TEORÍA DEL CAOS

La Física clásica está basada en las leyes de la Mecánica de Newton, que permitían predecir, por ejemplo, la posición de los distintos planetas o explicar el movimiento de las mareas.

El soporte matemático de la teoría de Newton fue dado por Laplace, quien aseguraba que es posible determinar el comportamiento futuro de cualquier sistema utilizando las ecuaciones descriptivas y conociendo el estado del sistema en un instante anterior.

En realidad, la afirmación de Laplace se extendía aún más, para asegurar que es posible conocer las propiedades generales de cualquier ente en el universo si se conocen sus ecuaciones de movimiento que determinan velocidad y posición en un momento dado.

La tesis laplaciana, considerada muchos años después, resulta ser bastante acertada si se aplica a sistemas lineales en condiciones ideales, pero tropieza con serias dificultades cuando se trata de analizar el comportamiento de sistemas no lineales en condiciones reales de funcionamiento.

A principios del Siglo XX, el matemático francés Henri Poincaré sostenía que, aunque se conocieran exactamente las leyes naturales de un sistema, éste podría ser muy sensible a pequeñas variaciones de las condiciones iniciales, que a su vez podrían incrementarse con el transcurso del tiempo y la predicción resultaría imposible o errónea.

Las principales observaciones de Poincaré estaban referidas concretamente a la Astronomía, que se basaba hasta ese momento en la Mecánica Celeste de Newton.

De acuerdo con las ecuaciones de Newton es posible analizar el movimiento de un astro y determinar su velocidad de desplazamiento conociendo las condiciones iniciales.

Poincaré consideró que este astro en cuestión podría estar sometido a la atracción gravitatoria de otro cuerpo celeste, alrededor del cual se encontrase orbitando.

Esta fuerza de gravedad podría llevar al astro a cambiar de órbita dificultando la predicción de su movimiento o cálculo de posición y velocidad, al modificar las condiciones iniciales y algunos parámetros.

Pero, además, Poincaré resaltó el hecho de que existen órbitas en distintas direcciones, por lo tanto, el astro que modificara su órbita podría llegar a cambiar de dirección y esto constituiría un caos desde el punto de vista de las ecuaciones clásicas del movimiento.

Esta observación fue la base de la Teoría del Caos, que no se desarrolló hasta 60 años después.

Esto recién ocurrió cuando Edward Lorenz (1963) determinó a través del análisis de un simple modelo meteorológico que diferencias imperceptibles en los valores iniciales de algunas variables llevaban a resultados totalmente diferentes.

Para ello utilizó ecuaciones de mecánica de los fluidos que podían dar lugar a soluciones no periódicas.

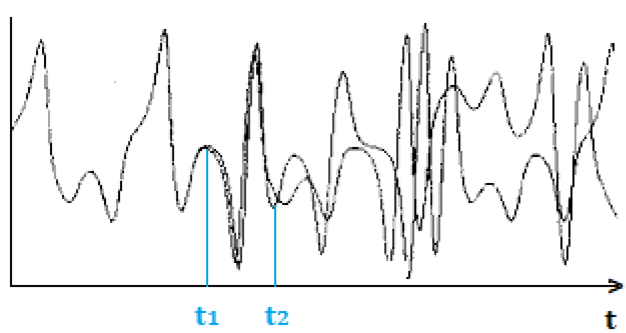
Hizo funcionar un programa que permitía obtener un registro gráfico de las condiciones climáticas, basado en estas ecuaciones.

Al repetir el experimento con las mismas variables para verificar los resultados, era posible comprobar que, por un tiempo, los registros coincidían, pero luego de algunas oscilaciones los resultados comenzaban a diferenciarse y en un instante dado no existía ninguna correlación entre los mismos.

El primer sistema de ecuaciones propuesto por Lorenz que exhibía el caos en su comportamiento fue el siguiente:

$x' = \sigma (y - x)$
$y' = rx - y - xz$
$z' = xy - bz$

donde [σ] es el número de Prandtl que designa la *viscosidad*; [r] es el número de Rayleigh, que designa la *diferencia de temperatura* entre la base y el tope; y [b] es la *razón* entre la longitud y la altura.



En el gráfico se observa cómo los registros coinciden inicialmente, hasta el instante [t_1]; luego empiezan a diferenciarse ligeramente, a partir de [t_1] y hasta el instante [t_2]; para luego finalizar diferenciándose totalmente, a partir de $t=t_2$.

La primera conclusión fue que estas diferencias no dependen de la exactitud de las mediciones.

Aunque se dispusiera de una red de sensores muy exactos, distribuidos en la región cuyas características se intenta predecir, siempre es posible que existan muy pequeñas diferencias que luego podrán magnificarse hasta convertirse en detectables o incluso groseras.

Lorenz llamó a esta cualidad el "efecto mariposa", para ejemplificar que sólo el batir de alas de una mariposa en el trópico sería suficiente para alterar la predicción dinámica de largo plazo en el polo o en las antípodas.

La segunda conclusión es que el clima no puede predecirse o pronosticarse en el largo plazo, porque pertenece al tipo de sistemas sujetos al régimen caótico, caracterizados también por ser multivariables.

Una definición actualmente aceptada para el caos surge de estas observaciones y se sintetiza así: "El caos es la conducta impredecible a largo plazo que surge de un sistema dinámico determinístico".

