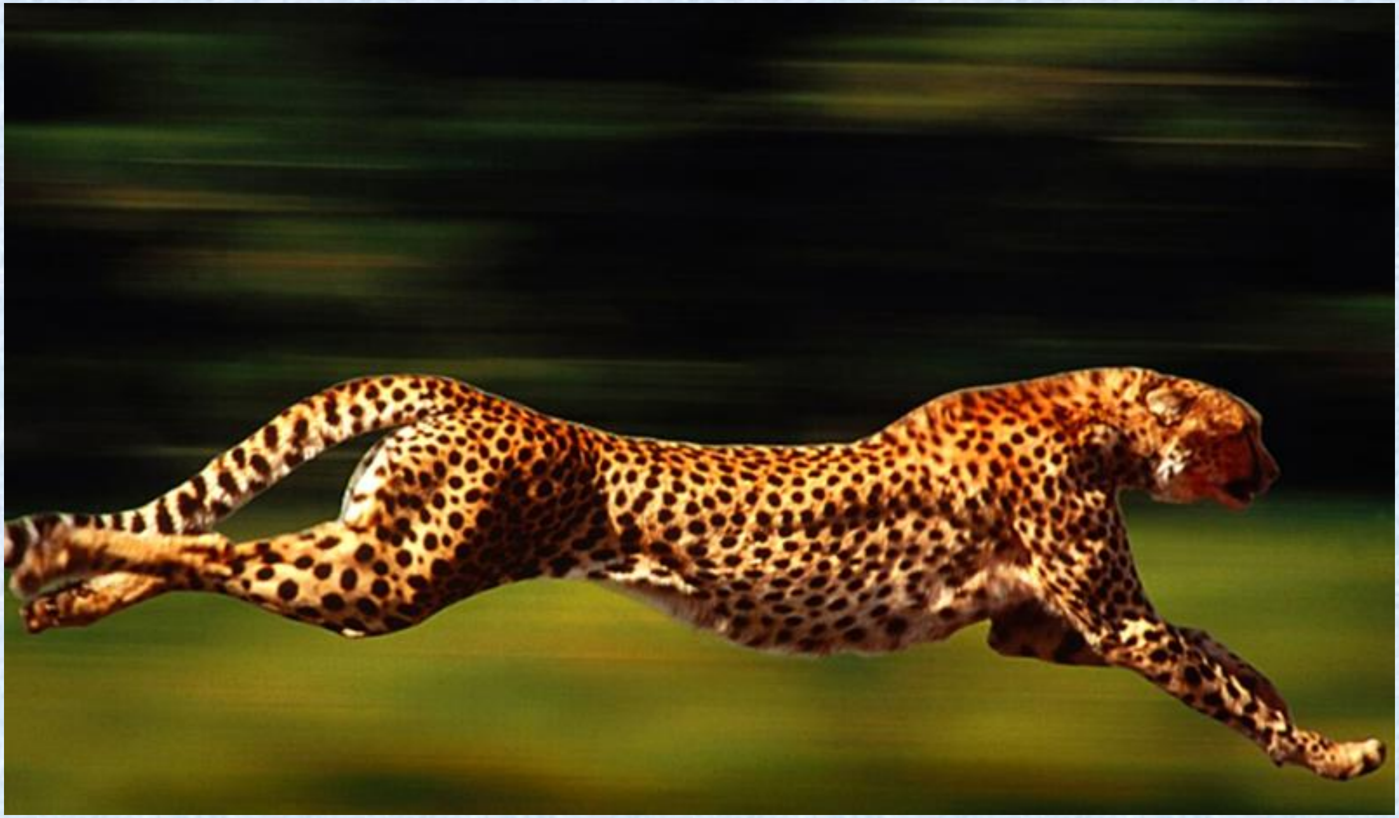
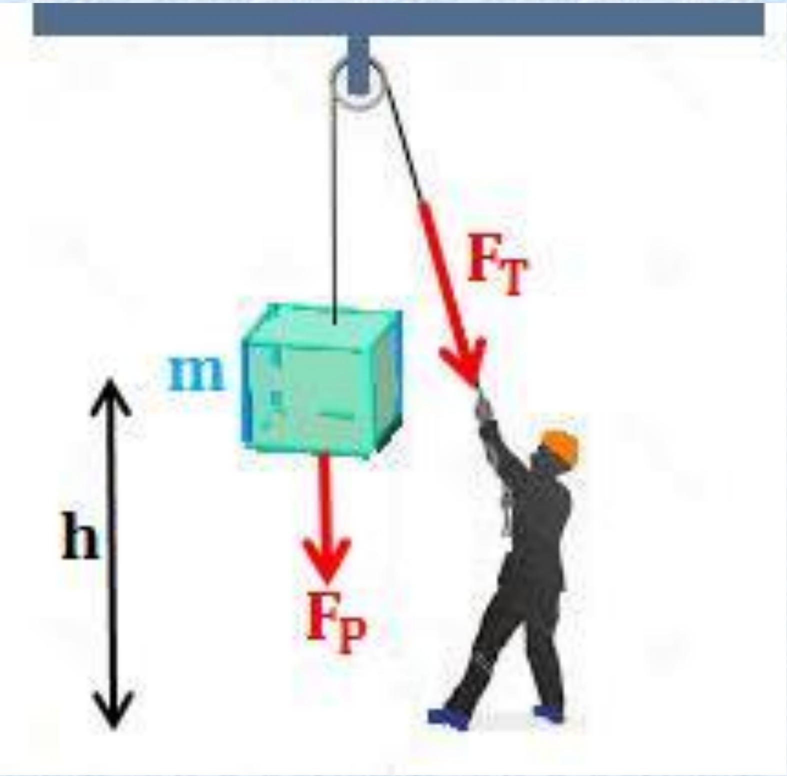
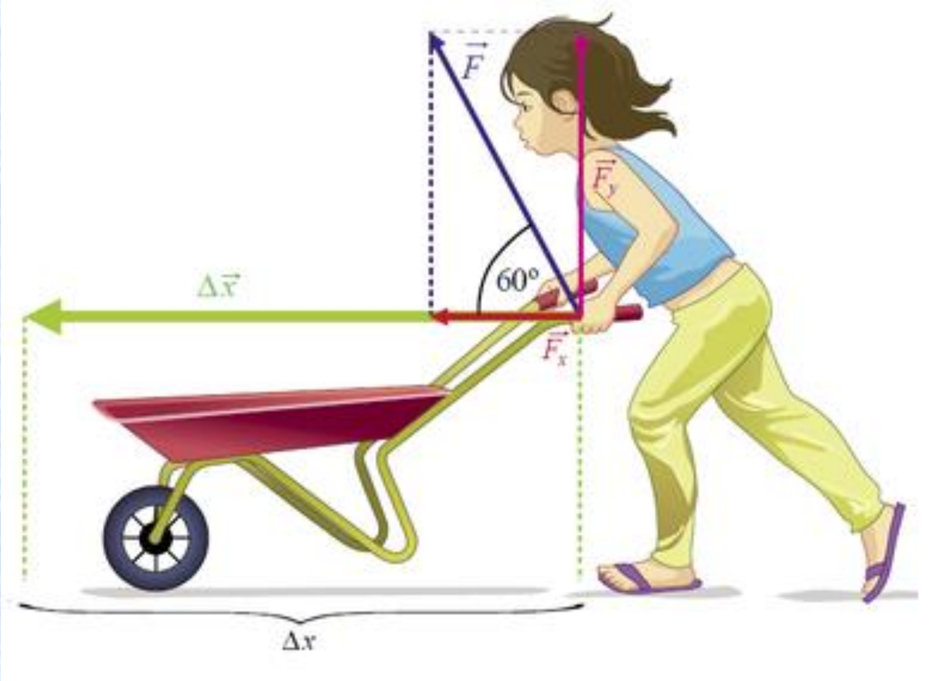


Trabajo y Energía

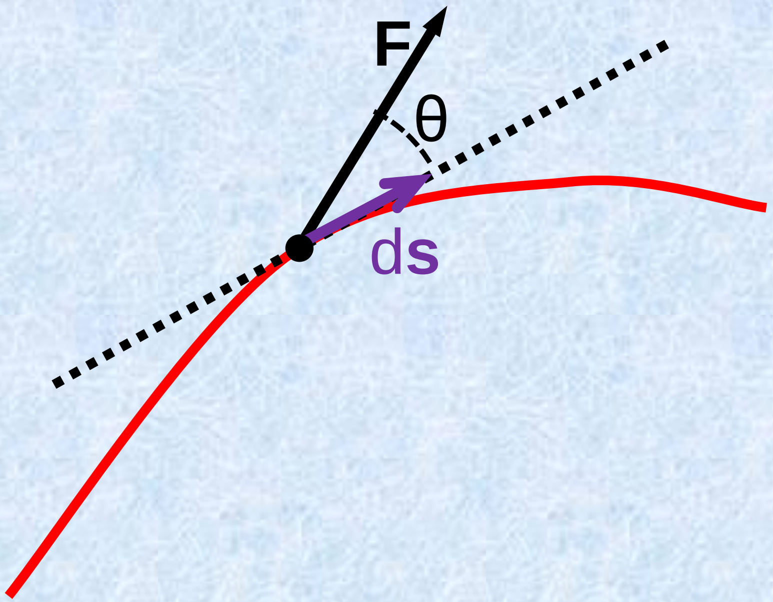
¿Qué es hacer un trabajo en Física?



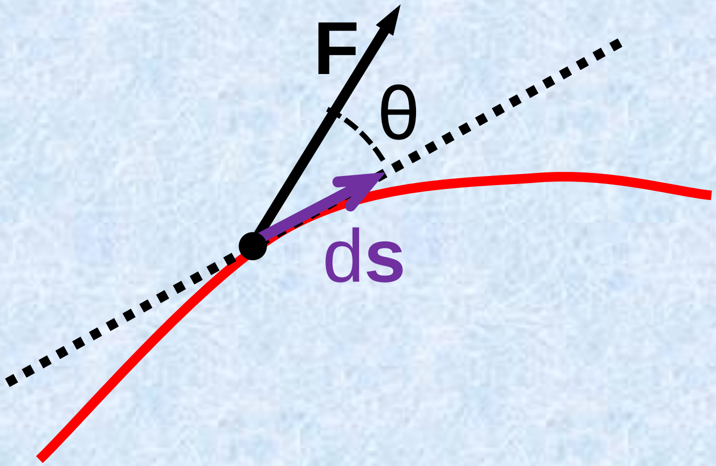


Trabajo → De una fuerza

Supongamos una F que puede ser constante o variable y es una de las fuerzas aplicadas sobre un cuerpo que experimenta un desplazamiento.



