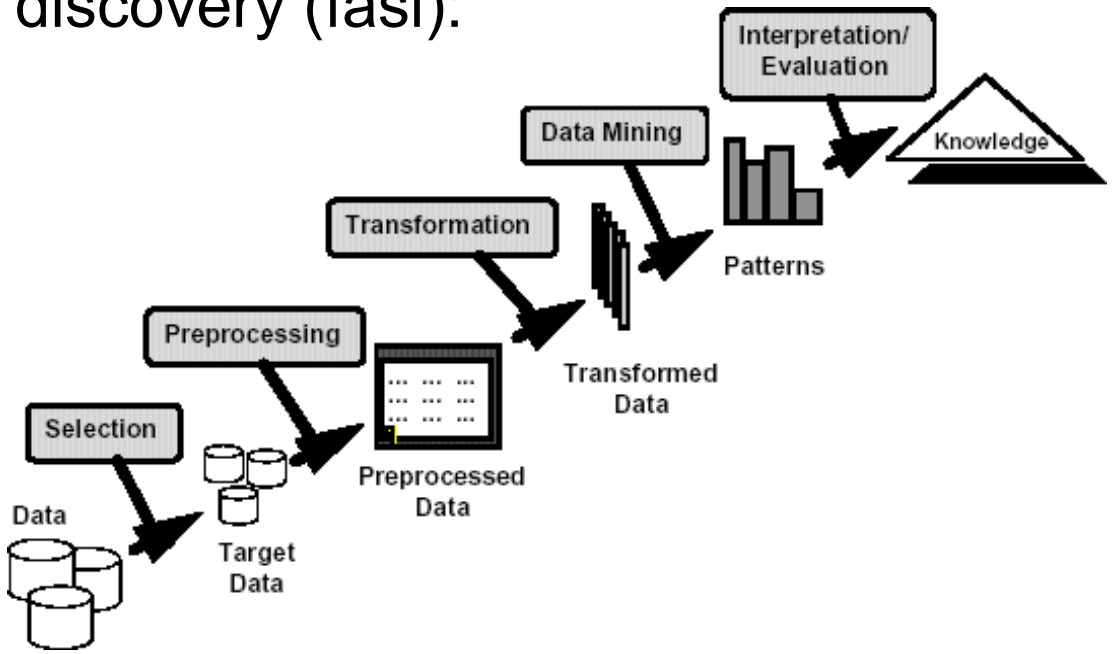
Comprendere e preparare i dati

Cosa è il Data Mining?

- Alcune definizioni
  - ✓ Estrazione complessa di informazioni implicite, precedentemente sconosciute e potenzialmente utili dai dati.
  - ✓ Esplorazione e analisi, per mezzo di sistemi automatici e semi-automatici, di grandi quantità di dati al fine di scoprire **pattern** significativi

✓ Knowledge discovery (fasi):



Tipi di dati

Cosa sono i dati?

- Nelle applicazioni di data mining i dati sono composti da collezioni di ***oggetti*** descritti da un insieme di attributi
  - ✓ Sinonimi di oggetto sono record, punto, caso, esempio, entità, istanza, elemento

Attributi

Tid	Refund	Marital Status	Taxable Income	Cheat
1	Yes	Single	125K	No
2	No	Married	100K	No
3	No	Single	70K	No
4	Yes	Married	120K	No
5	No	Divorced	95K	Yes
6	No	Married	60K	No
7	Yes	Divorced	220K	No
8	No	Single	85K	Yes
9	No	Married	75K	No
10	No	Single	90K	Yes

Oggetti

- Un ***attributo*** è una proprietà o una caratteristica di un oggetto
  - ✓ Sinonimi di attributo sono: variabile, campo, caratteristica

Tipi diAttributi

- Diversi tipi di attributi
  - **Nominali**
    - Esempi: ID, colore degli occhi, codici zip
  - **Ordinali**
    - Esempi: rankings (e.g., sapore delle patatine in una scala 1-10), grades, altezza ∈ {alto, medio, basso}
  - **di Intervallo**
    - Esempi: date, temperature in gradi Celsius o Fahrenheit.
  - **di Rapporto**
    - Esempi: temperature in Kelvin, Lunghezze, tempo, conteggi

Tipi di attributi

- E' indispensabile conoscere le proprietà degli attributi per svolgere con essi operazioni e ricerche sensate
  - ✓ Un impiegato è descritto da un ID e dall'età, ma non ha senso calcolare l'ID medio degli impiegati!
- Il tipo dell'attributo ci dice quali proprietà dell'attributo sono riflesse nel valore che usiamo come misura
- Un modo semplice per caratterizzare i vari tipi di attributi si basa sul ***tipo di operatore*** che ha senso applicare ai valori che esso assume:
  - ✓ Diversità =, ≠
  - ✓ Ordinamento <, ≤, >, ≥
  - ✓ Additività +, -
  - ✓ Moltiplicatività *, /
- Si determinano così 4 tipi di dati: **nominali, ordinali, intervalli**, e **rapporti**

Tipi di attributi

	Tipo	Descrizione	Esempi	Operationi
Categorici Qualitativi	Nominale	Nomi diversi dei valori. Possiamo solo distinguerli	Sesso, colore degli occhi, codici postali, ID	Moda, correlazione
	Ordinale	I valori ci consentono di ordinare gli oggetti in base al valore dell'attributo	Voto, Durezza di un minerale	Mediana, percentile
Numerici Quantitativi	di Intervallo	La differenza tra i valori ha un significa-to, ossia esiste una unità di misura	Date, temperatura in Celsius e Fahrenheit	Media, varianza
	di Rapporto	Il rapporto tra i valori ha un significato	Età, massa, lunghezza, quantità di denaro, temperatura espressa in Kelvin	Media geometrica, media armonica

Tipi di attributi

	Tipo	Transformazione	Commenti
Categorici Qualitativi	Nominale	Permutazione (o sostituzione) di valori	Se un codice fiscalie viene sostituito con un nuovo valore nulla cambia.
	Ordinale	L'ordinamento deve essere preservato, i.e., *new_value = f(old_value)* con *f* funzione monotona	Un attributo di tipo enumerato può essere sostituito con valori numerici .
Numerici Quantitativi	Intervallo	*new_value = a * old_value + b* con a e b are costanti	Ad esempio, Una misura di temperature in gradi Celsius possono essere trasformati in gradi Fahrenheit e viceversa
	Rapporto	*new_value = a * old_value*	La lunghezza può essere misurati in metri o in piedi (feet).

Tipi di attributi

- Media (aritmetica) $M_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$
- Media geometrica $M_g = \sqrt[n]{\prod_{u=1}^{n} x_i}$
- Media armonica $M_a = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{x_i}}$
- D = {1,2,3,4} $M_n = 2,5$ $M_g = 2,21$ $M_a = 1,92$

Tipi di attributi: altre classificazioni

- **Binari**, **discreti** e **continui**
  - ✓ Un attributo discreto ha un numero finito o un insieme infinito numerabile di valori normalmente rappresentati mediante interi o etichette
  - ✓ Un attributo continuo assume valori reali
  - ✓ Gli attributi nominali e ordinali sono tipicamente discreti o binari, mentre quelli di intervallo e di rapporto sono continui
- **Attributi asimmetrici**: hanno rilevanza solo le istanze che assumono valori diversi da zero:
  - ✓ Es. Consideriamo i record relativi agli studenti: in cui ogni attributo rappresenta un corso dell'Ateneo che può essere seguito (1) o meno (0) dallo studente. Visto che gli studenti seguono una frazione molto ridotta dei corsi dell'Ateneo se si comparassero le scelte degli studenti sulla base di tutti i valori degli attributi il loro comportamento apparirebbe molto simile.

Significatività delle operazioni

- Le operazioni considerate dovrebbero essere significative per il tipo di dati disponibili
  - **Distinguibilità, ordinamento, significatività degli intervalli** e **significatività dei rapporti** sono solo quattro proprietà dei dati
  - I tipi di dati considerati, spesso numeri o stringhe, potrebbe non catturare tutte le proprietà o suggerire proprietà non presenti
  - L'analisi può dipendere da queste altre proprietà dei dati
    - Molte analisi statistiche dipendono solo dalla distribuzione
  - Molte volte ciò che è significativo è misurato dalla rilevanza statistica
  - Altre volte ciò che è significativo è misurato dal dominio.

Tipi di dati

- **Record**
  - Tabelle,
  - Matrici
  - Documenti
  - Transazioni
- **Grafi**
  - RDF data
  - World Wide Web
  - Molecular Structures
- **Ordinati**
  - Dati Spaziali
  - Dati Temporali
  - Dati Sequenziali
  - Sequenze di Dati Genomici

Caratteristiche importanti dei dati

- **Dimensione** (numero di attributi)
  - Una elevata dimensione porta a diverse problematiche
- **Sparsità**
  - E' rilevante solo la presenza dei dati
- **Risoluzione**
  - Patterns dipendono dalla scala utilizzata
- **Dimensione** (nunero di record e/o byte)
  - Il tipo di analisi dipende dalla dimensione dei dati

Dati tabellari

- I dati consistono di un insieme di record, ciascuno dei quali consiste di un insieme di attributi.

Tid	Refund	Marital Status	Taxable Income	Cheat
1	Yes	Single	125K	No
2	No	Married	100K	No
3	No	Single	70K	No
4	Yes	Married	120K	No
5	No	Divorced	95K	Yes
6	No	Married	60K	No
7	Yes	Divorced	220K	No
8	No	Single	85K	Yes
9	No	Married	75K	No
10	No	Single	90K	Yes

Matrici

- Se gli oggetti (record) hanno lo stesso insieme fisso di attributi numerici, allora gli oggetti dati possono essere pensati come punti in uno spazio multidimensionale, dove ogni dimensione rappresenta un attributo distinto
- Tale insieme di dati può essere rappresentato da una matrice *m x n* , dove ci sono m righe, una per ogni oggetto e n colonne, una per ogni attributo.

Projection of x Load	Projection of y load	Distance	Load	Thickness
10.23	5.27	15.22	2.7	1.2
12.65	6.25	16.22	2.2	1.1

Documenti

- I documenti sono gli oggetti dell'analisi, sono descritti da un vettore di termini
  - ✓ Ogni termine è un attributo del documento
  - ✓ Il valore degli attributi indica il numero di volte in cui il corrispondente termine compare nel documento.

	team	coach	play	ball	score	game	win	lost	timeout	season
Document 1	3	0	5	0	2	6	0	2	0	2
Document 2	0	7	0	2	1	0	0	3	0	0
Document 3	0	1	0	0	1	2	2	0	3	0

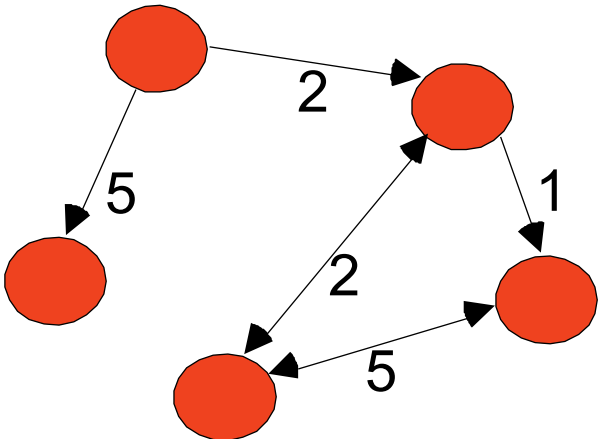
Transazioni

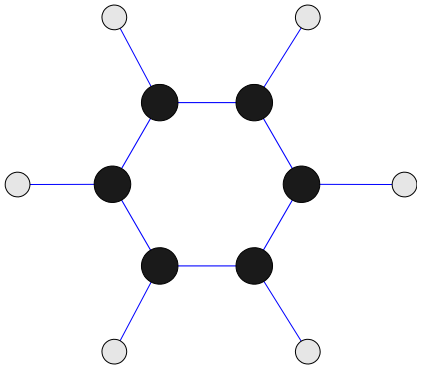
- Un tipo speciale di record in cui
  - ✓ Ogni record (transazione) coinvolge più elementi (item)
  - ✓ Per esempio, in un supermercato l'insieme dei prodotti comprati da un cliente durante una visita al negozio costituisce una transazione, mentre i singoli prodotti acquistati sono gli item.
  - ✓ Il numero degli item può variare da transazione a transazione

TID	*Items*
1	Bread, Coke, Milk
2	Beer, Bread
3	Beer, Coke, Diaper, Milk
4	Beer, Bread, Diaper, Milk
5	Coke, Diaper, Milk

Graph Data

- Exampi: Grafi generici, molecole, e pagine web





Benzene Molecule: C6H6

Useful Links:

- Bibliography
- Other Useful Web sites
  - ACM SIGKDD
  - KDnuggets
  - The Data Mine

Knowledge Discovery and Data Mining Bibliography
(Gets updated frequently, so visit often!)