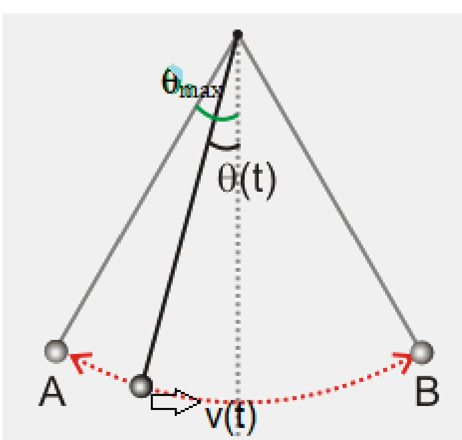
De manera que conceptualmente, el comportamiento caótico de un sistema no lineal se caracteriza por ser predecible en el corto plazo e impredecible en el largo plazo.

Ejemplos típicos de comportamiento caótico son la evaluación climática, el crecimiento poblacional y el mercado de capitales.

En todos ellos funcionan bastante bien las predicciones de corto plazo, pero es incierto o imposible realizar predicciones de largo plazo.

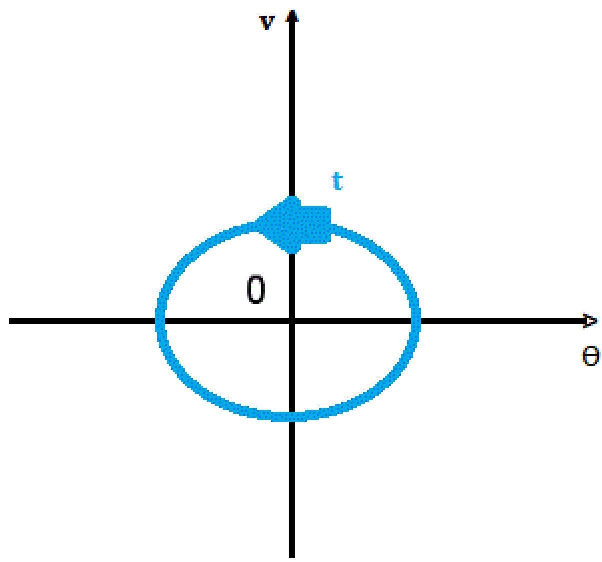
ATRACTORES

En el péndulo ideal, que es uno teóricamente sin fricción por rozamiento del aire, la energía se conserva variando de potencial a cinética y viceversa, según la posición del cuerpo en la trayectoria de oscilación, configurando un movimiento oscilatorio armónico simple.



Como ya se ha visto, se puede representar en el espacio de configuraciones o de fase, la variación en el tiempo del ángulo respecto de la normal con la velocidad y se observará que el punto móvil que representa el estado del sistema recorre la trayectoria de una elipse como si estuviera atraído por el centro de coordenadas, al que rodea en una especie de órbita uniforme.

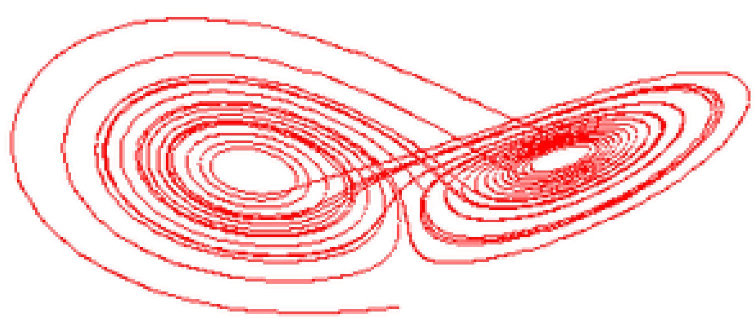
Por lo que se dice que el movimiento tiene un *atractor* ubicado en el origen, y, en general, todos los movimientos periódicos lo tienen.



El atractor de Lorenz dista mucho de ser tan sencillo como el de un movimiento oscilatorio armónico simple que como el que caracteriza al péndulo ideal, con una única trayectoria elíptica uniforme.

En el atractor de Lorenz las trayectorias en el espacio de fase describen órbitas alrededor de dos focos posibles. El sistema es tan sensible a la variación de condiciones iniciales que dos puntos que comienzan cercanos pueden terminar muy alejados, pero luego volver a juntarse en forma impredecible.

ATRACTOR DE LORENZ



El punto móvil que describe el estado siempre gira alrededor de un atractor o del otro, pero no se puede predecir sobre cual tiende a caer y permanecer.

Dos puntos móviles que arranquen con coordenadas muy cercanas, casi iguales, pueden terminar quedando muy separados y aún bajo la influencia del atractor opuesto.

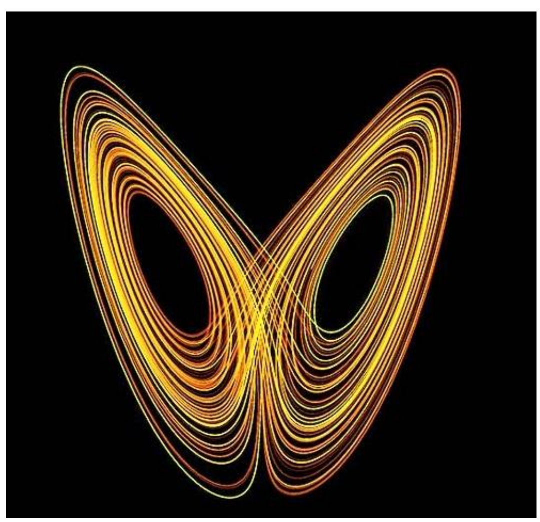
Al describirlos como dos puntos muy cercanos significa que se trata de dos estados que tienen casi los mismos valores en sus variables.

A medida que transcurre el tiempo se puede observar que los puntos se desplazan por caminos muy cercanos, pero súbitamente pueden alejarse y terminan girando alrededor de dos focos o atractores, a veces de uno y a veces del otro.

Lorenz denominó a este atractor como “extraño” o caótico, porque no se comportaba como los atractores de oscilaciones periódicas armónicas, tales como la ya analizada del péndulo ideal.

