ANÁLISIS NUMÉRICO

RESOLUCIÓN EJERCICIOS TRABAJO PRÁCTICO N° 1 SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

Problema 1 - 1° caso

$$A := \begin{pmatrix} 0.7290 & 0.8100 & 0.9000 \\ 1.000 & 1.000 & 1.000 \\ 1.3310 & 1.2100 & 1.100 \end{pmatrix} \qquad B := \begin{pmatrix} 0.6867 \\ 0.8338 \\ 1.0000 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} \cdot B = \begin{pmatrix} 0.2245 \\ 0.2814 \\ 0.3279 \end{pmatrix}$$

Resolución por método directo

$$A1 := \begin{pmatrix} 0.73 & 0.81 & 0.90 \\ 1.00 & 1.00 & 1.00 \\ 1.33 & 1.21 & 1.10 \end{pmatrix} \qquad B1 := \begin{pmatrix} 0.69 \\ 0.83 \\ 1.00 \end{pmatrix}$$

$$\left(A^{-1}\right) \cdot (B1) = \begin{pmatrix} 0.79 \\ -0.86 \\ 0.91 \end{pmatrix}$$

Resolución por método directo aproximando a dos cifras decimales

Podemos decir comparando soluciones que son muy diferentes los resultados obtenidos.

$$\mathrm{normi}(A) \cdot \mathrm{normi}\left(A^{-1}\right) = 1467.433$$

Número de condición

Al calcular el número de condición da muy alejado del valor 1, está mal condicionado, eso explica esa enorme diferencia en los resultados.

Problema 1 – 2° caso

$$A^{-1} \cdot B = \begin{pmatrix} 15.4677 \\ -22.4839 \\ -13.5161 \end{pmatrix}$$

Resolución por método directo

$$A^{-1} \cdot B = \begin{pmatrix} 15.46 \\ -22.48 \\ -13.52 \end{pmatrix}$$

Resolución por método directo aproximando a dos cifras decimales

$$\mathrm{normi}(A) \cdot \mathrm{normi}\left(A^{-1}\right) = 59.496$$

Número de condición mucho más cercano a 1 que en el caso anterior, está relativamente bien condicionado.

Problema 2

$$A := \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

Matriz denominada tridiagonal

$$\text{normi}(A)\cdot\text{normi}\left(A^{-1}\right) = 2.7273$$

El número de condición es muy cercano al valor 1 por eso está bien condicionada.

Problema 3

$$\text{normi}(A)\cdot\text{normi}\left(A^{-1}\right) = 3.5556$$

El número de condición es cercano al valor, entones bien condicionada.

$$A^{-1}\cdot B = \begin{pmatrix} -0.11111 \\ -0.25926 \\ -0.92593 \end{pmatrix}$$

Solución por método directo

Solución por Jacobi

Paso	x1	x2	x3	E			
0	0	0	0				
1	-0,33333333	0	-0,8	0			
2	-0,06666667	-0,28333333	-0,86666667	0,26666667			
3	-0,13888889	-0,23333333	-0,92666667	0,05			
4	-0,10222222	-0,26638889	-0,92111111	0,03666667			
5	-0,11509259	-0,25583333	-0,927	0,01055556			
6	-0,10961111	-0,26052315	-0,92535185	0,00548148			
							-0,10961111
		Solución paso 6				X(6)	-0,26052315
							-0,92535185

0,005481481 Grado de precisión

Problema 4

$$A^{-1} \cdot B = \begin{pmatrix} 0.31818 \\ 2.04545 \\ 2.54545 \end{pmatrix}$$

Solución por método directo

$$\mathrm{normi}(A) \cdot \mathrm{normi}\left(A^{-1}\right) = 4.1667$$

Está bien condicionado

X(6)	0,32359331
	2,04101382
	2,54960908

0,00039061 Grado de precisión

Resultado obtenido por Jacobi hasta el paso 6

Problema 5

X(6)	-0,11108988
	-0,25923664
	-0,92591263

-5,59574E-05 Grado de precisión

Resultado obtenido por Gauss Seidel, paso 6 del ejercicio 3

X(6)	0,3184284
	2,04520862
	2,54535604

0,001442964 Grado de precisión

Resultado obtenido por Gauss Seidel, paso 6 del ejercicio 4

Podemos ver que Gauss Seidel tiene una más rápida convergencia a la solución exacta respecto a Jacobi

Problema 6

$$\mathrm{normi}(A) \cdot \mathrm{normi}\left(A^{-1}\right) = 179.3324$$

Se aleja bastante del valor 1, podemos decir que no está bien condicionado.

$$A^{-1} \cdot B = \begin{pmatrix} -2.46867 \\ 0.3165 \\ 2.95396 \end{pmatrix}$$

Solución por método directo

X(6)	-2,40436509 0,29133569 2,91724868

Solución en paso 6 por Jacobi

0,030065826

Grado de precisión

X(6)	-2,46707566 0,31627277 2,95359295

Solución en el paso 6 por Gauss Seidel

0,001220174

Grado de precisión con este método

Se observa mejor grado de precisión en el mismo número de pasos por Gauss Seidel

Problema 7

$$A^{-1} \cdot B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Solución por método directo

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 8 & 3 \\ 1 & 1 & 7 \\ 9 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

La matriz no es dominante en su diagonal principal, no cumple el criterio

Al resolver por Jacobi 3 pasos:

X(3)	722 698 746

Con un grado de precisión de 834 que aumentó en cada paso, entonces podemos decir que no converge a la solución exacta.

Si permutamos filas, el sistema no se afecta y logramos que cumpla con el criterio:

$$\begin{cases} 9x_1 + x_2 + x_3 = 11 \\ x_1 + 8x_2 + x_3 = 10 \\ x_1 + x_2 + 7x_3 = 9 \end{cases}$$

Ahora por Gauss Seidel con 6 pasos la respuesta sería:

X(6)	1,000000 0,999999 0,999999

5,61657E-07	Grado de precisión

Las operaciones que se pueden realizar son aquellas que no alteren el sistema, permutar filas, permutar columnas (con cuidado porque cambian el orden de las variables) sumarle a una fila un múltiplo de otra.

Problema 8

Permutando filas quedaría:

$$\begin{cases} 3.1\,x_1 - 0.1x_2 - 0.2\,x_3 \;=\; 7.85 \\ 0.1\,x_1 + 7.0\,x_2 - 0.3\,x_3 \;= -19.30 \\ 0.3\,x_1 - 0.2\,x_2 - 10.0\,x_3 \;= 71.40 \end{cases}$$

Con lo cual nos aseguramos que cumpla el criterio.

$$A^{-1} \cdot B = \begin{pmatrix} 2.04597 \\ -3.08709 \\ -7.01688 \end{pmatrix}$$

Esta es la solución por método directo

X(3)

2,04600325
-3,08708164
-7,01687827

Solución en el paso 3 por Gauss Seidel

Grado de precisión:

-0,000307757 Menor que 0,001