- Books
- General Data Mining

Book References in Data Mining and Knowledge Discovery

Usama Fayyad, Gregory Piatetsky-Shapiro, Padhraic Smyth, and Ramasamy uthurasamy, "Advances in Knowledge Discovery and Data Mining", AAAI Press/the MIT Press, 1996.

J. Ross Quinlan, "C4.5: Programs for Machine Learning", Morgan Kaufmann Publishers, 1993.
Michael Berry and Gordon Linoff, "Data Mining Techniques (For Marketing, Sales, and Customer Support), John Wiley & Sons, 1997.

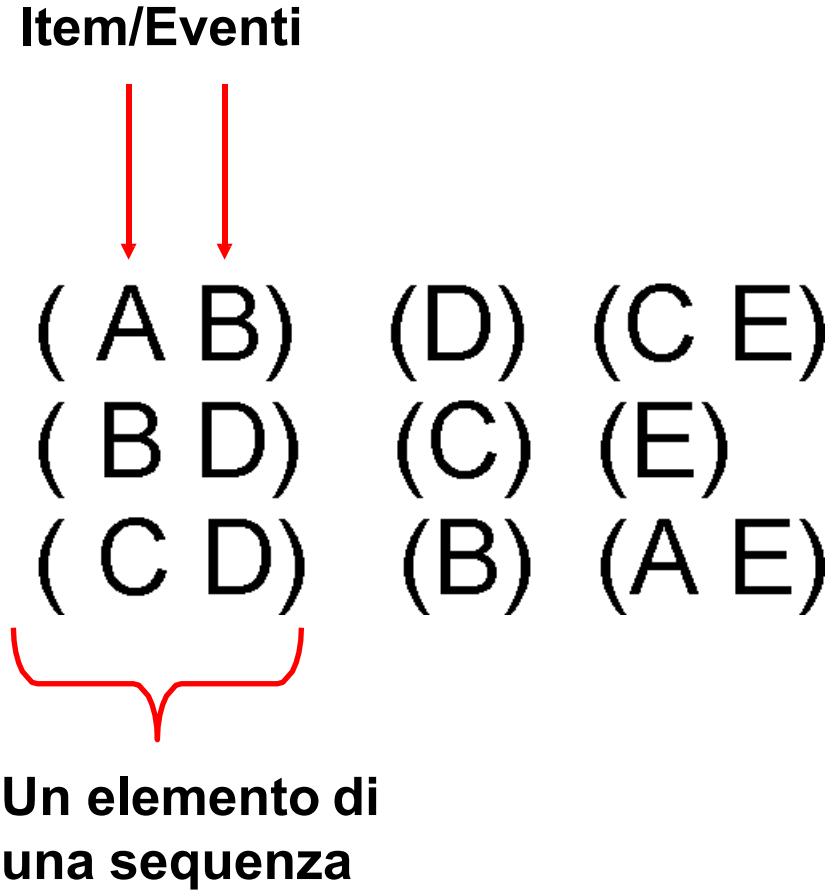
General Data Mining

Usama Fayyad, "Mining Databases: Towards Algorithms for Knowledge Discovery", Bulletin of the IEEE Computer Society Technical Committee on data Engineering, vol. 21, no. 1, March 1998.

Christopher Matheus, Philip Chan, and Gregory Piatetsky-Shapiro, "Systems for knowledge Discovery in databases", IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering, 5(6):903-913, December 1993.

Dati ordinati

- Sequenze di transazioni



Dati ordinati

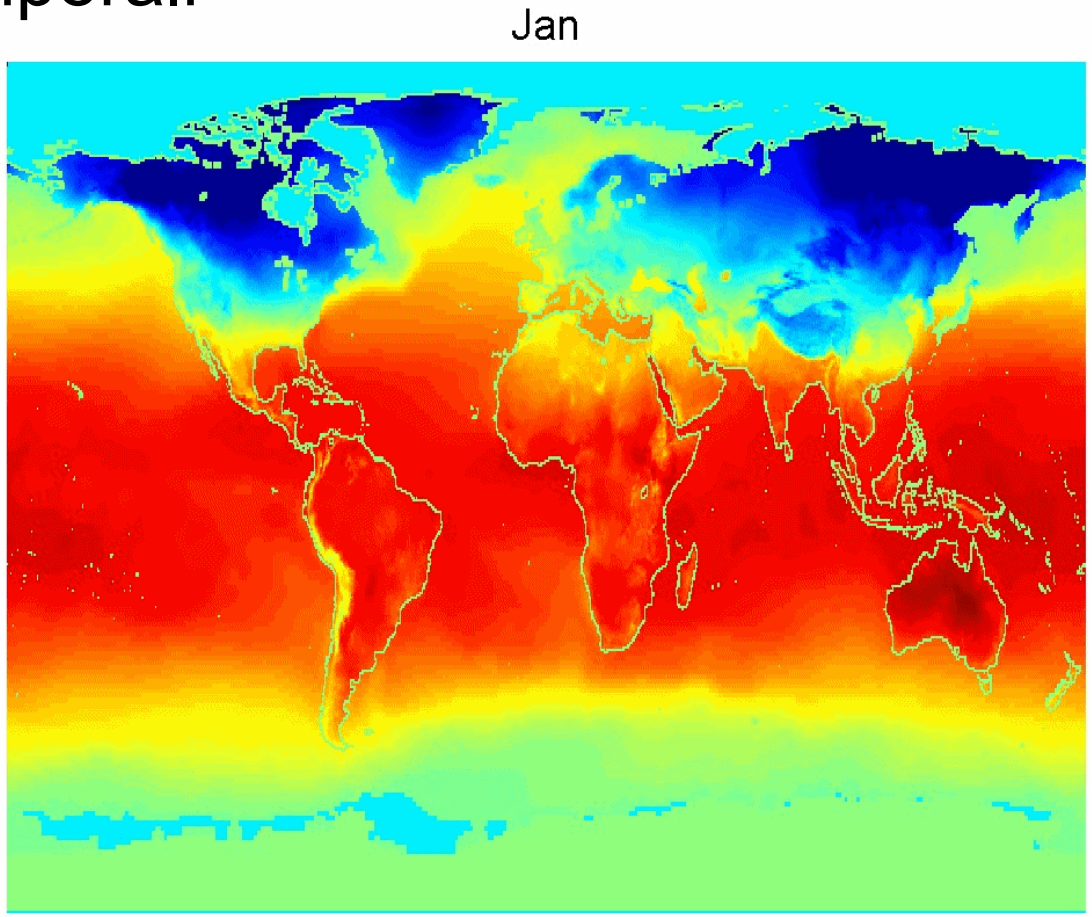
- Sequenze di dati genomici

```
GGTTCCGCCTTCAGCCCCGCGCC
CGCAGGGCCCGCCCCGCGCCGTC
GAGAAGGGCCCGCCTGGCGGGCG
GGGGGAGGCGGGGCCGCCCGAGC
CCAACCGAGTCCGACCAGGTGCC
CCCTCTGCTCGGCCTAGACCTGA
GCTCATTAGGCGGCAGCGGACAG
GCCAAGTAGAACACGCGAAGCGC
TGGGCTGCCTGCTGCGACCAGGG
```

Dati ordinati

- Dati Spazio-Temporali

Temperatura media mensile di terre e oceani



Esplorazione e caratteristiche dei dati

Esplorazione dei dati

- Un'analisi preliminare dei dati finalizzata a individuarne le principali caratteristiche
  - ✓ Aiuta a scegliere i tool migliori per il preprocessing e l'analisi
  - ✓ Permette di utilizzare le capacità umane per individuare pattern
    - Un analista umano può individuare velocemente pattern non individuabili dai tool di analisi

- L'esplorazione dei dati sfrutta
  - ✓ Visualizzazione
  - ✓ Indici statistici
  - ✓ OLAP e Data Warehousing

Moda e Frequenza

- La **frequenza** del valore di un attributo è la percentuale di volte in cui quel valore compare nel data set
  - ✓ Dato L'attributo 'Comune di residenza' per il data set dei cittadini italiani, il valore 'Bologna' compare circa nello 0.6% dei casi (~3.7×10^5 / 6×10^7).
- La **moda** di un attributo è il valore che compare più frequentemente nel data set
  - ✓ La moda per l'attributo 'Comune di residenza' per il data set dei cittadini è 'Roma' che compare circa nel 4.5% dei casi (~2.7×10^6 / 6×10^7).
- Le nozioni di frequenza e moda sono normalmente utilizzate per attributi categorici

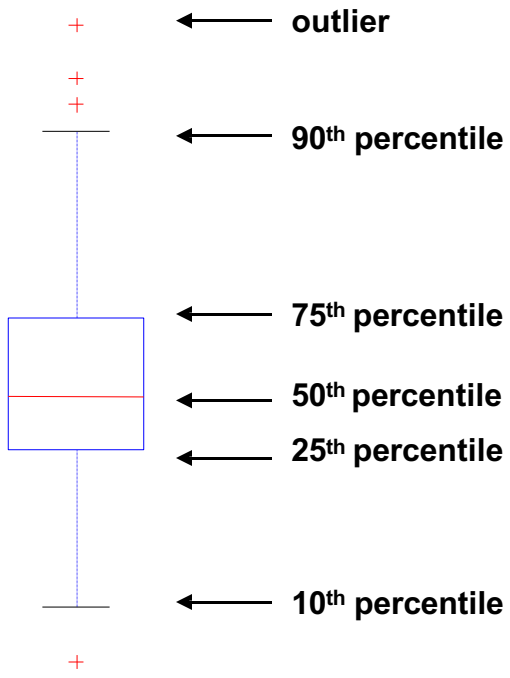
Percentili

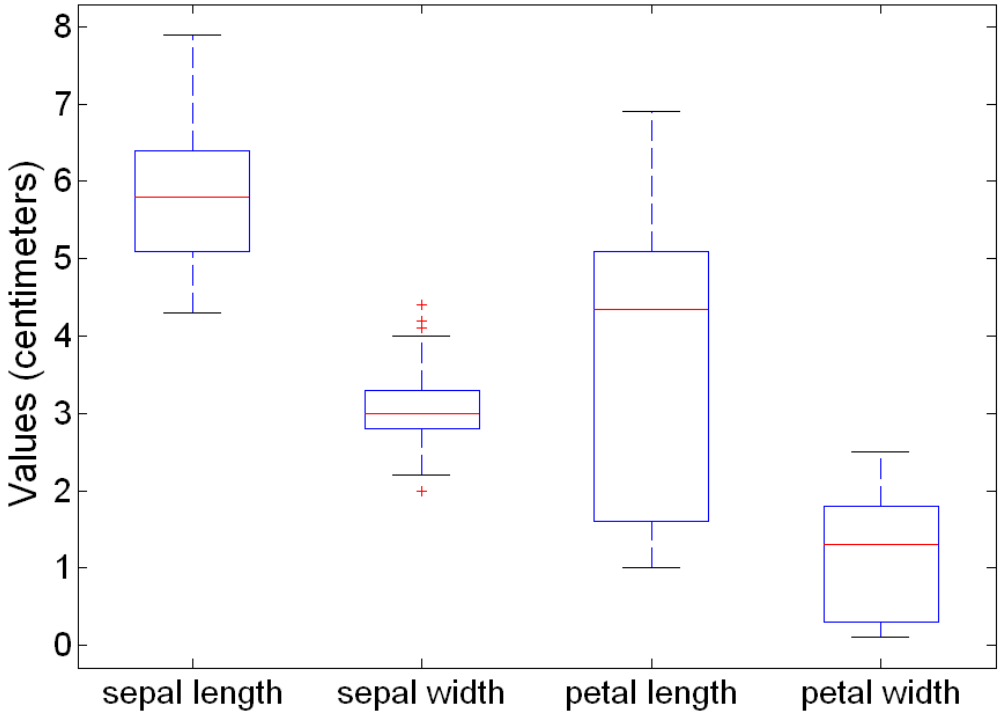
- Dato un attributo ordinale o continuo x e un numero *p* compreso tra 0 e 100, il *p-esimo* **percentile** è il valore x_p di x tale che *p*% dei valori osservati per x sono minori o uguali.
  - ✓ Per l'attributo "altezza in centimetri" per la popolazione dei neonati italiani femmine a un anno di vita è:
    - 50-esimo percentile = 78 cm → la metà delle bambine è più alta di 78 cm
    - 97-esimo percentile= 81 cm → solo il 3% delle bambine è più alta di 81 cm

