第一题

100分做法

考虑贪心，容易发现一定是会把所有正数都选进来，然后两个正数之间如果有负数，那么会把其中一个负数也给选进来。发现答案可以写成$\sum_{i=1}^{n-1}\max(a_i,a_{i+1},0)$。

每次修改只会改一项，所以可以$O(1)$更新。

第二题

100分做法

考虑u,v两点，如果他们之间的路径上最大边权是w，那么有$r_u,r_v<w$，否则u或者v的球就会包含另一个点。

所以r_u要小于到其他所有点的路径最大边权的最小值。然后发现如果满足前面的条件那么一定合法。

考虑Kruskal重构树，也就是每次合并两个点，我们建一个新点作为它们的根，这个问题等价于找到每个点到其他点在树上LCA最深的点，所以就是按Kruskal重构树DFS序相邻的两个点。

对于一组我们需要排序，然后求LCA即可。

第三题

100分做法

首先肯定要分治，求出$[l,r]$这一段物品的背包，然后在合并的时候，假设左边的背包是f_i，右边的背包是g_j，那么答案有$h_d=\max_{i+j=d}\{f_i+g_j\}$。

这是一个$(\max,+)$卷积的形式，一般问题肯定是没法做的。但是在这个问题中，我们可以打表发现f_{12i+j}当我们固定j的时候是一个关于i的凸函数。所以可以写成$f_{12i+j},g_{12i'+j'}$的形式，枚举j,j'，然后两个凸函数的$(\max,+)$可以j简单的使用双指针线性求出来，所以合并复杂度可以做到线性，具体常数为$4\times n\times 12$。

总的时间复杂度$O(n\log n)$。