El comportamiento caótico está relacionado con la no linealidad de los sistemas, aunque no todos los SNL conducen al caos y en los que esto ocurre, sólo lo hace para determinados rangos de valores, pudiendo registrar un comportamiento caótico durante cierto tiempo y regresar a un régimen armónico para otros niveles de energía.

En la siguiente figura se muestra una imagen más usual del extraño atractor de Lorenz, tal como se lo aprecia en el estudio de los fractales, que veremos a continuación.



También se titula a esta imagen como “mariposas del caos”; jugando con la forma y con la mención del *efecto mariposa* establecido previamente por Lorenz.

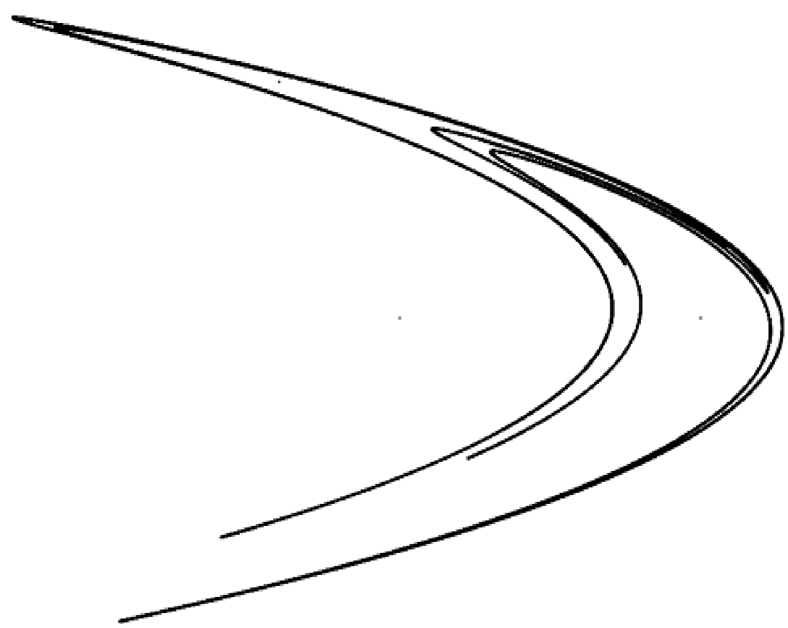
La relación entre caos y fractales se produce porque los caminos del caos son trayectorias fractales, debido a su infinito grado de subdivisión.

Como resumen, el caos se genera siempre por dos razones, la primera es que los procesos caóticos presentan estados entremezclados y la segunda es que, en esos estados, dos condiciones iniciales que parecen ser iguales pueden ser realmente muy diferentes y el sistema resulta muy sensible a la variación de las condiciones iniciales.

El espacio caótico se puede obtener con dos operaciones topológicas simples: el *plegamiento* y el *estiramiento*. Con el estiramiento se exageran las diferencias iniciales y con el plegamiento se acercan órbitas que estaban separadas.

Este procedimiento para obtener caminos caóticos fue desarrollado por un astrónomo llamado Henon y se simula por medio de una figura fractal consistente en una serie de anillos elipsoidales alabeados, llamada *atractor de Henon*.

ATRACTOR DE HENON



El Atractor de Henon está relacionado con la Ecuación Logística y se basa en ecuaciones de iteración del tipo:

$x\,(n+1) = 1 + y^2\,(n) - a\,x(n)$
$y\,(n+1) = b\,x(n)$

La ecuación logística constituye, precisamente, uno de los paradigmas centrales del caos y es, originalmente, un modelo de crecimiento de población que presenta propiedades caóticas, propuesto por el matemático belga Francois Verhulst.

Los campos de aplicación práctica de la Teoría del Caos son, entre otros, los siguientes:

Control de arritmias en marcapasos
Dinámica de los fluidos
Compresión de imágenes digitales (GIF, JPG, etc)
Física de estado sólido

Justamente, en el estudio de la dinámica de los fluidos se destacó el belga Ilya Prigogine, premio Nóbel de Química, que formuló su famoso Paradigma: “Cuando los sistemas están lejos del equilibrio, el desorden es fuente de organización”, también conocido como el *Principio de la autoorganización*. Conclusiones obtenidas mientras estudiaba las estructuras cristalinas de algunas aleaciones.

Este paradigma contribuye a despejar el error de considerar al Caos como el estudio del desorden. No es así, en el caos está la esencia del orden. El Caos puede explicar la desorganización aparente de ciertos procesos que parecen ser azarosos pero son, en realidad, determinísticos.

También puede decirse que el caos es la teoría que permite vislumbrar que cambios diminutos pueden desembocar en fluctuaciones gigantescas en determinados sistemas.

Los dos elementos técnicos que permiten introducir analíticamente la Teoría del Caos son la iteración y la recursión. La iteración como proceso de aproximaciones sucesivas se utiliza en la solución numérica de ecuaciones diferenciales y la interpretación de los valores de una función.

Justamente, el nacimiento de la teoría se relaciona con el proceso de tomar la solución aproximada de una ED No Lineal y realimentarla sucesivamente con el propósito aparente de mejorar la aproximación.

En un principio se suponía que las discrepancias observadas entre los resultados obtenidos y los esperados se debían a información insuficiente o fallas en el modelo matemático.

La nueva filosofía que introduce el caos descarta que el universo real sea un ámbito de orden, que responde a la física clásica, con algunas zonas aisladas de caos oculto; sino más bien todo lo contrario: es un ámbito naturalmente caótico con algunas zonas aisladas, raras y pequeñas que responden a un cierto orden.

Cuando se enuncian las características del péndulo ideal se hacen una serie de simplificaciones que alteran la realidad como, por ejemplo, despreciar el rozamiento del aire y esto se realiza para poder encontrar las leyes del movimiento que se suponen generales.