- Le informazioni sui percentili sono spesso rappresentate mediante box plot

Tecniche di visualizzazione: Box Plot

- Permettono di rappresentare una distribuzione di dati
- Possono essere utilizzati per comparare più distribuzioni quando queste hanno grandezze omogenee





Proprietà statistiche dei dati

Misure di posizione: media e mediana

- La **media** è la più comune misura che permette di localizzare un insieme di punti

$$mean(\mathbf{x}) = \bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

- Purtroppo la media è molto sensibile agli outlier.
- In molti casi si preferisce utilizzare la mediana o una media "controllata".

$$mediana(\mathbf{x}) = \begin{cases} x_{m+1} & se\ n \text{ è dispari } (n = 2m+1) \\ (x_m + x_{m+1})/2 & se\ n \text{ è pari } (n = 2m) \end{cases}$$

✓ In un insieme *n* di dati disposti in ordine crescente la mediana è il termine che occupa il posto centrale, se i termini sono dispari, se i termini sono pari la mediana è la media aritmetica dei 2 termini centrali.

Misure di dispersione: Range e Varianza

- **Range** è la differenza tra i valori minimi e massimi dell'attributo.
- **Varianza** e **deviazione standard** (o scarto quadratico medio) sono le più comuni misure di dispersione di un data set.

$$Var(x) = s_x^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$$

$$DevStd(x) = s_x = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$$

- **Covarianza:**

$$CoVar(x, y) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

Altre misure di dispersione

- Varianza e scarto quadratico medio sono sensibili agli *outlier* perché legat quadraticamente al concetto di media
- Altre misure meno sensibili a questo problema sono:

- **Absolute Average Deviation:**

$$AAD(x) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} |x_i - \bar{x}|$$

- **Median Absolute Deviation:**

$$MAD(x) = mediana(\ |x_1 - \bar{x}|, \ldots, |x_n - \bar{x}|\ )$$

- **Interquartile Range:**

$$IR(x) = x_{75\%} - x_{25}$$

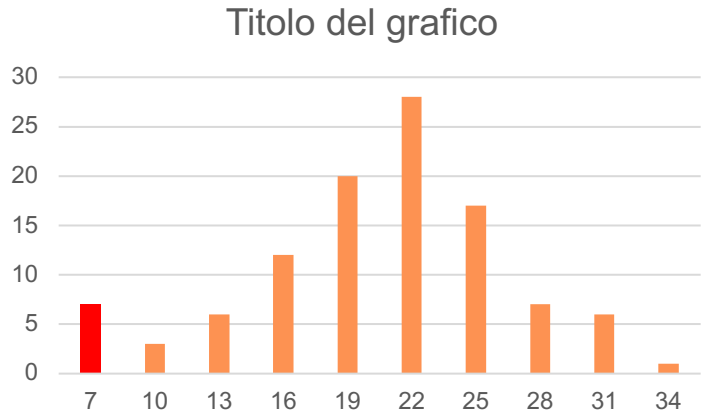
Misure di dispersione: Range e varianza

Valori	Frequ.	
10	3	
13	6	
16	12	
19	20	
22	28	
25	17	
28	7	
31	6	
34	1	
	100	

Media	21,37
mediana	22
25° percentile	19
75* percentile	25
Varianza	25,25
Dev Std	5,03
IR	6
AAD	3,92
MAD	3,63

Misure di dispersione: Range e varianza

Valori	Frequ.
7	7
10	3
13	6
16	12
19	20
22	28
25	17
28	7
31	6
34	1
	107



Calcolare i precedenti indici statistici per X={5, 7, 2, 9, 8, 7, 5, 1, 1, 5}

Media	20,43
mediana	22
25° percentile	16
75* percentile	25
Varianza	37,11
Dev Std	6,09
IR	9
AAD	4,70
MAD	4,43

Qualità dei dati

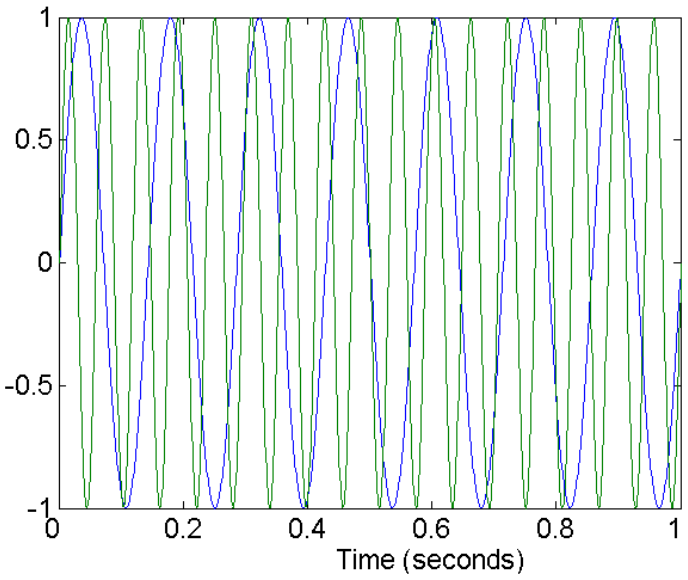
- La qualità dei dataset utilizzati incide profondamente sulle possibilità di trovare pattern significativi.

- I problemi più frequenti che deteriorano la qualità dei dati sono
  - ✓ Rumore e outlier
  - ✓ Valori mancanti
  - ✓ Valori duplicati

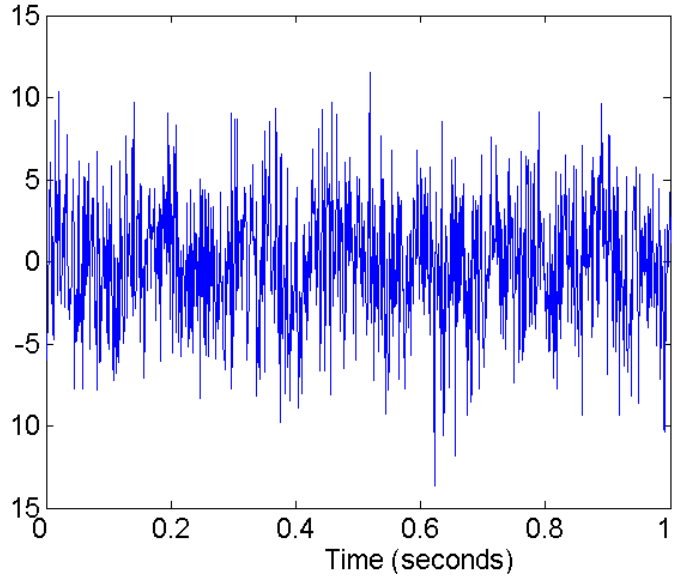
Rumore

Indica il rilevamento di valori diversi da quelli originali

- ✓ Distorsione della voce di una persona quando registrata attraverso un microfono di scarsa qualità
- ✓ Registrazione approssimata o errata dei valori degli attributi



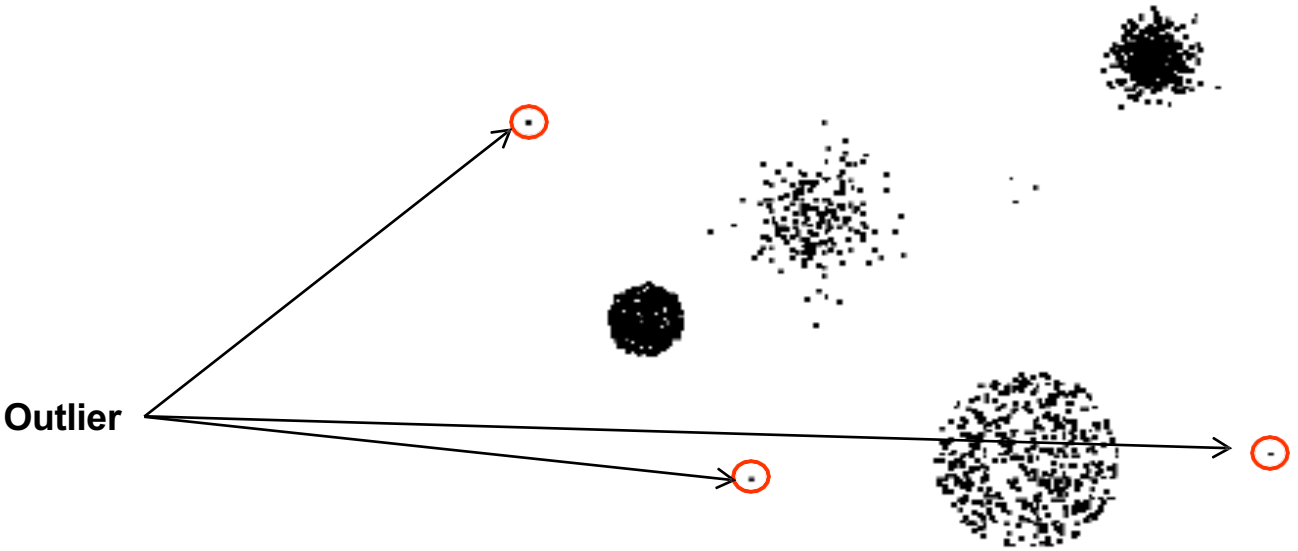
Two Sine Waves



Two Sine Waves + Noise

Outlier

- Outlier sono oggetti con caratteristiche molto diverse da tutti gli altri oggetti nel data set che complicano la determinazione delle sue caratteristiche essenziali
  - ✓ Sono normalmente rari
  - ✓ Potrebbero essere l'oggetto della ricerca



Valori mancanti

- Motivazioni per la mancata registrazione
  - ✓ L'informazione non è stata raccolta (es. l'intervistato non indica la propria età e peso)
  - ✓ L'attributo non è applicabile a tutti gli oggetti (es. il reddito annuo non ha senso per i bambini)

- Come gestire i dati mancanti?
  - ✓ Eliminare gli oggetti che li contengono (se il dataset è sufficientemente numeroso)
  - ✓ Ignorare i valori mancanti durante l'analisi
  - ✓ Compilare manualmente i valori mancanti
    - In generale è noioso, e potrebbe essere non fattibile
  - ✓ Compilare automaticamente i valori mancanti

Valori mancanti

- Come compilare automaticamente i dati mancanti?
  - ✓ Stimare i valori mancanti
    - **usare la media** dell'attributo al posto dei valori mancanti
    - per problemi di classificazione, usare la media dell'attributo per tutti i campioni della stessa classe
    - **predire** il valore dell'attributo mancante sulla base degli altri attributi noti. Si usano algoritmi di data mining per preparare i dati in input ad altri algoritmi di data mining.
  - ✓ Usare un valore costante come “Unknown” oppure 0 (a seconda del tipo di dati).
    - potrebbe alterare il funzionamento dell'algoritmo di analisi, meglio allora ricorrere ad algoritmi che gestiscono l’eventuale presenza di dati mancanti
    - È utile se la mancanza di dati ha un significato particolare di cui tener conto

