# 圣遗物

## 算法一

枚举 S,T,然后树剖判断选择方案是否变小。

复杂度  $O(n^2(n+m\log^2 n))$ , 期望得分  $32\% \sim 48\%$ 。

# 算法二

考虑如何快速计算去掉一对 S,T 后的方案,发现可以自底向上贪心,把  $u_i,v_i$  挂在  $LCA(u_i,v_i)$  上,回溯的时候如果这条链的两个端点都没被覆盖则选择这条链,然后把整个子树给覆盖。

复杂度  $O(n^2(n+m) + m \log n)$ , 期望得分 48%。

# 算法三

观察所有合法的 S,T 的性质,发现一定是若干个联通块,那么我们以每个点为根进行一次算法二即可求出这些连通块。

复杂度  $O(n^2 + nm \log n)$ , 期望得分 64%。

## 算法四

继续观察这些连通块的性质,如果一个连通块内的点都可以被单独去掉,那么这个连通块也可以被去掉,那么我们只要求出所有的可以被去掉的点便可求出答案。

考虑如何求出这些点,发现如果一个点在一条路径上,而这条链可以被另外一条不 包含这个点的路径替换,那么这个点就是可行的。

现在我们把问题转换成了求哪些路径可以替换其它路径,不难发现:要么这条路径只与本来选择的路径有交,要么这些路径的 LCA 相同且在贪心下都可选,只要自上往下打标记便可快速求出这些点。

复杂度  $O(n+m\log n)$ ,瓶颈在于求 LCA,如果利用 Tarjan 等线性求 LCA 的方法便可优化至 O(n+m),期望得分 100%。