Luego se introducen, de a poco, las condiciones reales -rozamiento, fricción- para ir modificando las leyes del movimiento y obtener las soluciones “particulares” que, así, aparecen como si fueran raras y contrarias a la “normalidad”.

FRACTALES

El estudio de los fractales es un conocimiento muy reciente, dado que el término se utilizó por primera vez en 1975, por parte del matemático polaco nacionalizado francés Benoit Mandelbrot, en su libro “*La geometría fractal de la naturaleza*”.

Inicialmente, Mandelbrot definió como fractal a una curva o trayectoria de forma súmamente irregular o fragmentada.

Desde el punto de vista topológico, *se designa como conjunto fractal a aquel cuya dimensión fractal es igual o superior a su dimensión ordinaria*.

Más adelante veremos de qué se trata esto. Pero podemos adelantar que la *dimensión fractal* es el número que sirve para cuantificar el grado de irregularidad y fragmentación de un conjunto. En general, esta dimensión no es un número entero.

Conceptualmente, los fractales son estructuras en las que los detalles pequeños repiten las características de la forma global un número infinito de veces.

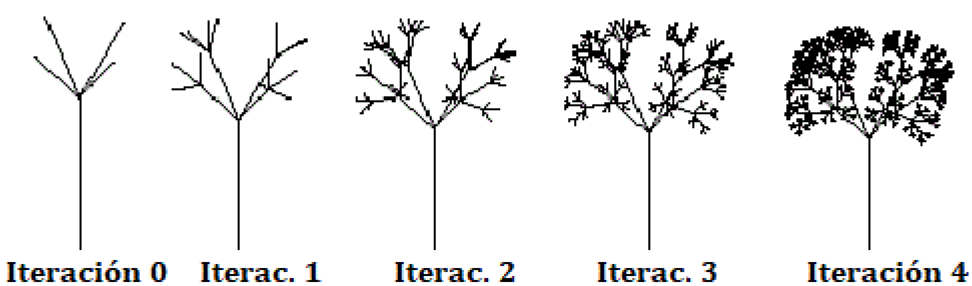
En el plano son curvas muy irregulares y en el espacio representan superficies también muy irregulares, sin embargo, son muy frecuentes en muchas formas naturales.

Ejemplos típicos se encuentran en muchos vegetales como el helecho o el brócoli, donde la forma general se replica en pequeño, pero también sucede con cualquier árbol, cuyas ramificaciones semejan pequeños arbolitos. También ocurre con los bordes dentados de algunas hojas que, mirados de cerca, son también dentados.

En esta rama de helecho se aprecia claramente como la forma mayor se repite en sus detalles generales en cada hoja individual que la constituye.

Esto es lo que se denomina el *principio de la autosimilaridad*, característico de los fractales, tanto que, en este punto, una buena definición sería: *“Fractal es una estructura autosimilar que se repite infinitamente”*.

También se podría observar a la inversa, yendo desde los detalles más pequeños con sucesivas iteraciones para llegar a la forma global, tal como en el ya mencionado ejemplo del árbol que se presenta a continuación.



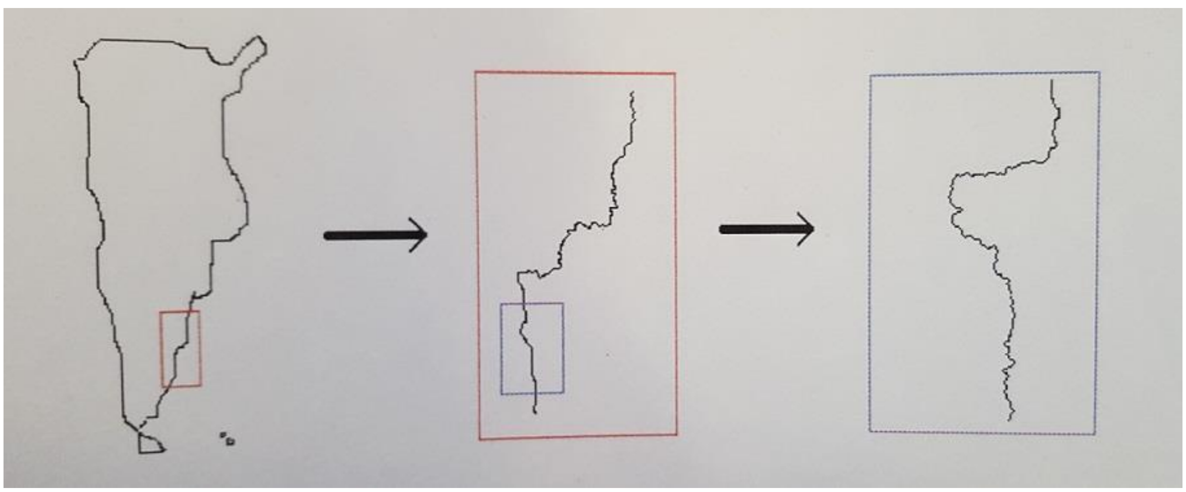
En la primera generación del conjunto fractal, con el nombre de Iteración 0, se observa un tallo simple con sus ramas. En la primera iteración, esa ramita simple se ramifica a partir de un tallo común. En la Iteración 2, cada una de las ramas pasa a ser tallo de una nueva ramificación y así sucesivamente hasta la iteración 4 representada.

Estas constituyen características fractales, pero para ser un verdadero fractal, debería reiterarse hasta el infinito.

También en el arte de distintas épocas se observan estos patrones que se repiten, pero lo hacen un número finito de veces, por lo que -estrictamente- no podrían considerarse fractales.