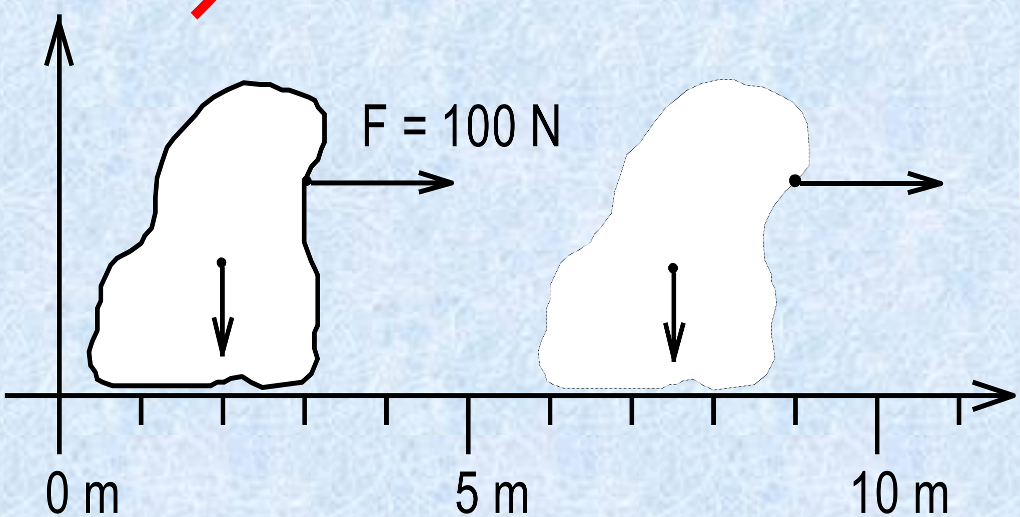
Se define *el* ***trabajo de la fuerza*** **F** (*o realizado por la fuerza* **F**) cuando su punto de aplicación sufre un desplazamiento **ds, como el producto escalar del vector fuerza por el vector desplazamiento**.

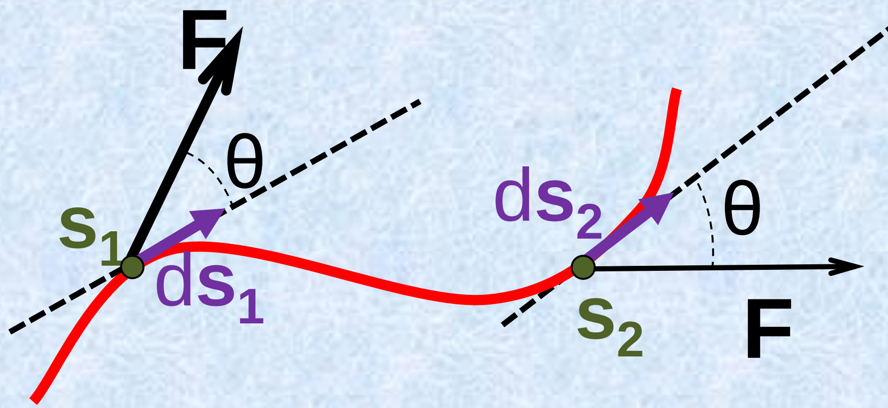


$$dW = \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{s}}$$

$$dW = \left|\vec{\mathbf{F}}\right| \left|d\vec{\mathbf{s}}\right| \cos\theta$$

$$dW = F\, ds \cos\theta$$





El Trabajo de la fuerza **F** desde $\mathbf{s}_1$ a $\mathbf{s}_2$ es la suma de los dW ***a lo largo de la trayectoria*** entre $\mathbf{s}_1$ y $\mathbf{s}_2$

$$W = \int dW = \int_{s_1}^{s_2} F.ds = \int_{s_1}^{s_2} F.ds\cos\theta$$

expresión general para el cálculo del trabajo de una fuerza.

TRABAJO DE UNA FUERZA VARIABLE QUE ACTÚA EN UNA SOLA DIRECCIÓN

El trabajo realizado por la fuerza en el desplazamiento total de x_1 a x_2 es aproximadamente

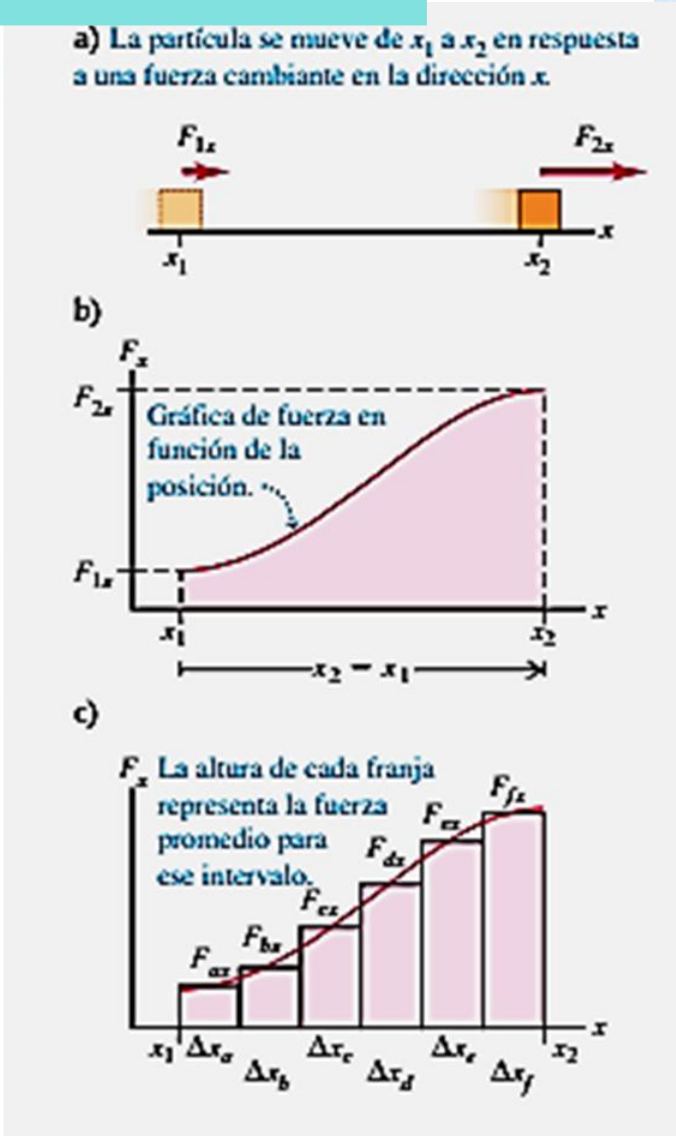
$$W = F_a \Delta x_a + F_b \Delta x_b + \ldots$$

Si el numero de segmentos se hace muy grande y su anchura muy pequeña, la suma se convierte (en el limite) en la integral de:

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x \partial x$$

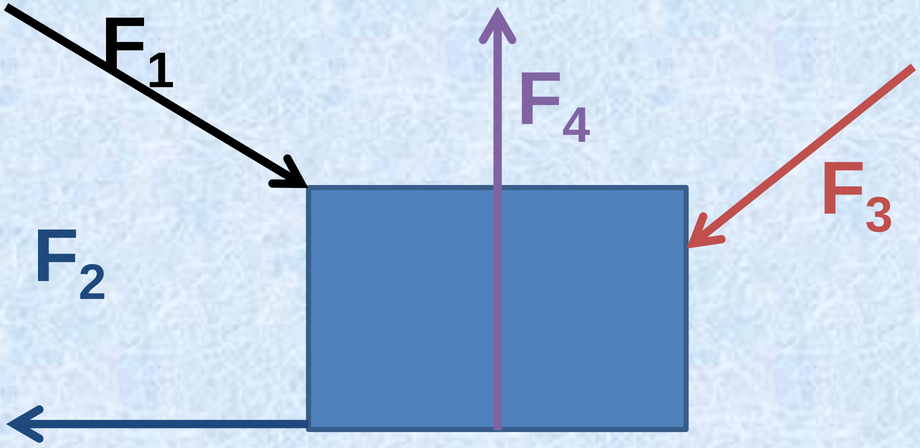
Si la función es constante:

$$W = F_x \int_{x_1}^{x_2} (x_2 - x_1)$$



Marcos Guerrero

Si actúan varias fuerzas sobre un cuerpo



$$W_R = W_{F_1} + W_{F_2} + W_{F_3} + W_{F_4}$$

$$\text{En general}: \quad W_R = \sum W_{F_i}$$

Casos Particulares

1- La fuerza F es constante y tiene igual dirección y sentido que el desplazamiento *d*s

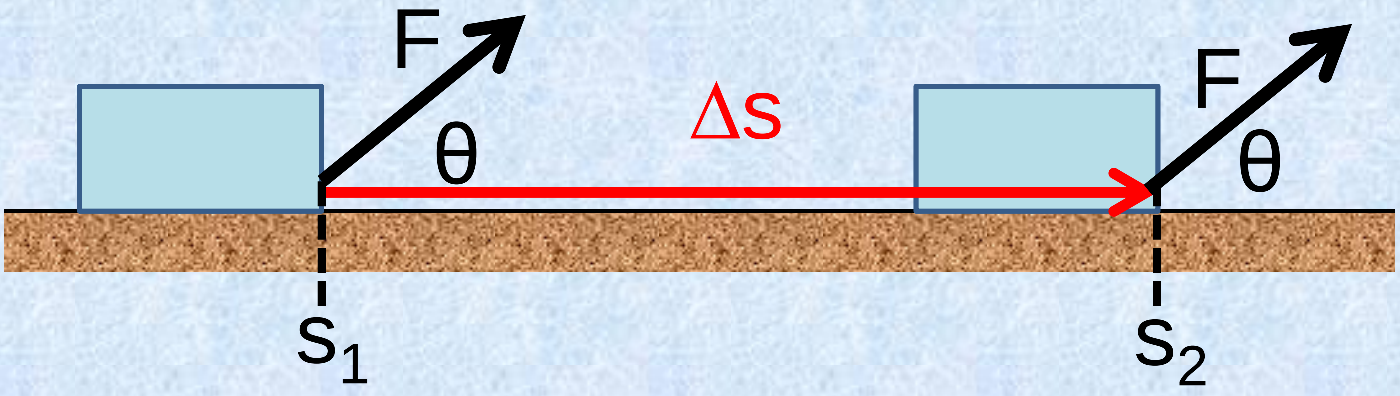
En este caso $\theta = 0°$ y $\cos 0° = 1$

$$W = \int_{s_1}^{s_2} F.ds\cos\theta = \mathrm{F}.\int_{s_1}^{s_2} ds$$

$$\int_{s_1}^{s_2} ds = \mathrm{d} = \text{longitud del recorrido desde } \mathrm{s}_1 \text{ a } \mathrm{s}_2$$

$$\boxed{W = F.d}$$

2 - La fuerza F es constante y su dirección forma un ángulo constante con el desplazamiento.

