Universidad de Mendoza
Facultad de Ingeniería
Álgebra y Geometría Analítica **Curso de ambientación**

Lenguaje Conjuntista

Concebimos a un **conjunto** como una colección de objetos a los que podemos definir **por extensión** cuando denominamos a cada uno de los objetos que lo constituyen (el orden no interesa), ó **por comprensión** en donde se establece una propiedad característica de los elementos del conjunto.

Ejemplo:

$A = \{x: x \in IN, -2 \leq x < 4\}$ está definido por comprensión,
$A = \{0,1, 2,3\}$ está definido por extensión.

Ejercicio 1
Escribe por extensión los siguientes conjuntos:
a) $A = \{x: x \in IN, 3 \leq x < 7\}$
b) $B = \{x: x \in Z, x - 6 = -5\}$
c) $C = \{x: x \in IR, x^2 - 16 = 0\}$

Ejercicio 2
Sea el conjunto $H = \{x: x \in IN, 2 \leq x \leq 40$*, x es múltiplo de 2 pero no es múltiplo de 3*$\}$*. Determina el número de elementos de H.*

- **Conjuntos iguales**

Dos conjuntos A y B son iguales cuando todo elemento de A pertenece a B y recíprocamente, todo elemento de B pertenece a A.

$$A = B \Leftrightarrow (\forall x)(x \in A \Leftrightarrow x \in B)$$

- **Conjunto vacío**

El conjunto vacío es aquel que carece de elementos y se simboliza { } , o así $\varnothing$**.**

- **Inclusión**

Un conjunto A esta incluido en B, cuando todos los elementos de A pertenecen a B.

$$A \subset B \Leftrightarrow (\forall x)(x \in A \Rightarrow x \in B)$$

Se dice que:

A está incluido en B
A es parte de B
A es subconjunto de B

Propiedades de la inclusión:
Siendo A, B y C conjuntos cualesquiera, valen las siguientes propiedades:

$$\varnothing \subset \mathbf{A}$$
$$\mathbf{A} \subset \mathbf{A}$$
$$(\mathbf{A} \subset \mathbf{B} \wedge \mathbf{B} \subset \mathbf{C}) \Rightarrow (\mathbf{A} \subset \mathbf{C})$$
$$(\mathbf{A} \subset \mathbf{B} \wedge \mathbf{B} \subset \mathbf{A}) \Leftrightarrow (\mathbf{A} = \mathbf{B})$$

Ejercicio 3
Siendo A= {m, p, o, t}, se puede afirmar que:

a) $\{m, o\} \subset A$ *b) $p \subset A$* *c) $\{m\} \not\subset A$* *d) $\{e, m\} \subset A$*

- **Partes de un conjunto**

Dado un conjunto A, se llama conjunto partes de A y se anota $\mathcal{P}(A)$, al conjunto formado por todos los subconjuntos de A.

$$\mathcal{P}(\mathbf{A}) = \{\mathbf{X} : \mathbf{X} \subset \mathbf{A}\}$$

Ejemplo:
Si $A = \{a\}$ entonces $\mathcal{P}(A) = \{\{a\}, \{\}\}$,
Para $B = \{1, 2, 3\}$, es $\mathcal{P}(B) = \{\{1\}, \{2\},\{3\}, \{1,2\}\{1,3\}\},\{3,2\}\},\{1,2,3\},\{\}, B\}$

Si A es un conjunto finito de n elementos entonces $\mathcal{P}(A)$ tiene 2^n elementos.

Ejercicio 4
Determina si el número de elementos del conjunto $\mathcal{P}(A)$ es menor, mayor o igual al de $\mathcal{P}(B)$, siendo $A = \{1,2,3,4\}$ y $B = \{a, b, c\}$.

Ejercicio 5
Si $A = \{1, 3, 5, 7\}$ y $B = \{2, 4, 6\}$ coloca V ó F según corresponda:
a) $\{1,3\} \in \mathcal{P}(A)$ *b) $\mathcal{P}(A) = \{\{1\}, \{3\}\}$* *c) $\mathcal{P}(B)$ tiene 8 elementos*
d) $\mathcal{P}(A) = \mathcal{P}(B)$

- **Conjunto unión**

Dados dos conjuntos A y B, se llama conjunto unión al conjunto que tiene por elementos a los elementos que pertenecen a A *o* a B.

$$\mathbf{A} \cup \mathbf{B} = \{\mathbf{x} : \mathbf{x} \in \mathbf{A} \vee \mathbf{x} \in \mathbf{B})$$

Propiedades

$A \cup A = A$

$A \cup \{\} = A$

$A \cup B = B \cup A$

$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

- **Conjunto intersección**

Dados dos conjuntos A y B, se llama conjunto intersección al conjunto formado por todos los elementos que pertenecen a A y a B.

$$A \cap B = \{x : x \in A \wedge x \in B)$$

Propiedades

$A \cap A = A$

$A \cap \{\} = \{\}$

$A \cap B = B \cap A$

$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

Siendo A, B y C conjuntos cualesquiera, se cumplen las siguientes propiedades relativas a la unión e intersección:

$A \cup (A \cap B) = A$

$A \cap (A \cup B) = A$

$(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$

$(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$

Ejercicio 6

Siendo $G = \{1, 2, 3, 4\}$ y $H = \{2, 3, 4, 5\}$, encuentra el conjunto $G \cup H$ y $G \cap H$ por extensión.

