λ = tasa media de llegadas (número de llegadas por unidad de tiempo)

$1/\lambda$ = tiempo medio entre llegadas

μ = tasa media de servicio (número de unidades servidas por unidad de tiempo cuando el servidor está ocupado)

$1/\mu$ = tiempo medio requerido para prestar el servicio

ρ = factor de utilización del sistema (proporción de tiempo que el sistema está ocupado)

P_n = probabilidad de que **n** unidades se encuentren en el sistema

L_q = número medio de unidades en la cola (longitud de la cola)

L_s = número medio de unidades en el sistema

W_q = tiempo medio de espera en la cola

W_s = tiempo medio de espera en el sistema

$\bar{\lambda}$ = Tasa promedio de llegadas de clientes dentro de las instalaciones de servicio

$W_s(t)$ = Probabilidad de que un cliente permanezca más de t unidades de tiempo en el sistema

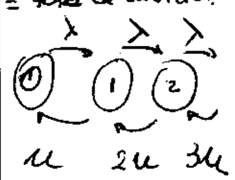
$W_q(t)$ = Probabilidad de que un cliente permanezca más de t unidades de tiempo en la cola

M/1
infinita
mitada
ido

Modelo de Colas Sencillo

Para un sólo servidor (**s = 1**)	Para servidores múltiples (**s >1**)
$\rho = \lambda / \mu$	$\rho = \lambda / (s.\mu)$
$P_0 = 1 - \rho$	$P_0 = 1 / \{[\sum_{n=0}^{s-1}(\lambda/\mu)^n / n!] + \frac{(\lambda/\mu)^s}{s!(1-\rho)}\}$
$P_n = P_0\, \rho^n$ $\bar{\lambda} = \lambda$	$P_n = P_0\,[(\lambda/\mu)^n / n!]$ para $\mathbf{0 \le n \le s}$ $P_n = P_0\,[(\lambda/\mu)^n / (s!\,.\,s^{n-s})]$ para $\mathbf{n \ge s}$ $\bar{\lambda} = \lambda$
$L_q = \lambda^2 / [\mu\,.\,(\mu - \lambda)] = \rho\, L_s$	$L_q = [P_0\,.\,(\lambda/\mu)^s\,.\,\rho] / [s!\,(1-\rho)^2]$
$L_s = \lambda / (\mu - \lambda)$	$L_s = L_q + (\lambda/\mu)$
$W_q = \lambda / [\mu\,.\,(\mu - \lambda)] = L_q / \lambda$	$W_q = L_q / \lambda$
$W_s = 1 / (\mu - \lambda) = L_s / \lambda$	$W_s = W_q + (1/\mu)$
$W_s(t) = e^{-t/W_s}$ $(t \ge 0)$	$W_s(t) = e^{-\mu.t}\left\{1 + \frac{(s.\rho)^s\,.\,p_0.(1 - e^{-\mu t(s-1-s.\rho)})}{s!\,(1-\rho)\,(s-1-s.\rho)}\right\}$
$W_q(t) = \rho\,.\,e^{-t/W_s}$ $(t \ge 0)$	$W_q(t) = \frac{(s\rho)^s\,p_0}{s!\,(1-\rho)}\,.\,e^{-s\mu t(1-\rho)}$

M2
M/M/M
(1 sola fila q' alimenta múltiples canales de servicio con = tasa de servicio)



...d3 –
...de
...nfinita,
...itada
...servidor
... de
...
...e

Mod. 4
Fuente infinita,
cola limitada
y varios servidores.

Modelo Básico con una Cola Finita (Nro. de clientes $\leq$ M)

