

Trabajo Práctico N° 1

Relaciones y funciones

1) Identifica en los siguientes casos los conjuntos dados y menciona en lo posible todos sus elementos o al menos menciona algunos, señala si se trata de conjuntos finitos, infinitos o vacíos. Justifica tus respuestas.

$$A = \{x/x \in \mathbb{N} \text{ y } x = 5\}$$

$$B = \{x/x \in \mathbb{Z} \text{ y } x < -2\}$$

$$C = \mathbb{Z}$$

$$D = \{x/x \in \mathbb{Z} \text{ y } |x| \leq 4\}$$

$$E = \{x/x \in \mathbb{N} \text{ y } x \leq 3\}$$

$$F = \{x/x \in \mathbb{N} \text{ y } x < -6\}$$

2) Considera los conjuntos del ejercicio anterior. Analiza las posibles relaciones y concluye respecto a su validez en la casilla correspondiente:

$3 \in B$		$0 \in D$		$-4 \notin C$		$A \subset B$	
$D \not\subset A$		$D \subset E$		$0 \in Z$		$4 \subset D$	

3) Siendo los conjuntos $A = \{1, 3, 5, 7\}$ y $B = \{2, 4, 6\}$, determina:

a) El conjunto $\mathcal{P}(A)$, por extensión

b) El cardinal de $\mathcal{P}(B)$

4) Considera los conjuntos del punto 1, para determinar por extensión los siguientes conjuntos:

a) $A \cap B$

b) $B \cap Z$

c) $C \cup B$

d) $D \cap E$

e) $C \cap D$

5) Siendo $A \cup B \cup C = \{x: x \in \mathbb{N}, 1 \leq x \leq 9\}$, $A \cap B = \{3, 7\}$, $A \cap C = \{6, 7\}$, $B \cap C = \{5, 7\}$ y

$A \cup B = \{x: x \in \mathbb{N}, 1 \leq x \leq 7\}$, determina el conjunto C por comprensión.

6) Considera los conjuntos $A = \{x: x \in \mathbb{N}, x^2 - 25 < 0\}$ y $B = \{x: x \in \mathbb{Z}, |x| \leq 5\}$, determina por diagramas de Euler los conjuntos: $A - B$ y $B - A$.

7) Sean los conjuntos $A = \{x: x \in \mathbb{N}, x \text{ es múltiplo de } 6 \text{ y menor que } 18\}$ y $B = \{x: x \in \mathbb{N}, x \text{ es divisor de } 6\}$. Determina por extensión:

a) $A \cap B$

b) $A - (A \cup B)$

c) $A - (B \cap A)$

d) $(B - A) \cup A$

8) Siendo el conjunto referencial $E = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ y los conjuntos $A = \{a, b, c, d\}$ y $B = \{c, d, e, f, g\}$, determina por extensión:

a) A'

b) $(B' \cup A)$

c) $(A \cap B)'$

d) $A' \cap (B' \cap A)$

9) La comisión directiva de un club pretende hacer un relevamiento sobre la cantidad de socios que practican deportes. De una encuesta realizada se obtuvo la siguiente información sobre los 720 socios:

Practican patinaje	Juegan al básquet	Realizan ambos deportes	No realizan deportes
440	No se conoce	160	95

- Dibuja un diagrama con toda la información.
- ¿Cuántos socios juegan al básquet?
- ¿Cuántos socios practican solamente patinaje?

10) Un grupo de 40 alumnos de primer año de la carrera de Ingeniería estudian para presentar sus exámenes. Se indica a continuación:

- 26 estudian Química
- 18 estudian Álgebra
- 20 estudian Cálculo
- 13 estudian Química y Álgebra
- 8 estudian Álgebra y Cálculo
- 10 estudian Cálculo y Química
- 4 estudian las tres asignaturas

- ¿Cuántos de ellos no estudian para ninguna de las tres asignaturas?
- ¿Cuántos de ellos estudian únicamente Química?
- ¿Cuántos están estudiando Química y Álgebra, pero no Cálculo?

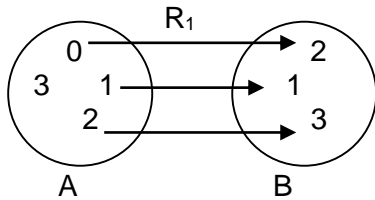
11) Si $A = \{x: x \in \mathbb{Z}, x^2 - 16 = 0\}$ y $B = \{x: x \in \mathbb{N}, -2 \leq x \leq 5\}$, determina:

- El conjunto $A \times B$, por extensión
- El conjunto $B \times A$, por diagrama de flechas
- El conjunto $A \times A$, por diagrama cartesiano

12) Marca la respuesta correcta:

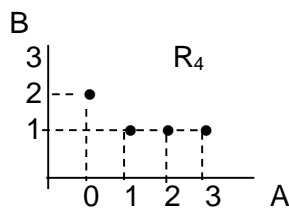
- Si $A = \{x: x \in \mathbb{Z}, x^2 + 4 = 0\}$ y $B = \{x: x \in \mathbb{R}, 2(x-3) = 2\}$ entonces:
 a) $(4, -4) \in A \times B$ b) $(-4, 3) \in A \times B$ c) $A \times B \neq \{\}$ d) $A \times B = \{\}$
- Si $A \times B = \{(b,2), (b,3), (b,4)\}$, es falso que:
 a) $(b, 2) \in A \times B$ b) $\{(b, 2)\} \in A \times B$ c) $(b, 3) \in A \times B$ d) $\emptyset \subset A \times B$
- Si $A = \{x: x \in \mathbb{N}, x^2 - 25 = 0\}$ y $B = \{x: x \in \mathbb{Z}, -3 \leq x < 3\}$ entonces:
 a) $A \times B$ tiene 12 elementos b) $A \times B = \{\}$ c) $A \times B = B \times A$ d) $A \times B$ tiene 6 elementos
- Si $A \times B = \{(a,2), (a,3), (a,4), (a,5), (a,6)\}$, entonces:
 a) $A = \{a\}$ y $B = \{2,3,4,5,6\}$ b) $B = \{a\}$ y $A = \{2,3,4,5,6\}$ c) $A = \emptyset$ y $B = \emptyset$ d) $A = B$
- Si $A = \{x: x \in \mathbb{Z}, x^2 + 16 = 0\}$ y $B = \{x: x \in \mathbb{N}, -2 \leq x \leq 5\}$ entonces:
 a) $A \times B = \{\}$ b) $A \times B$ tiene 5 elementos c) $A \times B \neq B \times A$ d) $A \times B$ tiene 10 elementos

13) Sean los conjuntos $A = \{0, 1, 2, 3\}$ y $B = \{1, 2, 3\}$ y las siguientes relaciones definidas de A en B:



$$R_2 = \{(x,y) : (x,y) \in A \times B, x > y\}$$

$$R_3 = \{(x,y) : (x,y) \in A \times B, x = y\}$$

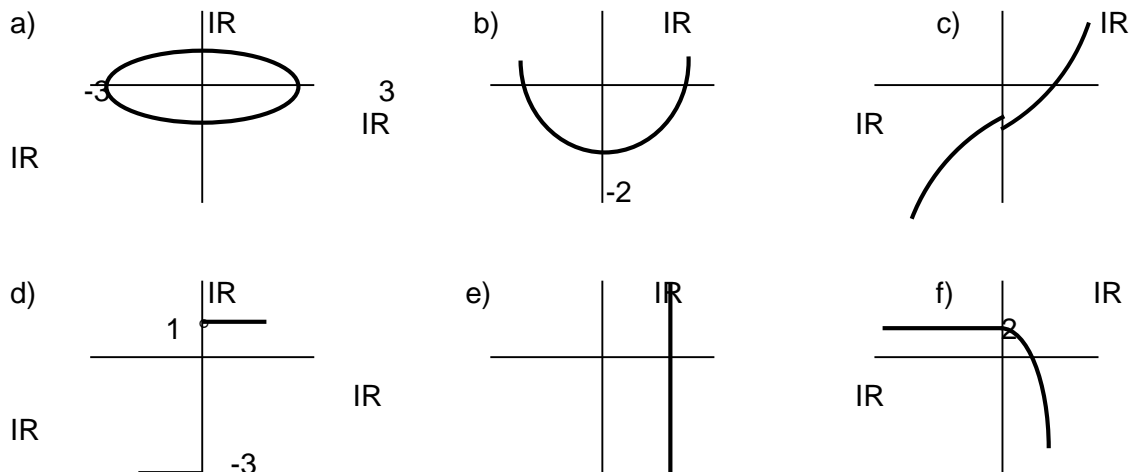


$$R_5 = \{(0,1), (1,2), (2,3), (0,2)\}$$

$$R_6 = \{(0,2), (1,1), (2,2), (3,1)\}$$

- a) Determina cuáles de las relaciones dadas es una función de A en B.
b) Indica en el caso en que sea función, el conjunto dominio y el conjunto imagen.

14) Reconoce en las siguientes gráficas las relaciones que son funciones reales. En caso afirmativo indicar el conjunto imagen de las mismas.



15) Sea $A = \{-3, -2, -1, 0\}$. Se define la función de A en A, dada por la fórmula

$$f(x) = \begin{cases} x - 2, & x = 0 \text{ ó } x = -1 \\ x + 2, & x = -3 \text{ ó } x = -2 \end{cases}$$

- a) Expresa la función por extensión.
b) Confecciona el diagrama de flechas.

16) Representa cada una de las siguientes funciones en un sistema de coordenadas cartesianas:

- a) $f_1: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ dada por $f_1(x) = 2x + 4$ b) $f_2:]-3, \infty[\rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f_2(x) = \ln(x+3)$
c) $f_3: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f_3(x) = x^3 - 1$ d) $f_4: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ dada por $f_4(x) = 4^x$
e) $f_5: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f_5(x) = 2x + 4$ f) $f_6: \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$ dada por $f_6(x) = \cos(x)$

$$g) f_7: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ dada por } f_7(x) = \begin{cases} x + 3, & x > 4 \\ x^2 - 1, & x \leq 4 \end{cases}$$