Dati duplicati

- Il data set potrebbe includere oggetti duplicati e/o inconsistenti
  - ✓ Problema primario quando il data set è il risultato della fusione di più sorgenti dati
  - ✓ Esempi: stessa persona con più indirizzi e-mail; stesso cliente registrato due volte

- Può essere necessario introdurre una fase di data cleaning al fine di individuare ed eliminare le ridondanze e inconsistenze

Similarità

Similarità e dissimilarità

- Similarità
  - ✓ Una misura numerica che esprime il grado di somiglianza tra due oggetti
  - ✓ E' tanto maggiore quanto più gli oggetti si assomigliano
  - ✓ Normalmente assume valori nell'intervallo [0,1]
- Dissimilarità o distanza
  - ✓ Una misura numerica che esprime il grado di dissimilarità tra due oggetti
  - ✓ E' tanto minore quanto più gli oggetti si assomigliano
  - ✓ Il range di variazione non è fisso, normalmente assume valori nell'intervallo [0,1] oppure [0,∞]
- La similarità/dissimilarità tra due oggetti con più attributi è tipicamente definita combinando opportunamente le similarità/dissimilarità tra le coppie di attributi corrispondenti

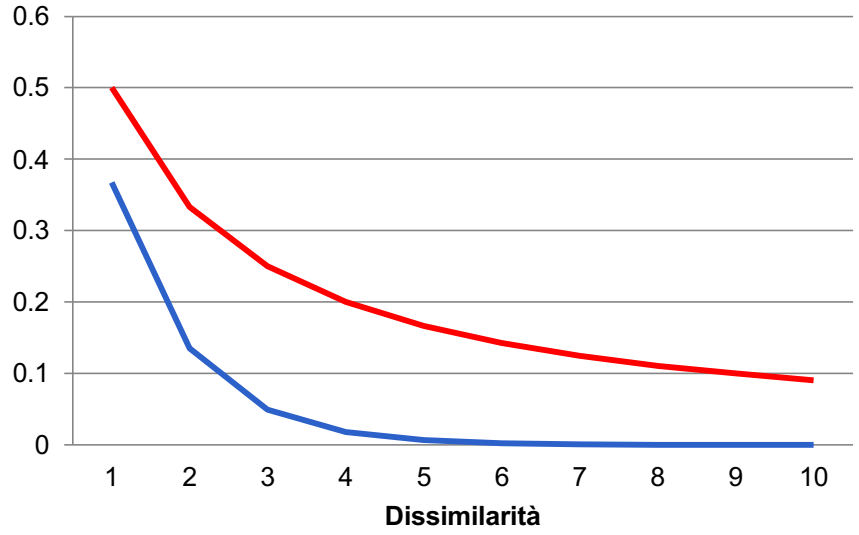
Similarità e dissimilarità

- Il significato cambia in base al tipo di attributo considerato

	Tipo	Dissimilarità	Similarità
Categorici (qualitativi)	Nominale	$d = \begin{cases} 1 & x = y \\ 0 & x \neq y \end{cases}$	$s = \begin{cases} 1 & x = y \\ 0 & x \neq y \end{cases}$
	Ordinale (con valori mappati in [0,n-1])	$d = \frac{\lvert x - y \rvert}{n-1}$	$s = 1 - d$ $\quad s = \frac{1}{1+d}$ $\quad s = e^{-d}$
Numerici (quantitativi)	di Intervallo o di Rapporto	$d = \lvert x - y \rvert$	$s = 1 - \frac{d - MinD}{MaxD - MinD}$ $\quad s = \frac{1}{1+d}$

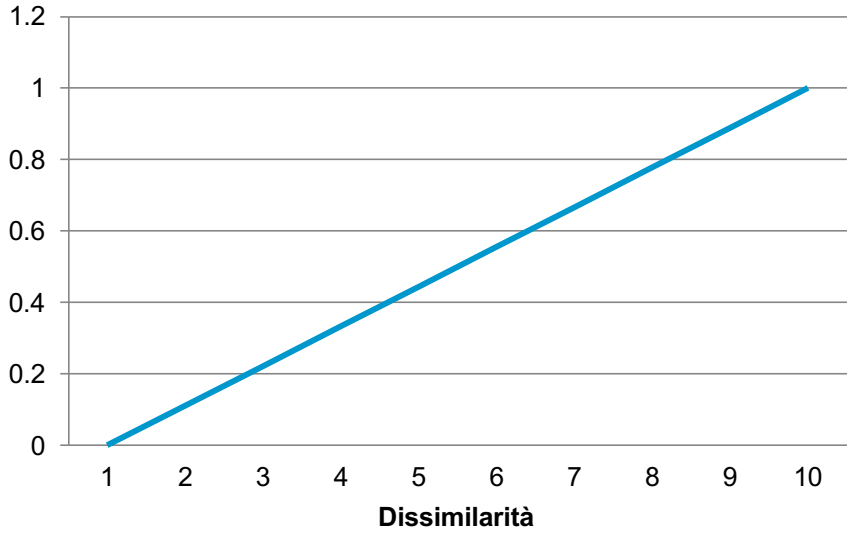
La similarità in rosso non è vincolata al range [0,..,1] e quindi si preferiscono usare i rapporti anche se forniscono misure non lineari

Similarità e dissimilarità



$$s = \frac{1}{1+d}$$

$$s = e^{-d}$$



$$s' = \frac{d - MinD}{MaxD - MinD}$$

s = 1 -s'

Distanza Euclidea

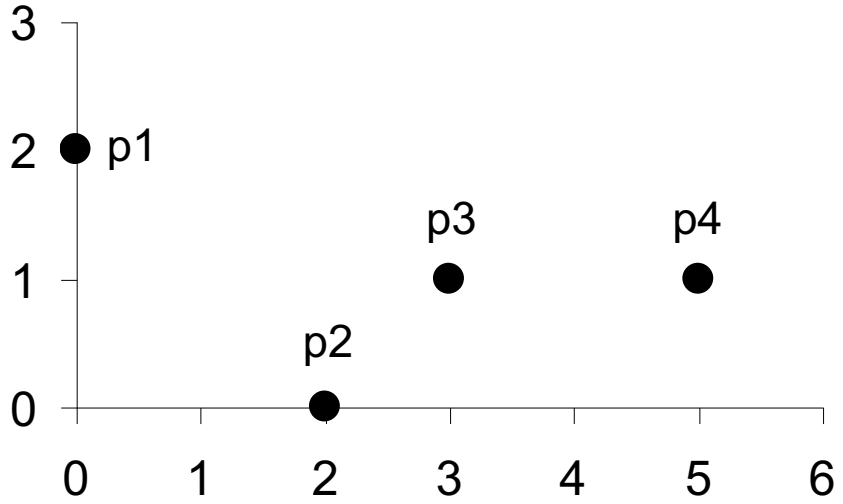
- **Distanza Euclidea**

$$d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \sqrt{\sum_{k=1}^{n} (x_k - y_k)^2}$$

dove *n* è il numero di dimensioni (attributi) mentre x_k e y_k sono, rispettivamente, il k-*mo* attributo (componente) degli oggetti $\mathbf{x}$ and $\mathbf{y}$.

- La standardizzazione è necessaria quando le scale sono diverse.

Distanza Euclidea



point	x	y
p1	0	2
p2	2	0
p3	3	1
p4	5	1

	p1	p2	p3	p4
p1	0	2,828	3,162	5,099
p2	2,828	0	1,414	3,162
p3	3,162	1,414	0	2
p4	5,099	3,162	2	0

Distance Matrix

Distanza di Minkowski

- La **distanza di Minkowski** è una generalizzazione della distanza Euclidea

$$d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \left(\sum_{k=1}^{n} |x_k - y_k|^r \right)^{1/r}$$

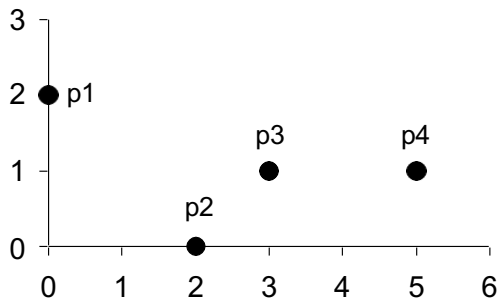
dove r è un parametro, n è il numero di dimensioni (attributi) e x_k e y_k sono, rispettivamente, il k-mo attributo (componente) degli oggetti $\boldsymbol{x}$ e $\boldsymbol{y}$.

Distanza di Minkowski: Exampi

- r = 1. City block (Manhattan, taxicab, L_1 norm) distance.
  - Un esempio tipico è la distanza di Hamming, che misura il numero di bit diversi tra due vettori binari.
- r = 2. distanza euclidea
- $r \rightarrow \infty$. "supremum" (L_{max} norm, L_∞ norm) distance.
  - Misura di fatto la distanza massima esistente tra due valori della stessa componente
- Osservazioni:
  - Non si confonda r con n.
  - Tutte queste distanze sono definite per un numero qualsiasi di attributi.

Distanza di Minkowski: Exampi

Punti	x	y
p1	0	2
p2	2	0
p3	3	1
p4	5	1



L1	p1	p2	p3	p4
p1	0	4	4	6
p2	4	0	2	4
p3	4	2	0	2
p4	6	4	2	0

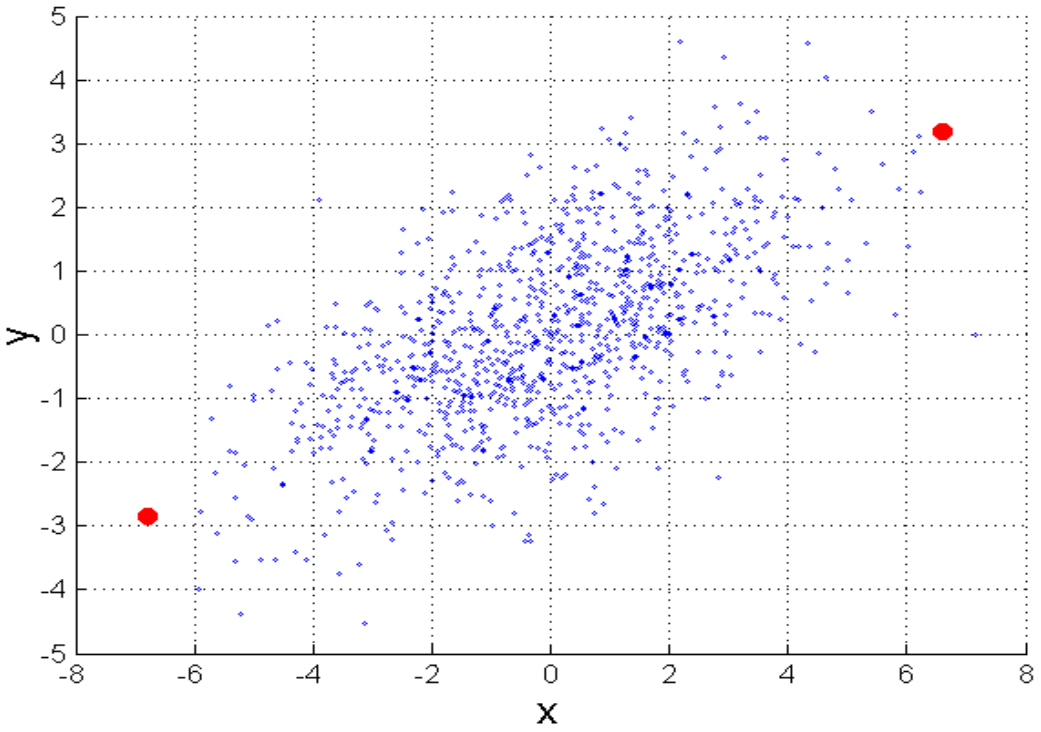
L2	p1	p2	p3	p4
p1	0	2.828	3.162	5.099
p2	2.828	0	1.414	3.162
p3	3.162	1.414	0	2
p4	5.099	3.162	2	0

