ANÁLISIS NUMÉRICO

Sistemas de Ecuaciones Lineales

Dra. Ana María Nuñez - ana.nunez@um.edu.ar

Ustedes saben de sistemas de ecuaciones lineales!!

Han visto resoluciones matriciales a través del Método de Gauss, Método de Gauss Jordan, Metodo de Cramer, Método de Doolittle, etc.

A estos métodos se los denomina DIRECTOS, pero tienen algunas limitaciones.

Por eso, en esta unidad vamos a ver que alternativas hay, dependiendo del problema a resolver.

Iniciamos con un breve repaso de algunos conceptos.

Hay distas formas de representar a los Sistemas de Ecuaciones Lineales, por ejemplo:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

Forma convencional

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}$$

A . X = B

Forma matricial

$$x_1 \cdot \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \vdots \\ a_{m1} \end{pmatrix} + x_2 \cdot \begin{pmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \vdots \\ a_{m2} \end{pmatrix} + \dots + x_n \cdot \begin{pmatrix} a_{1n} \\ a_{2n} \\ \vdots \\ a_{mn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}$$

Forma vectorial

Ahora bien, porqué decimos que el método de resolución depende del problema …

Consideren estos dos sistemas de ecuaciones lineales:

(a)

$$\begin{cases} 0.7290x + 0.8100y + 0.9000z = 0.6867 \\ 1.000x + 1.000y + 1.000z = 0.8338 \\ 1.3310x + 1.2100y + 1.1000z = 1.0000 \end{cases}$$

(b)

$$\begin{cases} 1x + 1y - 1z = 6.5 \\ 6.875x + 2.25y + 4z = 1.6875 \\ -2.5x - 3y + 2z = 1.75 \end{cases}$$

Resuelva ambos sistemas de ecuaciones lineales con calculadora y siguiendo las instrucciones siguientes

1- Resuelva tal cual está dado cada sistema

2- Aproxime a dos cifras decimales ambos sistemas y resuelva nuevamente

3- Compare las soluciones obtenidas al resolver el sistema como estaba y al haber aproximado a dos cifras decimales. ¿Qué puede decir al respecto?

Seria bueno que lo resuelvan en papel porque será el primer ejercicio del Trabajo práctico de esta unidad.

¿Qué resultados obtuvieron? Estos obtuve yo ..

	(a)	(b)
1	$\begin{pmatrix} 0.22456 \\ 0.28136 \\ 0.32789 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 15.4677 \\ -22.4839 \\ -13.5161 \end{pmatrix}$
2	$\begin{pmatrix} 0.78 \\ -0.84 \\ 0.89 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 15.4581 \\ -22.479 \\ -13.521 \end{pmatrix}$
3	¿Qué podemos decir?	¿Qué podemos decir?

¿Qué podemos decir?

Al resolver el sistema como estaba y luego al aproximarlo a dos cifras decimales se observa que:

En el caso (a) los resultados son muy distintos, en cambio en el caso (b) los resultados son similares.

Estamos trabajando con un sistema de orden 3, que hubiera pasado con un sistema de orden mucho mayor … !!

¿Cuál es la explicación entonces?

¿Cuál es la explicación entonces?

Hemos realizado pequeñas modificaciones en los datos de entrada y observamos que en uno de los casos los datos de salida son totalmente diferentes.

Esto está asociado con el condicionamiento del sistema, que es el condicionamiento del problema que originó el sistema y a su vez, está relacionado con la estabilidad de las soluciones.

Esta es la conceptualización del tema:

Condicionamiento

Estabilidad de la solución

Un SEL está bien planteado si, a pequeñas perturbaciones en los datos de entrada, corresponden pequeñas modificaciones en la solución.

En cambio, si a pequeñas modificaciones en los datos de entrada, corresponden grandes alteraciones en la solución, el sistema está mal planteado.

Bajo este concepto, la matriz asociada al SEL está bien condicionada o mal condicionada, según el SEL esté o no bien planteado

ENTONCES …

Bajo el concepto que acabamos de formalizar se puede decir que:

El sistema dado en (a) es un sistema mal planteado o bien su matriz asociada está mal condicionada, en cambio, el sistema dado en (b) está relativamente bien planteado, su matriz asociada está bien condicionada, la solución en este caso es estable.

¿Podemos averiguar de antemano esto?
¿Hay alguna explicación de porqué sucede esto?