Otro ejemplo de características fractales lo constituyen las costas o litorales marítimos, ya que, si se amplía la escala en un mapa, un tramo donde se observan varias bahías y penínsulas presenta anfractuosidad o forma irregular, de tal manera que visto ampliado, tiene a su vez pequeñas bahías y penínsulas y al volver a ampliar, se repetirán como detalles más pequeños y así sucesivamente.

Cada bahía amplificada y observada en detalle presenta miles de sub-bahías y minipenínsulas y esto se repetirá al pasar de los kilómetros a los metros y de éstos a los centímetros y luego a los milímetros y resultan impredecibles e indetectables para escalas más pequeñas, pero no por eso inexistentes.



De esta característica fractal surge otra de las propiedades importantes de los conjuntos fractales, como es la imposibilidad de medir la longitud de la trayectoria fractal porque cada nueva ampliación incorpora más detalle.

Esta imposibilidad de medición es la que hace surgir el concepto de *dimensión fractal*, para poder cuantificar algo que de otro modo sería imposible, porque la longitud ordinaria de una línea fractal debería ser infinita.

Para confeccionar mapas y estimar distancias sobre una costa se debe recurrir a linealizaciones de la verdadera estructura y, por lo tanto, aproximaciones de la realidad.

La otra singularidad obvia que surge de esta característica es que las estructuras fractales nunca están completas, nunca están terminadas.

Son trayectorias complejas, recursivas, repetitivas y continúan reproduciéndose hasta el infinito.

La diferencia fundamental entre la geometría euclideana y la geometría fractal es que en esta última nunca puede dibujarse la curva terminada.

Al igual que en el caso del litoral marítimo, con cada nuevo nivel de resolución adicional aparecerán mayores detalles.

Una forma de entenderlo es considerar que la geometría fractal no es un conjunto de figuras sino un lenguaje que utiliza ciertos algoritmos iterativos para obtener una estructura límite que es el fractal resultante.

La figura límite alcanzada no depende de la estructura inicial sino del algoritmo, por eso se requiere un procedimiento repetitivo, recursivo y aplicado hasta el infinito, lo que sólo puede realizarse por medio de un programa de computadora.

Por lo tanto, ni la longitud ni el área son magnitudes que puedan describir a una curva fractal, por eso es necesario apelar a un nuevo concepto que es la ya mencionada *dimensión fractal*.

Esta dimensión fractal intenta ponderar la sinuosidad de la curva fractal, que, obviamente, ocupa más lugar en el plano que una curva ordinaria, pero, tampoco llega a llenar todo el plano. Se dice que una línea fractal es más que una curva pero menos que un plano.

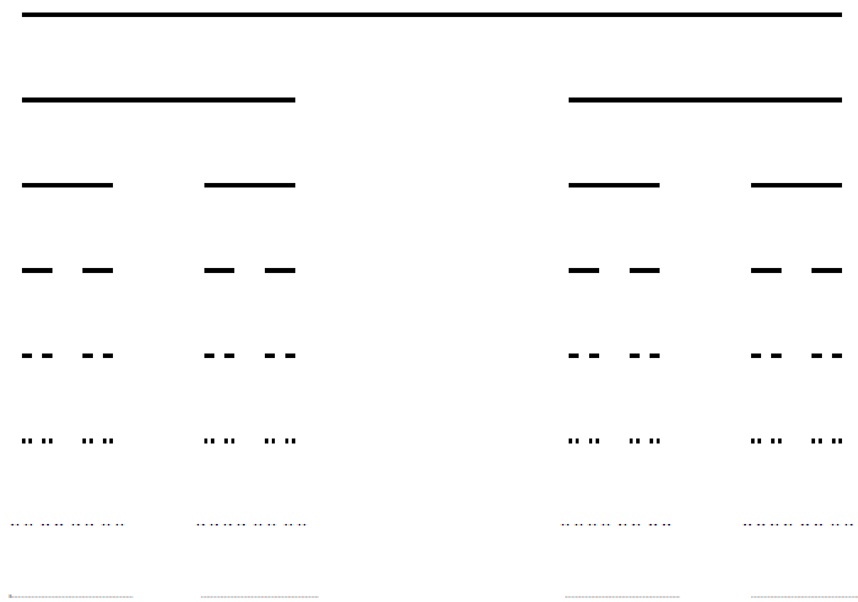
PREFRACTALES:

Los conjuntos *prefractales* son muy interesantes porque responden a la definición con la salvedad de que no se repiten infinitamente sino sólo hasta donde es posible constructivamente.

Algunos de los más conocidos son la Curva de Koch, el Tamiz de Sierpinski y el Conjunto o Polvillo de Cantor.

Generalmente, ninguno de ellos puede avanzar más allá de 5 ó 6 generaciones o iteraciones.

CONJUNTO DE CANTOR



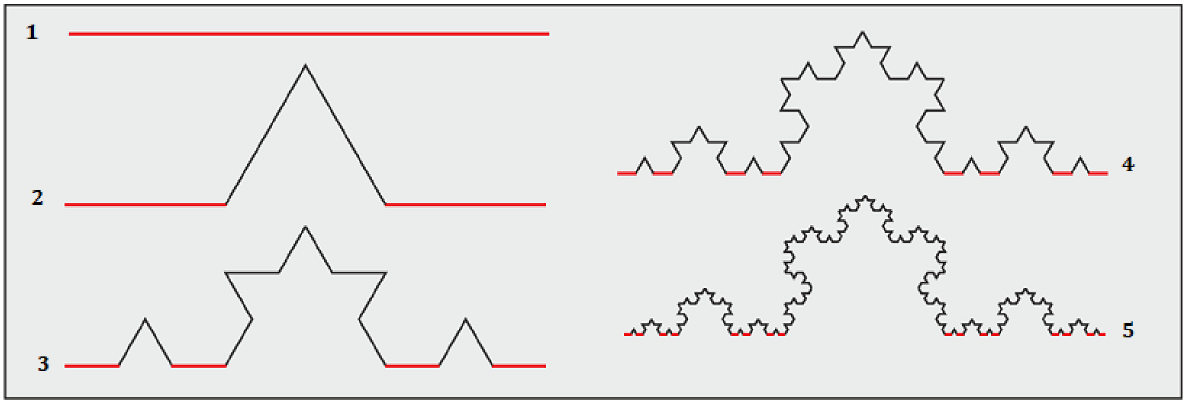
El conjunto de Cantor es un prefractal muy simple, donde con determinado patrón de generación se van reiterando las subdivisiones de una línea, como muestra la imagen.

