Respuestas a los problemas complementarios

CAPÍTULO 1

1.16

$$\begin{aligned}\text{maximícese:}\quad & z = 28x_1 + 31x_2\\ \text{con la condición:}\quad & 3.5x_1 + 4x_2 \leq 50\\ \text{con:}\quad & \text{ambas variables no negativas}\end{aligned}$$

Nota: No son necesarias restricciones de entero para las variables, ya que los juegos parcialmente terminados pueden concluirse la siguiente semana.

1.17

$$\begin{aligned}\text{minimícese:}\quad & z = 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 6x_4 + 8x_5 + 8x_6\\ \text{con las condiciones:}\quad & 20x_1 + 30x_2 + 40x_3 + 40x_4 + 45x_5 + 30x_6 \geq 70\\ & 50x_1 + 30x_2 + 20x_3 + 25x_4 + 50x_5 + 20x_6 \geq 100\\ & 4x_1 + 9x_2 + 11x_3 + 10x_4 + 9x_5 + 10x_6 \geq 20\\ \text{con:}\quad & \text{todas las variables no negativas}\end{aligned}$$

Nota: Ya que el alimento F no es mejor que el alimento C, el cual es más barato, no se empleará alimento F en la mezcla óptima. Por tanto, puede simplificarse el programa sustituyendo $x_6 = 0$.

1.18

$$\begin{aligned}\text{maximícese:}\quad & z = 6x_1 + 4x_2 + 6x_3 + 8x_4\\ \text{con las condiciones:}\quad & 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 4x_4 \leq 480\\ & x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 \leq 400\\ & 2x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 \leq 400\\ & x_1 \geq 50\\ & x_2 + x_3 \geq 100\\ & x_4 \leq 25\\ \text{con:}\quad & \text{todas las variables no negativas}\end{aligned}$$

1.19

$$\begin{aligned}\text{minimícese:}\quad & z = 1.50x_1 + 0.75x_2 + 2.00x_3 + 1.75x_4 + 0.25x_5\\ \text{con las condiciones:}\quad & 0.2x_1 - 0.15x_2 + 0.8x_3 - 0.2x_4 - 0.2x_5 \geq 0\\ & 0.3x_1 - 0.1x_3 + 0.9x_4 - 0.1x_5 \geq 0\\ & -0.05x_1 + 0.15x_2 - 0.05x_3 - 0.05x_4 - 0.05x_5 \geq 0\\ & x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \geq 500\\ & x_1 \leq 200\\ & x_2 \leq 400\\ & x_3 \leq 100\\ & x_4 \leq 50\\ & x_5 \leq 800\\ \text{con:}\quad & \text{todas las variables no negativas}\end{aligned}$$

1.20

$$\begin{aligned}
\text{maximícese:}\quad & z = 20x_1 + 17x_2 + 15x_3 + 15x_4 + 10x_5 + 8x_6 + 5x_7 \\
\text{con las condiciones:}\quad & 145x_1 + 92x_2 + 70x_3 + 70x_4 + 84x_5 + 14x_6 + 47x_7 \le 250 \\
& x_i \le 1 \quad (i = 1, 2, \ldots, 7) \\
\text{con:}\quad & \text{todas las variables no negativas y enteras}
\end{aligned}$$

1.21 El costo de entregar un módulo de una fábrica a un fabricante es el costo de producción más el costo de embarque.

$$\begin{aligned}
\text{minimícese:}\quad & z = (1.10 + 0.11)x_{11} + (1.10 + 0.13)x_{12} + \cdots + (1.03 + 0.15)x_{34} \\
\text{con las condiciones:}\quad & x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} \le 7\,500 \\
& x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} \le 10\,000 \\
& x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} \le 8\,100 \\
& x_{11} + x_{21} + x_{31} = 4\,200 \\
& x_{12} + x_{22} + x_{32} = 8\,300 \\
& x_{13} + x_{23} + x_{33} = 6\,300 \\
& x_{14} + x_{24} + x_{34} = 2\,700 \\
\text{con:}\quad & \text{todas las variables no negativas y enteras}
\end{aligned}$$

1.22 Ya que el relleno es barato, no se empleará más carne de la necesaria en cada producto. Sean x_1, x_2 y x_3, respectivamente, el número de libras que se ha de preparar de

$$\begin{aligned}
\text{minimícese:}\quad & (200 - 0.2x_1 - 0.1x_3) + (800 - 0.5x_1 - 0.5x_2 - 0.4x_3) + (150 - 0.2x_2 - 0.3x_3) \\
\text{con las condiciones:}\quad & 0.2x_1 + 0.1x_3 \le 200 \\
& 0.5x_1 + 0.5x_2 + 0.4x_3 \le 800 \\
& 0.2x_2 + 0.3x_3 \le 150 \\
\text{con:}\quad & \text{todas las variables no negativas}
\end{aligned}$$