Condicionamiento

Estabilidad de la solución

Porqué sucede esto, por algo muy sencillo, al resolver un sistema por métodos directos, se realiza un elevado número de cálculos, cada uno de estos cálculos va propagando un error que termina derivando en estos resultados inestables.

Si se puede averiguar de antemano si un sistema posee matriz bien o mal condicionada, al menos relativamente.

¿Cómo analizamos el condicionamiento en un SEL dado A.X = B …?

Calculando lo que se denomina:

Número de condición

Pequeños cambios relativos en A y en B producen pequeñas modificaciones relativas en la solución si:

$$\mu = \|A\| . \|A^{-1}\|$$

Número de condición

Más cerca de 1

Mejor condicionado el sistema

Retomamos los dos ejemplos anteriores

(a) $$A = \begin{pmatrix} 0.7290 & 0.8100 & 0.9000 \\ 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 \\ 1.3310 & 1.2100 & 1.1000 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 0.6867 \\ 0.8338 \\ 1.0000 \end{pmatrix}$$

(b) $$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 6.875 & 2.25 & 4 \\ -2.5 & -3 & 2 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 6.5 \\ 1.6875 \\ 75 \end{pmatrix}$$

Estas son las matrices asociadas a los sistemas anteriores, deben calcular el número de condición en cada caso y debe corresponderse con la respuesta que dimos en el diapositiva 10.

Este análisis está también en el práctico.

¿Qué pasó, no recordamos cómo se calcula una norma matricial?

Les aconsejo usar la norma infinito o la norma unidad, ustedes deciden cuál pero en ambos casos la misma, les recuerdo la ecuación de cada una de ellas, las estudiamos en Algebra lineal el año pasado …

norma matricial uno

$$\|A\|_1 = máximo\left\{\sum_{i=1}^{n}\left|a_{ij}\right| \ (j = 1,2,\ldots,m)\right\}$$

(Suma de filas o renglones)

norma matricial infinito

$$\|A\|_\infty = máximo\left\{\sum_{j=1}^{m}\left|a_{ij}\right| \ (i = 1,2,\ldots,n)\right\}$$

(Suma de columnas)

Condicionamiento

Estabilidad de la solución

Ahora les toca trabajar a ustedes con el problema 2 del Trabajo práctico.

Pueden hacer consultas por el chat de la cátedra.

Veamos ahora, una alternativa a los métodos directos, que logra menor propagación de errores de cálculo son:

Métodos iterativos de resolución de SEL

Son métodos aproximados de resolución de sistemas de ecuaciones lineales, poseen un número de cálculos fijos, por ello minimiza la propagación de errores.

¿Qué tan aproximada será la solución? eso lo define el que resuelve!!

Métodos iterativos de resolución de SEL

Dado un SEL

$\rightarrow$ ***A.x =B*** $\longrightarrow$ **Solución aproximada**

Cómo se genera una

Se parte de proponer una "Solución inicial" $x^{(0)}$ que no necesita ser solución factible del sistema y, a partir de ella, se genera una sucesión de vectores solución $x^{(1)}, x^{(2)}, \ldots, x^{(m)}$

Si las condiciones lo permiten, esta sucesión de vectores solución, converge a la solución exacta.

Métodos iterativos de resolución de SEL

Para que la sucesión de vectores solución:

$x^{(0)}, x^{(1)}, \ldots, x^{(m)}$ $\longrightarrow$ **Converja a la solución exacta**

$$x^{(0)} = \begin{pmatrix} x_1^{(0)} \\ x_2^{(0)} \\ \ldots \\ \ldots \\ x_n^{(0)} \end{pmatrix} \qquad x^{(1)} = \begin{pmatrix} x_1^{(1)} \\ x_2^{(1)} \\ \ldots \\ \ldots \\ x_n^{(1)} \end{pmatrix} \qquad \cdots \qquad x^{(m)} = \begin{pmatrix} x_1^{(n)} \\ x_2^{(n)} \\ \ldots \\ \ldots \\ x_n^{(m)} \end{pmatrix}$$

Cada variable x_i debe ser una sucesión de números reales convergente

Métodos iterativos de resolución de SEL

Para cada variable x_i *hay una sucesión real:*

$$\left(x_1^{(0)} \quad x_1^{(1)} \quad \ldots \quad x_1^{(n)}\right) \qquad \left(x_2^{(0)} \quad x_2^{(1)} \quad \ldots \quad x_2^{(n)}\right) \qquad \cdots \qquad \left(x_i^{(0)} \quad x_i^{(1)} \quad \ldots \quad x_i^{(n)}\right)$$