Si se pudiera continuar subdividiendo, las últimas generaciones se convertirían en líneas tan pequeñas que asemejarían puntos como gránulos de un polvillo. Obviamente, llega un punto donde hay una imposibilidad material de continuar con las subdivisiones.

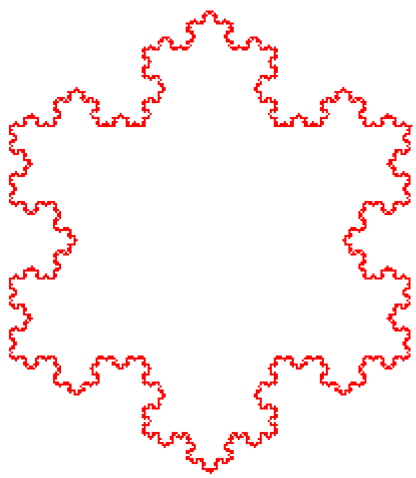
Curva de Koch:

Para la generación de la Curva de Koch se parte de dividir una línea recta en tres partes, e incorporar dos de esos tercios en el centro de la recta, formando un ángulo agudo entre sí. En la siguiente generación, se repite la operación para cada uno de los cuatro tercios en los que había quedado dividida la recta original.

Luego de varias generaciones se va formando el típico copo de nieve o cristal de nieve, pero las limitaciones propias del dibujo no permiten más de 5 ó 6 generaciones sucesivas, como máximo.

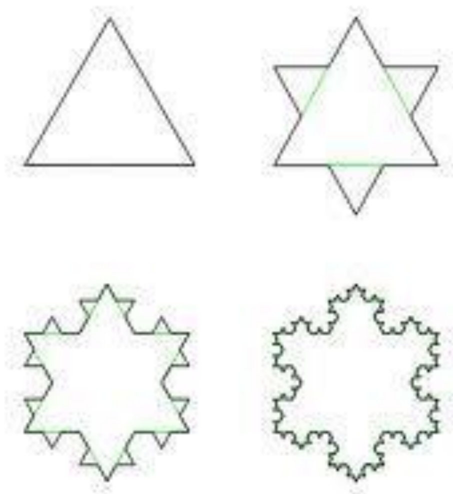


Visto en perspectiva de conjunto, todo el contorno terminado pasa a ser la figura del cristal de nieve:



También se podría generar a partir de la figura completa, tomando un triángulo y superponiéndole otro similar pero invertido, formando una estrella de David. Luego, en cada uno de los seis triángulos que constituyen las puntas de la estrella repetir la operación cortándolos con triángulos similares invertidos.

Aparecen así, en los extremos, dieciocho (18) nuevos triángulos que se vuelven a superponer con sus similares invertidos. La operación se reitera mientras el dibujo lo permita y luego se borra todo el interior, permaneciendo sólo la línea exterior que adquiere la forma típica del cristal de nieve.