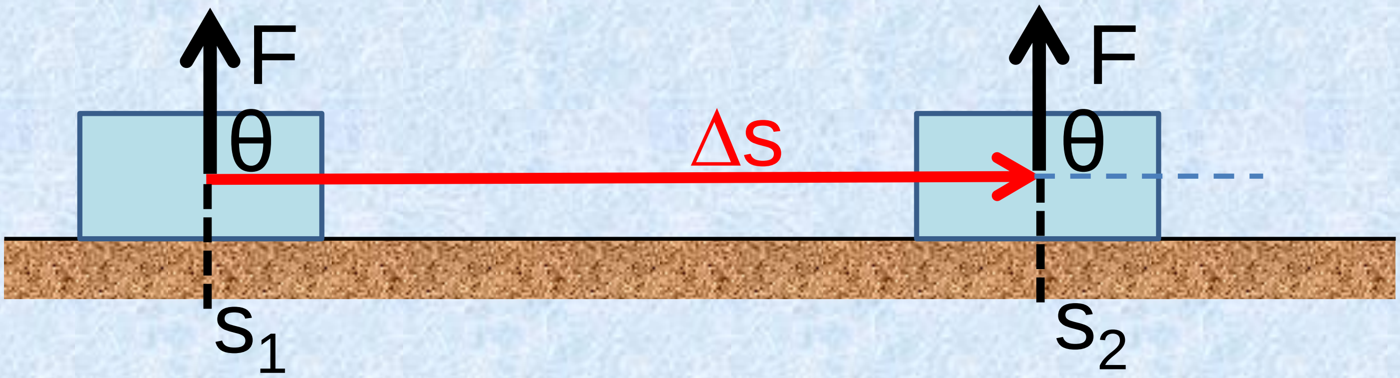


En este caso, θ = cte y cos θ = cte

$$W = \int_{s_1}^{s_2} F.\,ds.\cos\theta = \mathrm{F}\cos\theta \int_{s_1}^{s_2} ds =$$

$$\boxed{W = F.d.cos\theta}$$

3 - La fuerza F es constante y su dirección forma un ángulo θ = 90° con el desplazamiento.



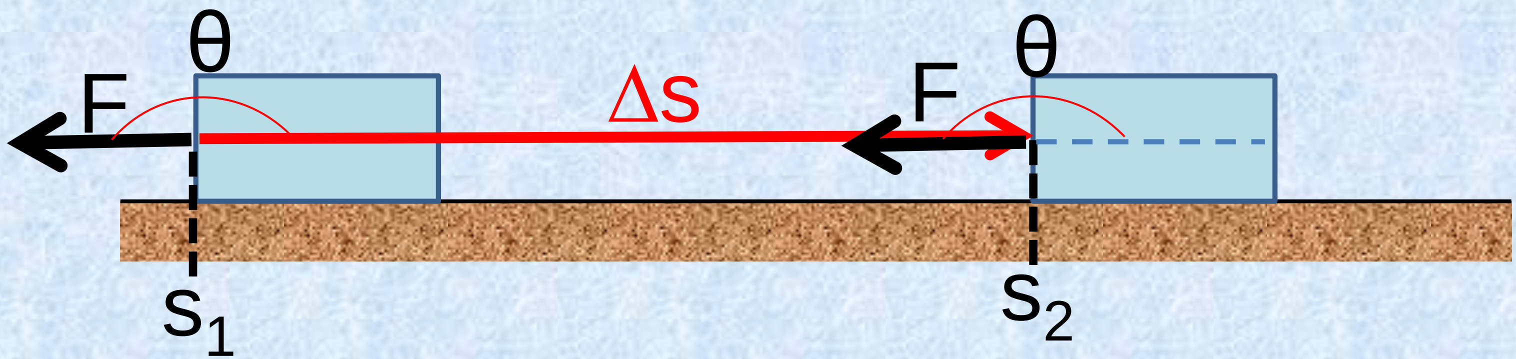
En este caso θ = 90° y cos 90° = 0

$$W = \int_{s_1}^{s_2} F.\,ds.\cos\theta \;= F.\cos 90^{o} \int_{s_1}^{s_2} ds = F.0.\int_{s_1}^{s_2} ds = 0$$

Ejemplos: - El trabajo de la fuerza peso, cuando el cuerpo se mueve horizontalmente, es nulo.

- El trabajo de la fuerza normal cuando el desplazamiento es en la misma dirección de la superficie de apoyo, es nulo.

4 - La fuerza F es constante y su dirección forma un ángulo de 180° con el desplazamiento.



En este caso θ = 180° y cos 180° = – 1

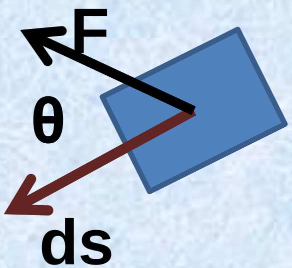
$$W = \int_{s_1}^{s_2} F.ds.\cos\theta = \mathrm{F}\cos 180^{\mathrm{o}} \int_{s_1}^{s_2} ds = -F.d$$

Ejemplo: El trabajo de la fuerza de rozamiento dinámico por desplazamiento.

$$W = \int dW = \int_{s_1}^{s_2} F \, . \, ds = \int_{s_1}^{s_2} F \, . \, ds \cos\theta$$

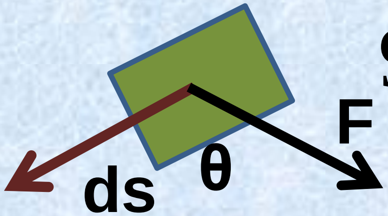
W **es una magnitud escalar**

El cos*θ* *puede ser*
positivo(+), negativo(-) o nulo (0)



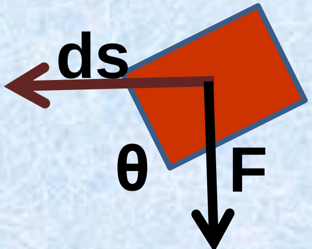
$$0 \leq \theta < 90° \Rightarrow W > 0$$

Trabajo motor o potente



$$90 < \theta \leq 180° \Rightarrow W < 0$$

Trabajo resistente



$$\theta = 90°$$
$$\theta = 270°$$
$$\Rightarrow W = 0$$

Trabajo nulo

Unidades de trabajo

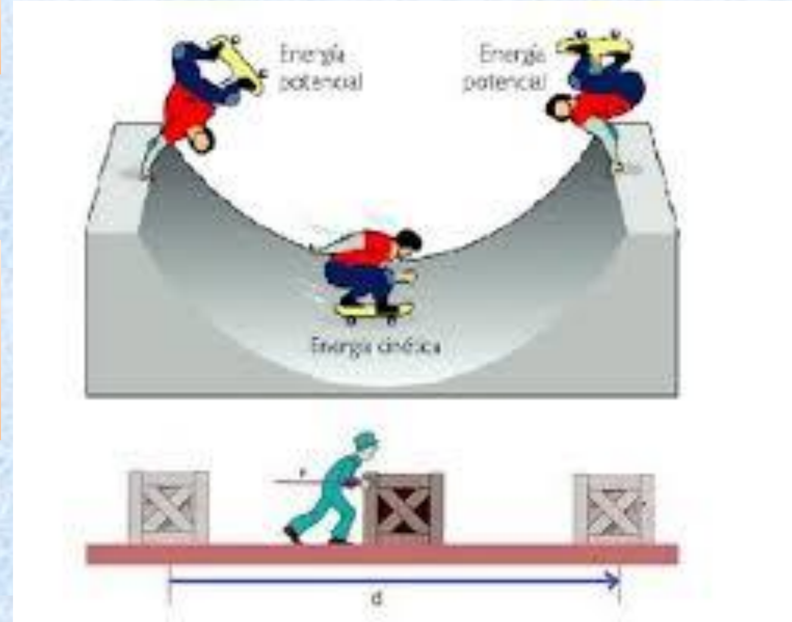
$$\left[W\right]_{SI} = 1N.1m = 1\,joule = 1J$$

$$\left[W\right]_{cgs} = 1\,dina.1\,cm = 1\,ergio = 1erg$$

$$\left[W\right]_{técnico\ español} = k\vec{g}.m = 1\mathrm{kilográmetro} = 1kgm$$

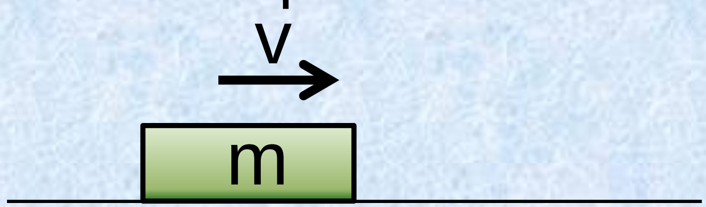
Energía

De un cuerpo



Energía cinética

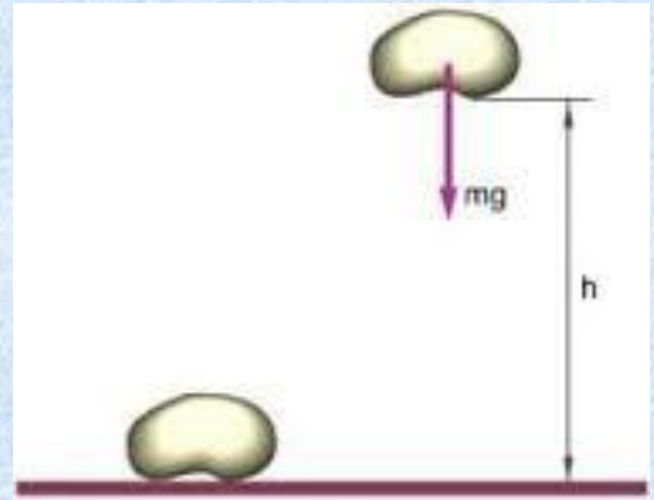
La energía cinética de un cuerpo está asociada a su movimiento.



