

$$f(x) \coloneqq \sin(x)$$

$$f_1(x) \coloneqq x \qquad \qquad f_2(x) \coloneqq x^3 \qquad \qquad f_3(x) \coloneqq x^5 \qquad \qquad w(x) \coloneqq 1$$

$$\textcolor{green}{A} \coloneqq \begin{pmatrix} \int\limits_{-1}^1 f_1(x) \cdot f_1(x) \cdot w(x) \, dx & \int\limits_{-1}^1 f_2(x) \cdot f_1(x) \cdot w(x) \, dx & \int\limits_{-1}^1 f_3(x) \cdot f_1(x) \cdot w(x) \, dx \\ \int\limits_{-1}^1 f_1(x) \cdot f_2(x) \cdot w(x) \, dx & \int\limits_{-1}^1 f_2(x) \cdot f_2(x) \cdot w(x) \, dx & \int\limits_{-1}^1 f_3(x) \cdot f_2(x) \cdot w(x) \, dx \\ \int\limits_{-1}^1 f_1(x) \cdot f_3(x) \cdot w(x) \, dx & \int\limits_{-1}^1 f_2(x) \cdot f_3(x) \cdot w(x) \, dx & \int\limits_{-1}^1 f_3(x) \cdot f_3(x) \cdot w(x) \, dx \end{pmatrix}$$

$$B \coloneqq \begin{pmatrix} \int\limits_{-1}^1 f(x) \cdot f_1(x) \cdot w(x) \, dx \\ \int\limits_{-1}^1 f(x) \cdot f_2(x) \cdot w(x) \, dx \\ \int\limits_{-1}^1 f(x) \cdot f_3(x) \cdot w(x) \, dx \end{pmatrix} \qquad A = \begin{pmatrix} 0.666667 & 0.4 & 0.285714 \\ 0.4 & 0.285714 & 0.222222 \\ 0.285714 & 0.222222 & 0.181818 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0.60234 \\ 0.3542 \\ 0.25016 \end{pmatrix}$$

$$X \coloneqq A^{-1} B \qquad \qquad X = \begin{pmatrix} 0.99998 \\ -0.16652 \\ 8.01811 \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

$$E \coloneqq \sqrt{\int\limits_{-1}^1 f(x) \cdot f(x) \cdot w(x) \, dx - \left(X_0 \cdot B_0 + X_1 \cdot B_1 + X_2 \cdot B_2\right)}$$

$$E = 2.62097 \times 10^{-6}$$