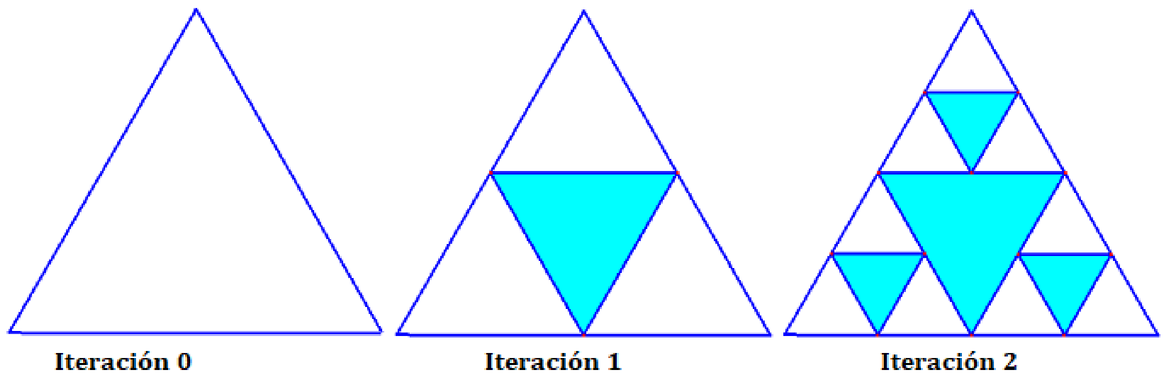


Tamiz de Sierpinski

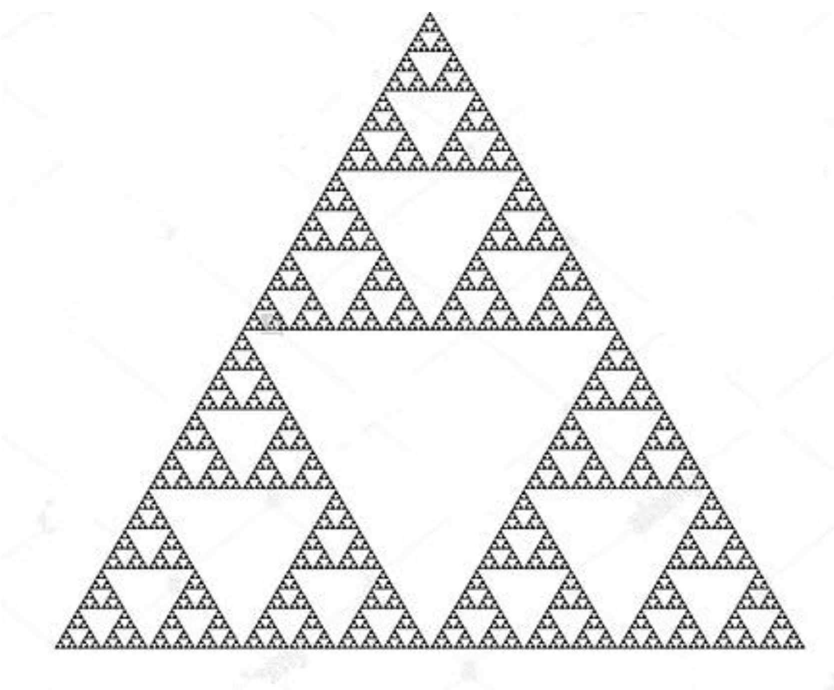
Otro prefractal muy conocido es el Tamiz de Sierpinski, cuyo patrón de generación es la inserción de un triángulo invertido dentro de otro, formando tres nuevos triángulos libres aparte del recién insertado.

Luego se insertan, en la siguiente iteración, tres nuevos triángulos invertidos dentro de los tres libres que se formaron. En la iteración 2 quedarán nueve triángulos libres más pequeños, donde vuelven a insertarse nuevos triángulos invertidos y así sucesivamente, hasta que ya no sea posible insertar más triángulos por la pequeñez del espacio disponible.

Se va formando la imagen de una alfombra o tamiz con figuras geométricas de triángulos, de una rara belleza. También se lo suele presentar con cuadrados inscriptos, pero el original de Sierpinski es el de triángulos.



La figura terminada o por lo menos la que se obtiene una vez completado el dibujo posible por indisponibilidad de espacio para proseguir, es la siguiente:

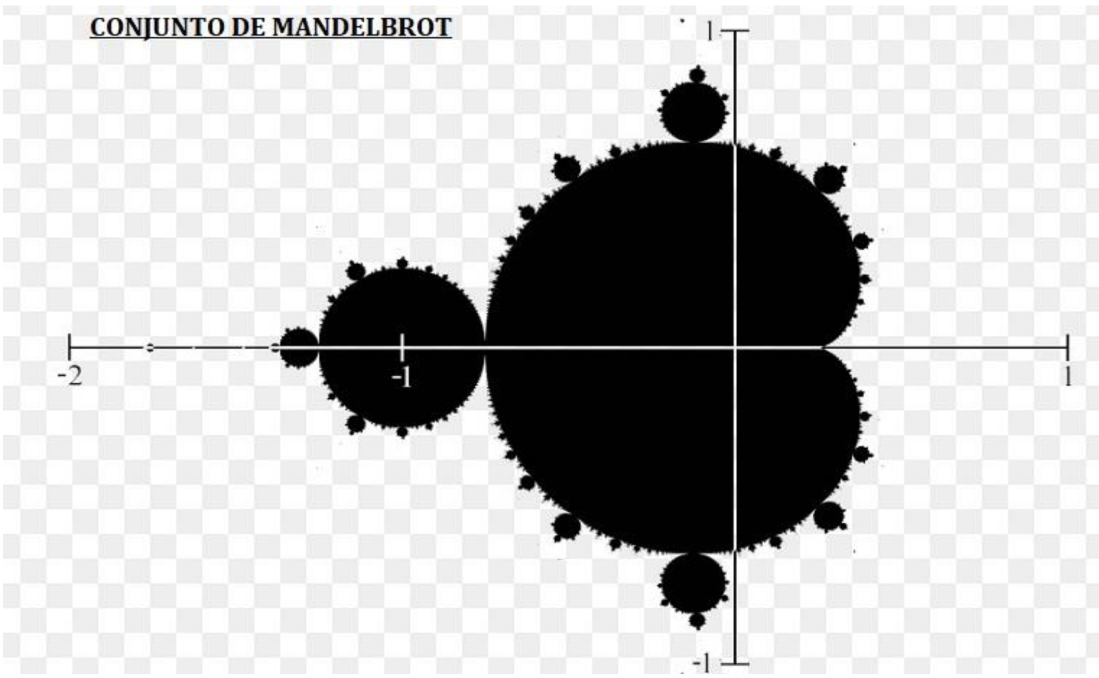


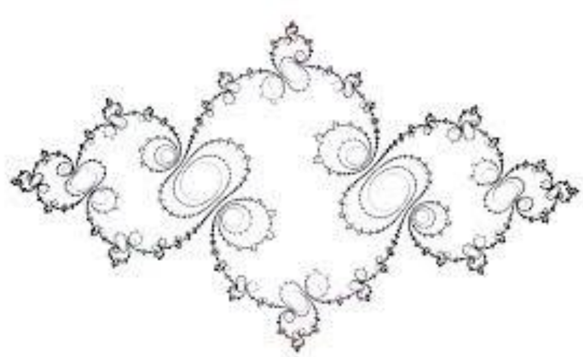
Debe tenerse en cuenta que esta figura consiste en una analogía fractal, pero no es estrictamente un conjunto fractal porque sólo se puede repetir un número finito de veces.

La imagen de Sierpinski solamente insinúa al fractal, pero no lo representa exactamente porque se necesitaría infinito detalle. Por eso crear un fractal es un proceso que nunca termina.

Utilizando los programas que ejecutan algoritmos iterativos se pueden lograr buenas representaciones prefractales.