$$K = \frac{1}{2} m v^2$$

Energía potencial gravitatoria sobre la superficie de la Tierra (g prácticamente cte)

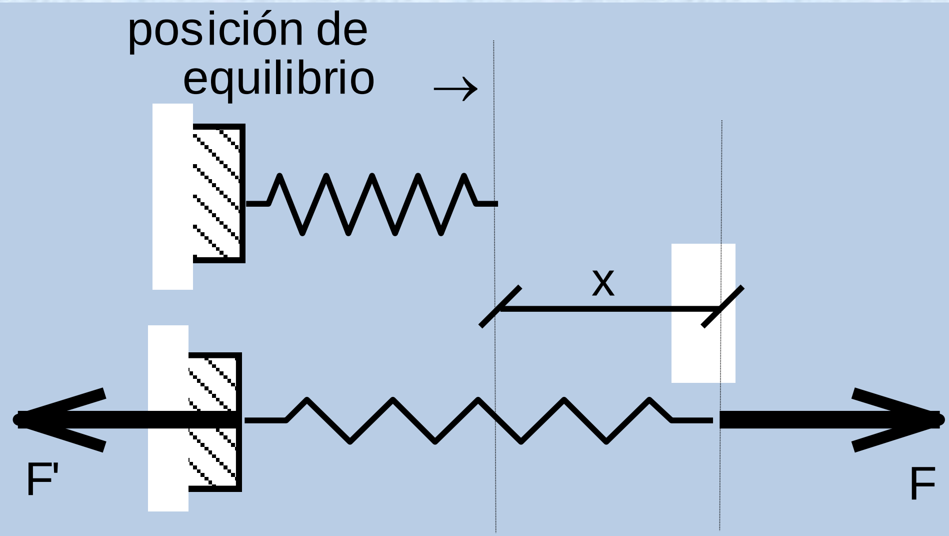
La energía potencial gravitatoria de un cuerpo está asociada a su posición.



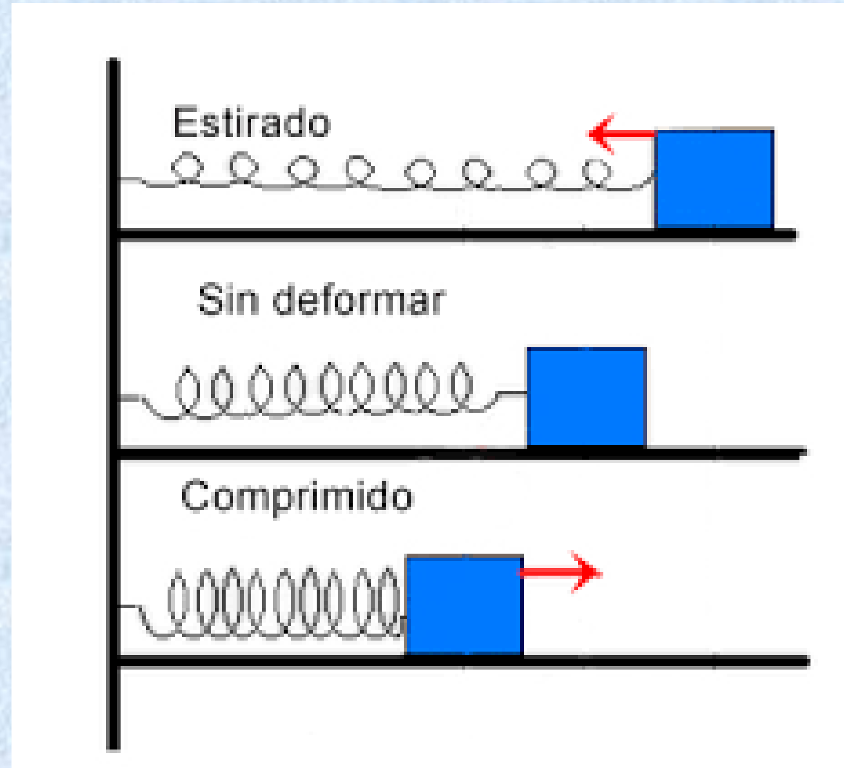
$$U_g = mgh$$

Energía potencial elástica

La Energía Potencial aparece relacionada a ciertos sistemas elásticos como, por ejemplo, los resortes.



$$U_e = \frac{1}{2} k\, x^2$$



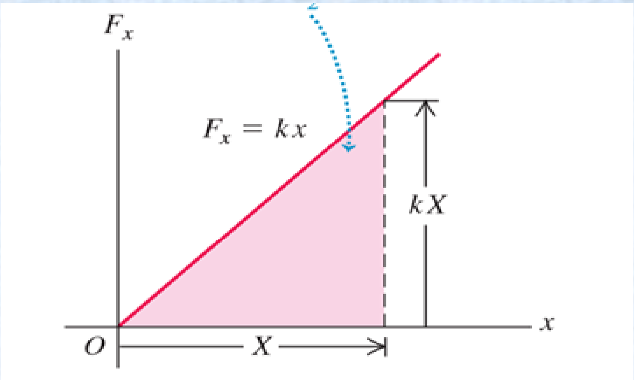
Ley de Hooke $\quad F = k\,x$

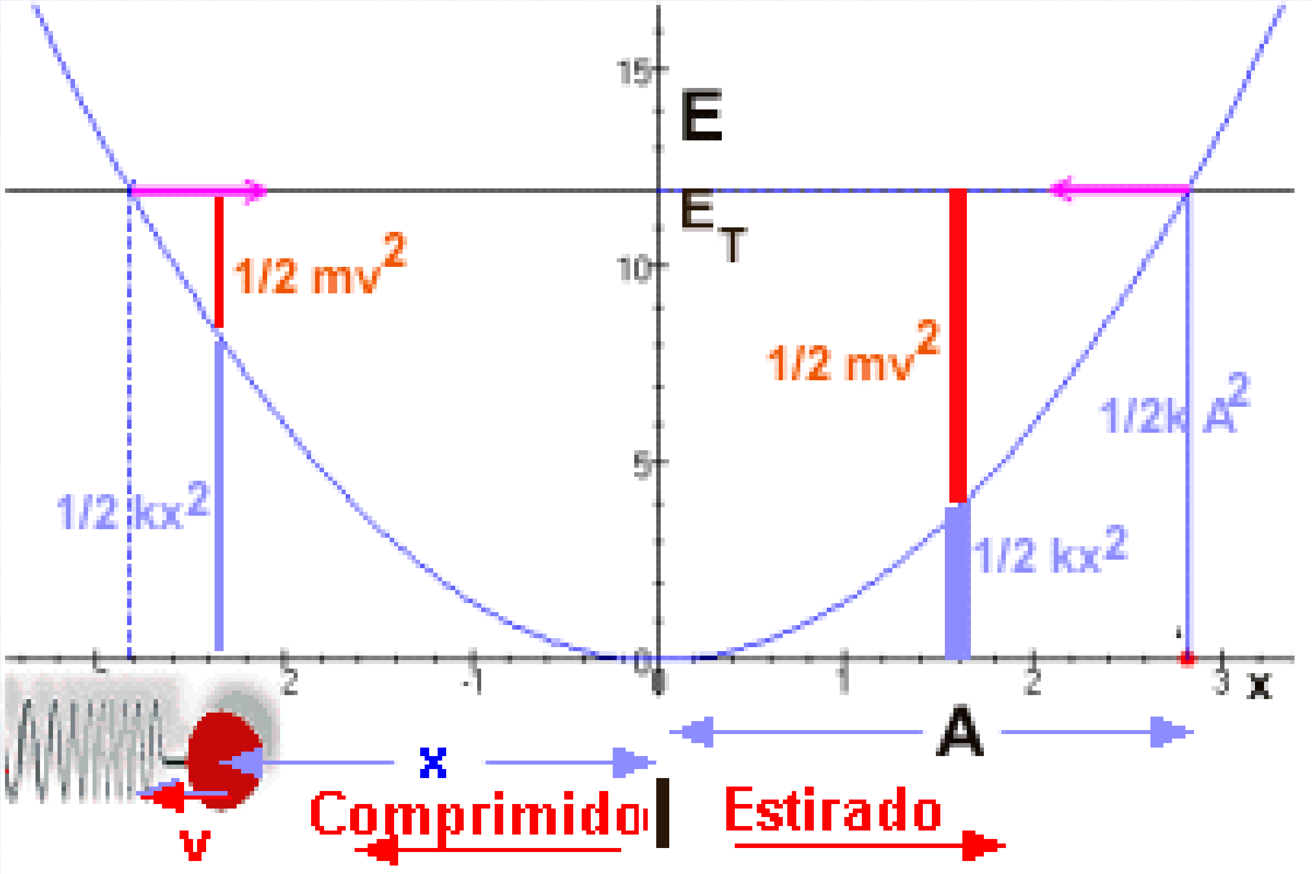
k es la *constante de recuperación o constante de rigidez* o *constante elástica* del resorte.

Trabajo y Energía con fuerza elástica

Ley de Hooke

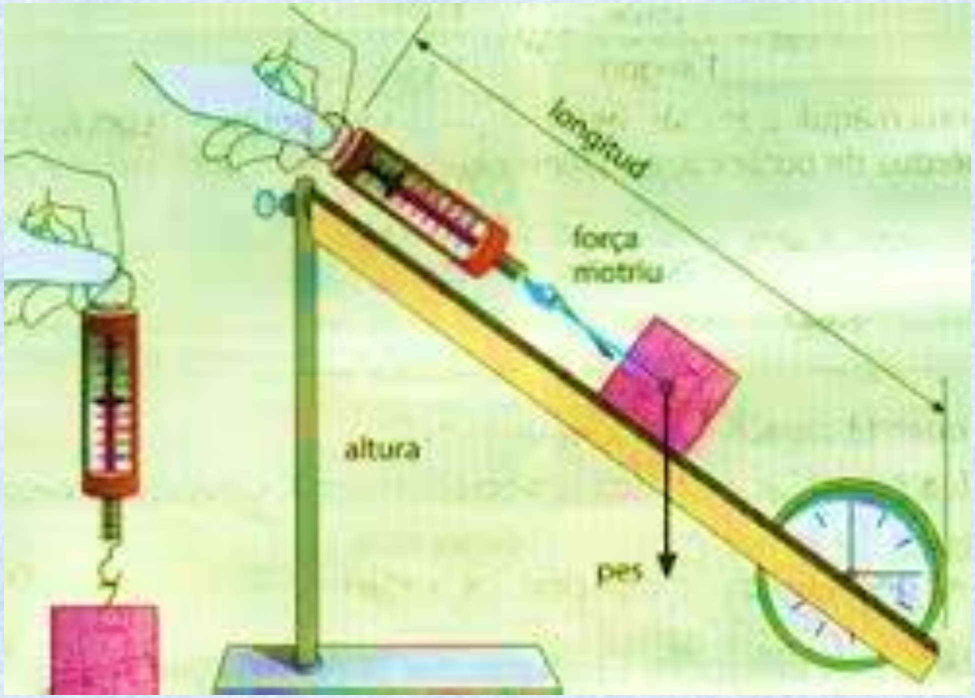
$F_x = kx$





Se llama “Energía Mecánica de un cuerpo o de un sistema” a la suma de su energía cinética y de las energías potenciales.