Ejercicio 7

A y B son conjuntos cualesquiera. Existen elementos de A que pertenecen al conjunto B, entonces la proposición verdadera es:

a) *$A \cup B = B \cup A$*
b) *B es un subconjunto de A*
c) *A y B son conjuntos disjuntos*
d) *$A \cap B = \{\}$*

Ejercicio 8

Se sabe que $A \cup B \cup C = \{x : x \in IN, 1 \leq x \leq 10\}$, $A \cap B = \{2,3,8\}$, $A \cap C = \{2,7\}$, $B \cap C = \{2,5,6\}$ y que $A \cup B = \{x : x \in IN, 1 \leq x \leq 8\}$, entonces el conjunto C escrito por extensión es:

Ejercicio 9
Siendo A= {{1},{2},{3}}, se puede afirmar que:

a) $\{1\} \notin A$ *b)* $\{1\} \subset A$ *c)* $(\{2\} \cap \{1\}) \not\subset A$ *d)* $(\{1\} \cap \{2\}) \subset A$

- **Conjunto diferencia**

Se llama conjunto diferencia de A y B, al conjunto anotado A-B cuyos elementos pertenecen a A y no a B.

$$\mathbf{A - B = \{x : x \in A \wedge x \notin B\}}$$

Propiedades:

$\mathbf{(A - B) \cap B = \{\ \}}$
$\mathbf{A - A = \{\ \}}$
$\mathbf{A - \{\ \} = A}$

Ejercicio 10
Considera los conjuntos $A = \{x: x \in IR, x^2 - 16 = 0\}$ *y*
$B = \{x: x \in Z, -4 \leq x < 5\}$*, determina por extensión los conjuntos: A-B y B-A.*

Ejercicio 11
Sean los conjunto $A = \{x: x \in IN$*, x es múltiplo de 6 y menor que 18} y*
$B = \{x: x \in IN$*, x es divisor de 6}. Determina por extensión:*
a) $A \cap B$
b) $A - (A \cup B)$
c) $A - (B \cap A)$
d) $(B - A) \cup A$

- **Conjunto complemento**

Sea E un conjunto al cual denominaremos universal o referencial, se tienen todos los subconjuntos o partes de E que anotaremos como A, B, C,..,{ }. Dados los conjuntos A y el referencial E, se llama complemento del conjunto A, al conjunto formado por los elementos que pertenecen a E y que no pertenecen a A.

$$\mathbf{A' = C_E\, A = E - A = \{x: x \in E \wedge x \notin A\}}$$

Ejercicio 12
Siendo $E = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$*,* $A = \{x: x \in IN, x^2 - 16 = 0\}$ *y* $B = \{x: x \in Z, 0 \leq x < 5\}$*, determina por extensión:*

a) E-A
b) $(B' \cap A)$
c) $(A \cup B)'$

- **Par ordenado**

Un símbolo como (a,b) denota un par ordenado donde a es la primer componente y b la segunda componente.
Dos pares ordenados (a,b) y (c,d) se dicen iguales si y solo si las primeras componentes de cada par son iguales y las segundas componentes de cada par también son iguales:

$$(a,b) = (c,d) \Leftrightarrow (a = c \wedge b = d)$$

- **Conjunto producto cartesiano**

Siendo A y B conjuntos cualesquiera, llamamos conjunto producto cartesiano de A por B al conjunto anotado AXB, cuyos elementos son pares ordenados (x, y), donde el primer elemento pertenece a A y el segundo pertenece a B.

$$AXB = \{(x, y): x \in A \wedge y \in B\}$$

Ejemplo
$A = \{1,2,3\}$ y $B = \{4,5\}$
$AXB = \{(1, 4), (1, 5), (2, 4), (2, 5), (3, 4), (3, 5)\}$

Propiedades

- **Si A ≠ B entonces AXB ≠ BXA**
- Si A y B son conjuntos finitos con m y n elementos respectivamente, entonces AXB es un conjunto finito de m.n elementos.
AX{ }= { }
{ }XA ={ }
{ }X{ }={ }

<u>Ejercicio 13</u>
Marca la respuesta correcta:

- *Si $A = \{x \in IN, 3 \le x < 5\}$ y $B = \{x \in Z, x - 3 = 5\}$ entonces:*

a) $AXB = \{(3,4), (3,8)\}$ b) $AXB = \{(3,8), (4,8)\}$ c) $AXB = \{(3,8), (8,4)\}$

- *Si $AXB = \{(2,1), (2,3), (4,1), (4,3)\}$, entonces:*

a) $A = \{0,1\}$ y $B = \{4,2\}$ b) $A = \{2,4\}$ y $B = \{2,3\}$ c) $A = \{2,4\}$ y $B = \{1,3\}$