L_∞	p1	p2	p3	p4
p1	0	2	3	5
p2	2	0	1	3
p3	3	1	0	2
p4	5	3	2	0

Matrice delle distanze

Distanza di Mahalanobis

$$mahalanobis(p,q) = (p-q)\Sigma^{-1}(p-q)^T$$

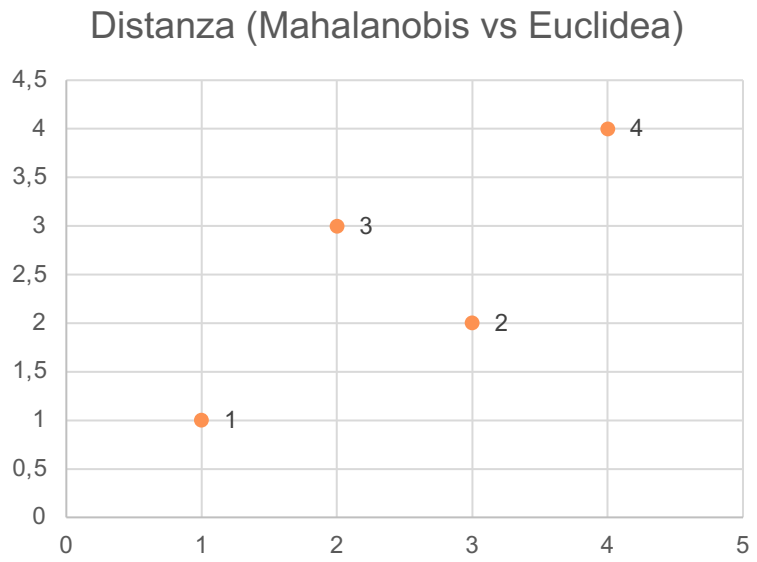


Σ è la matrice di covarianza dei punti

$$\Sigma_{j,k} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_{ij} - \overline{X}_j)(X_{ik} - \overline{X}_k)$$

Per i punti in rosso, la distanza euclidea è 14.7, quella di Mahalanobis è 6.

Distanza di Mahalanobis: Esempio



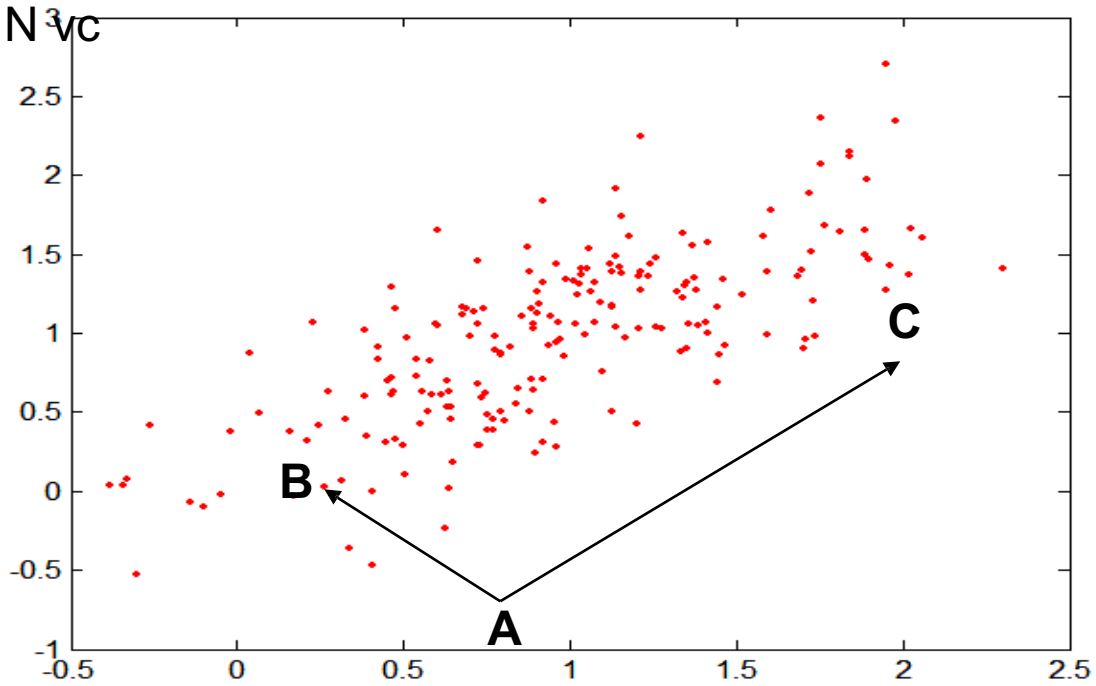
	X	Y
A	1	1
B	3	2
C	2	3
D	4	4

$$\sum = \begin{bmatrix} 1.67 & 1.33 \\ 1.33 & 1.67 \end{bmatrix}$$

$$\sum^{-1} = \begin{bmatrix} 1.67 & -1.33 \\ -1.33 & 1.67 \end{bmatrix}$$

	Mahal.	Euclidea
dist(A,B)	3,00	2,236
dist(A,C)	3,00	2,236
dist(B,C)	6,00	1,414
dist(B,D)	3,00	2,236
dist(C,D)	3,00	2,236
dist(A,D)	6,00	4,243

Distanza di Mahalanobis: Esempio



A: (0.5, 0.5)

B: (0, 1)

C: (1.5, 1.5)

Supponendo che Covariance Matrix =

$$\sum = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.2 \\ 0.2 & 0.3 \end{bmatrix}$$

Otteniamo che

$$\sum^{-1} = \begin{bmatrix} 6 & -4 \\ -4 & 6 \end{bmatrix}$$

E quindi

Mahal(A,B) = 5

Mahal(A,C) = 4

Mahal(B,C) = 9

Proprietà delle distanze

- Dati due oggetti *p* e *q* e una misura di dissimilarità *d*() sono definite le seguenti proprietà:

1. ***Positività:***
   - $d(p, q) \geq 0$
   - $d(p, q) = 0$ solo se $p = q$
2. ***Simmetria:***

   $d(p, q) = d(q, p)$
3. **Disuguaglianza Triangolare:**

   $d(p, r) \leq d(p, q) + d(q, r)$

Una distanza che soddisfi tutte le proprietà è detta **Metrica**

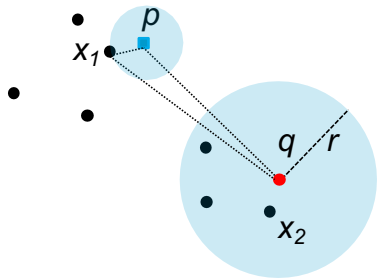
- Le proprietà delle distanze rendono più agevole (o possibile) l'utilizzo di alcuni algoritmi (es. clustering).

Range queries e disuguaglianza triangolare

Siano dati:

- un insieme di punti $P = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$
- una range query con raggio r da un punto ***q***.

Siano note inoltre le distanze $d(x_i,p)$ con $x_i \in P$ *da un punto* $p \in P$



Sfruttando la disuguaglianza triangolare è possibile limitare il numero di distanze $d(x_i,q)$ da calcolare per rispondere alla query

- $d(p,q) \leq d(p, x_i)+d(q, x_i)$ → **$d(q, x_i) \geq d(p, q)-d(p, x_i)$ → tutti i punti x_i per cui $d(p,q)-d(p, x_i) > r$ devono essere scartati senza valutarli**
- **$d(q, x_i) \leq d(q,p) + d(p, x_i)$ → tutti i punti x_i per cui $d(p, x_i)+d(p,q) < r$ devono essere accettati senza valutarli**

Dissimilarità non metriche

- **Set difference**
  - ✓ La differenza tra due insiemi A e B non gode della proprietà di simmetricità
  - ✓ *A* = {1,2,3,4} *B* = {2,3,4} A-B = {1} B-*A*=∅

- **Tempo** $d(t1,t2) = t2 - t1$ $se\ t2 >= t1$
  $d(t1,t2) = 24-+t2-t1$ $se\ t2 < t1$

  - ✓ Non rispetta la simmetricità
    - ✓ La distanza d(1pm,2pm) = 1
    - ✓ La distanza d(2pm,1pm) = 23

Proprietà delle similarità

- Anche le misure di similarità hanno delle proprietà comuni

- Dati due oggetti *p* e *q* e una misura di similarità *s*( )
  1. *s(p, q) = 1* solo se *p = q*.
  2. *s(p, q) = s(q, p)* (Simmetria)

- Non esiste per le misure di similarità un concetto equivalente alla disuguaglianza triangolare

- Talvolta le misure di similarità possono essere convertite in metriche (es. similarità Coseno e Jaccard)

Similarità tra vettori binari

- E' frequente che gli attributi che descrivono un oggetto contengano solo valori binari.

  Dati due vettori p e q (con |p| = |q|), si definiscono:

  - ✓ M_{01} = Il numero di attributi in cui p = 0 e q = 1
  - ✓ M_{10} = Il numero di attributi in cui p = 1 e q = 0
  - ✓ M_{00} = Il numero di attributi in cui p = 0 e q = 0
  - ✓ M_{11} = Il numero di attributi in cui p = 1 e q = 1

- **Simple Matching Coefficient (SMC)**
  - ✓ SMC = numero di match / numero di attributi
    = $\mathbf{(M_{11} + M_{00}) / (M_{00} + M_{11} + M_{01} + M_{10}) = (M_{11} + M_{00}) / |p|}$
  - ✓ Utile per misurare quali studenti hanno risposto in modo similare alle domande di un test VERO/FALSO
  - ✓ Non utilizzabile in presenza di attributi asimmetrici

- **Coefficiente di Jaccard**
  - ✓ J = num. di corrispondenze 11/num. attributi con valori diversi da 00
    = $\mathbf{M_{11} / (M_{01} + M_{10} + M_{11})}$
  - ✓ Non considera i casi le corrispondenze 00

SMC versus Jaccard: un esempio

- Siano p e q i vettori che descrivono le transazioni di acquisto di due clienti. Ogni attributo corrisponde a uno dei prodotti in vendita

p = 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0
q = 0 0 0 0 0 0 1 0 0 1

$M_{01} = 2$ $M_{10} = 1$ $M_{00} = 7$ $M_{11} = 0$

$$SMC = (M_{11} + M_{00})/(M_{01} + M_{10} + M_{11} + M_{00})$$
$$= (0 + 7) / (2 + 1 + 0 + 7) = 0.7$$

$$J = (M_{11}) / (M_{01} + M_{10} + M_{11}) = 0 / (2 + 1 + 0) = 0$$

- Con SMC gli attributi a 0 dominano l'informazione derivante dagli attributi a 1

Similarità del Coseno

- Come l'indice di Jaccard non considera le corrispondenze 00, ma permette di operare anche con vettori non binari
  - ✓ Codifica di documenti in cui ogni attributo del vettore codifica il numero di volte in cui la parola corrispondente compare nel testo
- Siano x e y sono due vettori non binari

$$\cos(x, y) = \frac{x \bullet y}{||x|| \cdot ||y||}$$

dove • indica il prodotto scalare dei vettori e || x || è la lunghezza del vettore d.

$$||x|| = \sqrt{x \bullet x} = \sqrt{\sum_k x_k^2}$$

✓ La similarità del coseno è effettivamente una misura dell'angolo tra i due vettori ed è quindi 0 se l'angolo è 90°, ossia se non condividono alcun elemento comune0

Similarità Coseno: un esempio

x = **3 2 0 5 0 0 0 2 0 0**

y = **1 0 0 0 0 0 0 1 0 2**

$x \bullet y = 3*1 + 2*1 = 5$

$$||x|| = \sqrt{3^2 + 2^2 + 5^2 + 2^2} = \sqrt{42} = 6{,}481$$

$$||y|| = \sqrt{1^2 + 1^2 + 2^2} = \sqrt{6} = 2{,}245$$

$$\cos(x, y) = \frac{5}{6{,}481 \times 2{,}245} = 0{,}344$$

La similarità coseno è spesso utilizzata per calcolare la similarità tra i documenti: a ogni elemento del vettore corrisponde un termine. Documenti con lunghezze diverse avranno vettori con lunghezze diverse.
Che tipo di normalizzazione può essere necessaria per confrontare documenti di lunghezza diversa?