$$E_{mecánica} = K + U_g + U_e$$



Unidades de energía

$$K = \frac{1}{2} m v^2$$

$$[K]_{SI} = kg\frac{m^2}{s^2} = kg\frac{m}{s^2}.m = N.m = J$$

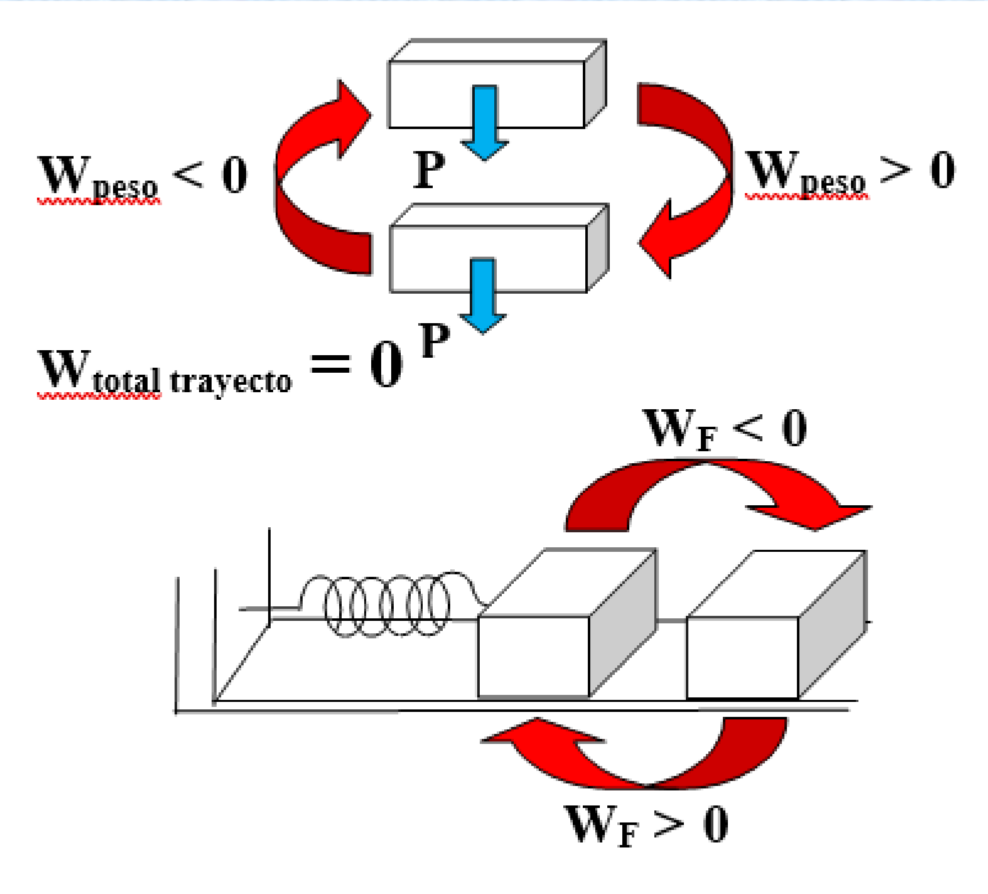
$$Ug = mgy$$

$$[Ug]_{SI} = kg\frac{m}{s^2}.m = N.m = J$$

$$Ue = \frac{1}{2} k\, x^2$$

$$[Ue]_{SI} = \frac{N}{m} m^2 = N.m = J$$

Cuándo es conservativa una fuerza



«Una fuerza es conservativa si el trabajo total que realiza cuando el cuerpo sobre el que actúa describe una trayectoria cerrada, volviendo a su posición inicial, es nulo.»

Se puede interpretar también, en vez de posición, igual nivel potencial.

"El trabajo que realiza una fuerza conservativa, cuando el cuerpo sobre el que actúa se traslada desde una posición a otra, es independiente del camino seguido. Solo es función del cambio de nivel"

Este tipo de fuerzas siempre tiene una energía potencial asociada, *ya que el trabajo utilizado en vencerlas queda allí, en forma latente, pudiendo sernos devuelto posteriormente.*

El trabajo de las fuerzas conservativas no altera la energía mecánica del sistema.

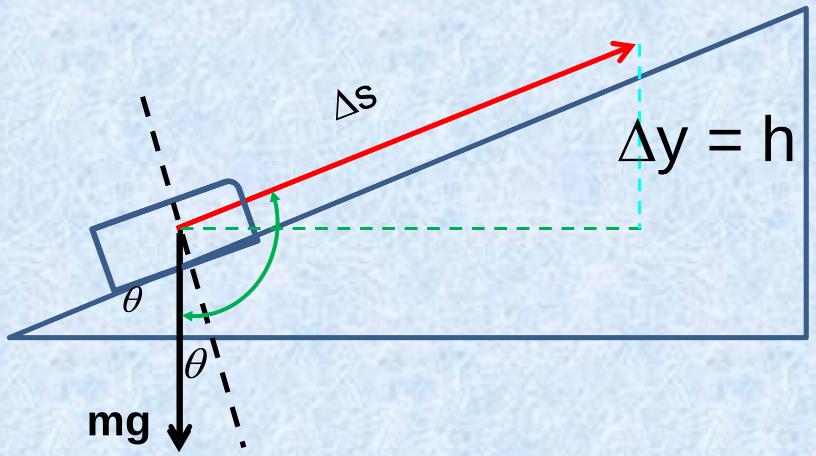
$$W = m\,g\cos(90^{o} + \theta)\,\Delta s$$

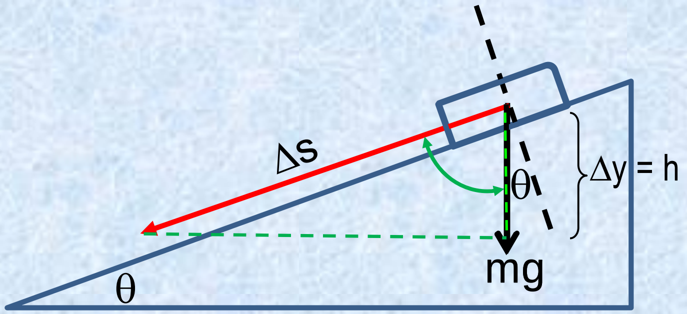
$$W = m\,g\,(-\operatorname{sen}\theta)\,\Delta s$$

$$W = -\,m\,g\operatorname{sen}\theta\,\Delta s$$

$$W = -\,m\,g\,\Delta y$$

$$W = -\,m\,g\,h$$





$$W = m\,g\,\cos(90º - \theta)\,\Delta s \quad = m\,g\ \text{sen}\,\theta\,\Delta s$$

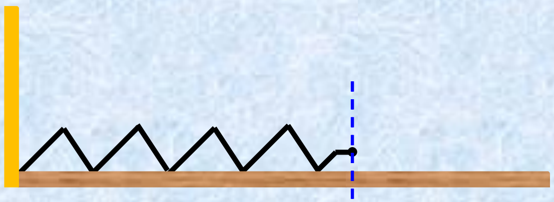
$$W = m\,g\,\Delta y = m\,g\,h$$

Es decir, valores idénticos a los que se obtienen cuando se levanta el cuerpo verticalmente hasta alcanzar la altura "h" y cuando vuelve.

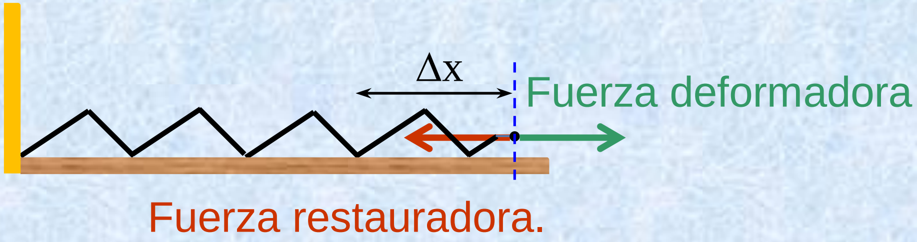
"El trabajo realizado por la fuerza peso es independiente de la trayectoria, sólo depende de las diferencias de niveles inicial y final alcanzadas por el cuerpo."

- Se puede demostrar que la fuerza restauradora elástica también es una fuerza conservativa.

a) Resorte relajado (en reposo; no deformado)



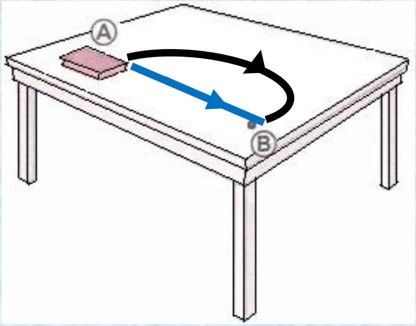
b) Resorte deformado (en este ej.: estirado)

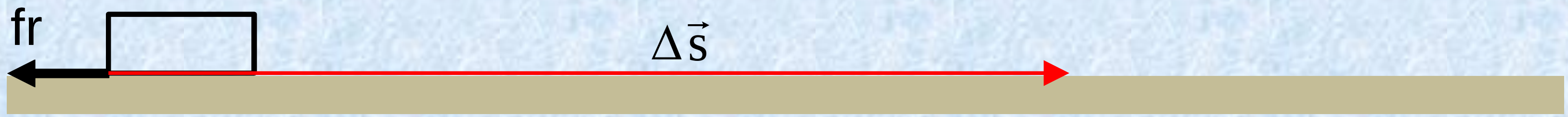


FUERZAS NO CONSERVATIVAS

Una fuerza es no conservativa si el trabajo que realiza sobre un objeto depende de la trayectoria tomada por el objeto entre sus puntos final e inicial. Algunos ejemplos comunes de fuerzas no conservativas son la fricción cinética, la fricción viscosa del aire y las fuerzas propulsoras, por ejemplo, la fuerza ejercida por un motor a reacción sobre un avión y la fuerza ejercida por una hélice sobre un submarino.