El objetivo es equivalente a

$$\text{maximícese:}\quad z = 0.7x_1 + 0.7x_2 + 0.8x_3$$

1.23

$$\begin{aligned}
\text{minimícese:}\quad & z = 145x_{11} + 122x_{12} + 130x_{13} + \cdots + 80x_{54} + 111x_{55} \\
\text{con las condiciones:}\quad & \sum_{i=1}^{5} x_{ij} = 1 \quad (j = 1, 2, 3, 4, 5) \\
& \sum_{j=1}^{5} x_{ij} = 1 \quad (i = 1, 2, 3, 4, 5) \\
\text{con:}\quad & \text{todas las variables no negativas y enteras}
\end{aligned}$$

1.24

$$\begin{aligned}
\text{minimícese:}\quad & z = 210\,000x_1 + 190\,000x_2 + 182\,000x_3 \\
\text{con las condiciones:}\quad & 40x_1 + 65x_2 \ge 1500 \\
& 35x_1 + 53x_3 \ge 1100 \\
& x_1 \le 30 \\
& x_2 \le 30 \\
& x_3 \le 30 \\
\text{con:}\quad & \text{todas las variables no negativas y enteras}
\end{aligned}$$

1.25

$$\begin{aligned}
\text{maximícese:}\quad & z = 250x_1 + (600 - x_2)x_2 \\
\text{con las condiciones:}\quad & 0.25x_1 + 0.40x_2 \le 500 \\
& 0.75x_1 + 0.60x_2 \le 1200 \\
\text{con:}\quad & \text{ambas variables no negativas}
\end{aligned}$$

1.26 La energía gravitacional potencial del sistema es (para un nivel de referencia adecuadamente seleccionado) proporcional a $a + b + c$ y esta energía es un mínimo en equilibrio.

CAPÍTULO 2

2.7 Háganse $x_2 = x_4 - x_5$ y $x_3 = x_6 - x_7$, con cada nueva variable no negativa. Multiplíquese la primera restricción por -1.

$$\mathbf{X} \equiv [x_1, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9]^T \qquad \mathbf{C} \equiv [2, -1, 1, 4, -4, 0, 0]^T$$

$$\mathbf{A} \equiv \begin{bmatrix} -5 & -2 & 2 & 3 & -3 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & 2 & 1 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{B} \equiv \begin{bmatrix} 7 \\ 8 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{X}_0 \equiv \begin{bmatrix} x_8 \\ x_9 \end{bmatrix}$$

2.8

$$\mathbf{X} \equiv [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5]^T \qquad \mathbf{C} \equiv [10, 11, 0, 0, 0]^T$$

$$\mathbf{A} \equiv \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 1 & 0 \\ 6 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{B} \equiv \begin{bmatrix} 150 \\ 200 \\ 175 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{X}_0 \equiv \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix}$$

2.9

$$\mathbf{X} \equiv [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8]^T \qquad \mathbf{C} \equiv [10, 11, 0, 0, 0, -M, -M, -M]^T$$

$$\mathbf{A} \equiv \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 6 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{B} \equiv \begin{bmatrix} 150 \\ 200 \\ 175 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{X}_0 \equiv \begin{bmatrix} x_6 \\ x_7 \\ x_8 \end{bmatrix}$$

2.10

$$\mathbf{X} \equiv [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8]^T \qquad \mathbf{C} \equiv [3, 2, 4, 6, 0, 0, M, M]^T$$

$$\mathbf{A} \equiv \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 7 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{B} \equiv \begin{bmatrix} 1000 \\ 1500 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{X}_0 \equiv \begin{bmatrix} x_7 \\ x_8 \end{bmatrix}$$

2.11

$$\mathbf{X} \equiv [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5]^T \qquad \mathbf{C} \equiv [6, 3, 4, M, M]^T$$

$$\mathbf{A} \equiv \begin{bmatrix} 1 & 6 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{B} \equiv \begin{bmatrix} 10 \\ 15 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{X}_0 \equiv \begin{bmatrix} x_4 \\ x_5 \end{bmatrix}$$

2.12 Hágase $x_4 = x_5 - x_6$, con cada nueva variable no negativa. Entonces x_3 y x_5 pueden usarse como parte de la solución inicial una vez que se ha dividido entre 2 a la segunda restricción.

$$\mathbf{X} \equiv [x_1, x_2, x_3, x_5, x_6, x_7]^T \qquad \mathbf{C} \equiv [7, 2, 3, 1, -1, -M]^T$$

$$\mathbf{A} \equiv \begin{bmatrix} 2 & 7 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 2.5 & 4 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{B} \equiv \begin{bmatrix} 7 \\ 5 \\ 11 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{X}_0 \equiv \begin{bmatrix} x_7 \\ x_5 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