Extended Jaccard Coefficient (Tanimoto)

- Variante della misura di Jaccard per attributi continui o di intervallo.
  - Coincide con Jaccard per attributi con valori binari

$$EJ(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}}{\|\mathbf{x}\|^2 + \|\mathbf{y}\|^2 - \mathbf{x} \cdot \mathbf{y}}$$

- ***Esempio***

  x = 3 2 0 5 0 0 0 2 0 0

  y = 1 0 0 0 0 0 0 1 0 2

  $x \bullet y = 5$ $\|x\| = 6{,}481$ $\|y\| = 2{,}245$

  $EJ(x, y) = 5 / (6{,}481^2 + 2.245^2 - 5) = 0{,}119$

Similarità per dati con attributi eterogenei

- I precedenti approcci considerano oggetti descritti da attributi dello stesso tipo
- In presenza di attributi eterogenei è necessario calcolare separatamente le similarità e quindi combinarle in modo che il loro risultato appartenga al range [0,1]

  ✓ Se uno o più degli attributi è asimmetrico è necessario escluderli dal computo qualora il loro match sia di tipo 00

  ✓ Se gli attributi hanno una rilevanza diversa è possibile aggiungere un **peso** w_k nel calcolo della similarità complessiva. E' consigliabile che la somma dei pesi sia 1

Combinazione di misure di similarità

- Similarità per attributi di tipo diverso.

  1: Per il *k-esimo* attributo, calcola la similarità, $s_k(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ (nell'intervallo [0, 1]).

  2: Definisci un parametro, δ_k per il *k-esimo* attributo :

  δ_k = 0 se il *k-esimo* è un attributo è asimmetrico ed entrambi gli oggetti hanno valore 0, o se uno degli oggetti ha un valore mancante per l'attributo k-esimo;

  δ_k = 1 altrimenti.

  3. Calcola

$$\text{similarity}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{\sum_{k=1}^{n} \delta_k s_k(\mathbf{x}, \mathbf{y})}{\sum_{k=1}^{n} \delta_k}$$

Combinazione pesata di misure

- Al fine di non trattare tutti gli attributi allo stesso modo:
  - Usa pesi non negativi ω_k

$$sim(x,y) = \frac{\sum_{k=1}^{n} \omega_k \delta_k s_k(x,y)}{\sum_{k=1}^{n} \omega_k \delta_k}$$

  - La versione pesata della distanza è:

$$d(\mathbf{x},\mathbf{y}) = \left(\sum_{k=1}^{n} w_k |x_k - y_k|^r \right)^{1/r}$$

Correlazione e Densità

Misure di correlazione

- La correlazione tra coppie di oggetti descritti da attributi (binari o continui) è una misura dell'esistenza di una relazione lineare tra i suoi attributi

$$Corr(\mathbf{x},\mathbf{y}) = \frac{Cov(\mathbf{x},\mathbf{y})}{StDev(\mathbf{x}) \cdot StDev(\mathbf{y})}$$

$$Cov(\mathbf{x},\mathbf{y}) = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}(x_k - \bar{x})(y_k - \bar{y}) \qquad StDev(\mathbf{x}) = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}(x_k - \bar{x})^2}$$

- La correlazione varia tra [-1,1].
  - ✓ Una correlazione di 1 (risp. -1) significa che gli attributi possono essere vicendevolmente espressi da una relazione lineare del tipo $x_k = ay_k+b$

Note sulla covarianza

Una distinzione deve essere fatta tra

1. la covarianza di due variabili casuali, che è un parametro di popolazione che può essere visto come una proprietà della distribuzione di probabilità congiunta, e
2. la covarianza di un campione, che oltre a servire come descrittore del campione, serve anche come valore stimato del parametro di popolazione.

Queste due funzioni differiscono dal fatto che al denominatore abbiamo il valore n oppure il valore n-1.

La correlazione è invariante rispetto al tipo di covarianza.

Nota. Excel prevede le due funzioni COVARIANZA.C , che divede per n, e COVARIANZ.P, che divide per n-1 (vers. Ingl. COVARIANCE.S e COVARIANCE.P)

Misure di correlazione

$$\text{corr}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{\text{covariance}(\mathbf{x}, \mathbf{y})}{\text{standard\_deviation}(\mathbf{x}) * \text{standard\_deviation}(\mathbf{y})} = \frac{s_{xy}}{s_x \; s_y}, \quad (2.11$$

where we are using the following standard statistical notation and definitions

$$\text{covariance}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = s_{xy} = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^{n} (x_k - \overline{x})(y_k - \overline{y}) \quad (2.12$$

$$\text{standard\_deviation}(\mathbf{x}) = s_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^{n} (x_k - \overline{x})^2}$$

$$\text{standard\_deviation}(\mathbf{y}) = s_y = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^{n} (y_k - \overline{y})^2}$$

$$\overline{x} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} x_k \text{ is the mean of } \mathbf{x}$$

$$\overline{y} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} y_k \text{ is the mean of } \mathbf{y}$$

Correlazione

x=(-3, 6, 0, 3, -6). **y=(1,-2, 0, -1, 2)** ***Corr*(x,y)=-1**

x=(3, 6, 0, 3, 6) **y=(1,2, 0, 1, 2)** ***Corr*(x,y)=1**

- Potrebbero comunque esistere tra i dati relazioni non lineari che non sarebbero quindi catturate!
  - ✓ Tra i seguenti oggetti:

    x = (-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3) e

    y = (9, 4, 1, 0, 1, 4, 9)

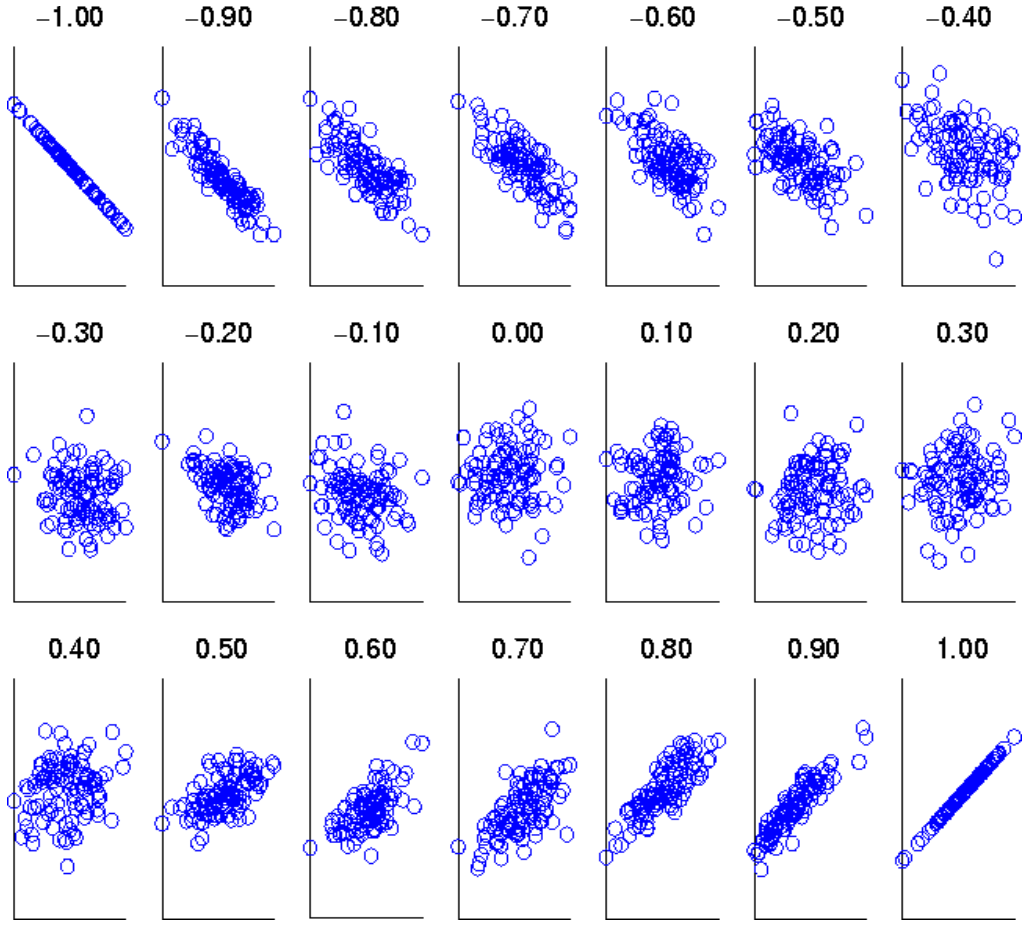
    esiste una correlazione del tipo $x_k=y_k^2$ ma ***Corr*(x,y) = 0**

- La correlazione può essere utile anche per scartare attributi che non portano informazioni aggiuntive

Confronto tra misure di prossimità

- Dominio dell'applicazione
  - Le misure di similarità tendono a essere specifiche per il tipo di attributi e di dati
  - Dati strutturati, immagini, grafi, sequenze, strutture 3D di proteine, ecc. tendono ad avere misure specifiche.
- Tuttavia, spesso si fa riferimento a proprietà generali che vorremmo che siano soddisfatte dalle misure di prossimità:
  - Simmetria
  - Tolleranza al rumore e agli outliers
  - Capacità di essere utilizzata per trovare diversi tipi di patterns?
  - …

Visualizzazione della correlazione

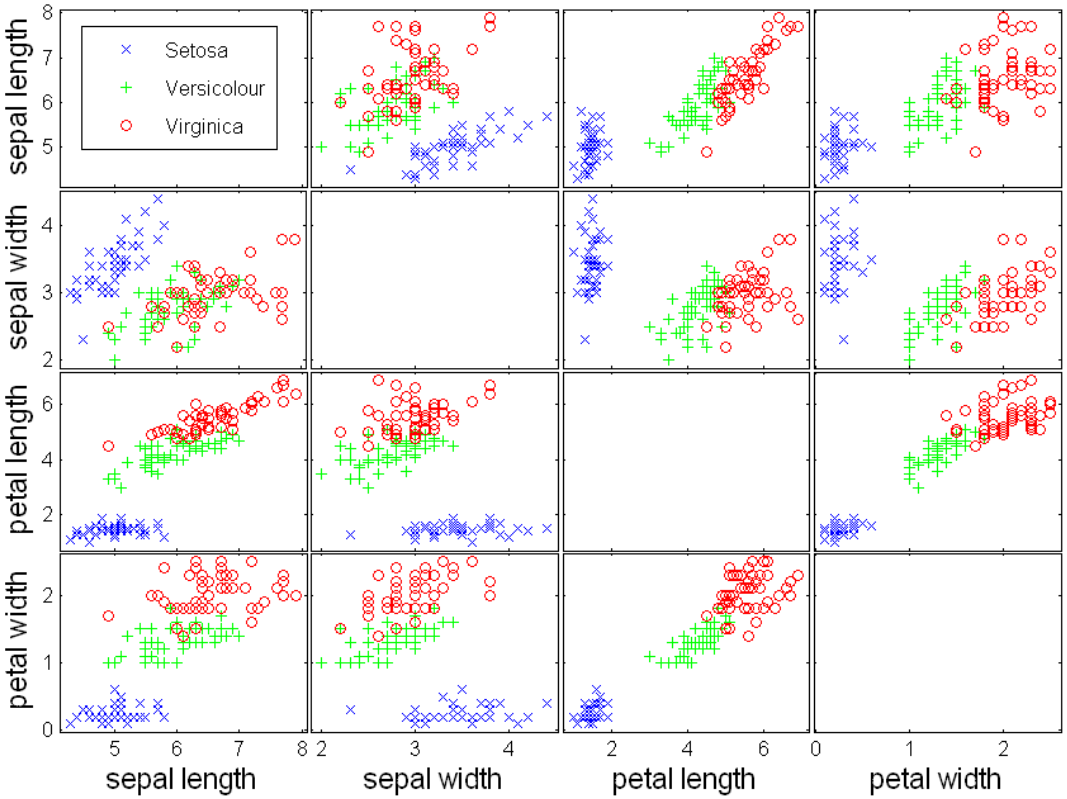


- ✓ **x** e **y** sono due oggetti descritti da 30 attributi continui.
- ✓ In ogni grafico i valori degli attributi sono stati generati con livelli diversi di correlazione
- ✓ Ogni cerchio rappresenta uno dei trenta attributi di **x** e **y**. La sua ascissa corrisponde a x_k mentre l'ordinata a y_k