Entonces:

$$\left(x_i^{(0)} \quad x_i^{(1)} \quad \ldots \quad x_i^{(n)}\right) \Longrightarrow$$

Cada sucesión debe ser **Sucesión convergente**

$$\left|x_i^{(k)} - x_i^{(k-1)}\right| \rightarrow 0$$

$$\left\|x^{(k)} - x^{(k-1)}\right\| \rightarrow 0 \quad \Longrightarrow \quad \left\|x^{(k)} - x^{(k-1)}\right\| \langle \ \varepsilon$$

Métodos iterativos de resolución de SEL

$$\left| x_i^{(k)} - x_i^{(k-1)} \right| \to 0$$

La distancia entre dos elementos de la sucesión real, tiende a cero.

$$\left\| x^{(k)} - x^{(k-1)} \right\| \to 0$$

La distancia entre dos vectores de la sucesión, tiende a cero.

$$\left\| x^{(k)} - x^{(k-1)} \right\| \langle \ \varepsilon$$

La distancia entre dos vectores de la sucesión, es menor a un determinado valor ε que a su vez tiende a cero.

Grado de precisión

Ese valor ε se denomina así y define cuánto quiero aproximarme a la solución exacta.

Métodos iterativos de resolución de SEL

Hasta ahora no hemos dicho cómo son estos métodos iterativos, solamente hemos conceptualizado ciertas características de ellos.

Veamos ahora las condiciones iniciales para su aplicación:

Dado un sistema: **A.x =B** $\longrightarrow$

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

Debe verificar que:

$$\boxed{\begin{array}{c} A \in M_{nxn} \\ a_{ii} \neq 0 \end{array}} \longrightarrow$$

Matriz asociada cuadrada

Elementos de la diagonal principal no nulos

Métodos iterativos de resolución de SEL

Consideramos el sistema $A.x = B$

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

Debemos:

- ✓ **Despejar x_1 de la primera ecuación, x_2 de la segunda, …, x_n de la enésima ecuación.**

$$\boxed{x_i = \frac{1}{a_{ii}}\left[b_{i} - a_{i1}x_1 - a_{i2}x_2 - \ldots - a_{in}x_n\right]}$$

Métodos iterativos de resolución de SEL

Por ejemplo:

$$\begin{cases} 3x - y + z = -1 \\ -x + 4y - z = 0 \\ x + 2y - 5z = 4 \end{cases}$$

Les conviene hacerlo en papel, también será ejercicio del práctico

Despejamos:

$$x = \frac{1}{3}(-1 + y - z)$$

$$y = \frac{1}{4}(0 + x + z)$$

$$z = -\frac{1}{5}(4 - x - 2y)$$

Despejamos x de la 1era ecuación, y de la 2da., z de la 3era.

Como vemos no hemos realizado ningún cálculo, sólo es otro modo de expresar el sistema.

Métodos iterativos de resolución de SEL

- ✓ **Ahora debemos proponer una solución inicial, que puede ser**

$$X^{(0)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Como podemos observar, esta solución no es factible si el sistema no es homogéneo, sin embargo, servirá para iniciar la sucesión de vectores solución.

Utilizaremos este vector inicial en el ejemplo anterior para obtener un nuevo vector solución, pero antes …

Métodos iterativos de resolución de SEL

Vamos a ver de qué modo se procede con uno de los métodos iterativos que veremos en esta unidad.

Método de Jacobi

Para obtener cada nuevo vector solución se utilizan todos los valores de las variables x_i del paso anterior

En símbolos:

$$\boxed{x_i^{(k)} = \frac{1}{a_{ii}}\left[b_{i-}a_{i1}x_1^{(k-1)} - a_{i2}x_2^{(k-1)} - \ldots - a_{in}x_n^{(k-1)}\right]}$$

Métodos iterativos de resolución de SEL

En el ejemplo anterior reemplazamos x, y, z por los valores del vector inicial:

$$X^{(0)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{x = \frac{1}{3}(-1 + y - z)} \longrightarrow \boldsymbol{x = \frac{1}{3}(-1 + 0 - 0)} \longrightarrow \boldsymbol{x = -\frac{1}{3}}$$

$$\boldsymbol{y = \frac{1}{4}(0 + x + z)} \longrightarrow \boldsymbol{y = \frac{1}{4}(0 + 0 + 0)} \longrightarrow \boldsymbol{y = 0}$$

$$\boldsymbol{z = -\frac{1}{5}(4 - x - 2\,y)} \longrightarrow \boldsymbol{z = -\frac{1}{5}(4 - 0 - 2\,.\,0)} \longrightarrow \boldsymbol{z = -\frac{4}{5}}$$

Encontramos otro vector solución, que se supone mejor que el anterior.

