

UNIVERSIDAD DE MENDOZA -- FACULTAD DE INGENIERÍA

Trabajo Práctico N°2

ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS DE SEGUNDO ORDEN

Objetivo

- ✓ Resolver las ecuaciones diferenciales atendiendo a su estructura
- ✓ Resolver problemas físicos utilizando ecuaciones diferenciales adecuadas

Aportes

Se necesitarán conocimientos de los siguientes espacios curriculares

- ✓ Cálculo I
- ✓ Física I

Se realizarán aportes a los siguientes espacios curriculares

- ✓ Cálculo IV
- ✓ Análisis de Circuitos I
- ✓ Electrotecnia Aplicada
- ✓ Electrotecnia Industrial

Ejercicio N° 1

La variación instantánea de la aceleración respecto del tiempo es proporcional a la velocidad al cuadrado. Plantear la ecuación diferencial de segundo orden correspondiente.

Ejercicio N° 2 Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales homogéneas y en caso de tener condiciones iniciales hallar la solución particular

$$a) y'' + 6y' - 7y = 0 \quad \begin{cases} y(0) = 1 \\ y'(0) = 10 \end{cases}$$

$$b) y'' + 4y' + 4y = 0 \quad \begin{cases} y(0) = 3 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$$

$$c) y'' + 2y' = 0$$

$$d) y'' - 4y = 0 \quad \begin{cases} y(0) = 1 \\ y'(0) = -2 \end{cases}$$

$$e) y'' + 9y = 0 \quad \begin{cases} y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$$

$$f) y'' - 4y' + 13y = 0$$

Ejercicio N° 3

Hallar la solución de las siguientes ecuaciones diferenciales utilizando el método adecuado analizando $R(x)$

$$a) y'' + 4y' + 9y = x^2 + 3x$$

$$b) y'' - 4y' = x + 2$$

$$c) y'' - 2y' - 3y = 7e^{2x}$$

$$d) y'' - y' - 2y = 3e^{2x}$$

$$e) y'' - 2y' + 1y = 2e^x$$

$$f) y'' - 2y' - 3y = 2 \cdot \text{sen} x$$

$$g) y'' + 4y = 4 \cdot \text{sec } 2x$$

$$h) y'' - 2y' + y = x \cdot \ln x$$

$$i) y'' + 2y' + 3y = \frac{e^{-x}}{x}$$

Ejercicio n°4. Una fuerza de 400 N estira un resorte con un peso de 50 kg que se sujeta en el extremo del resorte y se lo suelta de la posición de equilibrio con una velocidad hacia arriba de 10m/seg. Halle la ecuación del movimiento

Ejercicio n°5. Resuelva e interprete el problema de valor inicial siguiente

$$\begin{cases} \frac{d^2x}{dt^2} + 16x = 0 \\ \left. \begin{aligned} x(0) &= 10 \\ \frac{dx}{dt} \Big|_{t=0} &= 0 \end{aligned} \right\} \end{cases}$$

Ejercicio n°6.

La posición y la aceleración, en función del tiempo, de una masa puntual moviéndose unidimensionalmente, vienen relacionadas por la ecuación diferencial

$$x(t) + a(t) - \text{tg } t = 0 \quad (\text{unidades mks})$$

Determinar la ecuación del movimiento (posición en función del tiempo) de la partícula si la misma parte del origen con una velocidad de 3 m/s.

Ejercicio nº7

Consideremos un circuito eléctrico serie RLC alimentado por una fuerza electromotriz $E(t)$. La ecuación diferencial que rige el modelo es:

$$Lq''(t) + Rq' + \frac{1}{C}q = E(t)$$

También derivando se obtiene:

Se pide:

- Deducir la ecuación principal que permitió obtener estas ecuaciones diferenciales. Enuncie que leyes son utilizadas.
- Analice los siguientes casos particulares y realice conclusiones al respecto.
 - ✓ $R=0,02 \Omega$, $L=0,001 \text{ Hy}$ y $C=2 \text{ F}$, $E(t)=100 \sin(100t)$, corriente y carga inicial del capacitor nula.
 - ✓ $R=120 \Omega$, $L=4 \text{ Hy}$ y $C=2 \text{ F}$, $E(t)=10\cos(2t)$, corriente y carga inicial del capacitor nula.

Autoevaluación

Ejercicio nº 1:

Hallar la solución general de las siguientes ecuaciones diferenciales ordinarias de segundo orden homogéneas

- $y''+y'-12y=0$
- $y''-4y'+4y=0$
- $y''+4y=0$
- $y''-4y'+13y=0$
- $y''+3y'+=0$

Ejercicio nº 2:

¿Cuál será las soluciones que cumpla con las condiciones iniciales dadas?

- $y''+25y=10y'$ $y(0)=2$ $y'(0)=1$
- $y''+y'-2y=0$ $y(0)=2$ $y'(0)=0$
- $4y''+25y=12y'$ $y(0)=1$ $y'(0)=2$
- $y''+36y=0$ $y(0)=2$ $y'(\pi/2)=4$

Ejercicio nº 3:

Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales por el método de los coeficientes indeterminados.

- a. $y''+5y'+4y=2x-1$
- b. $y''-5y'=2x+3$
- c. $y''-2y'+5y=3e^{2x}$
- d. $y''-16y=e^{4x}$
- e. $y''-2y'-8y=3\cos 2x$

Ejercicio nº 4: Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales por el método de variación de parámetros.

- a. $y''+y'=3\cos 3x$
- b. $y''+3y'+2y=3+4e^x$
- c. $x''+x=\sec t$

Para pensar.....

Consideremos un circuito eléctrico serie RLC alimentado por una fuerza electromotriz $E(t)$. La ecuación diferencial que rige el modelo es:

$$Lq''(t) + Rq' + \frac{1}{C}q = E(t)$$

También derivando se obtiene:

$$LI''(t) + RI' + \frac{1}{C}I = E'(t)$$

Se pide:

- c. Deducir la ecuación principal que permitió obtener estas ecuaciones diferenciales. Enuncie que leyes son utilizadas.
- d. Analice los siguientes casos particulares y realice conclusiones al respecto.
 - ✓ $R=0,02 \Omega$, $L=0,001 \text{ Hy}$ y $C=2 \text{ F}$, $E(t)=100 \sin(100t)$, corriente y carga inicial del capacitor nula.
 - ✓ $R=120 \Omega$, $L=4 \text{ Hy}$ y $C=2 \text{ F}$, $E(t)=10\cos(2t)$, corriente y carga inicial del capacitor nula.