Visualizzazione della correlazione:

grafici a dispersione

- ✓ Permette di determinare se alcuni degli attributi sono correlati
  - ✓ Utile per ridurre il numero di attributi considerati
- ✓ Quando le etichette sono disponibili, permette di determinare se è possibile classificare gli oggetti in base ai valori di due attributi
- ✓ Un grafico per ogni coppia di attributi utilizzati per descrivere i fiori



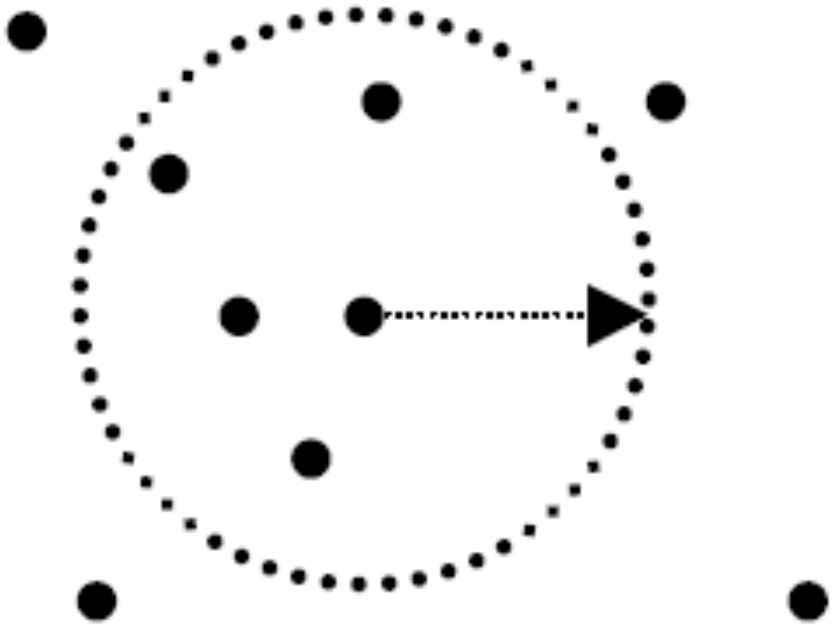
Densità

- Misura il grado in cui gli oggetti dati sono vicini l'uno all'altro in un'area specifica
- La nozione di densità è strettamente correlata a quella di prossimità.
- Il concetto di densità viene in genere utilizzato per il rilevamento di cluster e anomalie

- Esempi:
  - Densità Euclidea.
    - Densità euclidea = numero di punti per unità di volume
  - Densità di probabilità
    - Valutare l'aspetto della distribuzione dei dati
  - Densità per dati a grafo
    - Connettività

Densità Euclidea: Center-Based

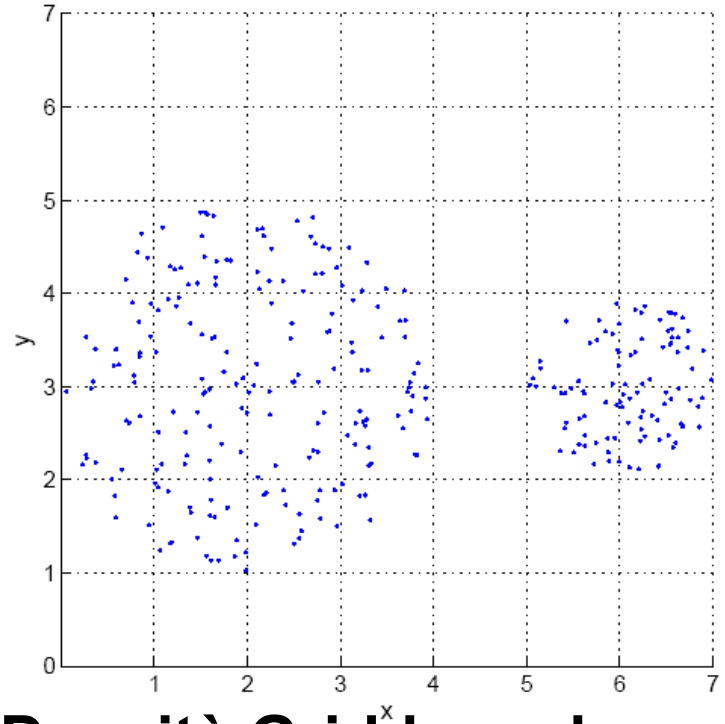
- La densità euclidea è il numero di punti entro un raggio specificato del punto



Densità center-based

Densità Euclidea: Approccio Grid-based

- L'approccio più semplice consiste nel dividere la regione in un numero di celle rettangolari di uguale volume e definire la densità come numero di punti della cella



Densità Grid-based.

0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
4	17	18	6	0	0	0
14	14	13	13	0	18	27
11	18	10	21	0	24	31
3	20	14	4	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0

Conteggio per cella

Preprocessing e Trasformazione dei dati

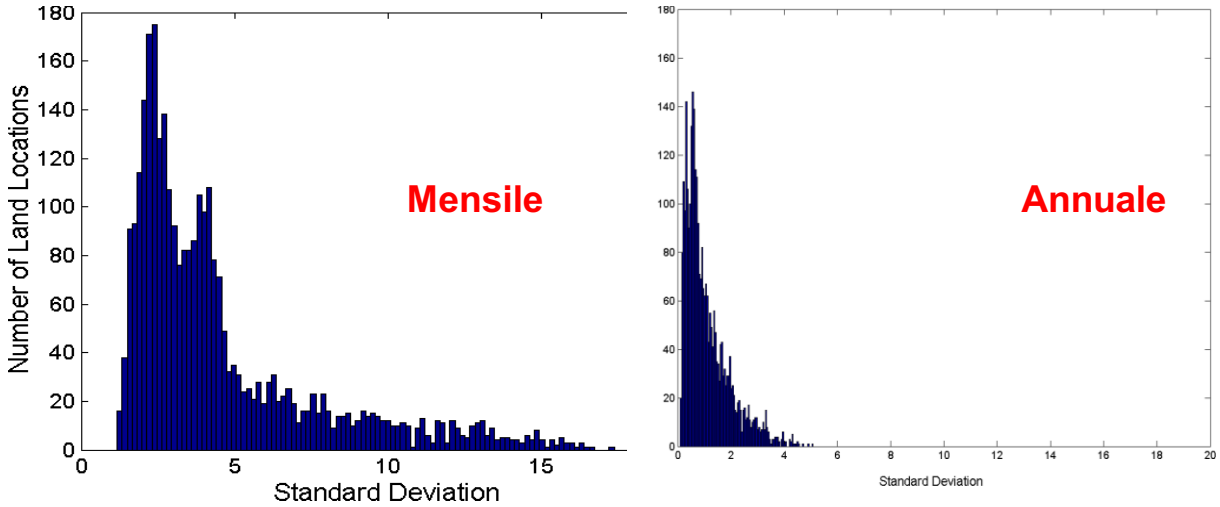
Preprocessing del data set

- Raramente il dataset presenta le caratteristiche ottimali per essere trattato al meglio dagli algoritmi di data mining. E' quindi necessario mettere in atto una serie di azioni volte a consentire il funzionamento degli algoritmi di interesse
  - ✓ Aggregazione
  - ✓ Campionamento
  - ✓ Riduzione della dimensionalità
  - ✓ Selezione degli attributi
  - ✓ Creazione degli attributi
  - ✓ Discretizzazione e binarizzazione
  - ✓ Trasformazione degli attributi

Aggregazione

- Combina due o più attributi (oggetti) in un solo attributo (oggetto) al fine di:
  - ✓ Ridurre la cardinalità del data set
  - ✓ Effettuare un cambiamento di scala
    - Le città possono essere raggruppate in regioni e nazioni
  - ✓ Stabilizzare i dati
    - I dati aggregati hanno spesso una minore variabilità

Deviazione standard della media delle precipitazioni



Campionamento

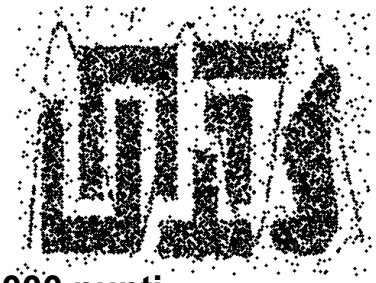
- E' la tecnica principale utilizzata per selezionare i dati
  - ✓ E' spesso utilizzata sia nella fase preliminare sia nell'analisi finale dei risultati.
- Gli statistici campionano poiché **ottenere** l'intero insieme di dati di interesse è spesso troppo costoso o richiede troppo tempo.
- Il campionamento è utilizzato nel data mining perché **processare** l'intero dataset è spesso troppo costoso o richiede troppo tempo.
- Il principio del campionamento è il seguente:
  - ✓ Se il campione è rappresentativo il risultato sarà equivalente a quello che si otterrebbe utilizzando l'intero dataset
  - ✓ Un campione è rappresentativo se ha approssimativamente le stesse proprietà (di interesse) del dataset originale

Tipi di campionamento

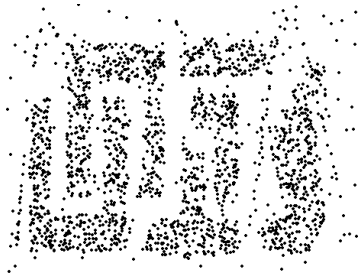
- Campionamento casuale semplice
  - ✓ C'è la stessa probabilità di selezionare ogni elemento
  - ✓ Campionamento senza reimbussolamento
    - Gli elementi selezionati sono rimossi dalla popolazione
  - ✓ Campionamento con reimbussolamento
    - Gli elementi selezionati non sono rimossi dalla popolazione
    - In questo caso un elemento può essere selezionato più volte.
    - Dà risultati simili al precedente se la cardinalità del campione è << di quella della popolazione
    - E' più semplice da esaminare poiché la probabilità di scegliere un elemento non cambia durante il processo
- Campionamento stratificato:
  - ✓ **Si suddividono i dati in più partizioni**, quindi si usa un campionamento casuale semplice su ogni partizione.
  - ✓ Utile nel caso in cui la popolazione sia costituita da tipi diversi di oggetti con cardinalità differenti. Un campionamento casuale può non riuscire a fornire un'adeguata rappresentazione dei gruppi meno frequenti

La dimensione del campione

- Scelta la modalità di campionamento è necessario fissare la dimensione del campione al fine di limitare la perdita di informazione



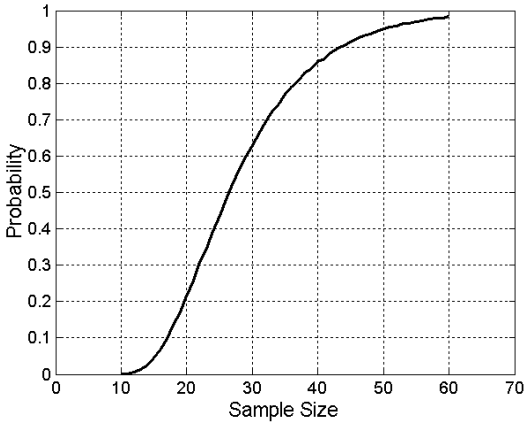
8000 punti



2000 punti

500 punti

- La probabilità di avere rappresentanti di tutta la popolazione aumenta in modo non lineare rispetto alla dimensione del campione
  - ✓ Nell'esempio si vuole ottenere un campione per ognuno dei 10 gruppi