Métodos iterativos de resolución de SEL

Ya tenemos dos vectores solución:

$$X^{(0)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad X^{(1)} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} \\ 0 \\ -\frac{4}{5} \end{pmatrix}$$

Así sucesivamente vamos reemplazando x, y, z por los valores del vector anterior:

$$X^{(2)} = \begin{pmatrix} -{}^{1}/_{15} \\ -{}^{17}/_{60} \\ -{}^{13}/_{15} \end{pmatrix}$$

¿Estará bien? Revísalo

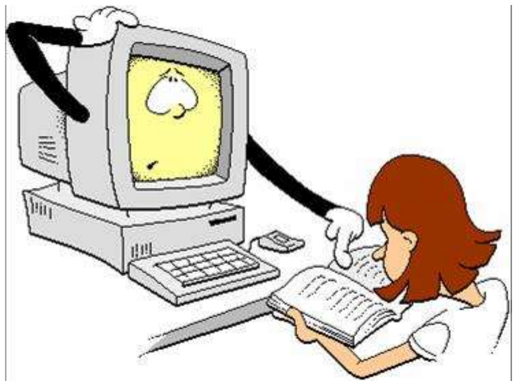
Te toca seguir calculando hasta el vector $\boldsymbol{X}^{(\mathbf{6})}$

Métodos iterativos de resolución de SEL

Método de Jacobi

Ahora les toca trabajar a ustedes con el problema 4 del Trabajo práctico.

Pueden hacer consultas por el chat de la cátedra.



Métodos iterativos de resolución de SEL

Veamos cuál es y como procede el otro método iterativo que veremos en esta unidad.

Método de Gauss Seidel

En este método, para obtener un nuevo vector solución se utilizan los valores de las x_i que va obteniendo en el mismo paso.

En símbolos:

$$\boxed{x_i^{(k)} = \frac{1}{a_{ii}}\left[b_{i-}a_{i1}x_1^{(k)} - a_{i2}x_2^{(k)} - \ldots - a_{i\,i-1}x_{i-1}^{(k)} - a_{i\,i+1}x_{i+1}^{(k-1)} - \ldots - a_{in}x_n^{(k-1)}\right]}$$

Métodos iterativos de resolución de SEL

Retomamos el ejemplo anterior reemplazamos por los valores del vector inicial en la variable x:

$$X^{(0)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$x = \frac{1}{3}(-1 + y - z) \longrightarrow x = \frac{1}{3}(-1 + 0 - 0) \longrightarrow x = -\frac{1}{3}$$

Para calcular el valor de la variable y reemplazo a x por el valor que acabamos de obtener, pero a z por el valor del paso inicial.

$$y = \frac{1}{4}(0 + x + z) \longrightarrow y = \frac{1}{4}\left(0 + \left(-\frac{1}{3}\right) + 0\right) \longrightarrow y = -\frac{1}{12}$$

Para calcular el valor de la variable z reemplazo x e y por los valores que acabamos de obtener.

$$z = -\frac{1}{5}(4 - x - 2y) \rightarrow z = -\frac{1}{5}\left(4 - \left(-\frac{1}{3}\right) - 2\left(-\frac{1}{12}\right)\right) \rightarrow z = -\frac{9}{10}$$

Métodos iterativos de resolución de SEL

Vamos un paso más!! Buscamos el vector de paso 2:

$$X^{(1)} = \begin{pmatrix} -1/3 \\ -1/12 \\ -9/10 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{x = \frac{1}{3}(-1 + y - z)} \longrightarrow x = \frac{1}{3}\left(-1 + \left(-\frac{1}{12}\right) - \left(-9/10\right)\right) \rightarrow \boldsymbol{x = -\frac{11}{180}}$$

Para calcular el valor de la variable y reemplazo a x por el valor que acabamos de obtener, pero a z por el valor del paso inicial.

$$\boldsymbol{y = \frac{1}{4}(0 + x + z)} \longrightarrow y = \frac{1}{4}\left(0 + \left(-\frac{11}{180}\right) + \left(-9/10\right)\right) \rightarrow \boldsymbol{y = -\frac{173}{720}}$$

Para calcular el valor de la variable z reemplazo a x e y por los valores que acabamos de obtener.