Si esos mismos algoritmos recursivos se utilizan para la generación de conjuntos fractales, estos aparecen insinuados gráficamente como algunos de los más célebres, por ejemplo el Conjunto de Mandelbrot o el Conjunto de Julia:





CONJUNTO DE JULIA

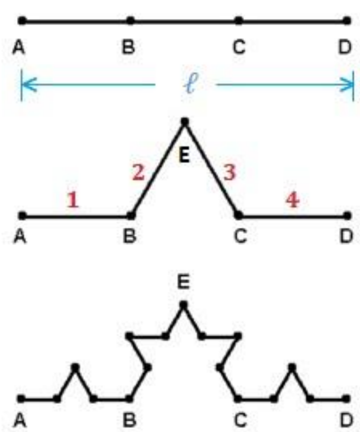
DIMENSIÓN FRACTAL

La dimensión fractal es el parámetro que caracteriza el grado de ocupación del plano por parte de cada curva fractal. Como ya se dijo, es el número que representa el grado de irregularidad o anfractuosidad de la línea fractal.

En general, se trata de números fraccionarios, que también se pueden expresar en forma decimal y entonces se obtiene algo así como, por ejemplo; [1,6].

También podría ocurrir que dos fractales distintos tuvieran la misma dimensión fractal.

Un buen ejemplo para definir el concepto de la dimensión fractal lo brinda la generación de la Curva de Koch, a saber:



Para construir la curva se divide cada lado [ℓ] en tres partes iguales, que son, inicialmente: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ y $\overline{CD}$. Si la longitud del lado [ℓ] se considera unitaria, entonces cada uno de estos segmentos medirá s= $\frac{1}{3}$

En la segunda generación, el lado [ℓ] se sustituye por cuatro (4) segmentos de longitud s = $\frac{1}{3}$; dos de ellos formando un ángulo como si fueran un triángulo sin base.

En la tercera generación, cada uno de estos cuatro segmentos se sustituyen a su vez por cuatro nuevos segmentos de s/3; o sea de longitud [$\ell = \frac{1}{9}$]; por lo tanto el lado queda dividido en 16 segmentos de longitud ℓ=$\frac{1}{9}$.

Queda claro que la longitud de la primera generación n = 1 es de $\frac{4}{3}$; para la segunda generación n = 2, se obtienen 16 segmentos de longitud 1/9.

Por lo tanto, con cada nueva generación hay [4^n] segmentos de longitud [$(\frac{1}{3})^n$]. Esto significa que la longitud total de la curva es {(4^n) x ($\frac{1}{3})^n$} = [$\frac{4}{3}]^n$

Si se define la dimensión fractal como D; en la primera generación resultará ser:

$$[4 \times (\frac{1}{3})^D] = 1$$

tomando logaritmos, miembro a miembro, resulta:

$$\lg[4 \times (\frac{1}{3})^D] = \lg 1$$

por lo tanto:

lg 4 – D lg 3 = 0

y, en definitiva:

$$\mathbf{D = \frac{lg\,4}{lg\,3}}$$

por lo tanto:

$$D = \frac{0{,}60205}{0{,}47712} = \underline{\mathbf{1{,}2618}}$$

Esta es la dimensión fractal de la Curva de Koch o cristal del copo de nieve. En general, puede decirse que la dimensión fractal de una línea recta es D = 1 y la de un plano es D = 2; por lo tanto, la conclusión es que la longitud fractal de la curva de Koch ocupa más lugar topológico que una recta, pero menos que un plano.

Por ejemplo, para el Tamiz de Sierpinski, la dimensión fractal resulta ser mayor, a tono con su mayor ocupación del plano, ya que es de **D = 1,585** porque en el cálculo queda:

$$D = \frac{\log 3}{\log 2} \approx 1{,}585$$

Como una curiosidad, el conjunto de Cantor o polvillo; posee una dimensión fractal **D = 0,6309**; lo que equivale a decir que ocupa menos espacio topológico que una recta cuya dimensión es D = 1. Esto es algo que se explica por la particular estructura del conjunto de Cantor, desgranada finalmente en pequeños puntos.

Tal como se demostró, la longitud total de la Curva de Koch es $L = [\frac{4}{3}]^n$; pero la curva es un prefractal, cuya máxima generación podría ser, a lo sumo: n = 5. En cambio, en un fractal pleno, donde la iteración debería ser infinita, resultaría ser $n = \infty$; y, por lo tanto, la longitud sería $L = \infty$.

¿Para qué sirven los fractales?

Además del aporte estético de la geometría fractal en la creación de formas novedosas y sugestivas, hay aplicaciones prácticas que tienen más relación con la ciencia y la tecnología.

En la extracción del petróleo se utilizan analogías fractales para estudiar anfractuosidades de la corteza terrestre en la ejecución de las perforaciones de los pozos petroleros.

En Química se utiliza el conocimiento de fractales para crear cristales dendríticos y hasta en la industria cinematográfica se los utiliza para crear formas irregulares extrañas, para no hablar de los software de compresión de imágenes digitales basados en la teoría fractal.

La geometría euclidiana es muy útil para efectuar mediciones pero no para observar la naturaleza, donde la mayoría de las formas son irregulares y no hay conos o esferas perfectas.

La morfología natural es casi lo opuesto de la geometría que estudiamos en la escuela, sus bordes son suaves e indefinidos, presenta autosimilaridad, no se puede medir con exactitud y, por último, la Naturaleza no exhibe diseños terminados sino que éstos se van conformando en el tiempo, como sucede con plantas y animales y hasta con un tramo de costa o una montaña, hay cambios genéticos o producidos por la sedimentación y la erosión, que modifican lentamente las formas vivas naturales.

H. B. 2021