2.13

$$\mathbf{X} \equiv [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}]^T \qquad \mathbf{C} \equiv [10, 2, -1, 0, 0, 0, 0, M, M, M]^T$$

$$\mathbf{A} \equiv \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{B} \equiv \begin{bmatrix} 50 \\ 10 \\ 30 \\ 7 \\ 60 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{X}_0 \equiv \begin{bmatrix} x_4 \\ x_8 \\ x_6 \\ x_9 \\ x_{10} \end{bmatrix}$$

CAPÍTULO 3

3.16 No; $[1, 2]^T$ no está sobre el *segmento línea* entre los otros dos puntos.

3.17
$$x_1\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix}+x_2\begin{bmatrix}2\\4\end{bmatrix}+x_3\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}+x_4\begin{bmatrix}0\\-1\end{bmatrix}+x_5\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3\\6\end{bmatrix}$$

3.18 (*b*) y (*c*) son soluciones factibles básicas; (*b*) es degenerada.

3.19
$$x_1\begin{bmatrix}1\\2\\-1\end{bmatrix}+x_2\begin{bmatrix}2\\1\\1\end{bmatrix}+x_3\begin{bmatrix}1\\0\\1\end{bmatrix}+x_4\begin{bmatrix}3\\3\\0\end{bmatrix}+x_5\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}+x_6\begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix}+x_7\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}9\\9\\0\end{bmatrix}$$

3.20 (*a*), (*c*) y (*d*) son soluciones factibles básicas, degeneradas.

3.21 Hágase que $f(\mathbf{X}) = \mathbf{c}^T x$ asuma su mínimo, m, en $\mathbf{P}_1$ y $\mathbf{P}_2$. Entonces, para $\beta_1 \geq 0$, $b_2 \geq 0$, $\beta_1 + \beta_2 = 1$,
$$f(\beta_1\mathbf{P}_1 + \beta_2\mathbf{P}_2) = \beta_1 f(\mathbf{P}_1) + \beta_2 f(\mathbf{P}_2) = \beta_1 m + \beta_2 m = m$$

3.22 Si el subconjunto fuera linealmente dependiente, entonces las constantes diferentes de cero que satisfacieron (3.1) para este conjunto también satisfarían (3.1) para todo el conjunto, tomando como cero a todas las constantes extra. Esto implicaría que el conjunto es linealmente dependiente, lo cual es falso.

3.23 En (3.1), tómese a la constante frente al vector cero como diferente de cero y a todas las otras constantes como cero.

CAPÍTULO 4

4.9 $x_1^* = \frac{5}{3}$, $x_2^* = \frac{2}{3}$; $z^* = \frac{7}{3}$

4.10 $x_1^* = \frac{9}{4}$, $x_2^* = \frac{3}{2}$; $z^* = \frac{51}{4}$

4.11 $x_1^* = \frac{16}{5}$, $x_2^* = \frac{13}{5}$; $z^* = \frac{42}{5}$

4.12 $x_1^* = 1285.7$, $x_2^* = 1857.1$; $z^* = -3142.8$

4.13 No existe solución factible.

4.14 $x_1^* = 0$, $x_2^* = 700$, $x_3^* = 500$, $x_4^* = 1000$, $x_5^* = 0$, $x_6^* = 0$; $z^* = 27\,600$. (Esta solución no solamente es degenerada, sino que incluye una variable artificial cero entre las variables básicas. Esto puede ocurrir cuando una o más de las restricciones es redundante. En este caso, la última restricción es la suma de las dos primeras restricciones menos la suma de las siguientes dos).

4.15 $x_1^* = 23.8095$, $x_2^* = 32.1429$; $z^* = 591.667$.

4.16 $x_1^* = 0$, $x_2^* = 423.077$, $x_3^* = 0$, $x_4^* = 153.846$; $z^* = 1769.23$.

4.17 No hay máximo.

4.18 $x_1^* = 6.66667$, $x_2^* = 0.555556$, $x_3^* = 0$; $z^* = 41.6667$.

4.19 $x_1^* = 30$, $x_2^* = 0$, $x_3^* = 30$; $z^* = 270$.

4.20 $x_1^* = 69\,090.9$ bbl, $x_2^* = 17\,272.7$ bbl, $x_3^* = 2272.73$ bbl, $x_4^* = 2727.27$ bbl; $z^* = \$235\,454$.

4.21 $x_1^* = 0.90909$ oz, $x_2^* = 1.81818$ oz, $x_3^* = x_4^* = x_5^* = x_6^* = 0$; $z^* = 7.27273$¢.

4.22 $x_1^* = 50$, $x_2^* = 0$, $x_3^* = 145$, $x_4^* = 10$; $z^* = \$1250$.

4.23 $x_1^* = 93.75$ gal, $x_2^* = 125$ gal, $x_3^* = 56.25$ gal, $x_4^* = 0$, $x_5^* = 225$ gal; $z^* = \$403.125$.