Para un sólo servidor (s = 1)	Para servidores múltiples (s >1)
$\rho = \lambda / \mu$	$\rho = \lambda / (s.\mu)$
$P_0 = \dfrac{1-\rho}{1-\rho^{M+1}}$ Si $\rho \neq 1$ $P_0 = \dfrac{1}{M+1}$ Si $\rho = 1$	$P_0 = 1 / \{[\sum_{n=0}^{s} (\lambda/\mu)^n / n!] + \dfrac{(\lambda/\mu)^s}{s!} \sum_{n=s+1}^{M} \rho^{n-s}\}$ Para cualquier valor de ρ
$P_n = P_0 \rho^n$ para $\mathbf{0 \leq n \leq M}$ $\bar{\lambda} = \lambda (1 - P_M)$	$P_n = \dfrac{(\lambda/\mu)^n}{n!} P_0$ para $\mathbf{0 \leq n \leq s}$ $P_n = \dfrac{(\lambda/\mu)^n}{s!\, s^{n-s}} P_0$ para $\mathbf{s \leq n \leq M}$ $P_n = 0$ para $\mathbf{n > M}$ $\bar{\lambda} = \lambda (1 - P_M)$
$L_s = \dfrac{\rho}{1-\rho} - \dfrac{(M+1)\rho^{M+1}}{1-\rho^{M+1}}$ Si $\rho \neq 1$ $L_s = M/2$ Si $\rho = 1$	$L_s = [\sum_{n=0}^{s-1} n P_n] + L_q + s(1 - \sum_{n=0}^{s-1} P_n)$
$L_q = L_s - 1 + P_0$	$L_q = P_0 \dfrac{(\lambda/\mu)^s \rho}{s!(1-\rho)^2} [1 - \rho^{M-s} - (M-s)\rho^{M-s}(1-\rho)]$
$W_s = L_s / [\lambda(1 - P_0 \rho^M)]$	$W_s = L_s / [\lambda(1 - P_0 \rho^M)]$
$W_q = L_q / [\lambda(1 - P_0 \rho^M)]$	$W_q = L_q / [\lambda(1 - P_0 \rho^M)]$

Modelo Básico con una Fuente de Entrada Limitada

M5

Fuente finita, la limitada sólo servidor.

Para un sólo servidor (**s = 1**)	Para servidores múltiples (**s >1**)
$\rho = \lambda / \mu$	$\rho = \lambda / (s.\ \mu)$
$P_0 = 1 / \sum_{n=0}^{M} [\frac{M!}{(M-n)!} \rho^n]$	$P_0 = 1 / \{\sum_{n=0}^{s-1} [\frac{M!\ (\lambda/\mu)^n}{(M-n)!\ n!}] + \sum_{n=s}^{M} [\frac{M!\ (\lambda/\mu)^n}{(M-n)!\ s!\ s^{n-s}}]\}$
$P_n = \frac{M!\ \rho^n}{(M-n)!} P_0$ para $\mathbf{0 \le n \le M}$ $P_n = 0$ para $\mathbf{n > M}$ $\bar{\lambda} = \lambda\,(M - L_S) = \mu\ (1 - P_0)$	$P_n = \frac{M!\ (\lambda/\mu)^n}{(M-n)!\ n!} P_0$ para $\mathbf{0 \le n \le s}$ $P_n = \frac{M!\ (\lambda/\mu)^n}{(M-n)!\ s!\ s^{n-s}} P_0$ para $\mathbf{s \le n \le M}$ $P_n = 0$ para $\mathbf{n > M}$ $\bar{\lambda} = \lambda\,(M - L_S)$
$L_q = M - \left[\frac{(\lambda + \mu)}{\lambda} (1 - P_0)\right]$	$L_q = \sum_{n=s}^{M} (n - s)\, P_n$
$L_s = L_q + 1 - P_0$	$L_s = [\sum_{n=0}^{s-1} n\, P_n] + L_q + s\,(1 - \sum_{n=0}^{s-1} P_n)$
$W_q = L_q / [\mu\,(1 - P_0)]$	$W_q = L_q / [\lambda\,(M - L_s)]$
$W_s = L_s / [\mu\,(1 - P_0)]$	$W_s = L_s / [\lambda\,(M - L_s)]$

M6

Fuente finita

cola limitada

Varios servidores

Otros Modelos de Colas

Un solo servidor (**s** = 1) con entrada tipo Poisson y cualquier distribución del tiempo de servicio	Un solo servidor (**s** = 1) con entrada tipo Poisson y tiempos de servicio constantes ($\Rightarrow$ varianza $\sigma^2 = 0$)
$\rho = \lambda / \mu$	$\rho = \lambda / \mu$
$P_0 = 1 - \rho$	$P_0 = 1 - \rho$
$P_n = P_0\, \rho^n$	$P_n = P_0\, \rho^n$
$L_q = \frac{\lambda^2 \sigma^2 + \rho^2}{2\,(1 - \rho)}$	$L_q = \frac{\rho^2}{2\,(1 - \rho)}$
$L_s = L_q + \rho$	$L_s = L_q + \rho$
$W_q = L_q / \lambda$	$W_q = L_q / \lambda$
$W_s = L_s / \lambda = W_q + 1/\mu$	$W_s = L_s / \lambda = W_q + 1/\mu$