$$\boldsymbol{z = -\frac{1}{5}(4 - x - 2y)} \rightarrow z = -\frac{1}{5}\left(4 - \left(-\frac{11}{180}\right) - 2\left(-\frac{173}{720}\right)\right) \rightarrow \boldsymbol{z = -\frac{109}{120}}$$

Métodos iterativos de resolución de SEL

En este caso ya tenemos dos vectores solución:

$$X^{(0)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad X^{(1)} = \begin{pmatrix} -\,^{1}/_{3} \\ -\,^{1}/_{12} \\ -\,^{9}/_{10} \end{pmatrix} \qquad X^{(2)} = \begin{pmatrix} -\,^{11}/_{180} \\ -\,^{173}/_{720} \\ -\,^{109}/_{120} \end{pmatrix}$$

Así sucesivamente!!! Te toca seguir calculando hasta el vector $\boldsymbol{X}^{(6)}$

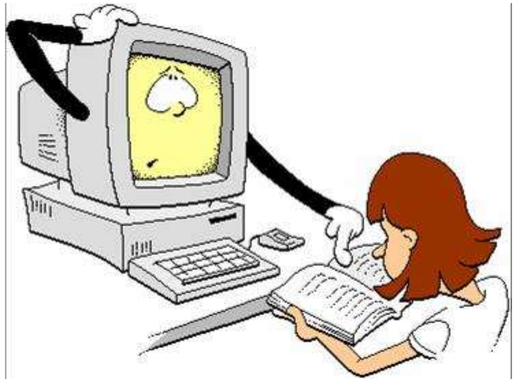
Si expresamos a los valores como decimales, en lugar de su representación fraccionaria, podríamos observar la cercanía de los valores, mientras más se avanza en los pasos más cerca está un vector de otro …

Métodos iterativos de resolución de SEL

Método de Gauss Seidel

Ahora les toca trabajar a ustedes con el problema 5 del Trabajo práctico.

Pueden hacer consultas por el chat de la cátedra.



Métodos iterativos de resolución de SEL

Nos queda responder dos preguntas:

- ¿Hasta cuando debe trabajar?
- ¿Siempre puedo aplicar estos métodos?

<u>Aclaración:</u> estos métodos no están pensados para resolver un sistema de orden 3, están orientados para calcular soluciones a sistemas de gran magnitud, orden 50 en adelante, es decir para trabajar con un elevado número de datos, esto es justamente lo que sucede en la labor del ingeniero.

Para poder comprenderlos mejor, se enseña con sistemas de orden bajo.

Métodos iterativos de resolución de SEL

- ***¿Hasta cuando debemos trabajar?***

En cada paso se puede calcular la distancia entre los vectores:

$$\left\| x^{(k)} - x^{(k-1)} \right\| \to 0$$

La norma más utilizada es la norma infinito, se obtiene como el máximo valor de las diferencias en valor absoluto.

$$\| X^{k} - X^{k-1} \|\infty = máx\left\{ \left| x_i^{(k)} - x_i^{(k-1)} \right| \; para\, todo\, x_i \right\}$$

Métodos iterativos de resolución de SEL

➢ ***¿Hasta cuando debemos trabajar?***

Calculamos en cada paso la distancia entre los vectores solución, a través de la norma infinito por ejemplo, pero se puede usar otra, hasta llegar a un valor respetando el determinado como ε , “grado de precisión”, aunque algunos textos lo denominan error.

$$\left\| X^{k} - X^{k-1} \right\|_{\infty} < \varepsilon$$

Veamos en nuestro ejemplo como sería, mostramos los resultados en tablas que son muy útiles en estos procesos …

Métodos iterativos de resolución de SEL

Estos son los valores de la resolución por método de Jacobi.

	x	y	z	Grado de precisión
Paso 0	0	0	0	
Paso 1	-0,333333	0	-0,80000	0,80000
Paso 2	-0,06667	-0,28333	-0,86667	0,28333
Paso 3				
Paso 4				
Paso 5				
Paso 6				

Los valores están expresados en forma decimal

En esta tabla cada fila muestra el vector solución, en la última columna se ha calculado el grado de precisión, recuerden que hago las restas y escojo la mayor de esas diferencias pero en valor absoluto.

Deben continuar hasta el paso 6, verán cómo disminuye esa distancia entre vectores.

Métodos iterativos de resolución de SEL

Grado de precisión (error)

Ahora les toca trabajar a ustedes con el problema 6 del Trabajo práctico.

Pueden hacer consultas por el chat de la cátedra.

