Sem12-B3

Thursday, 12 May 2022 10:32

Ex 2:

$a = [\underset{1}{5}, 3, -1, \underset{i=3}{5}, 7, 9]$

$b = [3, \underset{1}{2}, \underset{2}{5}, 8, 9, 12]$

$l[j]$ - lungimea subsirului crescător care se termină la $b[j]$ = lungimea celui mai lung subșir $b[0...j]$ și $a[i]$

$l[i][j]$ = lung. celui mai lung subșir comun care se termină cu $a[i]$ și $b[j]$

$$l[i][j] = \begin{cases} 0, & \text{dacă } a[i] \neq b[j] \\ 1 + \max_{\substack{l[k][h], \text{ dacă } a[i] > b[j] \\ k<i \\ h<j \\ a[k]=b[h] \\ a[k]<a[i]}} \end{cases}$$

Ex 2)

$v = [\underset{\text{lung}}{2}, \underset{\text{lung}}{5}, -1, 3, -10, 7, 1]$

$\text{lung} = [\underset{\text{lung}}{3}, 7, 6, \underset{\text{lung}}{9}, -1, 7, 8]$

lung pt subșirul care se termină pe poz j

$5 \to 5 \to v[j]$

$\underbrace{\ldots 3}_{\text{lung}[j]} 5 \to 5 + (\ldots) \to v[j] + \text{lung}(j-1)$

$\text{lung}(j) = \max(v[j], v[j] + \text{lung}(j-1))$

P - problemă (de decizie)

P - mulțimea de probleme pt care există un alg determinist polinomial (timp) $O(n)$ $O(n^2)$...

NP = ——— " ——— nedeterminist polinomial (timp)

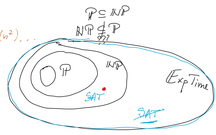
ExpTime = —"— determinist exponențial $O(2^n)$

NExpTime

2ExpTime = —"— dst dublă exp $O(2^{2^n})$

PSpace = —"— determinist cu cantitate spațiu polinomial

NPSpace = —"— nedet. — — — —



SAT

φ - CNF, n - nr de prop atomice

$\varphi = (\underset{1}{x_3}) \wedge (\underset{0}{x_1} \vee \underset{1}{\neg x_2}) \wedge (\neg x_3 \vee \neg x_4 \vee x_5) \wedge \ldots$

φ - satisfiabilă ?

$x = [\underset{0/1}{_}, \underset{0/1}{_}, _, _]$

$\in NP$

- ghicesc $x[\,]$

for (i = 0 ; i < n ; i++)

alegem $x[i]$ din $\{0, 1\}$;

- verific că φ este adevărată cu $x[\,]$ ales

// parcurgem fiecare clauză și să verificăm că are măcar un literal adevărat

P - NP - completă

- $\in NP$ (problemă de decizie și găsesc un alg nedet polinomial)
- NP-hard (toate $R \in NP$ se reduc polinomial la P)

$\propto$ (Reducerile Karp) este tranzitive

$\forall R \propto Q \propto P \Rightarrow R \propto P$

NP-complet

$R \xrightarrow{\text{poli}} Q \xrightarrow{\text{poli}} P$

$\text{Input}_R \xleftarrow{\text{poly}} \text{Input}_Q \xleftarrow{\text{poly}} \text{Input}_P$

alg Q - NP-complet

$Q \propto P$

3SAT - NP-completă

a) $\in NP$

- 3SAT este problemă de decizie
- alg ned polinomial :

(aceleași ca la SAT)

for (i = 0 ; i < n ; i++) } $O(n)$

alegem $x[i]$ din $\{0, 1\}$;

if (satisface (x , v , m , n))

print ("success") ; // DA

else print ("failure") ; // NU STIU

true dacă fiecare linie din v conține măcar un literal "1" } $O(m)$

3 literali

φ dat ca $v[m][3]$

$\varphi = (x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3) \wedge (x_2 \vee \neg x_4 \vee x_3)$

$$v = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -4 & -3 \end{pmatrix}$$

b) NP - hard

SAT - NP - completă

SAT $\propto$ 3SAT

φ-CNF $\xrightarrow{\text{poli}}$ φ'-3CNF a.î. φ satisf ddacă φ' satisf

$\underbrace{\exists x[\ldots]}_{\tau}$ ddacă $\underbrace{\exists x'[\ldots]}_{\tau'}$

DA/NU $\xleftarrow[O(1)]{\text{copiu răsp}}$ DA/NU

$\varphi = (L_1) \wedge (L_1 \vee L_2) \wedge (L_1 \vee L_2 \vee L_3) \wedge (\bar{L}_1 \vee \bar{L}_2 \vee L_3 \vee L_4 \vee L_5)$

$O(1)$ $O(1)$ $O(1)$

$\varphi' = (L_1 \vee L_1 \vee L_1) \wedge (L_1 \vee L_2 \vee L_1) \wedge (L_1 \vee L_2 \vee L_3) \wedge$

$\wedge (L_1 \vee L_2 \vee y_1) \wedge (\neg y_1 \vee L_3 \vee y_2) \wedge (\neg y_2 \vee L_4 \vee L_5)$

$\neg y_1 \vee L_3 \vee L_4 \vee L_5$

$\neg y_2 \vee L_4 \vee L_5$

$(L_1 \vee L_2 \vee \ldots \vee L_k)$ înlocuit cu $(L_1 \vee L_2 \vee y_1) \wedge (\neg y_1 \vee L_3 \vee y_2) \wedge$

$\vdots$

$\wedge (\neg y_{k-3} \vee L_{k-1} \vee L_k)$

construim k-2 clauze

$O(k)$

$(L_1 \vee L_2 \vee y_1) \wedge (\neg y_1 \vee L_3 \vee y_2) \ldots$

De argumentat că φ satisf ddacă φ' satisf

Din a) și b) $\Rightarrow$ 3SAT este NP-completă

Ex 1, 2, 4