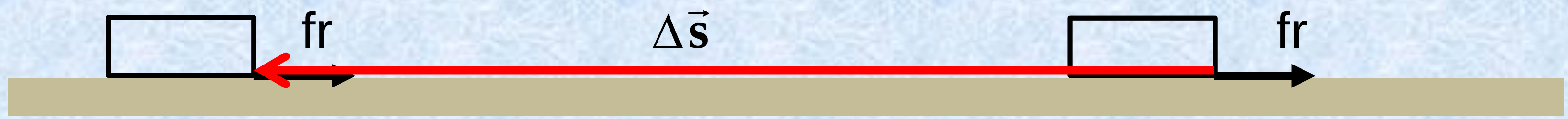
Para comprender esto con mayor claridad, supongamos que el lector desplaza un libro entre dos puntos en una mesa como se ve en la figura. Si el libro es desplazado en línea recta a lo largo de la trayectoria gris entre los puntos A y B, se realiza cierta cantidad de trabajo contra la fuerza de fricción cinética para mantener el libro en movimiento a una rapidez constante.





$W = fr\ \ \Delta s \cos 180º = -\ fr\ \Delta s\ \ = -\ \mu_k\ N\ \Delta s$

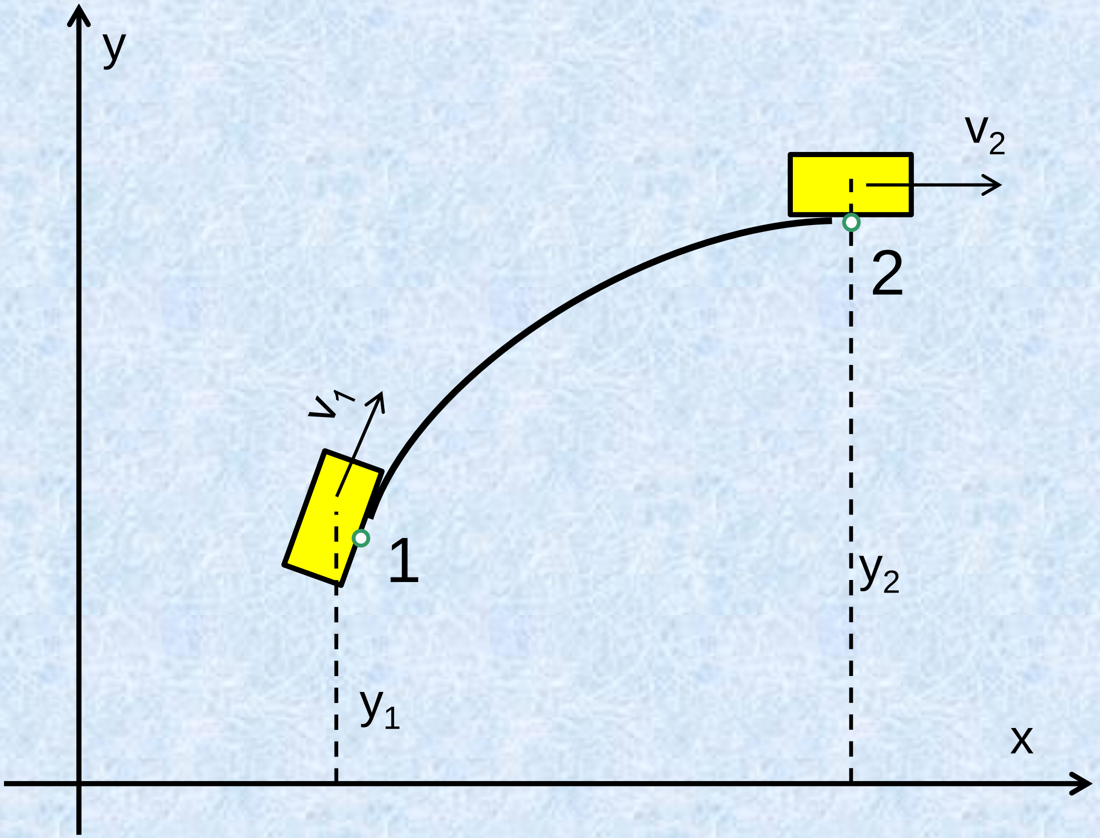
Al volver al punto de partida… el trabajo será:

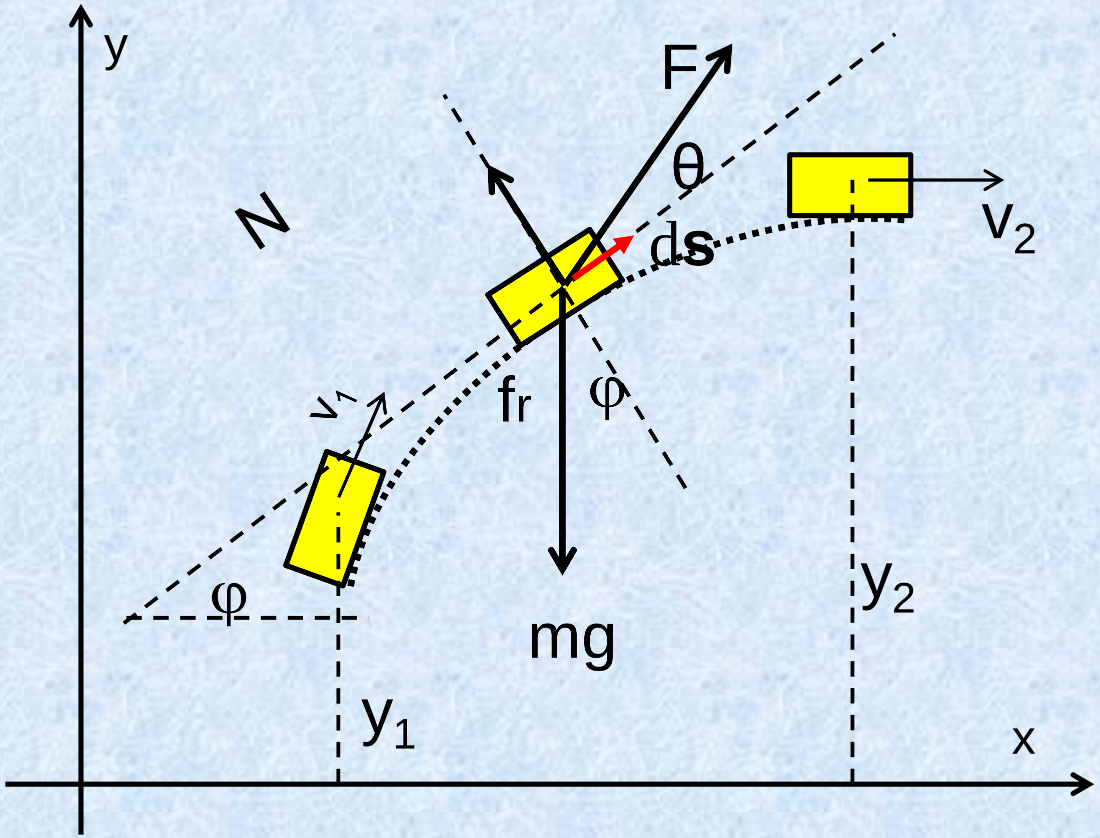


$W = fr\ \ \Delta s \cos 180º = -\ fr\ \Delta s\ \ = -\ \mu_k\ N\ \Delta s$

Por lo que el trabajo realizado en la trayectoria cerrada (al ir y volver hasta el punto de partida) será **$-\ 2\ \mu_k .\ N.\ \Delta s$** que evidentemente es distinto de cero.

Teorema del trabajo y la energía:





Durante un desplazamiento infinitesimal $d\mathbf{s}$, tal como el indicado en la figura, actúan cuatro fuerzas: el peso $m\mathbf{g}$, la fuerza normal $\boldsymbol{N}$, la fuerza de rozamiento $\boldsymbol{fr}$ y la fuerza $\mathbf{F}$ **ejercida por cualquier agente exterior** y que forma un ángulo θ con la tangente.

Se supone que el cuerpo no está en equilibrio en ningún instante, y que pasa por el punto de altura y_1 con velocidad v_1 y por el punto de altura y_2 con velocidad v_2.

Preparamos la segunda ley de Newton para aplicarla en la situación que nos muestra la figura.

$\Sigma F_{tangenciales} = m \cdot a_{tangencial}$

$$\Sigma F_{//} = m\, a_{//} = m \frac{dv}{dt}$$

Reemplazando, queda:

$$\boxed{\Sigma F_{//} = m\, a_{//} = m\, v \frac{dv}{ds}}$$

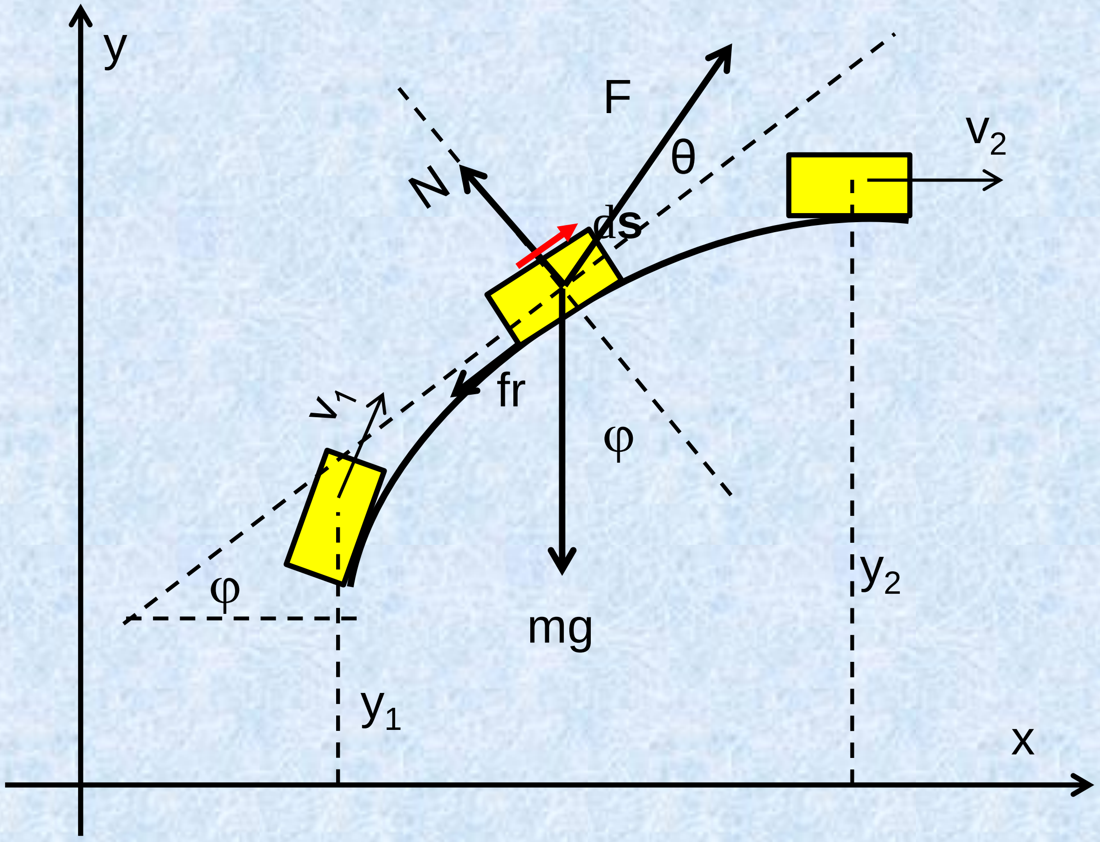
Si multiplicamos y dividimos a la expresión de la aceleración por el desplazamiento infinitesimal ds considerado, resulta:

$$a = \frac{dv}{dt}\frac{ds}{ds} \qquad a = \frac{dv}{ds}\frac{ds}{dt}$$

Pero: $v = \dfrac{ds}{dt}$

la aceleración puede expresarse:

$$a = v \frac{dv}{ds}$$



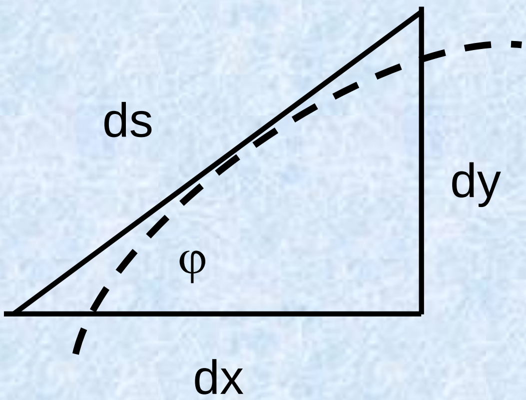
$$\Sigma F = m\,a = m\,v\,\frac{dv}{ds}$$

$$F\cos\theta - mg\,\mathrm{sen}\,\varphi - fr = m\,v\,\frac{dv}{ds}$$

$$F\cos\theta - mg\,\text{sen}\,\varphi - fr = m\,v\,\frac{dv}{ds}$$

$$\left(F\cos\theta - mg\,\text{sen}\,\varphi - fr\right)ds = m\,v\,dv$$

$$F\cos\theta\,ds - mg\,\text{sen}\,\varphi\,ds - fr\,ds = m\,v\,dv$$



dy = ds sen φ

Reemplazando, resulta:

$$F\cos\theta\,ds - mg\,dy - fr\,ds = m\,v\,dv$$

$$F\cos\theta\, ds - mg\, dy - fr\, ds = m\, v\, dv$$

Que se puede escribir, teniendo en cuenta el ángulo entre la fuerza ***fr*** y el desplazamiento d**s**.

$$F\cos\theta\, ds + fr\, ds\cos 180^{o} = m\, v\, dv + mg\, dy$$

Si integramos desde la posición s_1 del punto 1 a la s_2 del punto 2, obtenemos la ecuación:

$$\int_{s_1}^{s_2} F\cos\theta\, ds + \int_{s_1}^{s_2} fr\, ds\cos 180^{o} = \int_{v_1}^{v_2} m\, v\, dv + \int_{y_1}^{y_2} mg\, dy$$

$$\int_{s_1}^{s_2} F\cos\theta\, ds + \int_{s_1}^{s_2} fr\, ds \cos 180^o = \int_{v_1}^{v_2} m\, v\, dv + \int_{y_1}^{y_2} mg\, dy$$

$$\int_{s_1}^{s_2} F\cos\theta\, ds + \int_{s_1}^{s_2} fr\, ds \cos 180^o = \left(\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2\right) + \left(mgy_2 - mgy_1\right)$$

La Ecuación establece que el trabajo total (o neto) realizado por el agente exterior y por la fuerza de rozamiento, es igual a la variación de la energía cinética, más la variación de la energía potencial gravitatoria que sufre el cuerpo.

Nota: Si, además, el cuerpo hubiera estado unido a un resorte que se alarga al moverse el cuerpo, habrían aparecido dos términos más en el segundo miembro de la ecuación anterior, que representarían la variación de la energía potencial elástica.

$$\int_{s_1}^{s_2} F\cos\theta\, ds + \int_{s_1}^{s_2} fr\, ds \cos 180^o = \left(\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2\right) + \left(mgy_2 - mgy_1\right)$$

Esta ecuación puede escribirse

$$W_F \quad + \quad W_{fr} \quad = \quad (K_2 - K_1) \quad + \quad (U_2 - U_1)$$

W neto de fuerzas exteriores no conservativas

$$\begin{cases} W_{neto} = (K_2 - K_1) + (U_2 - U_1) \\ W_{neto} = \Delta K + \Delta U_g \end{cases}$$

Si existieran fuerzas elásticas actuando sobre el sistema aparecería el término ΔV_e como un tercer sumando en el segundo miembro.

W neto de fuerzas exteriores no conservativas

$$\begin{cases} \boxed{W_{neto} = \Delta K + \Delta U_g + \Delta U_e} \\ \boxed{W_{neto} = \Delta \text{Energía Mecánica}} \end{cases}$$

Estas conclusiones se conocen como el **teorema del trabajo y la energía.**

El enunciado es:

"El trabajo neto de las fuerzas exteriores no conservativas (W_{neto}) *aplicadas sobre un sistema es igual a la variación de la energía mecánica que experimenta el sistema."*

Principio de conservación de la energía mecánica

En ausencia de un agente exterior, tal como el que ejerce la fuerza **F** en la **Figura 8.4,** el trabajo W_F es nulo. Asimismo, si no hay rozamiento, el trabajo de fuerza “fr” (W_f) es nulo. Entonces, <u>**en este caso especial**</u>, la Ecuación del Teorema del Trabajo y la Energía se convierte en:

$$0 = (K_2 - K_1) + (U_2 - U_1)$$

Reordenando $$K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

Esto es, “*la suma de las energías cinética y potencial permanece constante durante el movimiento”*; o sea, *“se conserva*”. Obsérvese que ello sólo es cierto cuando <u>no</u> hay <u>rozamiento</u> y cuando <u>no</u> se realiza <u>trabajo</u> por un agente <u>exterior</u>.

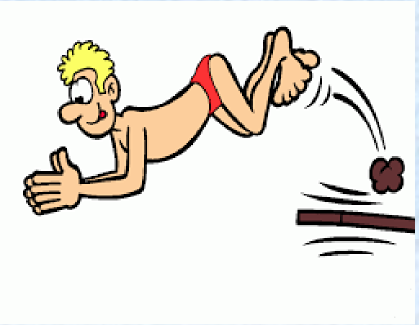
Estas conclusiones se resumen en el siguiente enunciado del **Principio de conservación de la energía mecánica**:

“En ausencia de trabajo de fuerzas exteriores no conservativas, la energía mecánica total de un sistema se conserva”.

O, dicho de otro modo:

“Si el trabajo de fuerzas exteriores no conservativas es nulo la energía mecánica total de un sistema permanece constante”.

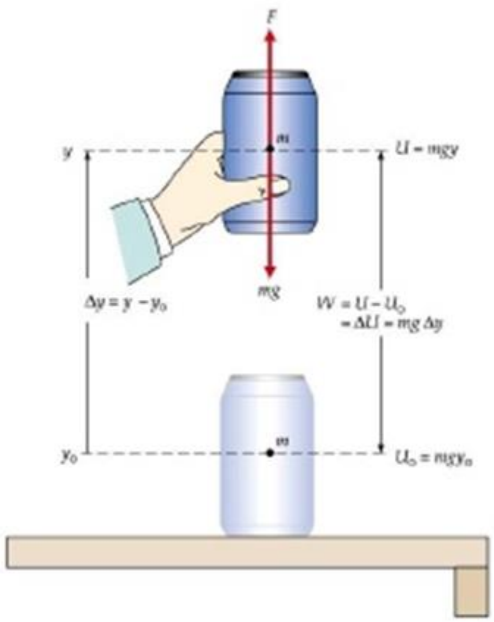
Energía potencial gravitatoria



¿A qué fuerzas esta sometido el clavadista luego de saltar del trampolín?

$$W_{grav} = U_{grav,1} - U_{grav,2} = -\left(U_{grav,2} - U_{grav,1}\right) = -\Delta U_{grav}$$

Energía Potencial Gravitacional



Determinemos el trabajo realizado por la fuerza F, suponiendo que la lata sube con velocidad constante!

$$W_{neto} = \Delta K \Rightarrow W_{neto} = 0$$

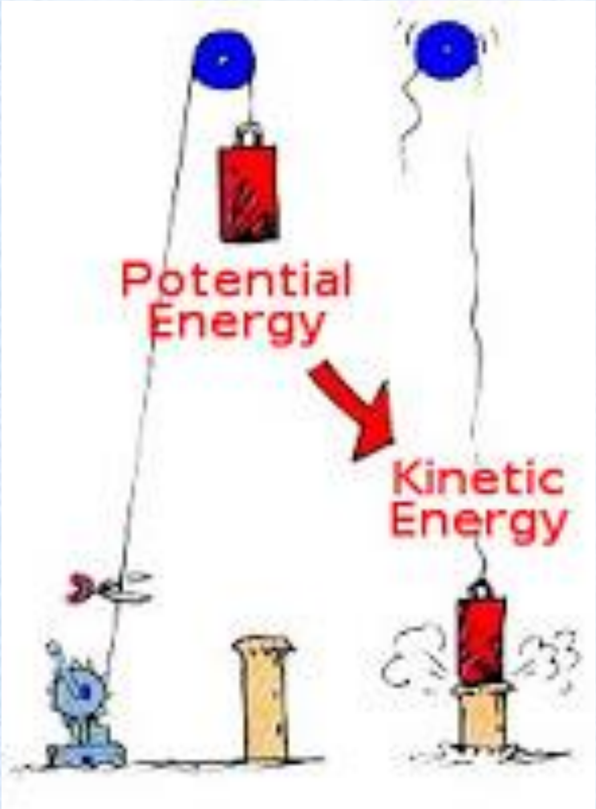
$$W_{neto} = W_F + W_g \quad \Rightarrow W_F = -W_g$$