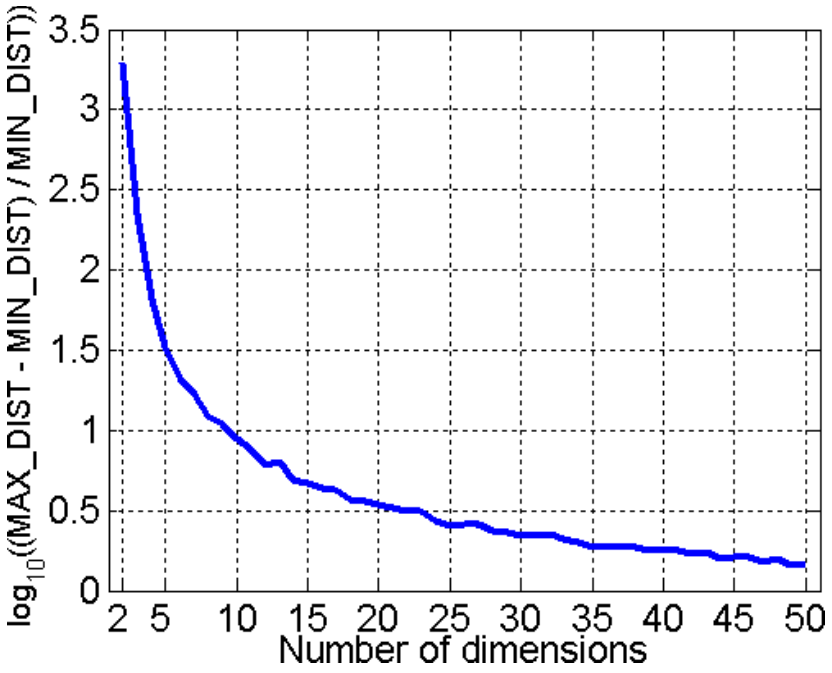


Riduzione della dimensionalità

- Obiettivi:
  - ✓ Evitare la "*curse of dimensionality*": la maledizione della dimensionalità
  - ✓ Ridurre la quantità di tempo e di memoria utilizzata dagli algoritmi di data mining (riduzione dello spazio di ricerca)
  - ✓ Semplificare la visualizzazione dei dati
  - ✓ Eliminare attributi non rilevanti ed eliminare il rumore sui dati
- Tecniche
  - ✓ Principal Component Analysis
  - ✓ Singular Value Decomposition
  - ✓ Selezione degli attributi con tecniche supervisionate

Curse of Dimensionality

- Al crescere della dimensionalità i dati diventano progressivamente più sparsi
- Molti algoritmi di clustering e di classificazione trattano con difficoltà dataset a elevata dimensionalità
- Le definizioni di densità e di distanza tra i punti che sono essenziali, per esempio per il clustering e per l'individuazione degli outlier, diventano meno significativi



- **500 punti generati in modo casuale**
- **Il grafico mostra una misura della differenza tra la distanza minima e la distanza massima di ogni coppia di punti**

Selezione degli attributi

- E' una modalità per ridurre la dimensionalità dei dati.
  La selezione mira solitamente a eliminare:
  - ✓ Attributi ridondanti
    - Duplicano in gran parte le informazioni contenute in altri attributi a causa di una forte correlazione tra le informazioni
    - Esempio: l'importo dell'acquisto e l'importo dell'IVA
  - ✓ Caratteristiche irrilevanti
    - Alcune caratteristiche dell'oggetto possono essere completamente irrilevanti ai fini del mining
    - Esempio: la matricola di uno studente è spesso irrilevante per predire la sua media

Per quale tipo di pattern può essere utile la matricola assumendo che questa sia un numero positivo che non è azzerato negli anni?

Modalità di selezione degli attributi

- Approccio esaustivo:
  - ✓ Prova tutti i possibili sottoinsiemi di attributi e scegli quello che fornisce i risultati migliori sul test set utilizzando l'algoritmo di mining come funzione di bontà black box
  - ✓ Dati n attributi il numero di possibili sottoinsiemi è 2^n-1
- Approcci non esaustivi:
  - ✓ **Aprrocci embedded**
    - La selezione degli attributi è parte integrante dell'algoritmo di data mining. L'algoritmo stesso decide quali attributi utilizzare (es. alberi di decisione)
  - ✓ **Approcci di filtro:**
    - La fase di selezione avviene prima del mining e con criteri indipendenti dall'algoritmo usato (es. si scelgono **insiemi di attributi le cui coppie di elementi presentano il più basso livello di correlazione**)
  - ✓ **Approcci euristici:**
    - Approssimano l'approccio esaustivo utilizzando tecniche di ricerca euristiche.

Creazione di attributi

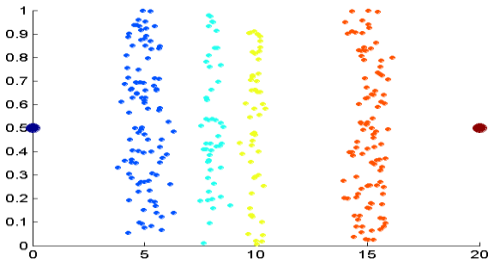
- Può essere utile creare nuovi attributi che meglio catturino le informazioni rilevanti in modo più efficace rispetto agli attributi originali
  - ✓ Estrazione di caratteristiche
    - Utilizzano normalmente tecniche diverse da dominio a dominio
    - Impronte digitali → minuzie
  - ✓ Mapping dei dati su nuovi spazi
    - Trasformata di Fourier
  - ✓ Combinazione di attributi

Discretizzazione

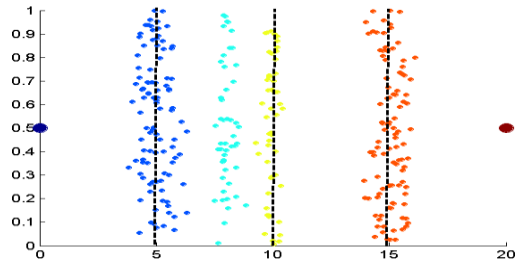
- Trasformazione di attributi a valori continui in attributi a valori discreti
  - ✓ Indispensabile per utilizzare alcune tecniche di mining (es. regole associative)
- Può essere utilizzata anche per ridurre il numero di classi di un attributo discreto
- La discretizzazione richiede di:
  - ✓ Individuare il numero più idoneo di intervalli
  - ✓ Definire come scegliere gli *split point*
- Le tecniche di discretizzazione sono:
  - ✓ Non supervisionate: non sfruttano la conoscenza sulla classe di appartenenza degli elementi
  - ✓ Supervisionate: sfruttano la conoscenza sulla classe di appartenenza degli elementi

Discretizzazione non supervisionata

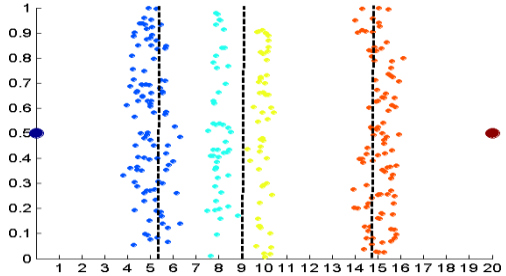
- **Equi-larghezza**: il range è suddiviso in intervalli di uguale lunghezza
- **Equi-frequenza**: il range è suddiviso in intervalli con un similare numero di elementi
- **K-mediani**: sono individuati k raggruppamenti in modo da minimizzare la distanza tra i punti appartenenti allo stesso raggruppamento



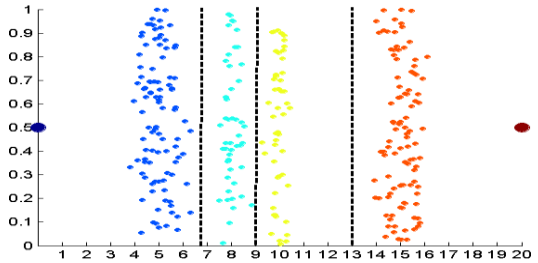
Dati



Equi-larghezza



Equi- frequenza



K-mediani

Discretizzazione supervisionata

- Gli intervalli di discretizzazione sono posizionati in modo da massimizzare la "purezza" degli intervalli.
- Si ricade in un problema di classificazione in cui a partire da classi (intervalli) composte da (contenenti) un solo elemento si fondono ricorsivamente classi attigue.
  - ✓ Una misura statistica della purezza è l'entropia degli intervalli
- Ogni valore v di un attributo A è una possibile frontiera per la divisione negli intervalli $A \leq v$ e $A > v$.
- Scelgo il valore che fornisce il maggiore **guadagno di informazione**, ossia la maggior riduzione di entropia
  - ✓ Il processo si applica ricorsivamente ai sotto-intervalli così ottenuti, fino a che non si raggiunge una condizione di arresto ad esempio, fino a che il guadagno di informazione che si ottiene diventa inferiore a una certa soglia d

Binarizzazione

- La rappresentazione di un attributo discreto mediante un insieme di attributi binari è invece detta **binarizzazione**

Categoria	Valore intero	X1	X2	X3
Gravemente insuff.	4	0	0	0
Insufficiente	5	0	0	1
Sufficiente	6	0	1	0
Discreto	7	0	1	1
Buono	8	1	0	0

- Questa soluzione può portare la tecnica di data mining a inferire una relazione tra “Suff” e “Discreto” poiché entrambi hanno il bit X2=1

- Questa soluzione utilizza attributi asimmetrici binari

Categoria	Valore intero	X1	X2	X3	X4	X5
Gravemente insuff.	4	1	0	0	0	0
Insufficiente	5	1	1	0	0	0
Sufficiente	6	1	1	1	0	0
Discreto	7	1	1	1	1	0
Buono	8	1	1	1	1	1

Trasformazione di attributi

- Una funzione che mappa l'intero insieme di valori di un attributo in un nuovo insieme in modo tale che a ogni valore nell'insieme di partenza corrisponda un unico valore in quello di arrivo
  - ✓ Funzioni semplici: x^k, log(x), e^x, |x|
  - ✓ Standardizzazione e normalizzazione

Trasformazione di attributi

- Funzioni semplici: sono utilizzate per
  - ✓ Enfatizzare alcune proprietà dei dati
    - Particolari distribuzioni dei dati
  - ✓ Ridurre range di variabilità troppo elevate
    - La quantità di byte trasferiti in una sessione varia da 1 a un 10^9! Utilizzando una trasformazione logaritmica in base 10 si riducono le differenze tra file di dimensione 10^8 e 10^9 per enfatizzare che entrambi riguardano trasferimenti di file di grandi dimensione. Tale differenza sarà maggiore a quella tra 10 (10^1) e 1000 (10^3) che potrebbero modellare due tipi di operazioni differenti in rete.
- Attenzioni alle proprietà della trasformazione
  - ✓ 1/X riduce i valori maggiori di 1 ma incrementa quelli minori di 1 quindi inverte l'ordinamento di un insieme di eventi

Trasformazione di attributi

- Normalizzazione: permette all'intero set di valori di rispettare una certa proprietà
  - ✓ Necessaria per poter combinare variabili con differenti intervalli di variazione
    - Si pensi per esempio a dover combinare l'età di una persona con il suo reddito
- Max-Min normalization: si riscala l'attributo A in modo che i nuovi valori cadano tra $NewMin_A$ e $NewMax_A$.

$$x' = \frac{x - Min_A}{Max_A - Min_A}(NewMax_A - NewMin_A) + NewMin_A$$

  - Molto sensibile agli outlier
  - Richiede di conoscere minimo e massimo
  - ✓ Z-score normalization: fa si che una distribuzione statistica abbia media 0 e deviazione standard 1: $x' = (x - \bar{x})/s_x$
    - Meno sensibile agli outlier
    - I valori riscalati non rientrano in un intervallo predefinito