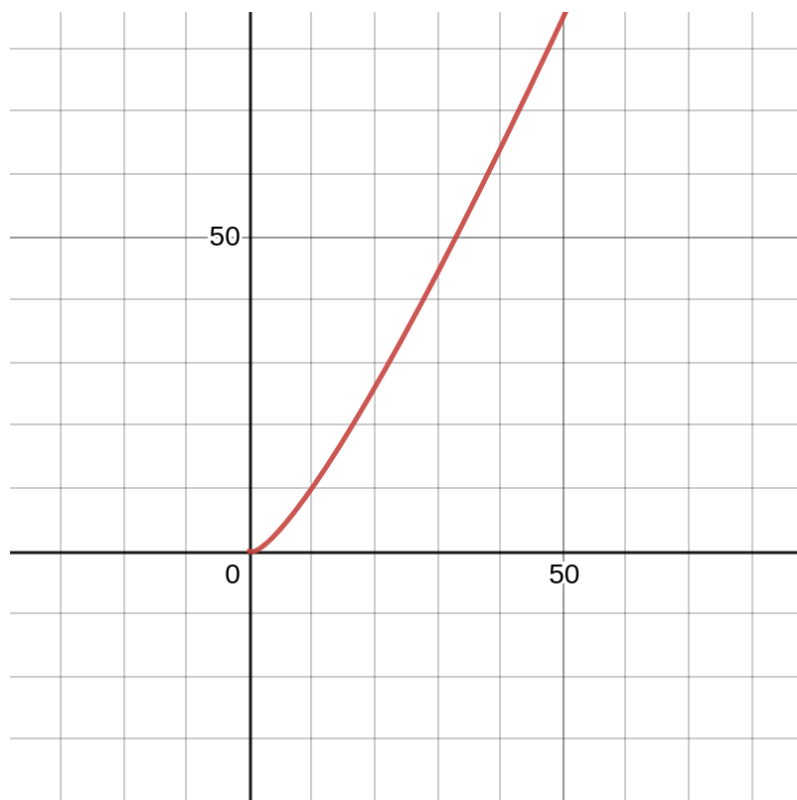
h) $f(n) = -n^2$



i) $f(n) = 5n^4 + 2n^2$



j) $f(n) = n * \lg(n)$



2.5. Exercício 5

Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

```

1  ...
2  int i = 10;
3  while (i >= 7) {
4      i--;
5  }

```

Serão realizadas 4 subtrações, quando i valer 10, 9, 8 e 7.

2.6. Exercício 6

Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

```

1  ...
2  for (int i = 5; i >= 2; i--) {
3      a--;
4  }

```

$$(5 - 2 + 1) * 2 = (3 + 1) * 2 = 4 * 2 = 8$$

Serão realizadas 8 subtrações.

2.7. Exercício 7

Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

```

1  ...
2  for (int i = 0; i < 5; i++) {
3      if (i % 2 == 0) {
4          a--;
5          b--;
6      } else {
7          c--;
8      }
9  }

```

0, 2, 4 -> 2

1, 3 -> 1

$$3 * 2 * 2 * 1 = 6 + 1 = 7$$

Serão realizadas 7 subtrações.

2.8. Exercício 8

Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

```

1  ...
2  for (int i = 0; i < n; i++) {
3      for (int j = 0; j < n; j++) {
4          a--;
5      }
6  }

```

Serão realizadas n^2 subtrações.

2.9. Exercício 9

Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

```

1  ...
2  int i = 1, b = 10;
3  while (i > 0) {
4      b--;
5      i = i >> 1;
6  }
7  i = 0;
8  while (i < 15) {
9      b--;
10     i += 2;
11 }

```

$1 + 15/2 = 1 + 7 = 8$
 Serão realizadas 8 subtrações.

2.10. Exercício 10

Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:

```

1  ...
2  for (int i = 0; i < n; i++)
3      for (int j = 0; j < n - 3; j++)
4          a *= 2;

```

$n * (n - 3)$
 Serão realizadas $n*(n - 3)$ multiplicações.

2.11. Exercício 11

Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:

```

1  ...
2  for (int i = n - 7; i >= 1; i--)
3      for (int j = 0; j < n; j++)
4          a *= 2;

```

$((n - 7) - 1) * (n) = n * (n - 8)$
 Serão realizadas $n*(n-8)$ multiplicações.

2.12. Exercício 12

Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:

```

1  ...
2  for (int i = n; i > 0; i /= 2)
3      a *= 2;

```

Serão realizadas $\log_2 n + 1$ multiplicações.

2.13. Exercício 13

Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:

```

1  ...
2  for (int i = n+4; i > 0; i >>= 1)
3      a *= 2;

```

Serão realizadas $\log_2 n + 4$ multiplicações.

2.14. Exercício 14

Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:

```
1  ...
2  for (int i = n - 7; i >= 1; i--)
3      for (int j = n - 7; j >= 1; j--)
4          a *= 2;
```

Serão realizadas $(n - 7)^2$ multiplicações.

2.15. Exercício 15

Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:

```
1  ...
2  for (int i = n + 1; i > 0; i /= 2)
3      a *= 2;
```

Serão realizadas $\lg n + 12$ multiplicações.

2.16. Exercício 16

Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:

```
1  ...
2  for (int i = n; i > 1; i /= 2)
3      a *= 2
```

Serão realizadas $\lg n$ multiplicações.

2.17. Exercício 17

Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:

```
1  ...
2  for (int i = 1; i < n; i *= 2)
3      a *= 2;
```

Serão realizadas $(\sqrt{n} * 2)$ multiplicações.

2.18. Exercício 18

Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:

```
1  ...
2  for (int i = 1; i <= n; i *= 2)
3      a *= 2;
```

Serão realizadas $((\sqrt{n} + 1) * 2)$ multiplicações.