Métodos iterativos de resolución de SEL

- ***¿Siempre puedo aplicar estos métodos iterativos?***

Existe un criterio que permite averiguar esto, sin embargo, es solamente un criterio de suficiencia, esto quiere decir que es suficiente con que un sistema lo verifique para que los vectores solución converjan a la solución exacta, pero no es necesario, por lo cual es posible que no se verifique pero que si sea convergente.

Veamos cuál es ese criterio …

Métodos iterativos de resolución de SEL

Criterio de convergencia para los métodos de Jacobi y Gauss Seidel

A.x =B ⇨

$$|a_{ii}| \geq \sum_{i=1}^{n} |a_{ij}| \qquad (\forall i = 1,2,\ldots,n)$$

$$(j = 1,2,\ldots,n)$$

Lo simbólico me está indicando que en cada fila, el valor absoluto del coeficiente de la diagonal principal, es mayor o igual a la suma de los valores absolutos de los demás coeficientes de la fila.

Esto significa que la matriz asociada A es matriz dominante en su diagonal principal

Métodos iterativos de resolución de SEL

Criterio de convergencia

En el ejemplo que venimos trabajando:

$$\begin{cases} 3x - y + z = -1 \\ -x + 4y - z = 0 \\ x + 2y - 5z = 4 \end{cases}$$

$$|3| \geq |-1| + |1| \quad Primera\,fila \qquad |4| \geq |-1| + |-1| \quad Segunda fila$$

$$|-5| \geq |1| + |2| \quad Tercera\,fila$$

Cumple con el criterio de convergencia, la matriz asociada A es dominante en su diagonal principal. Entonces converge.

La convergencia se observa en el cálculo de la distancia entre vectores solución, si va disminuyendo converge, si no disminuye no converge.

Métodos iterativos de resolución de SEL

Criterio de convergencia

Les toca trabajar con este ejemplo a ustedes, también está en el práctico.

¿Cumple el criterio?
Resuelva por Jacobi y concluya si converge o no.
¿Qué modificaciones harían para que si cumpla con el criterio?

$$\begin{cases} x_1 + 8x_2 + x_3 & = & 10 \\ x_1 + x_2 + 7x_3 & = & 9 \\ 9x_1 + x_2 + x_3 & = & 11 \end{cases}$$

Ayuda: Si es posible, se pueden aplicar operaciones entre filas que resulten en una matriz dominante en su diagonal principal.

Métodos iterativos de resolución de SEL

Ahora les toca trabajar a ustedes con los problemas 6 y 7 del Trabajo práctico.

Pueden hacer consultas por el chat de la cátedra en la primera o en la segunda clase virtual, según como avancemos con el tiempo.

SEGUNDA CLASE VIRTUAL

En esta clase, el 1° de abril, nos dedicaremos a terminar los ejercicios de la parte 1 del Trabajo práctico y, abordaremos la parte 2 del mismo, para lo cual vamos a trabajar con planilla Excel.

Tendrán otro documento de apoyo para esta clase virtual.

Cuestiones importantes:

❖ Conocer la estabilidad de un sistema de ecuaciones lineales es necesario, porque en los trabajos de ingeniería se suelen utilizan valores que poseen un orden de magnitud que puede ser de 10^{-10} o de 10^{-20} o similar, entonces hay momentos en los que hay que tomar una decisión de cuántas cifras decimales vamos a utilizar, ya vieron ustedes lo que ocasiona la propagación de errores en los cálculos en la solución de un sistema.

❖ Los métodos iterativos para resolver SEL son útiles porque minimizan la propagación de errores de cálculo; se pueden programar fácilmente, son muy útiles en el momento de resolver sistemas de elevado orden (50 o más).

Cuestiones importantes:

❖ Hemos trabajado con sistemas de orden bajo, orden 3 o 4, pero ha sido simplemente para que se comprendan los procedimientos, considerando que solamente así, podrán a futuro programar correctamente, ya sea en Excel o en algún lenguaje de programación específico.

❖ El grado de precisión, o error como denominan algunos textos, me permite establecer cuánto necesito aproximarme a la solución exacta, la cual en muy raras oportunidades podremos conocer. Esta aproximación dependerá a qué problema está asociado el SEL.

Esta unidad n°1 abarcó dos clases virtuales, si quedaron ejercicios pendientes deben resolverlos, ´pueden consultarme por mail si lo desean. Las próximas dos clases trabajarán con el Ing, Artal.

FINALIZAMOS LA UNIDAD DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES !!!!!