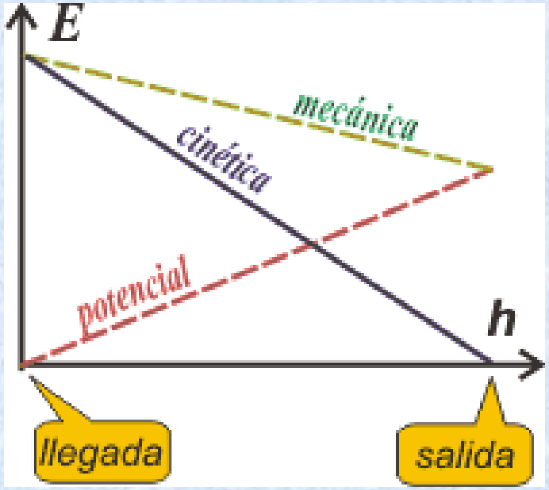
$$\boxed{W_g = -\Delta U}$$

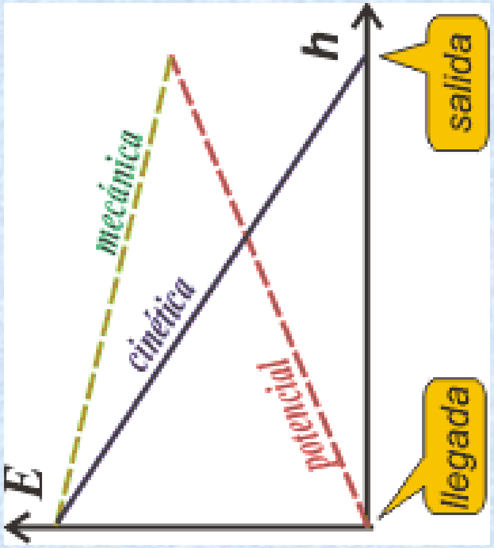
$$W_F = -W_g = \Delta U$$

$$W_F = mgh$$

OJO. El trabajo realizado por la fuerza F para levantar el objeto se convierte en energía potencial, si el objeto se mueve con rapidez constante. Si la lata subiera acelerada, se convertiría adicionalmente en energía cinética

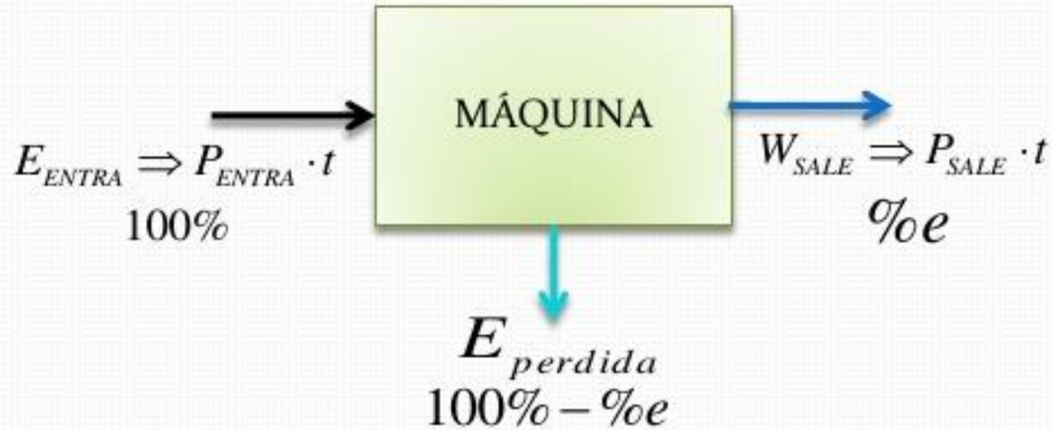

Potential Energy
Kinetic Energy


E
mecánica
cinética
potencial
h
llegada
salida


h
salida
mecánica
cinética
potencial
E
llegada

EFICIENCIA O RENDIMIENTO(e).

Es una definición aplicada a máquinas.



Eficiencia en fracción:

$$e = \frac{W_{SALE}}{E_{ENTRA}} \qquad e = \frac{E_{SALE}}{E_{ENTRA}}$$

$$e = \frac{P_{SALE}}{P_{ENTRA}}$$

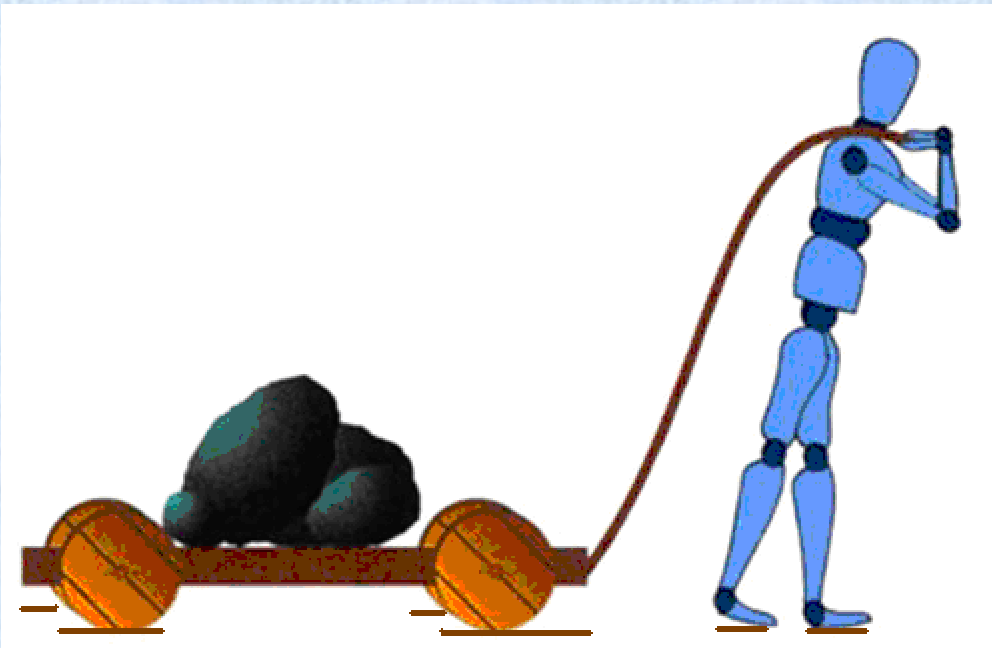
Eficiencia en porcentaje:

$$\%e = \frac{W_{SALE}}{E_{ENTRA}} \cdot 100\%$$

$$\%e = \frac{P_{SALE}}{P_{ENTRA}} \cdot 100\%$$

$$\%e = \frac{E_{SALE}}{E_{ENTRA}} \cdot 100\%$$

POTENCIA



EN EL

Magnitud que expresa cuantitativamente el ritmo o rapidez con que fue realizado un trabajo.

Si en un intervalo de tiempo *t* se ha realizado un trabajo *W*, se define la potencia media como:

$$Potencia\ Media = \frac{trabajo\ realizado}{intervalo\,de\,tiempo}\ ; \qquad \overline{P} = \frac{W}{\Delta t}$$

Potencia Media

Si el ritmo con que se efectúa el trabajo varía con el tiempo, la potencia en cualquier instante, se define como:

$$P = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt}$$

Potencia Instantánea

Unidades

$$[P]_{SI} = \frac{J}{s} = W$$

kilowatt (kW), el megawatt (MW) y el gigawatt (GW).

$$[P]_{ST} = \frac{kgm}{s}$$

1 CV = 75 kgm/s = 735,5 W

$$[P]_{cgs} = \frac{ergio}{s}$$

1 HP = 76,04 kgm/s

1 HP = 745,7 W

1 HP = 1,013 CV

Unidad de trabajo derivada de la Potencia

$$\left[\overline{P}\right] = \frac{\left[W\right]}{\left[\Delta t\right]} \Rightarrow \left[W\right] = \left[P\right]\left[\Delta t\right]$$

$$\Rightarrow \left[W\right] = kW\ h$$

1 kW.h es el trabajo realizado en una hora por un agente que desarrolla una potencia de 1 kW

¿ Potencia se la puede asociar con la velocidad ?

W = F.Δx

La potencia media desarrollada

$$\bar{P} = \frac{W}{\Delta t} = F\,\frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \text{y} \quad \bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow$$

$$\boxed{\bar{P} = F\,\bar{v}}$$

Si el intervalo de tiempo es infinitamente pequeño, en el límite la ecuación anterior toma la forma:

$$P = F\frac{dx}{dt}$$

P es la potencia instantánea

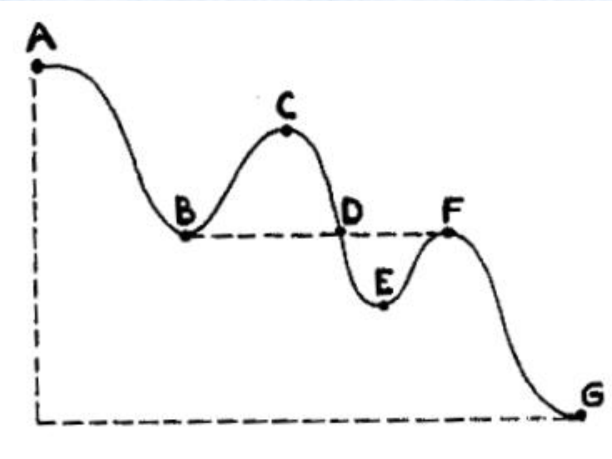
o bien:

$$\boxed{P = F.v}$$

siendo F y v valores instantáneos.

Para Pensar

1- En una “montaña rusa”, un carro es soltado sin velocidad inicial en A. Contesta:



a- ¿En qué punto es máxima la velocidad?

b- ¿En qué punto es mínima la velocidad?

c- Un pasajero, en el punto B, además de la fuerza peso, sufre la acción de otra fuerza, describirla.

d- Si el pasajero se agarra mal, ¿en qué puntos corre mayor riesgo de ser lanzado fuera del carro?

2- Existe algún caso en que la fricción realice trabajo positivo? Explique.

3-. Un auto aumenta su rapidez mientras el motor produce potencia constante. ¿La aceleración es mayor al principio o al final de este proceso? Explique.

4- Un objeto se mueve en un círculo a velocidad constante. ¿Realiza algún trabajo sobre el objeto la fuerza que es la causa de su aceleración? Razonar la respuesta.